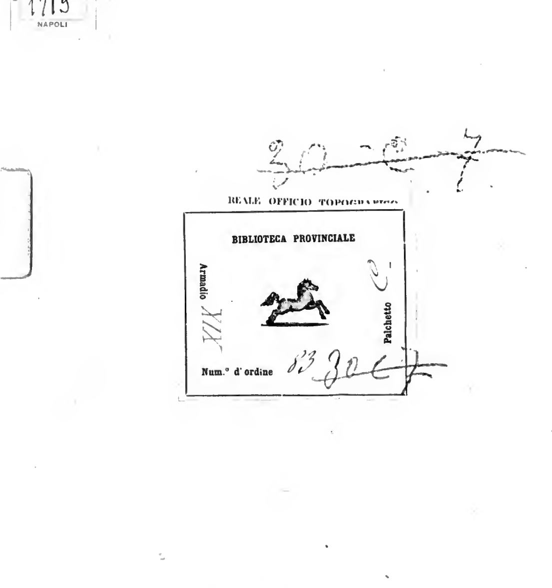


HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

TOME SECOND.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES,

Dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours ; où l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des Mathématiques, les contestations qui se sont élevées entre les Mathématiciens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres.

NOUVELLE ÉDITION, CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE, ET PROLONGÉE JUSQUE VERS L'ÉPOQUE ACTUELLE ;

Par J. F. MONTUCLA, *de l'Institut national de France.*

TOME SECOND.





A PARIS,

Chez Henri AGASSE, libraire, rue des Poitevins, n°. 18.

AN VII.



HISTOIRE
DES
MATHÉMATIQUES.

QUATRIEME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE PREMIER,

Qui contient les progrès de la Géométrie et des Mathématiques pures, traitées à la manière des anciens.

SOMMAIRE.

I. *Tableau général des découvertes mathématiques dues au dix-septième siècle.* II. *Lucas Valerius fait quelques progrès au delà d'Archimède, dans la théorie des centres de gravité. Snellius facilite aussi, par quelques inventions, la mesure approchée du cercle. De quelques autres géomètres qui vécurent vers cette époque.* III. *Invention des Logarithmes, par le baron de Neper. Propriétés et nature de ces nombres. Comment Neper les envisage. Quels sont ceux qui l'ont secondé dans la construction des tables de Logarithmes que nous possédons. Autres travaux de Neper.*

Ses inventions Trigonométriques ; sa Rhabdologie. IV. *Kepler propose, dans sa Stéréométrie, quelques vues, et divers problêmes, qui paroissent avoir influé sur la naissance des nouvelles méthodes.* V. *De la méthode communément appelée de Guldin. Application qu'en fait ce géomètre aux problêmes de Kepler.* VI. *De la Géométrie des indivisibles. Traits abrégés de la vie de Cavalleri. Explication de sa méthode et de son accord avec celle des anciens. Usage qu'il en fait pour la résolution de quantité de questions. Découverte de l'analogie de la Spirale et de la Parabole.* VII. *La Géométrie s'élève, vers ce temps en France, à des recherches plus difficiles ; on y considère les courbes d'une manière plus générale ; la Spirale Logarithmique et la Cycloïde y prennent naissance, ou y occupent les Géomètres.* VIII. *Ingénieuse méthode pour les tangentes des courbes, imaginée par Roberval, et son analogie avec celle des fluxions.* IX. *Histoire de la Cycloïde et des démêlés qu'elle occasionne. Problêmes proposés sur cette courbe, et ce qui se passe à cette occasion. Propriétés diverses, soit purement géométriques, soit mécaniques, que les Géomètres ont découvertes dans la Cycloïde.* X. *Récit des travaux de divers Géomètres célèbres, qui ont cultivé la méthode ancienne vers le milieu de ce siècle et sa fin.*

I.

Parmi les siècles qui ont successivement contribué à l'avancement des sciences, celui qui vient de s'écouler doit sans doute tenir jusques ici le premier rang, et cet avantage ne lui sera probablement ravi par aucun de ceux qui le suivront. Nous sommes bien éloignés de prétendre fixer des bornes à l'esprit humain ; qui sait quels sont les derniers termes de connoissances où il peut atteindre ? Chaque jour ajoute aux découvertes du précédent, et ne pas le reconnoître, ce seroit refuser injustement à plusieurs de nos illustres contemporains le tribut de louanges qui leur est dû. Cependant, quand on fera attention à l'essor prodigieux qu'ont pris les sciences, et surtout les mathématiques, dans le dix-septième siècle, il faudra convenir que quelque perfection qu'elles reçoivent des suivans, une grande partie de la gloire en doit revenir à celui qui a si heureusement ouvert la carrière.

Avant que de faire l'histoire particulière des découvertes mathématiques dues au dix-septième siècle, nous croyons

devoir les considérer quelques momens sous un point de vue général. Quel spectacle brillant que celui qu'elles nous présentent! qu'il est ravissant et admirable pour un œil philosophique. Si nous nous attachons aux mathématiques pures, nous trouvons d'abord dans les premières années de ce siècle, l'invention ingénieuse, et plus utile encore, des logarithmes; nous voyons l'analyse algébrique ou la résolution des équations faire un grand pas par les découvertes d'Harriot, Descartes, Neuton, Halley. Une nouvelle géométrie prend naissance entre les mains de Cavalleri, et, cultivée par divers autres, s'élève à des recherches fort supérieures à celles qui occupèrent l'antiquité. Cependant Descartes prend une autre route, et appliquant l'analyse à sa géométrie, il donne à la théorie des courbes une étendue et une facilité qu'elle n'avoit point encore eues; il invente diverses méthodes pour résoudre, par une voie certaine, les plus difficiles problêmes qu'on puisse proposer dans ce genre. Fermat, son rival et son contemporain, marche dans la même carrière, et propose aussi des inventions qui sont un germe fort développé des nouveaux calculs. Wallis, Barrow, Grégori enrichissent la géométrie d'une multitude de méthodes nouvelles et de découvertes : Neuton enfin donne naissance à cette sublime géométrie, pour laquelle ce qui avoit coûté jusque-là tant de peine n'est plus qu'un jeu, et qui est seule capable de donner accès dans les recherches difficiles, dont s'occupent aujourd'hui nos géomètres et nos physiciens.

Si de là nous portons nos regards sur les mathématiques mixtes, nous ne serons pas moins satisfaits de l'accroissement que nous leur verrons prendre. La mécanique nous offrira la découverte des lois du mouvement et de sa communication, de celles de l'accélération des corps graves, du chemin des projectiles, de l'action mutuelle et du mouvement des fluides. Nous la verrons s'accroître de plusieurs théories profondes, comme celles des centres d'oscillation, de la résistance des fluides, des forces centrales, etc. Les progrès que fait l'optique, pendant le même temps, ne sont pas moins brillans; la manière dont se fait la vision est expliquée; la loi de la réfraction découverte, et une nouvelle science s'élève sur ce fondement : le télescope et le microscope offrent à la vue des secours inconnus à l'antiquité : la cause du phénomène de l'arc-en ciel est soumise à la raison : la lumière est analysée, et la différente réfrangibilité des couleurs est reconnue : le télescope à réflexion est inventé et exécuté avec succès. L'astronomie enfin nous présente d'abord la découverte de la vraie forme des orbites que décrivent les planètes, et des lois qui président à leurs mouvemens. Bientôt après aidés du teles-

cope, on voit les astronomes s'élancer en quelque sorte dans les espaces célestes, et y découvrir les taches du soleil; le mouvement de cet astre autour de son axe; les phases de Vénus et de Mercure; ces petites planètes, qui, semblables à notre lune, accompagnent Jupiter et Saturne avec le singulier anneau, dont celui-ci est environné; phénomènes qui jettent un grand jour sur le vrai système de l'univers : la géographie est entièrement réformée sur les observations : la terre est mesurée avec une exactitude bien supérieure à celle des anciens, et sa vraie forme est reconnue : ce que les observations avoient appris à Kepler est demontré, à l'aide d'une application profonde de la géométrie et de la mécanique aux mouvemens des corps celestes : les comètes sont mises au rang des planètes, et leur cours est soumis au calcul, malgré la rareté de leurs apparitions : la lune, cette planète si long temps rebelle à tous les efforts des astronomes, reçoit des fers, et la cause de ses irrégularités est dévoilée. On voit enfin sortir des mains de l'immortel Neuton, un système physico-astronomique, chef-d'œuvre de la géométrie et de la mécanique, et qui reçoit de jour à autre une nouvelle confirmation, des travaux réunis des géomètres et des observateurs. Tel est le tableau général des mathématiques durant le dernier siècle; tableau que nous aurions pu charger de quantité d'autres traits, si, visant à la briéveté, nous ne nous étions pas bornés aux plus intéressans.

Passons maintenant à présenter ces différens objets avec le détail qu'ils exigent. Il est naturel de commencer par la géométrie, qui porte le flambeau dans ces sciences. Afin d'exposer avec distinction les découvertes nombreuses et de divers genres, dont elle s'est accrue, nous en ferons trois parties, qui formeront autant de livres. Dans celui-ci, il ne sera question que de la géométrie traitée à la manière des anciens, c'est-à-dire, sans calcul algébrique. Dans le suivant, nous nous occuperons de la géométrie de Descartes, et de l'analyse algébrique. Nous donnerons ensuite quelques livres au récit des progrès des autres parties des mathématiques, durant la première moitié du dix-septième siècle; après quoi, revenant à la géométrie, nous ferons l'histoire des nouveaux calculs jusqu'au commencement de celui-ci. Enfin nous reprendrons celle des autres parties des mathématiques jusqu'à la même époque.

I.

La géométrie fit, dès les premières années du dix-septième siècle, quelques progrès dignes d'attention, au-delà du terme où

les anciens en étoient restés. On les dut principalement au géomètre italien, Lucas Valerius. Ce mathématicien s'appercevant qu'Archimède avoit négligé les centres de gravité des solides, à l'exception du conoïde parabolique, et que Commandin qui avoit tenté d'y suppléer, n'avoit pu résoudre que des cas fort faciles, il s'attacha à porter plus loin cette théorie. Plus heureux ou doué de plus de génie que Commandin, il y réussit, et détermina ces centres de gravité dans tous les conoïdes et sphéroïdes, ainsi que dans leurs segmens coupés par des parallèles à la base. Il publia ces vérités alors intéressantes, je dirois même assez difficiles, pour son temps, en 1604, dans son livre intitulé: *De centro gravitatis solidorum* (Romae, in-4.) Il nous a aussi laissé un monument de son habileté en géométrie dans une double quadrature de la parabole, différente, pour les moyens, des deux qu'Archimède avoit données. Cet habile géomètre étoit professeur de mathématiques à Rome. C'est à-peu-près tout ce que nous en savons.

La ville de Raguse se faisoit honneur, dans le même temps, d'un géomètre recommandable, dans la personne d'un de ses patriciens, Marin Ghetaldi. Ce qu'il nous a laissé, entr'autres son livre *de resolutione et compositione mathematica*, prouve qu'il étoit très-versé dans la géométrie ancienne. Il tenta de nous rendre, sur les indications de Pappus, le livre perdu d'Apollonius, intitulé : *De inclinationibus* ; et si sa divination sur ce sujet n'est ni aussi heureuse ni aussi complette que ce qu'on a fait depuis, elle ne laisse pas d'avoir un mérite réel. Il donne les raisons pour lesquelles il fut obligé de laisser son travail imparfait; ce fut une mission dont il fut chargé auprès du Grand-Seigneur. On a encore de lui un *Supplementum Apollonii Galli*, où il résoud quelques problêmes du livre *de Tactionibus*, du géomètre Grec, que Viète avoit négligés. Mais il faut convenir que Viète avoit résolu le plus difficile de tous. Je passe sous silence quelques autres ouvrages de Ghetaldi peu importans, ou appartenans à d'autres branches des mathématiques Ce géomètre mourut, je crois, dans le cours de sa légation à la Porte, vers 1609.

Nous placerons encore ici un géomètre Ecossois, en quelque sorte naturalisé François, savoir Alexandre Anderson. C'étoit, à ce qu'il paroît, un ami ou disciple de Viète, dont il publia quelques écrits posthumes, soit géométriques, soit analytiques. Il possédoit aussi fort bien l'analyse ancienne, ce dont il donna un essai dans son *Supplementum Apollonii redivivi*, où il supplée en effet ce que Ghetaldi avoit laissé d'incomplet dans son ouvrage.

Les Pays-Bas virent aussi fleurir, dans ce commencement du dix-septième siècle, quelques géomètres qui doivent figurer dans cet ouvrage. Le premier dont nous parlerons, est Ludolph-Van-Ceulen; il est célèbre par l'approximation qu'il a donnée, du rapport du diamètre du cercle à la circonférence, et dans laquelle il l'emporte de beaucoup sur Archimède, Metius, Viète, Adrianus Romanus, qui s'étoient évertués à resserrer de plus en plus les limites de ce rapport. Il y avoit quelque temps qu'Adrianus Romanus avoit poussé cette approximation jusqu'à 17 décimales. Mais Ludolph la porta à une exactitude bien plus grande, dans son livre *de Circulo et adscriptis*, qui parut d'abord en Hollandois en 1610, et que Snellius ne dédaigna pas de traduire en latin sous le titre ci dessus, en 1615. Là il fait voir que le diamètre du cercle étant l'unité, suivie de 35 zéro, la circonférence est plus grande que 3,14159,26535,89793,23846,26433,83279,50288 et moindre que le même nombre augmenté de l'unité. Ainsi l'erreur est moindre qu'une fraction dont l'unité seroit le numérateur, et le dénominateur un nombre de 36 chiffres. L'imagination est effrayée, lorsqu'elle tente de se représenter l'extrême petitesse de cette fraction : car elle est moindre et beaucoup moindre, à l'égard de l'unité, que l'épaisseur d'un cheveu sur la circonférence d'un cercle, dont le rayon seroit la distance entre nous et les fixes les plus voisines. Ludolph desira, à l'exemple d'Archimède, que ces nombres fussent gravés sur son tombeau. Cela a été exécuté (1), et j'ai même lu quelque part, qu'on voit ce monument dans une ville d'Allemagne, voisine des Pays-Bas. Il faut cependant convenir que le travail de ce géomètre annonce plus de courage et de patience que de génie. Car il suivit simplement le procédé d'Archimède, en doublant continuellement le nombre des côtés des polygones inscrits et circonscrits, jusqu'à ce qu'il fût parvenu à deux, dont les contours différassent de moins que l'unité, sur un nombre composé de 35 chiffres. On a au reste de lui quelques autres ouvrages, tels que ceux-ci : *Fundamenta Arith. et geometrica. Zetemata (seu problemata) geometrica.* Ce dernier prouve que Ludolph étoit un habile analyste, et qu'il manioit l'algèbre avec beaucoup de dextérité.

Le second des géomètres Hollandois, dont nous avons à parler ici, est le célèbre Willebrord Snellius. Né, en 1591, d'un père (Rodolph Snellius), qui étoit lui-même habile géomètre et professeur à Leyde, il entra fort jeune dans la carrière de

(1) Willeb. Snellii, *Cyclometricus*, p. 55.

la géométrie, puisqu'en 1608 il entreprit de ressusciter le livre d'Apollonius, intitulé : *De sectione determinata* ; et il publia sa divination sur ce sujet, sous le titre d'*Apollonius Batavus*. On en a parlé à l'occasion d'Apollonius ; et quoique M. Simson en critique la forme et le style géométrique, cet ouvrage ne laisse pas de faire honneur à un géomètre de 17 ans. Nous verrons Snellius figurer dans diverses autres parties de cet ouvrage, à l'occasion de sa mesure de la terre, sous le titre d'*Eratostenes Batavus* &c. ; de sa loi de la réfraction, de son traité de navigation intitulé : *Typhis Batavus*, etc. Ce qui doit nous occuper en cet endroit, est son ouvrage intitulé : *Cyclometricus*, qui parut en 1621, et qui contient ses recherches sur la mesure approchée du cercle.

En effet, Snellius se fraye, dans cet ouvrage, un chemin différent de celui que Ludolph avoit tenu, au moyen des deux théorêmes suivans, qui l'abrègent singulièrement.

1. *Que le diamètre B A d'un demi cercle (fig. 1.) soit prolongé en E, ensorte que A E soit égal au rayon. Si on prend un point G dans la demi-circonférence du côté opposé, et qu'on tire la ligne E G H, elle retranchera de la tangente en B, une portion B H, moindre que l'arc B G.*

2. *Mais si par le même point G, on tire la ligne G D F, telle que B F, interceptée entre le cercle et la prolongation du diamètre, soit égale au rayon, alors la portion B I de la tangente sera plus grande que l'arc B G.*

Mais il est facile de trouver les valeurs des tangentes B H et B I. Car la première est troisième proportionnelle à E L, L G et E B qui sont données, l'arc E G étant donné, et l'on démontre facilement que E I est égal à la tangente du tiers de l'arc E G, plus deux fois le sinus du tiers de cet arc.

Ces deux théorêmes donnent en effet des limites beaucoup plus rapprochées que celles d'Archimède et de Ludolph, en y employant les mêmes polygones. Car tandis qu'Archimède, au moyen de deux polygones de 192 côtés, l'un inscrit, l'autre circonscrit, trouve seulement le rapport approché de 7 à 22 ou de 1 000 à 3,142, Snellius y parvient au moyen de deux hexagones ; et en se servant d'un polygone de 180 côtés, il trouve un rapport approché, exprimé en 6 décimales. Il vérifie de même et trouve les chiffres de celui de Ludolph, au moyen d'un polygone de 1073741824 côtés, qui, traité à la manière de Ludolph, ne lui eût donné qu'une vingtaine de décimales exactes. Il faut cependant convenir que Snellius ne put pas démontrer complettement son premier théorême. Mais il ne se

trompoit pas ; car Huygens en donna dans la suite une démonstration suffisante. Cet ouvrage de Snellius contient diverses autres choses remarquables sur la dimension du cercle, entr'autres des tables, au moyen desquelles, un prétendu rapport du diamètre à la circonférence étant donné, on peut déterminer quel est le couple de polygones semblables inscrit et circonscrit, hors des limites duquel se trouve ce rapport ; ce qui suffit pour le réfuter. M. Nicole, qui étoit un grand fléau de ces prétendus inventeurs de la quadrature du cercle, ignorant sans doute le travail de Snellius, en a donné une semblable dans les Mémoires de l'académie des sciences de 1747.

Peu de personnes connoissent probablement le géomètre Flamand, dont nous allons encore parler ici : son nom étoit Albert Girard. On a quelques essais de son talent en géométrie et en analyse, dans un petit ouvrage publié en 1629, sous ce titre : *Invention nouvelle en algèbre*, etc. dont on aura occasion de parler ailleurs. C'est dans cet ouvrage qu'on trouve, pour la première fois, la dimension en superficie, non-seulement des triangles sphériques, mais des figures quelconques tracées sur la surface d'une sphère par des arcs de grand cercle. Le théorème qu'il démontre d'une manière, il est vrai, assez laborieuse et obscure, est fort élégant. Il suppose d'abord l'hémisphère divisé en 360 secteurs par des arcs de grands cercles, tirés du sommet ou pôle aux 360 divisions de la base ; ce qu'il appelle degrés de la surface sphérique, en sorte que la surface entière de la sphère en contient 720. Cela supposé, soit une figure quelconque, formée d'arcs de grands cercles sur la sphère, la quantité de degrés, dit Albert Girard, ou des portions ci dessus de la surface sphérique, contenue dans cette figure, sera égale au nombre de degrés dont la somme de ses angles excédera celle des angles de la figure rectiligne du même nombre de côtés. Ainsi, supposons un triangle sphérique dont les trois angles soient 100°. 60°. 70°. Leur somme, qui dans tout triangle sphérique excédera toujours deux angles droits, est de 230°., ce qui surpasse 180°., somme des angles d'un triangle rectiligne, de 50°. Ce sera le nombre de degrés de surface sphérique, ou de 720es., de la surface entière de la sphère.

Albert Girard donne aussi, dans cet ouvrage, un essai ingénieux sur les angles solides et leur mesure, objet jusqu'alors laissé de côté par les géomètres. Il nous suffira de dire ici que de même que la circonférence entière du cercle mesure la totalité des angles plans, faits autour d'un même point, de

de même la surface entière de la sphère mesure la totalité des angles solides faits autour d'un même point dans l'espace solide ; ainsi un angle solide quelconque sera mesuré par la portion de surface sphérique qu'embrassent les angles plans qui le composent. Ces angles étant donc donnés, et le sommet de l'angle solide placé au centre de la sphère, on aura la figure sphérique qu'ils recouperont sur la surface ainsi que les angles de son contour, etc. conséquemment l'aire sphérique de cette figure, par le théorême précédent. Ainsi l'angle du cube, par exemple, est de $\frac{1}{8}$ de la totalité de l'angle solide du centre de la sphère, ou de 90 degrés sphériques décrits ci-dessus. Celui de la pyramide équilatère ou du tétrahèdre se trouvera de 31 degrés sphériques, 31′. 12″.

On trouvera enfin la manière de mesurer l'angle solide du sommet d'un cône droit, et de le comparer à des angles solides formés de plans. Car, d'après les mêmes principes, un cône droit, dont la perpendiculaire seroit plus courte d'un quart que le côté, auroit son angle solide du sommet précisément égal à l'angle solide du cube, puisqu'il retrancheroit de la surface un quart de l'hémisphère.

Mais ce qui eut sans doute fait à Albert Girard une grande réputation en géométrie, c'est sa divination sur les Porismes d'Euclide. Car, dans son édition et traduction des œuvres de Stevin, il dit positivement en avoir rétabli les trois livres ; et il annonce cet ouvrage comme en état de paroître. Mais il n'a jamais vu le jour. Si Albert Girard avoit en effet réussi comme il le dit, il faudroit convenir qu'il étoit, en ce genre, encore un plus grand OEdipe que M. Simson. Car ce géomètre, tout habile qu'il étoit dans la géométrie ancienne, convient que les deux derniers livres des Porismes décrits par Pappus, sont pour lui une énigme indéchiffrable. Albert Girard mourut en 1634, assez mal accommodé de la fortune, à en juger par les plaintes de sa veuve. Les Porismes d'Euclide sont une mine qui ne vaut pas celles du Pérou ou du Potosi.

Un géomètre, auquel nous donnerons enfin place ici, est Juste Byrge. Ce qui le rend principalement recommandable, est d'avoir concouru avec Neper dans l'invention et la construction des tables de logarithmes. Kepler nous le représente (1) comme un homme doué de beaucoup de génie, mais pensant si modestement de ses inventions et si indifférent pour elles, qu'il les laissoit enfouies dans la poussière de son cabinet. C'est par cette raison, dit-il, que, quoique fort laborieux, il ne donna jamais rien au public par la voie de l'impression.

(1) Tab. Rudolphinæ, *Fol.* H.

Mais Kepler étoit dans l'erreur en cela, et nous allons développer ici une anecdote assez curieuse sur ce sujet.

Malgré ce que Kepler avoit dit sur J. Byrge, on savoit néanmoins par le témoignage de Benjamin Bramer, qu'il avoit publié quelque chose de relatif aux logarithmes. En effet, Benjamin Bramer, auteur d'un ouvrage Allemand, dont le titre rendu en François est : *Description d'un instrument fort commode pour la perspective et pour lever les plans* (Cassel, 1630, in-4.), y dit formellement : « C'est sur ces prin-» cipes que mon cher beau frère et maître Juste Byrge, a » calculé, il y a vingt ans et davantage, une belle table des » progressions, avec leurs différences de 10 en 10, calculées à » neuf chiffres, qu'il a aussi fait imprimer sans texte à Prague, » en 1620, de sorte que l'invention des logarithmes n'est pas » de Neper, mais a été faite par Juste Byrge long-temps » avant. » L'ouvrage néanmoins de ce géomètre ne se trouvoit nulle part, et peut-être ne se seroit jamais retrouvé, si M. Koestner n'eût pas été conduit par ce passage, à le reconnoître dans des tables qu'il avoit achetées parmi d'autres vieux ouvrages mathématiques, et qu'il avoit négligées jusqu'alors. Elles sont intitulées : *J. B. Arithmetische und geometrische progresse Tabulen*, *etc.* c'est-à-dire : *Tables progressives arithmetiques et géométriques*, *avec un instruction sur la manière de les comprendre et de les employer dans toute sorte de calculs*, par J. B. (Just Byrge), *imprimées dans la vieille Prague*, 1620. Ces Tables sont sur sept feuilles et demi in-f. d'impression; mais l'instruction annoncée par le titre y manque, ce qui donne lieu de conjecturer que quelques circonstances particulières empêchèrent la continuation de cet ouvrage; et en effet, on lit, dans un autre ouvrage de Bramer, que Juste Byrge avoit projetté de publier ensemble plusieurs de ses inventions, et que dans cette vue il avoit fait graver son portrait en 1619, mais que la malheureuse guerre de 30 ans, qui désola, comme on sait, l'Allemagne, mit obstacle à son dessein. Cet ouvrage devoit probablement faire partie d'un autre qu'il avoit tout prêt, savoir des tables de sinus, calculées de 2 en 2 secondes. Mais revenons aux tables de logarithmes de J. Byrge.

M. Koestner nous apprend qu'elles n'étoient pas de la forme des nôtres. Dans celles-ci, les nombres y croissent arithmétiquement, pour avoir les nombres naturels, auxquels sont accolés leurs logarithmes correspondans; dans celles de Byrge, ce sont les logarithmes qui croissent arithmétiquement de 10 en 10; ils sont imprimés en rouge, et à côté sont imprimés en noir les nombres naturels exprimés en 9 chiffres. On

voit ci à côté une esquisse de cette table, qui en comprend le commencement et la fin, avec quelques parties moyennes.

Log.	*Nombr.*
0 . . .	100000000
10 . . .	100010000
20 . . .	100020001
30 . . .	100030003
. . . .	
990 . . .	100994967
. . . .	
223040 . . .	930254936
. . . .	
224000 . . .	939227936
. . . .	
2300000 . .	997303537
. . . .	
230270 . . .	. . . .
230270.020 .	. . . .
230270.021 .	. . . .
230270.022	999999999.

Ainsi la table de Byrge contenoît une suite d'environ 33000 logarithmes, depuis celui exprimé par o, qui correspondoit à 100000000, ou à l'unité suivie de 8 zéro, jusqu'à celui qui répondoit à 999999999, qui ne diffère qu'insensiblement de 10.00000000 ou 10, si l'on veut regarder les 8 derniers chiffres comme de pures décimales. On voit par-là que le géomètre Allemand avoit, comme Neper, rencontré d'abord les logarithmes que donne l'hyperbole équilatère, si ce n'est qu'il paroît y avoir eu quelque erreur dans son calcul; car il auroit dû rencontrer pour le logarithme de 0.999,999,999, ou 10, un nombre moindre que 230270,022; car le logarithme de 10, dans ce système, est 230258509.

Il est à propos de remarquer que le calcul de chaque nombre est facile: car, puisqu'ici les logarithmes croissent arithmétiquement dans la table, les nombres leur répondans, sont une suite de proportionnelles continues. Ainsi chaque nombre trouvé est à celui qui le suit, comme le premier nombre de la table est au second. Nommant donc un nombre x, et le suivant x', on aura $x : x' :: 100000000 : 100010000$, ou $10000 : 10001$. Ainsi x' sera $\frac{10001.x}{10000}$ ou $x + \frac{x}{10000}$, ce qui est facile à calculer en décimales. Ce fut peut-être là ce qui engagea Byrge à adopter cette forme de table, qui seroit même fort commode, si l'on n'avoit jamais qu'à chercher le nombre correspondant à un logarithme. Mais malheureusement il n'en est pas ainsi. Je tiens ce trait curieux de M. Camerer, jeune géomètre, Suisse dont les connoissances mathématiques annoncent un homme fait pour soutenir l'honneur de sa patrie dans cette carrière.

Remarquons toutefois que c'est à tort que de l'existence de cet ouvrage donné en 1620, on concluroit que Byrge auroit inventé les logarithmes antérieurement à Neper; car l'ouvrage de Neper avoit paru dès 1614, et c'est l'antériorité des dates des ouvrages, qui, au tribunal de l'opinion publique, décide l'antériorité de l'invention. Comment donc Bramer peut-il conclure

de cette date de 1620, que son beau-frère avoit fait cette découverte long-temps avant Neper ? On sait bien que la date d'une invention, qui a exigé beaucoup de calculs, est nécessairement antérieure à celle de sa publication. Mais on peut dire également que l'invention de Neper existoit dans sa tête plusieurs années avant celle où il la publia, et même, en justice réglée, Byrge perdroit son procès ; car, à la rigueur, une date antérieure de six ans a pu donner le moyen de connoître une découverte et de la déguiser sous une autre forme. Contentons nous donc d'associer, de loin et à certains égards, Juste Byrge à l'honneur de cette ingénieuse invention ; mais la gloire en appartiendra toujours à Neper.

Nous dirons encore ici quelques mots de J. Byrge. Il fut long-temps attaché à l'observatoire qu'avoit élevé le fameux Landgrave de Hesse-Cassel, Guillaume IV, et il y vaquoit à l'observation, et à la construction des instrumens, tant astronomiques que géométriques de ce prince. Il paroît qu'après la mort du Landgrave, il se retira à Prague ; mais il retourna à Cassel en 1632, et il y mourut, au rapport de Bramer, en 1633.

Quant à Bramer, c'étoit un ingénieux et habile géomètre. On a de lui un traité de sections coniques, intitulé : *Apollonius Cattus*, qui fait partie d'un ouvrage plus considérable, dans lequel il développe quelques inventions ingénieuses de géométrie-pratique.

A l'occasion de Juste Byrge, je remarquerai en passant, ce qui intéressera peut être quelques personnes, qu'on le regarde aussi communément comme l'inventeur de cet instrument, sur lequel tant d'auteurs élémentaires de géométrie ont écrit, et qu'on appelle le *compas de porportion*. Levinus Hulsius semble le lui attribuer expressément dans un ouvrage, imprimé en 1605, qui contient trois petits traités relatifs à la géodésie ou à la géométrie-pratique, et qu'on cite communément sous le titre de *L. Hulsii tractatus tres ad geodesiam spectantes*, titre forgé et qui n'existe point à la tête du livre ; car chaque traité y porte seulement son titre particulier. Ceci est au surplus assez indifférent : mais nous remarquerons que ceux qui attribuent le compas de proportion à J. Byrge, et qui s'autorisent du témoignage de Levinus Hulsius, n'ont jamais vu cet ouvrage : car s'ils l'avoient vu, ils auroient reconnu que le compas de proportion de Byrge est tout autre chose que celui auquel nous donnons ce nom. C'étoient deux règles garnies de pointes à leurs extrémités, et tournant en forme de croix sur une charnière mobile, qui, avancée ou reculée, donnoit aux branches de ce compas des rapports différens

et à volonté, ce qui étoit fort utile pour la réduction des figures géométriques et nombre d'autres opérations. L'instrument auquel nous donnons aujourd'hui le nom de *compas de proportion*, paroît être de l'invention de Galilée, qui en donna un traité en 1607, sous le titre de *Operazioni del compasso geometrico è militare*. Ce fut le sujet d'une vive querelle entre lui et un certain Balthasar Capra, Napolitain, qui avoit été son disciple et qui s'en attribuoit l'invention, dans un traité qu'il publia sur ce même sujet, et la même année, en latin, sous le titre de *Balthasaris Capræ, usus & fabrica circini proportionum.* (Patavii, 1607, in-4.) On peut voir les pièces de cette querelle, dans le troisième volume des œuvres de Galilée. Au reste, cette invention ne méritoit pas que Galilée la revendiquât avec autant de chaleur qu'il le fit. Ce n'est pas un grand effort de génie que d'avoir eu l'idée de transporter sur deux règles de cuivre mobiles angulairement, diverses échelles de parties égales, de polygones, de solides etc. Galilée étoit si riche, qu'il pouvoit abandonner cette bagatelle à Capra. Il est vrai qu'il n'avoit pas encore inventé le télescope, vu les taches du soleil, les satellites de Jupiter, etc. On voit par ce que nous venons de dire, que nous ne pensons pas comme M. de Voltaire, qui, au commencement de son siècle de Louis XIV, met le compas de proportion au nombre des grandes découvertes auxquelles les François n'ont eu aucune part. Il a probablement entendu parler du compas de variation, c'est-à-dire, de la boussole.

Nous terminons cet article, en faisant connoître un livre assez obscur, dont l'objet étoit d'abréger les calculs arithmétiques, et qui n'auroit pas été inutile, sans l'invention des logarithmes. Ce sont les *Tabulae arithmeticae prostaphereseos universales, quarum subsidio numerus quilibet ex multiplicatione producendus per solam additionem, & quotusquilibet ex divisione eliciendus per solam substractionem, etc. nullo negotio invenitur. Ex musaeo* J. G. Hervart ab Hehenburg, *præsidis provinc. Schwab*, (Monachii 1610, in-f. Atlant.)

Cet ouvrage, qui est un énorme *in-folio* de 1000 pages, présente en effet une table, dans laquelle se trouvent inscrits, dans un certain ordre tous les nombres, depuis 1 jusqu'à 1000, verticalement et horizontalement, et les produits de deux quelconques de cette double période. C'est proprement l'abaque pythagorique, prolongé jusqu'à mille, et ensuite coupé en pages inscrites les unes après les autres. Ainsi deux nombres, qui ne surpassent pas 1000, étant donnés à multiplier, on trouve le produit tout écrit dans la table. Mais l'auteur ne

n'est pas borné là, et il ne le devoit pas. Il falloit étendre sa table à de plus grands nombres, comme de 7, 8, 9 et 10 chiffres, tels que ceux qui sont communément employés dans les calculs trigonométriques. C'est ce qu'il fait par un moyen, dont l'exemple suivant donnera une idée.

En effet, soient, par exemple, à multiplier ensemble ces deux nombres de 9 chiffres chacun, 363584920, et 543253919. Il est évident que le premier est 363,000,000 + 584000 + 920; et le second est la même chose que 543 000 000 + 253000 + 919. Ainsi multipliant par parties, le produit sera celui de 363 × 543 suivi de 12 zéros, plus celui de 584×543 avec 9 zéros, plus celui de 920 ×543 avec six zéros, plus celui de 363 × 253 avec neuf zéros, plus celui de 584×253 avec six zéros, plus celui de 920 × 253 avec trois zéros, plus celui de 363 × 919 avec six zéros, plus celui de 584×919 avec trois zéros, plus enfin celui de 920 × 919. Or tous ces produits, comme de 363×543, de 584 × 543 etc. se trouvent tout faits dans la table; il n'y a donc qu'à les transcrire avec le nombre convenable de zéros et faire l'addition: l'on aura le produit cherché.

Tel est l'esprit de cette invention, qui, sans la découverte des logarithmes, auroit pu être de quelque utilité aux calculateurs, si toutefois la peine de chercher ces produits, au nombre de 6, 7, 8 ou 9, dispersés dans un énorme *in-folio*, n'eût pas paru plus fatigante et non moins laborieuse que le calcul même, pour un homme exercé. D'ailleurs la division étoit une opération beaucoup plus compliquée que la multiplication. Quoi qu'il en soit, la découverte des logarithmes a, en quelque sorte, enseveli cet ouvrage dans l'oubli. Mais nous nous hâtons de passer sur ces objets, pour arriver aux grandes découvertes qui ont fait faire à la géométrie de si grands pas, et qui en ont préparé de plus grands encore.

III.

La première de ces découvertes qui illustrent le commencement du dix-septième siècle, est celle des logarithmes, de ces nombres qui, outre l'avantage qu'ils ont d'abréger prodigieusement les calculs, ont des usages si nombreux jusques dans l'analyse et la géométrie transcendantes. Cette belle découverte est due à Jean Neper, baron Ecossois, dont le nom sera immortel parmi les hommes, tant qu'ils cultiveront les sciences exactes. Nous entrerons dans les détails proportionnés à l'importance de cet objet, lorsque nous aurons fait connoître le célèbre auteur de cette invention.

Jean Neper, baron de Merchiston, dont le nom s'écrivoit, et doit s'écrire *Napier* ou *Napeir*, étoit un seigneur d'une des plus anciennes maisons d'Ecosse, décorées du titre de baron, qui emportoit une grande qualification, les terres de barons relevant immédiatement du roi. Né vers le milieu du seizième siècle, il passa les dernières années de sa vie, occupé des sciences, et sur-tout des mathématiques. Il paroît par ses différens ouvrages, et en particulier sa Rhaldologie, qu'un des objets qui l'occupèrent principalement, fut le soulagement des mathématiciens dans leurs calculs, et c'est là ce qui le conduisit enfin, et vers les dernières années de sa vie, à la découverte des logarithmes; il mourut le 3 avril 1618 (v. s.), ayant à peine eu le temps de voir le grand succès de cette dernière invention. Son fils Robert Neper publia en 1618 une nouvelle édition de son ouvrage, avec divers supplémens que son père destinoit à l'impression, comme le développement de ses nouvelles idées sur les logarithmes, et ses inventions trigonométriques dont nous parlerons bientôt. Robert Neper fut élevé à la dignité de pair d'Ecosse, et ce nom subsiste encore avec éclat dans la chambre des pairs d'Angleterre, au moyen de la réunion des parlemens des deux royaumes. Je sais qu'il y a une vie de Neper publiée, il y a peu d'années, à Edimbourg. Mais c'est en vain que j'ai tenté de me la procurer. Il est bien plus difficile d'obtenir un livre de Londres que de Pétersbourg, quoique cette dernière ville soit six fois aussi éloignée de nous.

Les logarithmes sont des nombres disposés en tables à côté de ceux de la progression naturelle, et qui sont tels que toutes les fois qu'on prend dans celle ci des nombres géométriquement proportionnels, ceux qui leur répondent dans la table des logarithmes, sont en progression arithmétique; et *vice versa*, toutes les fois que dans cette table on prend des nombres en progression arithmétique, ceux qui leur répondent dans celle des nombres naturels, sont en progression géométrique. Faisons usage de cette propriété sans nous embarrasser encore comment on a formé cette table, et nous verrons s'en déduire tous les avantages qui rendent les logarithmes si précieux aux calculateurs.

Lorsqu'on cherche le quatrième terme d'une proportion géométrique, on le trouve en multipliant le second par le troisième, et divisant le produit par le premier. Au contraire, dans la progression arithmétique; la somme du second et du troisième, diminuée du premier, est le quatrième. Lors donc qu'on aura à trouver une quatrième proportionnelle à des nombres prolixes, il suffira d'ajouter les logarithmes du second et du troi-

sième, et d'ôter de leur somme celui du premier ; le restant sera le logarithme du quatrième, de sorte que le cherchant dans la table, on trouvera à son côté le quatrième terme demandé. Ces abrégés de calcul s'étendent aux simples multiplications et divisions ; car personne n'ignore que lorsqu'on multiplie un nombre par un autre, c'est la même chose que si l'on faisoit une règle de proportion, dont le premier terme fût l'unité, et les deux moyens, les nombres à multiplier l'un par l'autre. Ainsi il faudra ajouter les logarithmes de ces nombres et en ôter celui de l'unité, le restant sera le logarithme du produit. Dans la division, le diviseur est au dividende comme l'unité est au quotient. Il faudra donc ajouter ensemble les logarithmes de l'unité et du dividende, et en ôter celui du diviseur ; ce qui restera sera le logarithme du quotient. Tout ceci sera même encore plus simple, si en construisant, les tables de logarithmes, on a fait en sorte que le logarithme de l'unité fût zéro ; ce qui a lieu dans nos tables ordinaires. Alors la multiplication se réduira à la simple addition des logarithmes des nombres à multiplier, et la division à la soustraction du logarithme du diviseur de celui du dividende. Dans l'un et l'autre cas, ce qui en résultera sera le logarithme du produit ou du quotient. L'extraction des racines ou la formation des puissances reçoit également de grandes facilités de l'invention des logarithmes : car le cube d'un nombre, par exemple, est la troisième des proportionnelles continues à l'unité et à ce nombre, et en général, la puissance n d'un nombre, est la continue proportionnelle à l'unité et à ce nombre, dont le rang est désigné par n. C'est pourquoi les logarithmes des quantités continûment proportionnelles étant en progression arithmétique, et celui de l'unité étant supposé zéro, le logarithme du carré sera double de celui de la racine, celui du cube, triple, et enfin généralement celui de la puissance n d'un nombre sera le logarithme de ce nombre, multiplié par n. Ainsi le logarithme de la racine cube d'un nombre, sera le tiers de celui de ce nombre, et enfin celui de la racine n d'un nombre sera celui de ce nombre, divisé par n.

Telle est la nature des logarithmes. Nous devons maintenant exposer comment Neper les envisagea pour la première fois ; et nous le faisons d'autant plus volontiers, qu'il y a une certaine analogie entre les idées du géomètre Ecossois, et la manière dont Neuton a envisagé son calcul des fluxions.

Imaginons avec Neper un point se mouvoir le long de la ligne indéfinie P A E (*fig.* 2), avec une vîtesse tellement tempérée qu'elle soit toujours proportionnelle à sa distance au terme fixe P. Cette supposition est facile à entendre. Le mobile à une dis-

distance

distance double de P, aura une vîtesse double; à une distance de moitié, cette vîtesse ne sera que la moitié de la première; ainsi cette vîtesse ne sera la même dans aucun point de la ligne P A E, mais toujours plus grande ou moindre à proportion que le mobile sera plus loin ou plus près de P. Or il est facile de démontrer que si P A, P B, P C, P D, sont en progression continue, leurs différences A B, B C, C D, le seront également, et conséquemment seront parcourues dans des temps égaux. Car quand les vîtesses sont comme les espaces parcourus ou à parcourir, les temps employés à le faire sont égaux.

Supposons maintenant que V soit la vîtesse du mobile quand il est en A, et qu'en vertu de cette vîtesse, conservée sans augmentation ni diminution, un autre mobile partant du point A' eût parcouru l'espace A' B' sur la ligne indéfinie F' A' F', dans le même temps que le premier a parcouru A B. Nous aurons de cette manière deux points, dont l'un sera porté d'un mouvement accéléré ou retardé de A vers *e*, et l'autre d'un mouvement uniforme de A' vers E' ou *é*. Ainsi, pendant que A B, B C, C D, D E, E F, etc. seront continûment proportionnelles, A' B', B' C', C' D', D' E', seront égales; et pendant que P B, P C, P D, P E, croîtront géométriquement, A' B', A'C', A' D' A' E', etc. croîtront arithmétiquement: c'est pourquoi ces dernières seront les logarithmes des premières respectivement. Enfin le logarithme d'une quantité quelconque P S, sera la ligne A' S' parcourue, d'un mouvement uniforme, depuis le terme A', tandis que A S l'a été d'un mouvement accéléré.

D'après cette manière de concevoir les logarithmes, il est visible que le logarithme d'une raison quelconque, comme de P C à P B, sera celui de P C moins celui de P B, c'est-à-dire, l'espace B'C' parcouru d'un mouvement uniforme, tandis que B C l'a été d'un mouvement accéléré. Ainsi, par exemple, si le rapport de PE à PB, est triplé de celui de PC à PB, c'est-à-dire, si P E, P C, P D, P B, sont continûment proportionnelles, le logarithme P' E' de la raison de P B à P E, sera égal aux quantités B' C', C' D', D' E', c'est-à-dire triple de B C, logarithme de la raison de P B à P C. Les quantités A' B', B' C', C' D', D' E', mesurent donc les raisons de P A, P B, P C, P D, P E, etc.: de là leur vient le nom de *logarithmes*, comme qui diroit *numérateur des raisons*. Mais il seroit pour la plûpart des lecteurs trop laborieux de suivre ce développement à la manière de Neper. C'est pourquoi nous le renvoyons à une note qui suivra ce livre.

Après s'être formé cette idée des logarithmes, et en avoir démontré les principales propriétés, il restoit à Neper à trouver ces nombres, et cela n'étoit pas le moins difficile. Il y

parvint par un moyen dont il convient de donner une esquisse, et dont voici l'esprit. Supposons qu'entre PB et PA, on ait pris une si grande quantité de moyennes proportionnelles, que la première qui excède P A, ne l'excède que d'une quantité A a, comme infiniment petite: par exemple, $\frac{1}{10000000}$ de l'unité, ou en fractions décimales, 0,0000001. Il en resultera que l'on pourra regarder A a comme parcouru d'un mouvement uniforme; et si l'on prend sur la ligne parcourue d'un mouvement uniforme la particule A' a' égale à A a, il y en aura autant dans A' B' qu'il y a entre P A et P B de moyennes proportionnelles. Supposant donc P A = 1, et P B = 2, Neper trouvoit que pour que Aa n'excédât pas 0,0000001 ou une cent millionnième, il falloit intercaler entre 1 et 2, 6931472 moyennes proportionnelles, ce qui se trouve par une extraction successive de racines carrées entre 1 et 2; c'est-à-dire, d'abord la racine carrée de 2, ou la moyenne proportionnelle entre 1 et 2, ensuite la racine de cette racine, ou la moyenne entre 1 et la première moyenne déjà trouvée, et ainsi successivement. Il trouvoit, par un semblable procédé, qu'entre 1 et 10, il y avoit 23025850 de ces moyennes proportionnelles; il ne restoit donc qu'à multiplier A a ou A' a' = 0,0000001 par 6931472, et le produit devoit donner A B pour le logarithme de 2. Le produit est 0.6931472; ainsi c'est là le logarithme de 2; et si l'on multiplie la même fraction 0,0000001 par 23025850, le produit, qui est 2,3025850, donne le logarithme de 10.

En possession de ces logarithmes, on en peut déjà trouver une infinité d'autres, car doublant, triplant, quadruplant etc. le premier, on a ceux de 4, de 8, de 16 etc.: en doublant, triplant, etc. le dernier, on a ceux de 100, de 1000, etc.: en ajoutant le premier et le second, on a ceux de 20, 40, 80, etc. Il est vrai qu'il faut une opération semblable pour trouver le logarithme de 3, de 5, de 7 etc., et des autres nombres premiers; chacun desquels ensuite en donne une multitude d'autres: ayant, par exemple, celui de 3, on a en le doublant, triplant etc., ceux de 9, de 27, de 81 etc.: en l'ajoutant à celui de 2, on a celui de 6, et par son moyen, ceux de 36, et de toutes les autres puissances de 6, etc.; et celui de 3, ajouté successivement à celui de 6, donne ceux de 18, de 54 etc. et de ces trois, d'abord, trouvés résultent, comme on voit, une infinité d'autres. Si les premiers calculs étoient laborieux, Neper devoit trouver ensuite un grand plaisir à voir sa table se remplir ainsi à peu de frais. Mais il falloit alors une opération, à-peu-près semblable à la première, indiquée pour trouver les logarithmes de tous les nombres premiers: or il ne laisse pas d'y en avoir un grand nombre.

Il est bon, d'observer dès ce moment, que les logarithmes trouvés par Neper, ne sont pas ceux que présentent nos tables ordinaires de logarithmes. On a préféré, pour des facilités particulières de calcul, de faire ensorte que le logarithme de l'unité étant 0, comme dans le système de Neper, celui de 10 fût 1 ou 1,000000, ce qui a donné celui de 2 égal à 0.3030100 ; mais les logarithmes tabulaires sont toujours aux premiers dans le même rapport, celui de 0,4342994 à 1 ou de 1, à 2,3025850. C'est pourquoi, en multipliant les logarithmes ordinaires par 2,3025850, on les réduit à ceux de Neper; et au contraire, en divisant ceux-ci par 2,3025850, ou les multipliant par 0,4342994, on les réduit à ceux des tables.

La manière dont Neper conçut ses logarithmes, et dont il décrit leur génération, le met à l'abri de l'imputation de n'avoir fait que perfectionner l'idée d'un arithméticien Allemand, Michel Stifels, qui les avoit entrevus vers le milieu du siècle précédent. En effet, ce mathématicien, dans son *Arithmetica integra*, compare les deux progressions, la géométrique et l'arithmétique, comme on le voit ci-dessous :

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128,	etc.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	

Et il fait la remarque fondamentale de la théorie des logarithmes, savoir que si l'on ajoute deux termes de la progression inférieure, comme 2 et 5, qui répondent à 4 et 32, leur somme 7, répondra au produit de 4 et 32. Mais cette remarque resta stérile entre ses mains; et quoiqu'il dise qu'il supprime à regret plusieurs autres propriétés de ces progressions comparées, ce seroit fort gratuitement qu'on lui attribueroit une idée plus développée des logarithmes, et qui ait montré la voie à Neper. Il auroit fallu pour cela qu'il eût tenté de remplir les lacunes qui se trouvent dans la progression supérieure, afin d'avoir tous les nombres naturels, et de trouver en même-temps les nombres qui leur auroient répondu dans la progression inférieure; car, entre 2 et 4, manque le nombre 3, entre 4 et 8, manquent 5, 6, 7. Il est clair que si Stifels eût tenté cela, il eût eu vraiment l'idée des logarithmes. Mais, nous le répétons, rien ne prouve qu'il l'ait eue.

On ne doit pas même croire que Stifels soit le premier qui ait fait cette remarque de la correspondance des deux progressions. On la trouve dans un livre Allemand, antérieur de plusieurs années : savoir, dans une Arithmétique de Henri Grammateus, imprimée à Vienne en 1518, et qui paroît contenir

C 2

beaucoup d'autres choses curieuses et assez rares pour le temps ; comme un petit traité d'Algèbre, un autre du jaugeage etc. Je dois cette remarque à M. Scheibel, qui donne au long le titre de ce livre, dans la douzième partie de son *Introduction* (Allemande.) *à la connoissance des livres de mathématiques*, p. 513.

Nous avons assez discuté, dans l'article précédent, la part qu'a Juste Byrge à cette découverte ; et nous avons montré que quoiqu'il ait eu une idée fort analogue, qu'il l'ait même publiée, il n'en sauroit rien résulter de défavorable à Neper, puisque l'impression même du traité du géomètre Ecossois est de six ans antérieure à celle du livre de Byrge. A l'égard de Longomontanus, à qui on a voulu aussi attribuer quelque part à l'honneur de cette invention, c'est sans le moindre fondement. Si cet astronome avoit jamais eu quelque prétention à cet égard, comme il ne mourut qu'en 1647, il auroit sûrement réclamé ses droits ; et ne l'ayant jamais fait, on doit en conclure qu'il n'en eut jamais aucun.

Revenons à Neper. Il publia sa découverte dans un livre intitulé : *Logarithmorum canonis descriptio, seu arithmeticarum supputationum mirabilis abbreviatio etc.*, qui vit le jour pour la première fois à Edimbourg, en 1614 (1). Comme son principal objet étoit de faciliter les calculs trigonométriques, ses logarithmes n'y étoient appliqués qu'aux sinus ; il y donnoit en effet les logarithmes de tous les sinus des degrés et minutes du quart de cercle. Mais cette table avoit quelques singularités, en quoi elle différoit de nos tables modernes ; car Neper remarquant que le plus souvent le sinus total étoit le premier terme des proportions auxquelles se réduisent les résolutions des triangles, pour éviter en ce cas une opération, il avoit fait le logarithme du sinus total égal à zéro, et ses logarithmes croissoient tandis que ses sinus diminuoient. En second lieu, les logarithmes des nombres naturels que lui donnoit son principe, différoient de ceux de nos tables ordinaires, en ce que dans celles-ci le logarithme de 10 est 1, ou 1.0000000, au lieu que ce logarithme étoit chez Neper le nombre 2.3025850. Nous remarquerons encore que sa table, en donnant les logarithmes des tangentes sous le nom de *différentielles*, les faisoit positifs, c'est-à-dire, quand ils appartenoient à des tangentes d'arcs moindres de 45°., et ils étoient négatifs lorsqu'ils appartenoient à des arcs plus grands ; ce qui étoit une suite de sa supposition sur les logarithmes des sinus, qui étoient positifs, tandis que ces sinus étoient moindres que le sinus total.

(1) *Iterum*, Lugduni, 1620, in-4°.

Enfin Neper ne dévoiloit point, dans ce premier ouvrage, sa méthode de construction de ses logarithmes, mais promettoit seulement de la donner. Il travailloit à le faire lorsqu'il fut surpris par la mort, en 1618; mais son fils, Robert Neper, remplit sa promesse cette même année, en publiant l'ouvrage posthume de son père, sous le titre de *Mirifici logarithmorum canonis constructio et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines, una cum appendice de alia eaque praestantiori logarithmorum specie condenda, etc. etc.* (Edimb, 1618, in-4°.) (1) Là on trouve d'abord le développement de la méthode employée par Neper pour trouver les logarithmes; nous en avons donné une idée abrégée. Il y indique aussi le changement que des réflexions ultérieures l'avoient engagé à faire dans son système de logarithmes. Neper propose de faire, comme nous le faisons dans notre système usuel des logarithmes, le logarithme de 1 égal à zéro, celui de 10 égal à 1, ou 1,0000000, celui de 100 à 2 ou 2,0000000, celui de 1000 à 3 ou 3,0000000, et ainsi de suite. Par là le logarithme du sinus total qu'on suppose l'unité, suivie de 10 zéros, est 10,0000000. Cette nouvelle supposition remédie à tous les inconvéniens de la première, et en réunit tous les avantages qu'il seroit trop long de déduire ici. Tous les logarithmes des sinus, tangentes et sécantes se trouvent positifs, et il n'y a de logarithmes négatifs que ceux des fractions proprement dites ou moindres que l'unité. Quant à l'addition ou la soustraction du logarithme du sinus total, elle n'a rien de laborieux, puisque ce logarithme est tout composé de zéros, excepté le premier chiffre qui est l'unité.

On n'a cependant pas entièrement rejeté la forme des logarithmes de Neper pour les nombres naturels. Ils ont leur usage dans la géométrie transcendante; car ils représentent les aires de l'hyperbole équilatère entre les asymptotes, l'unité étant la valeur du carré inscrit; c'est pourquoi on les nomme *hyperboliques*. Ce n'est pas que les autres logarithmes ne représentent aussi des aires hyperboliques, mais elles appartiennent à des hyperboles entre des asymptotes obliques l'une à l'autre. or l'hyperbole équilatère, ou à asymptotes perpendiculaires, étant la principale de toutes, elle a donné le nom aux logarithmes de Neper. On se borne ici à ce peu de mots sur l'analogie des logarithmes avec les aires hyperboliques, parce qu'on aura occasion ailleurs de la développer davantage, et d'en montrer les utilités nombreuses et intéressantes dans la géométrie.

Neper eut à peine la satisfaction de voir l'accueil que sa découverte recevoit des mathématiciens; il eut encore moins

(1) *Iterum*, Lugduni, 1620, in-4°.

le temps de lui donner la perfection qu'il désiroit; mais il eut heureusement dans Henri Briggs un successeur qui entra avec ardeur dans ses vues. En effet, à peine Neper eut-il publié son ouvrage, que ce professeur du collége de Gresham l'alla trouver à Edimbourg, pour conférer avec lui sur cette matière. Il y fit même deux voyages, et étoit sur le point d'en faire un troisième, lorsqu'il apprit la mort de Neper. Dans un de ces voyages, Neper lui avoit fait part du projet qu'il avoit formé de changer la forme de ses logarithmes, ou pour mieux dire, Briggs avoit eu concurremment avec lui la même idée. Neper lui en avoit recommandé l'exécution avec instance : aussi Briggs y travailla avec tant d'ardeur, que, dès 1618, il publia une table des logarithmes ordinaires des 1000 premiers nombres, sous le titre de *Logarithmorum chilias prima*, comme un essai du travail plus étendu qu'il promettoit. Ce travail devoit consister en deux immenses tables, l'une contenant tous les logarithmes des nombres naturels, depuis 1 jusqu'à 100,000 et l'autre ceux des sinus et tangentes pour tous les degrés et 100es. de degrés du quart de cercle. Ce zélé et infatigable calculateur exécuta une partie de ces projets ; car il publia à Londres, en 1624, sous le titre de *Arithmetica logarithmica* (in-fol.), les logarithmes des nombres naturels depuis 1 jusqu'à 20,000, et depuis 90,000 jusqu'à 100,000. Ils y sont calculés jusqu'à la quatorzième décimale. Cette table est précédée d'une savante introduction, où la théorie et l'usage de ces nombres sont amplement développés. On y trouve de profondes vues sur des moyens de les calculer, autres que ceux qu'on emploie communément; on y voit la naissance de la méthode différentielle et des interpolations, ainsi que les rapports des coëfficiens des puissances de différens degrés par un canon qu'il appelle avec raison Παγχρηστος à cause de ses nombreux usages, et qui est au fond le triangle arithmétique un peu tronqué et présenté d'une autre manière que ne l'a fait Pascal. A l'égard de la seconde table, Briggs l'avoit assez avancée, mais la mort le prévint et l'empêcha de l'achever. Ce fut Henri Gellibrand qui la termina et qui la publia sous le titre de *Trigonometria Britannica* (Lond. 1633, in-fol.).

Nous ne devons pas omettre ici un autre coopérateur zélé de Briggs. C'est Edward Gunther, professeur comme lui au collége de Gresham. Tandis que Briggs travailloit avec ardeur à sa grande table de logarithmes, Gunther calculoit avec une ardeur égale, et d'après les mêmes principes, celle des logarithmes de sinus et tangentes; et, dès 1620, il publia, pour l'utilité des astronomes, ces tables de logarithmes pour tous les degrés et minutes du quart de cercle sous le titre de

Canon of triangles. Les logarithmes y sont exprimés en sept chiffres. Ces tables de sinus et tangentes logarithmiques étant les premières qui ayent paru, méritent à Gunther l'honneur d'être associé à Briggs, ainsi que Gellibrand.

On a trop d'obligations à ces premiers promoteurs de la théorie des logarithmes, pour ne pas jeter quelques fleurs sur leur tombeau, en faisant connoître leurs personnes et leurs travaux. Henri Briggs étoit né, vers 1560, dans le Yorck-Shire; et quoique ses parens fussent d'une condition qui sembloit devoir l'éloigner de la carrière des sciences, il marqua, dès ses premières études, tant de facilité pour elles, qu'ils se déterminèrent à l'envoyer à Cambridge, où il fut admis en 1579. C'est-là qu'il connut pour la première fois les mathématiques, et qu'il y fit de tels progrès, que le chevalier Gresham, établissant et dotant, en 1596, le collége de son nom à Londres, nomma Briggs à la chaire de géométrie. Il s'y distingua par des entreprises utiles à l'astronomie et à la géographie; et il saisit le premier toute l'utilité de l'invention de Neper, qu'il préconisa de toutes ses forces, et qu'il fit connoître à ses auditeurs par ses premières leçons et explications. Il fit, pour en conférer avec son auteur, divers voyages à Edimbourg, et il est, sans contredit, celui qui contribua le plus par son travail à la propagation de cette mémorable découverte. Il n'est qu'un amour rare pour l'utilité publique, qui puisse faire dévorer les dégoûts inséparables de calculs aussi étendus et aussi multipliés, qu'exigeoit la formation de ces deux tables, l'une de 100,000 logarithmes, et l'autre de sinus et tangentes de tous les degrés, et centièmes de degrés avec leurs logarithmes. Car Briggs auroit voulu bannir de la trigonométrie la division sexagésimale; ce qui cependant n'a pas réussi. C'est au milieu de ces travaux que mourut Briggs en 1630, après avoir rempli pendant 11 ans la chaire astronomique, l'une des deux fondées à Oxford par le chevalier Savile.

Edmund Gunther étoit né vers l'an 1580. Les circonstances de sa vie sont peu connues. Il fut choisi en 1619 pour remplir la place de professeur d'astronomie au collége de Gresham, place qu'il occupa avec l'applaudissement public jusqu'à la fin de 1626, qu'il mourut à la fleur de son âge. On a de lui différens ouvrages, entre autres celui *de Sectore et Radio*, où, par une figure qu'il appelle *Secteur*, et qui est en effet un secteur de cercle, il enseigne toutes les pratiques de la gnomonique. Il eut aussi l'idée de transporter les logarithmes des nombres, ainsi que des sinus et tangentes, sur une règle; ce qui sert à faire avec la règle et le compas, et par simple addition et soustraction, les opérations différentes qui exigent

l'emploi des logarithmes ; invention plus connue en Angleterre que dans le continent. Elle a été cultivée et perfectionnée par divers autres de ses compatriotes, comme Edmund Wingate, Forster, Ougthred, Milburne, Seth Partridge, et plus récemment encore par M. Lambert, dans ses *Beytrage* &c. ou *Supplément aux mathématiques appliquées*. Les fabricateurs Anglois d'instrumens de mathématiques donnent à cette règle ou à ces règles, le nom de *Gunther*. Observons encore ici, que c'est à Edmund Wingate que la France doit les premières tables logarithmiques dont elle a joui. Elles y furent imprimées en 1624 sous ce titre : *Arithmétique logarithmétique*, par Edmund Wingate, gentilhomme Anglois (*in*-24), et de nouveau en 1626, aussi *in*-24. Je n'ai cependant pas l'assurance que ce livre ait paru dès 1624 ; si cela n'est pas, c'est Henrion qui concourt au moins avec Wingate à avoir les premiers publié des tables Françoises de logarithmes. Henrion cultiva aussi l'invention de Gunther, dont on a parlé plus haut, et prétend même y avoir ajouté quelques degrés de perfection ; sa table des logarithmes est prolongée jusqu'à 20,000, et présente les différences, ce qui est commode pour le calcul (1).

Quant à Gellibrand, nous connoissons très-peu des détails relatifs à sa personne. Nous savons seulement qu'il succéda en 1627 à Gunther dans sa chaire au collége de Gresham, et qu'il fut un digne imitateur du zèle de Henri Briggs, son ami et son ancien maître, dont il compléta les travaux, comme on l'a dit plus haut. Il mourut lui-même en 1636, dans la quarantième année de son âge.

Avant que de passer dans le continent, et de faire connoître les travaux de ceux qui, les premiers, y accueillirent la théorie des logarithmes, nous devons revenir sur Neper. C'est, à la vérité, principalement de la théorie des logarithmes qu'il tire sa célébrité. Nous ne croyons cependant pas devoir passer sous silence quelques autres inventions, quoique moins brillantes et d'une utilité moins universelle, qui lui sont dues. Telles sont diverses nouvelles méthodes de résolution, imaginées dans la vue de simplifier la pratique de la trigonométrie sphérique, car il semble que ses vues se tournèrent toujours vers cet objet. Parmi ces inventions, nous remarquons sur-tout une règle pour la résolution des triangles sphériques rectangles, qui au jugement de tous ceux qui la connoissent, est extrêmement ingénieuse et commode. En effet ceux qui pratiquent

(1) Traité des Logarithmes. *Paris*, 1626, *in*-8°. Logocanon ou Règle proportionnelle, etc. *Paris*, 1626, *in*-8°.

la

la trigonométrie sphérique, savent qu'on peut proposer seize cas sur les triangles sphériques rectangles, et que de ces seize cas il y en a dix à douze, dont la solution ne se présente pas facilement, de sorte que les auteurs qui ont écrit sur ce sujet, ont été obligés pour soulager la mémoire, d'en dresser une table qu'on puisse consulter au besoin. La règle de Neper réduit tous ces cas à une seule règle en deux parties, qui est fort propre par son élégance à s'imprimer profondément dans la mémoire. Aussi les trigonomètres Anglois en font-ils communément usage, et je ne saurois dissimuler ma surprise d'en trouver à peine quelque trace dans divers traités de trigonométrie Françoise ou continentale, donnés depuis cette époque. M. Wolff en a néanmoins senti le mérite, et l'a enseignée dans ses *Elementa matheseos universalis*, en y faisant seulement quelques changemens dans les dénominations. Comme ce livre est assez connu et répandu, je me borne à y renvoyer, en observant seulement que, depuis la première édition de cet ouvrage, on y a fait un peu plus d'attention dans quelques trigonométries Françoises. Il y a aussi, dans la partie trigonométrique de l'ouvrage de Neper, divers théorêmes nouveaux sur les triangles sphériques, qui établissent une harmonie remarquable entre les deux trigonométries.

On a un autre monument du génie de Neper dans sa *Rhabdologie* (1). L'objet qu'il s'y est proposé a été de faciliter la multiplication et la division des grands nombres, par un moyen différent de celui des logarithmes, ou plutôt je crois que ce sont les premières vues de Neper pour abréger ces opérations, et que la médiocre satisfaction qu'il en eut, ainsi que de quelques autres moyens qu'on voit dans son livre, excita ses recherches ultérieures, qui aboutirent enfin à la découverte des logarithmes. Quoi qu'il en soit, l'abréviation proposée dans la Rhabdologie pour la multiplication, consiste dans l'usage de certaines petites baguettes qui portent neuf cases carrées, divisées chacune par une diagonale tirée de gauche à droite et de haut en bas. Dans toutes ces cases sont successivement écrits les neufs multiples du premier nombre que chaque baguette porte en tête, le chiffre des dixaines étant dans la case triangulaire d'en bas. Cette préparation faite, il n'y a qu'à ranger ces baguettes les unes à côté des autres, de manière qu'elles portent en tête le nombre à multiplier, et l'on trouve, dans les rangs horizontaux, chacun des produits partiaux presque tous faits, de sorte qu'on n'a qu'à les transcrire, et les addi-

(1) *Rhabdologiae seu numerationis per virgulas, libri* 2, &c. Auct. J. Nepero, &c. Edimburgi, 1627, in-12. It. Lugd. Bat., 1628.

tionner, pour avoir le produit total. Cette opération est assez commode pour la multiplication, mais la division n'en reçoit pas un soulagement fort sensible; c'est pourquoi on ne peut regarder ce moyen d'abbréviation, que comme une curiosité mathématique. Je doute qu'aucun arithméticien l'ait jamais pratiqué que par forme d'amusement. On trouve au reste cette invention de Neper fort bien expliquée, soit dans le Cours de mathématique de Wolff, soit dans les *Récréations mathématiques* de l'édition de 1778. Ce même ouvrage de Neper présente plusieurs autres moyens singuliers et curieux, de pratiquer les mêmes opérations, comme sur les cases d'un échiquier, &c. Après ces détails sur les travaux de Neper, nous reprenons le fil principal de notre sujet.

L'invention des logarithmes ne fut pas moins accueillie dans le continent, qu'elle l'avoit été en Angleterre. Mais c'est à Kepler qu'on eut le plus d'obligation à cet égard, quant à la théorie; et au libraire Hollandois Vlacq, quant à la pratique et l'usage. Neper n'eut pas plutôt publié son ouvrage, que Kepler le médita, et entreprit de rendre ses idées plus accessibles à tout le monde. Il publia dans cette vue, en 1624, son ouvrage intitulé : *Chilias Logarithmorum ad totidem numeros rotundos praemissa demonstratione legitima ortus Log. eorumque usus.* (Lintz. *in-4°*). Mais cet ouvrage étoit prêt dès 1622, et même avant, comme il nous l'apprend dans le *Supplementum*, qui en fait la seconde partie, et qui vit le jour en 1625. Kepler y expose, qu'il avoit vu plusieurs mathématiciens, chez lesquels l'âge tempérant l'ardeur des nouveautés, ils lui avoient témoigné de la défiance sur l'usage de cet abrégé de calcul, et de la répugnance à admettre dans cette théorie la considération du mouvement. Kepler entreprit donc de déduire la théorie de Neper, d'après des principes entièrement à l'abri de ces exceptions, en la fondant uniquement sur la théorie des rapports géométriques, admise de tout temps. Il l'exécute en effet avec beaucoup de sagacité, et au moyen de l'échafaudage de quantité de notions claires et de propositions successives et rigoureusement démontrées. Comme le calcul astronomique étoit son principal objet, il construisit ses tables dans cette vue; elles ont cela de remarquable, que, tandis que dans nos tables trigonométriques, ce sont les arcs qui croissent uniformément et par des différences égales; dans celle de Kepler, ce sont les sinus eux mêmes qui croissent uniformément; et dans les différentes colonnes qui accompagnent celle-là, on trouve leurs logarithmes, les arcs croissant inégalement, les vingt-quatrièmes parties du jour exprimées en heures, minutes et secondes; et enfin les parties sexagésimales de l'unité, cette unité répondant au sinus total. Tout cela étoit fait pour être adapté au

calcul astronomique de ce temps, et pour correspondre à ses tables Rudolphines qu'il alloit publier. Il développa bientôt après les usages de cette table de logarithmes, plus compliqués, il faut l'avouer, que ceux de nos tables actuelles, dans l'ouvrage qui parut, en 1625, sous le titre de *Supplementum Chiliadis Logarithmorum.* Son gendre, *Bartschius*, l'aida beaucoup dans ce travail, et donna lui même, en 1629, de nouvelles tables manuelles de logarithmes, appliquées au calcul astronomique, qui ont été réimprimées assez inutilement à Strasbourg, en 1701, par les soins de M. Eisenschmidt, qui étoit apparemment fort arriéré sur la marche de la science à cet égard. Pierre Cruger, astronome de Dantzick, publia aussi, en 1634 (*in*-8°), des tables de logarithmes; mais comme Kepler et Bartschius, il suivit le systême abandonné par Neper même pour un meilleur et plus commode; ainsi leurs travaux sont aujourd'hui comme ces anciens monumens de la patience et de l'industrie humaine, qu'on admire sans en faire aucun usage. C'est ce qu'on peut dire aussi du travail de Benjamin Ursinus, à qui, néanmoins, l'Allemagne dut les premières connoissances de la découverte de Neper, par la publication qu'il y fit de son *Canon mirificus*, dès 1618, avec des additions et changemens, sous le titre de *Trigonometria logarithmica usibus discentium accommodata*, &c., *in*-8°. Il publia en 1625, *in*-4°, une nouvelle Trigonométrie, accompagnée d'une table des logarithmes, intitulée : *Magnus canon triangulorum logarithmicus*, &c., où il se conforme au changement adopté par Neper et Briggs.

Adrien Vlacq, libraire et mathématicien Hollandois, est un de ceux qui se donnèrent le plus de soins pour la propagation de la doctrine et de l'usage des logarithmes; car, d'abord, il réimprima, en 1628, à Gouda, l'*Arithmetica logarithmica* de Briggs; et la même année, il en donna une traduction françoise, sous ce titre : *Arithmétique logarithmétique*, ou *la Construction* et *usage d'une table*, *contenant les logarithmes de tous les nombres*, *depuis* 1 *jusqu'à* 100,000, &c. *in-fol.* Il y remplit la lacune laissée par Briggs depuis 20,000 jusqu'à 90,000, ces logarithmes calculés jusqu'à 11 décimales. Quelques années après, en 1633, il réimprima la *Trigonometria Britannica* de Gellibrand, *in-fol.*; et la même année enfin, il donna son travail propre, sous le titre de *Trigonometria artificialis seu magnus canon logarithmicus, ad radium* 1.00000.00000, *et ad dena scrupula secunda*, ab Adriano Vlacq Goudano *constructus*. Goud. *in-folio.* On trouve ici les sinus et tangentes de Briggs, ils y sont seulement pour chaque centième de degré; mais en revanche, on n'y trouve les logarithmes que des 20000 premiers nombres. A cela près, ce dernier ouvrage de Vlacq réunit les deux de Briggs et

de Gellibrand; mais c'est avec raison que ce dernier, vers la fin de sa vie, se plaignoit de la manœuvre intéressée de Vlacq, qui nuisoit par-là à la vente de ses ouvrages et au produit qu'il avoit droit d'en attendre.

Vlacq donna dans la suite, c'est-à-dire, en 1636, un abrégé de ces tables, sous le titre de *Tabula sinuum, tangentium et secantium, et logarith. sinuum, tangentium et numerorum, ab 1 ad 10,000*, etc. (*in-8o*). Ces tables ont eu une prodigieuse quantité d'éditions, et étoient devenues l'espèce de manuel trigonométrique le plus commun, jusqu'au temps ou quantité de nouvelles tables ont vu le jour. Parmi ces éditions, on répute, comme la plus correcte, celle faite à Lyon, *in-8o*. Je ne sais jusqu'à quel point cela est fondé. Il y en a aussi plusieurs éditions françoises, hollandoises, allemandes, etc. Mais notre objet n'a pas été de donner une bibliographie logarithmique. Je ne dirai, par cette raison, qu'un mot de celles que publia, en 1628, Edmund Wingate, à Gouda, *in-8o.*, sous le titre d'*Arithmétique logarithmétique*, parce que ce calculateur est un de ceux qui prirent le plus à cœur de répandre la théorie et l'usage des logarithmes.

En Italie, Cavalleri paroît être le premier qui ait accueilli les logarithmes. Je ne connois au moins aucun ouvrage imprimé dans ce pays, antérieurement à la trigonométrie de Cavalleri, intitulée : *Directorium universale uranometricum*, etc. qui parut à Bologne en 1632, *in-4o*. On y trouve les sinus, tangentes, sécantes et sinus verses, avec leurs logarithmes en 8 chiffres, pour tous les degrés et minutes du quart de cercle; et même avec cette addition aux autres tables, savoir de seconde en seconde pour les cinq premières et cinq dernières minutes du quart de cercle ; de 5 en 5 secondes pour les cinq minutes suivantes ; de 10 en 10 pour les 10 minutes suivantes ; de 20 en 20, depuis 20 jusqu'à 30 minutes ; de 30 en 30 jusqu'à 1° 30′ ; et enfin pour le reste du quart de cercle, de minute en minute. On y trouve les logarithmes des nombres naturels seulement jusqu'à 10,000. Cet ouvrage présente de plus une ample moisson de spéculations et d'exemples trigonométriques, entr'autres, la mesure superficielle des triangles sphériques. Par une règle très-ingénieuse et très-simple, Cavalleri y démontre, que si l'on fait la somme des trois angles d'un triangle sphérique, il y a même raison de la superficie de la sphère à celle de ce triangle, que de 360° à la moitié de ce dont la somme ci-dessus excède 180°. Nous avons, à la vérité, déja remarqué qu'Albert Girard, géomètre des Pays-Bas, avoit donné, dès 1629, une règle qui revient entièrement à celle-là. Mais l'ouvrage de Cavalleri étant imprimé en 1632, il est très-probable qu'il n'avoit aucune connoissance de ce qu'Albert Girard avoit déja publié sur ce

sujet. Car, dans ce temps, les communications entre les savans n'étoient pas faciles et promptes, comme elles le sont aujourd'hui au moyen de nos journaux.

Si de-là nous passons en France, nous n'y trouverons pas des ouvrages remarquables en ce genre; on s'y borna, ce me semble, à recueillir les fruits nés et mûris dans d'autres climats. Ce fut même, à ce qu'il paroît, un Anglois, Edmund Wingate, qui les y porta le premier, en faisant imprimer à Paris, en 1624, les premières tables logarithmiques, avec l'instruction nécessaire sur leur usage; ouvrage qu'il publia aussi, en 1626, à Londres, en anglois, et de nouveau en 1635. Les premières tables publiées par un François, furent celles de D. Henrion, qui parurent en 1626. Elles contiennent les logarithmes des nombres naturels, depuis 1 jusqu'à 20000, calculées jusqu'à 10 décimales, et ceux des sinus et tangentes de minute en minute, jusqu'à 7.

Nous croyons devoir terminer ici ce que nous avons à dire sur les logarithmes pendant cette première période du dix-septième siècle. Nous renouerons ailleurs le fil de cette histoire intéressante pour les géomètres, afin de faire connoître les travaux de ceux qui ont succédé à ces premiers inventeurs et promoteurs de la théorie des logarithmes.

IV.

Tandis que Neper publioit en Angleterre son ingénieuse invention des logarithmes, l'Allemagne donnoit naissance aux premiers germes de la nouvelle géométrie, qu'on vit bientôt après éclore entre les mains de Cavalleri. Nous les trouvons dans un ouvrage de Kepler. Quoique cet homme célèbre ne se soit que secondairement adonné à la géométrie, et que par cette raison il n'y ait pas fait des découvertes remarquables, on ne peut cependant lui refuser d'y avoir montré quelques étincelles de ce génie qu'on voit briller dans ses autres écrits. Sa nouvelle *Stéréométrie*, ou *jaugeage* (1), nous présente des vues qui paroissent avoir beaucoup influé sur cette révolution qu'a éprouvée la géométrie. Il osa, le premier, introduire dans le langage ordinaire le nom et l'idée de l'infini. Le cercle n'est, dit il, que le composé d'une infinité de triangles, dont le sommet est au centre, et dont les bases forment la circonférence. Le cône est composé d'une infinité de pyramides appuyées sur les triangles infiniment petits de sa base circulaire, et ayant leur sommet commun avec celui du cône, tandis que le cylindre de même base et même hauteur

(1) *Nova Stereometria doliorum vinariorum imprimis Austriaci*, &c. *Accessit Stereometriæ Archimedeæ supplementum.* Lintzii, 1615, in f. *It.* Germ. *ib.* 1615.

est formé d'un pareil nombre de petits prismes sur les mêmes bases, et ayant même hauteur qu'elles. A l'aide de ces notions sous lesquelles ces grandeurs se présentèrent, sans doute, aussi aux géomètres de l'antiquité, mais qu'ils n'osèrent employer, de crainte de donner prise à la chicane; à l'aide de ces notions, dis-je, Kepler démontroit, d'une manière directe et très-claire, les vérités qui, chez les anciens, exigeoient des détours si singuliers et si difficiles à suivre.

Kepler ouvroit dans ce même livre un vaste champ de spéculations. Portant ses vues au-delà de celles d'Archimède, il se formoit une multitude de nouveaux corps, dont il recherchoit la solidité, et qu'il présentoit aux géomètres comme un objet digne de les occuper. Archimède n'avoit formé ses conoïdes et ses sphéroïdes, qu'en faisant tourner les sections coniques autour de leur axe; encore n'avoit-il fait nulle attention à celui qu'engendreroit l'hyperbole, en tournant autour de son axe conjugué. Kepler faisoit naître les siens de la circonvolution des sections coniques autour d'un diamètre quelconque, de leur ordonnée, de leur tangente au sommet, ou enfin d'une ligne prise au dehors de la courbe. Enumération faite, il en trouvoit quatre-vingt-dix outre ceux qu'Archimède avoit considérés, et il leur donnoit des noms tirés pour la plûpart de leur ressemblance avec nos fruits; il eût peut-être mieux fait de supprimer ces dénominations le plus souvent voisines de la puérilité.

Il est vrai que Kepler ne résolvoit que les plus simples cas de ces problêmes. Parmi ceux dont il se tire heureusement, le seul qui présente quelque difficulté, c'est celui où il s'agit de mesurer le solide formé par un segment de cercle ou d'ellipse, tournant autour de sa corde. Il le développoit en un autre corps formé en coin, et dont nous donnerons une idée de cette manière. Qu'on imagine sur le segment proposé un cylindre droit, et que ce cylindre soit coupé par un plan passant par la corde du segment, de telle sorte que la flèche D E, soit à la hauteur C E, comme le rayon à la circonférence (*fig.* 3). C'est ici que Kepler employoit un procédé fort ressemblant à celui des *indivisibles*. Il démontroit l'égalité de ce solide avec celui formé par le segment tournant autour de sa corde, parce qu'en les coupant l'un et l'autre par un même plan perpendiculaire à l'axe commun, la section circulaire de l'un est égale au triangle, qui est la section de l'autre. Cela étant démontré, pour trouver ce dernier solide, il supposoit qu'il étoit la partie supérieure d'un autre F G H (*fig.* 4) formé de même sur le demi-cercle ou la demi-ellipse, et qui étoit connu étant égal à la sphère ou au sphéroïde. Or on voit aisément que, pour avoir le solide A C B, il faut

retrancher du total F C H ; 1°. deux fois le solide A F I a, qui est égal à la portion de sphère ou de sphéroïde faite par le segment F a I, qui est donnée ; 2°. le prisme rectiligne A a I L b B ; 3°. le prisme sur la base a e b ou A E B, dont la hauteur est A a ; et qui est aussi conséquemment connu ayant la dimension de cette base. Ces trois corps étant donc ôtés du corps total F C H, qui est égal à la sphère décrite par le demi-cercle, on connoîtra la grandeur du solide A C B.

A l'égard des autres problèmes que Kepler se proposoit, ils étoient la plûpart d'une difficulté trop supérieure à la géométrie de son temps, pour qu'il n'y échouât pas. Il est vrai qu'on ne peut guère l'excuser sur les espèces de solutions qu'il crut donner de quelques-uns de ces problèmes, quoiqu'il n'ait pas prononcé sur elles en homme persuadé de leur justesse. En effet, au défaut d'une méthode directe, il employa certaines analogies, certaines raisons de convenance plus arbitraires que fondées dans la nature : aussi fut-il improuvé par quelques géomètres. Un entr'autres, Alexandre Anderson (1), lui reprocha cette étrange manière de se conduire en géométrie, et montra que les vraisemblances qu'il avoit prises pour guides, ne l'avoient conduit qu'à des erreurs.

Nous passerons légèrement sur la seconde partie de cet ouvrage de Kepler. Elle concerne le *jaugeage des tonneaux*, sujet sur lequel il propose des idées ingénieuses. Nous y trouvons sur-tout une remarque heureuse sur les problèmes *de Maximis et Minimis* : c'est que lorsqu'une grandeur est parvenue au terme de son plus grand accroissement, ou au contraire, dans les environs de ce terme elle ne varie que par des degrés insensibles. Il est facile de voir, dans cette remarque, le fondement de la règle *de Maximis et Minimis.*

V.

Les problêmes proposés par Kepler semblent avoir été l'aiguillon puissant qui excita les géomètres à s'ouvrir de nouvelles voies, propres à leur en procurer la solution, et peut-être est ce à ces problêmes que nous devons l'invention des deux méthodes célèbres, qu'on vit paroître 15 ou 20 ans après ; savoir, celles de Guldin et de Cavalleri. Nous commencerons par celle de Guldin, qui lui acquit de la célébrité, quoique, ainsi que nous le remarquerons, elle n'ait pas été inconnue aux anciens.

(1) *Vindiciae Archimedis*, 1616.

Le P. Guldin, sur la personne duquel il est juste de dire ici un mot, étoit né à St.-Gall, en 1577; et ayant abjuré la religion Protestante, il entra dans la compagnie de Jésus, en 1597, sous la simple qualité de Frère, ou de Coadjuteur temporel. Mais les talens qu'il montra pour les mathématiques, ayant frappé ses supérieurs, on l'envoya les cultiver à Rome, où il professa les mathématiques pendant quelques années. Il les enseigna ensuite successivement à Gratz et à Vienne. Outre ses *Centro baryca*, dont le premier livre parut en 1635, et le reste en 1640, 1641 et 1642 (1), il réfuta Calvisius au sujet du calendrier Grégorien, par un ouvrage intitulé: *Elenchi calendarii Gregoriani refutatio.* Il mourut en 1643.

Avant d'entrer dans l'exposition de la méthode de Guldin, il est nécessaire de rappeler quelques connoissances préliminaires. La principale est qu'il y a dans toute figure un point, qu'on nomme *Centre de gravité*, qui est tel que si l'on conçoit cette figure traversée par un axe passant par ce point, toutes ses parties resteront en équilibre autour de cet axe, et la figure retiendra la situation qu'on lui donnera. Une des propriétés du centre de gravité, qu'il est encore à propos de remarquer, est, que si l'on imagine une ligne quelconque tirée hors de la figure, et que cette ligne soit comme l'appui ou l'axe autour duquel elle tend à tourner, le produit de la figure entière par la distance de son centre de gravité à cet axe, est égal à la somme des produits de chacune de ses parties par la distance de son centre de gravité propre au même axe. Cela est évident par la nature du centre de gravité; car toute la figure réunie et comme condensée à son centre de gravité, tendroit à tourner avec une force qui seroit comme son poids (ou la grandeur de la figure), multiplié par la distance de ce centre au point d'appui. C'est une suite des principes les plus ordinaires de la mécanique. Mais la figure elle-même fait un effort qui est la somme de tous ceux de ses parties, et chacun de ces efforts est le produit de chaque partie par la distance de son centre de gravité propre au point d'appui : ainsi la vérité de la proposition ci-dessus est manifeste.

La théorie des centres de gravité des figures planes et des lignes courbes, est en quelque sorte le vestibule de celle de Guldin; et nous l'imiterons, en commençant par parler de ses recherches sur ce sujet. Les deux premiers livres de ses *Centro-*

(1) *De centro gravitatis trium specierum quantitatis continuae*, lib. 1, &c. Viennæ-Austriæ, 1635, in-f. — Lib. 2, ibid. 1640; lib. 3, ibid. 1641; lib. 4, ibid. 1642.

baryca

baryca ou *de Centro gravitatis*, ont pour objet de déterminer ces centres dans les arcs de cercle, les secteurs et les segmens tant circulaires qu'elliptiques. Nous ne devons cependant pas dissimuler que la plûpart de ces choses avoient été publiées par un auteur de la même compagnie, le P. La-Faille, géomètre Flamand, dans un écrit intitulé : *De Centro gravitatis partium circuli et ellipsis theoremata*, *in*-4°., (Lov. 1632). Là, ce géomètre, digne d'éloges, assignoit, d'une manière, à la vérité, fort prolixe et embarrassée, les centres de gravité des différentes parties, tant du cercle que de l'ellipse. Il y faisoit sur-tout voir la liaison qui existe entre cette détermination et celle de la quadrature de ces courbes, ou leur rectification, et comment l'une des deux étant donnée, l'autre l'est aussi nécessairement. A l'égard de Guldin, il prend une route un peu différente, et étend davantage cette théorie.

La principale découverte qui rend l'ouvrage de Guldin recommandable, consiste dans l'application qu'il fait du centre de gravité à la mesure des figures produites par circonvolution. Nous avons déja remarqué que Pappus avoit reconnu cette propriété, et qu'il l'avoit seulement énoncée en termes un peu différens, et d'une manière qui rend le silence de Guldin sur ce sujet, peu excusable. Nous nous bornons à renvoyer à cet endroit de notre ouvrage (1).

« Toute figure, dit Guldin, formée par la rotation d'une » ligne ou d'une surface autour d'un axe immobile, est le » produit de la quantité génératrice par le chemin de son » centre de gravité ». Nous allons développer cette règle par quelques exemples faciles, et dont on a la démonstration par d'autres voies. Quant à la démonstration rigoureuse, le lecteur à qui elle ne se présenteroit pas, la trouvera dans la note *B*, qui suit ce livre.

Il n'est personne qui ignore que le cône droit est formé par un triangle rectangle, tournant autour d'un des côtés qui comprennent l'angle droit. L'on sait aussi que le centre de gravité de ce triangle est éloigné de cet axe du tiers de la base, et par conséquent il décrit une circonférence qui est le tiers de celle que décrit l'extrémité de cette base. Le cône sera donc, selon Guldin, le produit du triangle générateur par le tiers de cette dernière circonférence, d'où l'on tire facilement, qu'il est le tiers du cylindre de même base et même hauteur. On fait voir de même, par la position du centre de gravité du demi-cercle, que la sphère qu'il produit en tournant autour du diamètre, est les deux tiers du cylindre de

(1) *Voy.* P. I, liv. 5. art.

même base et même hauteur, comme aussi que sa surface est égale à la surface courbe de ce cylindre; que le conoïde parabolique est la moitié du cylindre de même base et même hauteur.

Guldin parcourt ainsi plusieurs problêmes déja résolus, et y appliquant sa règle, il la démontroit par cet accord parfait des solutions qu'elle donne avec les anciennes. Mais ce ne sont là, il faut en convenir, que des inductions qui, quoique favorables, ne sont point suffisantes en géométrie, où l'on a droit d'exiger des preuves qui forcent le consentement. Guldin fait, à la vérité, quelques efforts pour la démontrer directement; mais il y réussit mal, et il eût peut-être mieux fait de s'en tenir à ses inductions, que de former un raisonnement aussi peu digne d'un mathématicien que le suivant. Il disoit, par exemple, que la distance du centre de gravité à l'axe de rotation tenoit un milieu entre toutes celles des différentes parties de la figure à cet axe; que ce point étoit unique, et que par conséquent, si quelqu'un devoit jouir de la prérogative ci dessus, ce devoit être le centre de gravité. C'est ce que Cavalleri (1) reprocha à Guldin dans le cours d'une contestation qu'ils eurent ensemble, au sujet de l'exactitude de la méthode *des indivisibles*. En effet, il convenoit peu au géomètre Allemand, d'accuser l'Italien de relâchement en géométrie. Aussi Cavalleri n'eut pas beaucoup de peine à se justifier, et usant de récrimination, il montra que le reproche ne pouvoit tomber que sur son adversaire, en quoi néanmoins il faut convenir que l'attaque de Guldin nécessita Cavalleri à s'expliquer plus clairement, et à restreindre sa méthode à ce à quoi elle étoit propre. Cavalleri fit plus; pour prouver à Guldin qu'il avoit échoué contre une difficulté qui n'auroit pas dû l'arrêter, il lui donna une démonstration de son principe. Elle n'est effectivement que le corollaire d'une propriété du centre de gravité, qu'il est surprenant que Guldin n'ait pas apperçue; Cavalleri en attribue l'invention à un de ses anciens disciples, nommé *Antonio Roccha*, qui, dit-il, la lui avoit même communiquée long-temps avant que son adversaire publiât son ouvrage.

En partant du principe de Guldin, il est facile de résoudre plusieurs des problêmes proposés par Kepler. Car 1°. la quadrature du cercle étant supposée, on a le centre de gravité d'un segment circulaire ou elliptique quelconque, aussi-bien que sa grandeur. Par conséquent, si l'on fait tourner ce segment autour de sa corde, ou de sa tangente, ou d'une autre

(1) *Exercit. Geom.* Bon. 1647. *Exercit.* 1, 2.

ligne quelconque donnée de position, on aura et la quantité de la figure génératrice, et la longueur du chemin parcouru par son centre de gravité, le solide produit ne sera donc plus inconnu.

2°. Il en sera de même de la surface produite par un arc circulaire tournant autour d'un axe quelconque. On connoît sa grandeur et la position de son centre de gravité à l'égard de l'axe de rotation ; on aura par conséquent les deux facteurs du produit qui est la surface cherchée. De-là la solution d'une multitude de problêmes nouveaux, sur des surfaces ainsi produites. Une partie du livrede Guldin est employée à leur solution.

Archimède s'étoit autrefois proposé de trouver la grandeur du solide formé par la circonvolution du segment parabolique autour de son axe même, et il avoit trouvé que ce solide étoit la moitié du cylindre de même base et même hauteur. Kepler avoit proposé de trouver la mesure du solide produit par le même segment, tournant autour de l'ordonnée ou autour de la tangente à son sommet. Ces deux problêmes, ainsi que divers autres sur les segmens paraboliques, sont encore du ressort de la méthode de Guldin, comme on va le voir.

On sait que le centre de gravité de la parabole est éloigné de la base des $\frac{2}{5}$ de l'axe, et par conséquent du sommet, des $\frac{3}{5}$. Or il est encore connu que le segment parabolique est les $\frac{2}{3}$ du rectangle circonscrit, et que le centre de gravité de ce rectangle est éloigné de la base commune avec le segment parabolique, de la moitié de l'axe, ou de la hauteur de ce rectangle; le solide produit par le rectangle tournant autour de cette base, sera donc au solide produit par le segment parabolique tournant autour du même axe, dans le rapport de $\frac{1}{2}$ à 1, et de $\frac{1}{2}$ à $\frac{2}{5}$; ce qui donne celui de $\frac{1}{4}$ à $\frac{2}{5}$, ou de 15 à 8.

On trouvera par un procédé semblable, que le solide produit par le même segment parabolique D A C (*fig.* 7) tournant autour de la tangente au sommet, sera au cylindre circonscrit comme 12 à 15, et conséquemment au premier solide formé à l'entour de la base, comme 3 à 2.

Si le segment parabolique D A C, tournoit à l'entour de la parallèle à l'axe, E C, le solide creux qu'il formeroit seroit au cylindre formé par le rectangle E D, tournant autour du même axe, comme 2 à 3; car le centre de gravité de la parabole étant dans l'axe A B, il se trouve pour l'une et l'autre figure à même distance de l'axe de rotation ; et par conséquent les solides seront comme les figures génératrices elles-mêmes.

On pourroit enfin trouver ce que Kepler demandoit aussi,

la dimension du solide formé par l'espace parabolique G H C, tournant autour de G H, parallèle à l'axe; car ayant le centre de gravité de la parabole D A C, on peut trouver celui de la demi parabole, A B C, et au moyen de celui du rectangle G B, qui est aussi donné, trouver celui du segment G H C, dont on peut avoir d'ailleurs la dimension ou le rapport au rectangle de même base et même hauteur : on aura conséquemment tous les élémens nécessaires du calcul de cette dimension.

Ce qu'on vient de dire sur la règle de Guldin, doit suffire dans un ouvrage tel que celui ci. Il est facile de voir qu'on l'employera avec succès dans tous les cas où l'on aura la grandeur de la surface génératrice et son centre de gravité. On croit cependant pouvoir dire qu'elle n'est point la voie naturelle pour la dimension des solides et des surfaces, et qu'elle ne va à son but que par un circuit souvent inutile, je veux dire, qu'elle suppose souvent des connoissances d'une difficulté supérieure à celle du problême qu'on cherche à résoudre. En général, la détermination des aires des courbes, ou de leur centre de gravité, est plus difficile que celle des solides formés par leur circonvolution. On en a un exemple dans le conoïde hyperbolique, dont la grandeur peut être trouvée sans la connoissance de la quadrature de l'hyperbole, et de son centre de gravité. La règle de Guldin semble même, dans ce cas, induire en erreur, en ce qu'elle représente le problême comme d'un genre supérieur à celui dont il est réellement. La surface du conoïde parabolique en offre encore un exemple. Car la méthode dont nous parlons exigeroit la rectification de l'arc parabolique, et la détermination de son centre de gravité; et néanmoins la mesure de cette surface ne dépend que de la quadrature d'un segment de parabole tronqué, et du rapport du diamètre à la circonférence, qui entre nécessairement dans tous les problêmes qui concernent des surfaces ou des corps produits par circonvolution : cependant, malgré ces inconvéniens, on doit regarder cette liaison que Guldin établit entre les figures, leurs centres de gravité et les solides ou surfaces qu'elles engendrent, en tournant autour d'un axe, comme une des belles découvertes de la géométrie. C'est avoir multiplié les ressources de la science, que d'avoir réduit trois problêmes, jusqu'alors regardés comme isolés, à deux seulement.

V I.

Quelque ingénieuse que soit la méthode de Guldin, elle

n'a pas autant servi à reculer les bornes de la géométrie, que celle des indivisibles. C'est à dater de l'époque de celle-ci, qu'on doit compter les grands progrès qu'a faits cette science, et par lesquelles elle s'est élevée à l'état où elle est aujourd'hui. Ce fut en 1635 que Cavalleri la publia dans son livre intitulé : *Geometria indivisibilibus continuorum novâ quâdam ratione promota* (Bon. in-4°.). Nous suspendrons l'exposition de ce que contient cet ouvrage mémorable, jusqu'à ce que nous ayons dit quelque chose de son auteur.

Cavalleri (Bonaventure) naquit à Milan en 1598, et entra jeune dans l'ordre des Jésuates ou Hyéronimites. Il montra dans ses études tant de facilité et de génie, qu'après qu'il eut pris les ordres, ses supérieurs jugèrent à propos de l'envoyer à Pise, pour y profiter des secours puissans qu'offroit l'université célèbre qui y fleurissoit. Ce fut au grand regret de Cavalleri; cependant c'est à ce voyage qu'il doit la célébrité de son nom, car c'est dans cette ville qu'il connut pour la première fois la géométrie. Benoît Castelli, disciple et ami de Galilée, la lui ayant conseillée comme un moyen de le distraire de ses ennuis, et des douleurs que lui causoit une goutte qui alla toujours en empirant, Cavalleri y fit de tels progrès, et épuisa si promptement dans ses lectures tous les géomètres anciens, que Castelli et Galilée prédirent dès-lors la haute célébrité à laquelle il devoit atteindre. En effet, il imagina, peu après, sa méthode des indivisibles, dont il étoit en possession dès 1629. Car l'astronome Magin, professeur dans l'université de Bologne, étant mort cette année, Cavalleri fit communiquer son traité des indivisibles, et un autre sur les sections coniques, à quelques savans, et aux magistrats de cette ville, en demandant la place vacante. On n'en exigea pas davantage; on trouva, dans l'un et dans l'autre de ces écrits, tant de marques de génie, qu'on agréa sa demande. Cavalleri fut nommé professeur, et commença à en exercer les fonctions sur la fin de 1629.

Outre l'ouvrage célèbre de Cavalleri, c'est-à-dire, sa géométrie des indivisibles, on lui en doit plusieurs autres, comme un traité des sections coniques, intitulé : *De Speculo ustorio* (in-4°., 1632) une Trigonométrie; sous le titre de *Directorium generale uranometricum*, (in-4°., 1632), qui parut de nouveau en 1643, sous le titre de *Trigonometria plana ac spherica, linearis ac logarithmica*, &c.; un *Compendium regularum de triangulis*; une *Centuria problematum astronomicorum*, ouvrages apparemment destinés à l'instruction de ses élèves. Les instances de ses auditeurs lui en arrachèrent un autre, qui a droit de nous surprendre; c'est un traité d'astrologie qu'il

intitula : *Rota planetaria*, et qu'il mit sous le nom de *Sylvius Philomantius*. Ennemi de l'astrologie judiciaire, suivant l'auteur de sa vie, il eût mieux fait de ne point céder à ces sollicitations. Est-il quelque motif qui doive porter un philosophe et un amateur de la vérité à faire quoi que ce soit, qui tende à perpétuer un préjugé? Nous retrouvons enfin l'auteur de la géométrie des indivisibles, dans ses *Exercitationes geometricae*, qu'il publia en 1647. Cet ouvrage fut le dernier de Cavalleri. Il mourut à Bologne vers la fin de cette année 1647, après avoir essuyé pendant douze ans les atteintes d'une goutte si cruelle, qu'il en avoit presque perdu l'usage de ses doigts. Faisons connoître maintenant la méthode de Cavalleri, et quelques-unes des découvertes auxquelles il s'éleva par son moyen.

Cavalleri imagine le continu comme composé d'un nombre infini de parties qui sont ses derniers élémens, ou les derniers termes de la décomposition qu'on peut en faire, en le soudivisant continuellement en tranches parallèles entr'elles. Ce sont ces derniers élémens qu'il appelle *indivisibles*, et c'est dans le rapport, suivant lequel ils croissent ou décroissent, qu'il cherche la mesure des figures ou leur rapport entr'elles.

On ne peut disconvenir que Cavalleri s'énonce d'une manière un peu dure pour des oreilles accoutumées à l'expression géométrique. A en juger par cette manière de s'énoncer, on diroit qu'il conçoit le corps comme composé d'une multitude infinie de surfaces amoncelées les unes sur les autres, les surfaces comme formées d'une infinité de lignes semblablement accumulées, &c. Mais il est facile de réconcilier ce langage avec la saine géométrie, par une interprétation, que sans doute Cavalleri sentit d'abord, quoiqu'il ne l'ait pas donnée dans l'ouvrage dont nous parlons. Il le fit seulement dans la suite, lorsqu'il fut attaqué par Guldin en 1640. Il montra alors, dans une de ses *Exercitationes mathematicae*, que sa méthode n'est autre chose que celle d'*exhaustion* des anciens, simplifiée. En effet, ces surfaces, ces lignes dont Cavalleri considère les rapports et les sommes, ne sont autre chose que les petits solides ou les parallélogrammes inscrits et circonscrits d'Archimède, poussés à un si grand nombre, que leur différence avec la figure qu'ils environnent, soit moindre que toute grandeur donnée. Mais tandis qu'Archimède, à chaque fois qu'il entreprend de démontrer le rapport d'une figure curviligne avec une autre connue, emploie un grand nombre de paroles et un tour indirect de démonstration, le géomètre moderne, s'élançant en quelque sorte dans l'infini, va saisir par l'esprit le dernier terme de ces divisions et sous-divisions continuelles, qui doivent anéantir enfin la différence

entre les figures rectilignes, inscrites ou circonscrites, et la figure curviligne qu'elles limitent. C'est à-peu-près ainsi que, quand on détermine la somme d'une progression géométriquement décroissante, on suppose le dernier terme égal à o; car quoiqu'on ne puisse jamais atteindre à ce terme, l'esprit voit cependant avec évidence qu'il est plus petit que toute grandeur assignable, quelque petite qu'elle soit; par conséquent, il ne peut le désigner que par *zéro*. Car il n'y a que le rien qui soit actuellement moindre que toute quantité possible.

De même on doit concevoir les surfaces, les lignes dont Cavalleri fait les élémens des figures, comme les dernières des divisions, dont nous avons parlé plus haut; ce qui suffit pour corriger ce que son expression a de dur et de contraire à la rigoureuse géométrie. D'ailleurs, il n'est aucun cas dans la méthode des indivisibles, qu'on ne puisse facilement réduire à la forme ancienne de démonstration. Ainsi, c'est s'arrêter à l'écorce, que de chicaner sur le mot d'*indivisibles*. Il est impropre, si l'on veut; mais il n'en résulte aucun danger pour la géométrie; et loin de conduire à l'erreur, cette méthode, au contraire, a été utile pour atteindre à des vérités qui avoient échappé jusques là aux efforts des géomètres.

La géométrie des indivisibles peut être divisée en deux parties : l'une a pour objet la comparaison des figures entr'elles à l'aide de l'égalité ou du rapport constant qui règne entre leurs élémens semblables. C'est ce qui occupe le géomètre Italien dans son premier livre, et dans une partie du second. Il y démontre à sa manière l'égalité ou les rapports des parallélogrammes, des triangles, des prismes, &c., sur même base et même hauteur. Tout cela peut se réduire à une proposition générale, qui est celle-ci : *Toutes les figures dont les élémens croissent ou décroissent semblablement de la base au sommet, sont à la figure uniforme de même base et même hauteur, en même rapport.* Il est facile d'appercevoir la vérité de cette proposition; néanmoins nous en donnerons dans la note *C*, qui suit ce livre-ci, quelques exemples.

La seconde partie de la géométrie des indivisibles est occupée à déterminer le rapport de la somme de cette infinité de lignes ou de plans, croissans ou décroissans, avec la somme d'un pareil nombre d'élémens homogènes à ces premiers, mais tous égaux entr'eux. Un exemple va éclaircir ceci. Un cône, suivant le langage de Cavalleri, est composé d'un nombre infini de cercles décroissans de la base au sommet, pendant que le cylindre, de même base et même hauteur, est composé d'une infinité de cercles égaux. On aura donc la raison du cône au cylindre, si l'on trouve le rapport de la somme de tous

ces cercles décroissans dans le cône et infinis en nombre, avec celle de tous les cercles égaux du cylindre, dont le nombre est également infini. Dans le cône, ces cercles décroissent de la base au sommet, comme les carrés des termes d'une progression arithmétique. Dans d'autres corps, ils suivent une autre progression; dans le conoïde parabolique, par exemple, c'est celle des termes d'une progression arithmétique. L'objet général de la méthode est d'assigner le rapport de cette somme de termes croissans ou décroissans, avec celle des termes égaux, dont est formée la figure uniforme et connue, de même base et même hauteur.

Cavalleri commence donc par examiner quel est le rapport de la somme des carrés de toutes les lignes qui remplissent le triangle, avec la somme des carrés de toutes celles qui remplissent le parallélogramme de même base et même hauteur; et il montre que la première est le tiers de la seconde, d'où il conclut que les pyramides, les cônes, et toutes les figures décroissent, comme ces carrés font le tiers des figures uniformes de même base et même hauteur. De-là il passe à examiner les sommes des carrés des lignes qui remplissent diverses autres figures, comme le cercle ou ses segmens, ceux des sections coniques, &c. Il applique ensuite sa théorie à divers problêmes, et il passe en revue la plûpart de ceux de Kepler, qu'il résout avec beaucoup d'élégance. En voici quelques-uns.

Kepler avoit demandé la grandeur du corps formé par un segment circulaire ou elliptique A B E, tournant autour de sa corde (*fig.* 10). Que C en soit le centre, dit Cavalleri, B I la flèche, I D le reste du diamètre, et qu'on fasse ce rapport; comme le rectangle circonscrit A F est au segment, ainsi 3 C I à D L. Le solide en question sera au cylindre décrit en même temps par A F, comme 2 I L, à 3 I B. De cette détermination l'on voit renaître le rapport si connu de l'hémisphère ou de l'hémisphéroïde au cylindre demême base et même hauteur. Car si le segment A B I est un quart de cercle ou d'ellipse, le point I tombera sur le centre C, et le point L sur D, de sorte que la raison de 2IL à 3IB sera celle de 2 C D à 3 C B, ou de 2 à 3.

On trouve par la même méthode, que le solide formé par la circonvolution de l'espace extérieur du quart de cercle ou d'ellipse, comme G A B H autour de G H ou H B, est les $\frac{2}{21}$ du cylindre décrit en même temps par le rectangle G B, en supposant le cercle au carré du diamètre, comme 11 à 14.

Si ce triangle mixtiligne étoit l'espace extérieur d'un segment parabolique tournant autour de la tangente au sommet, le solide qu'il décriroit seroit au cylindre circonscrit, comme

7

7 à 15, et au contraire comme 1 à 6, s'il tournoit autour de la parallèle à l'axe. Afin de ne pas fatiguer notre lecteur, nous nous bornons à remarquer encore que le segment hyperbolique intérieur, comme A B E (*fig.* 12) tournant autour de l'axe conjugué, forme un solide qui est les deux tiers du cylindre concave décrit en même-temps par la révolution du rectangle A B. Archimède avoit omis de parler de cette espèce de conoïde, dans son livre de *Conoïdibus et Sphaeroïdibus.* Toutes ces vérités sont, il est vrai, faciles aujourd'hui à démontrer à l'aide des nouveaux calculs, et même par diverses méthodes qui se présentent facilement aux géomètres.

Ces questions, et diverses autres comparaisons des mêmes solides, occupent Cavalleri jusqu'à la fin de son cinquième livre. Nous trouvons dans le sixième qui traite de la spirale, une belle remarque, celle de la symbolisation de cette courbe avec la parabole : nous allons nous expliquer. Qu'on imagine un cercle au-dedans duquel est décrite une spirale (*fig.* 13), et qu'on développe ce cercle dans le triangle C A *a*, dont la base est la circonférence, et dont la hauteur est le rayon qui touche la spirale au centre. Si toutes les circonférences moyennes sont semblablement développées en lignes droites parallèles à la base A *a*, la courbe spirale se trouvera elle-même transformée en un arc parabolique, dont le sommet sera en C; l'une et l'autre seront de la même longueur, et l'aire renfermée entre la spirale et la circonférence du cercle, sera égale à celle que comprend la parabole avec les lignes C A et A *a*. On voit par là que cette propriété facilite beaucoup la détermination des aires spirales. Aussi Cavalleri s'en aide-t-il heureusement pour cet effet. Un auteur moderne (le P. Castel), fait honneur de cette découverte à Grégoire de St. Vincent, dont un livre entier roule sur ce sujet. Mais il ignoroit sans doute le droit de Cavalleri sur elle; d'ailleurs, quelqu'ingénieuse qu'elle soit, elle ne méritoit pas d'être autant exaltée; car Archimède en avoit fait presque tous les frais dans sa quadrature de la parabole, en y démontrant la propriété qui lui sert de fondement.

Cavalleri s'éleva bientôt à des considérations plus difficiles. C'est encore à l'occasion d'un problême proposé par Kepler. Ce mathématien avoit proposé de trouver la grandeur du solide décrit par la parabole tournant autour de son ordonnée ou de la tangente au sommet. Cavalleri la rechercha et vit bientôt que le problême se réduisoit à déterminer le rapport de la somme des carrés-carrés des lignes qui remplissent le triangle à la somme des carrés-carrés de celles qui remplissent le parallélogramme. Il trouva que ce rapport est de 1 à 5; il

trouva de même que s'il s'agissoit des cubes de ces lignes, ce rapport seroit celui de 1 à 4. L'analogie l'amène à conclure que si l'exposant de la puissance est n, le rapport de ces sommes sera de 1 à $n + 1$. De là suit la mesure de toutes les paraboles des ordres supérieurs, de leurs conoïdes, de la détermination de leurs centres de gravité. Il publia ces choses, et beaucoup d'autres en 1647, dans ses *Exercitationes mathematicae*. C'est là que Cavalleri s'explique, et établit sa méthode sur des fondemens solides, en répondant aux attaques de quelques adversaires, entr'autres du P. Guldin, qu'il attaque à son tour. Il y résoud divers problêmes sur les sections coniques; il y détermine enfin les foyers des verres, dont les surfaces sont de sphéricité inégale, problême que Kepler n'avoit point résolu, et qui étoit, ce semble, resté jusque là sans solution.

VII.

Nous ne nous sommes jusqu'ici presqu'occupés que des travaux et des découvertes des géomètres étrangers. Il est temps que nous passions en France, où fleurissoient déjà plusieurs géomètres, qui ne le cédoient point à ceux dont nous venons de parler : nous oserons même dire qui les laissoient pour la plûpart en arrière par la difficulté de leurs recherches. Nous n'irons point encore en chercher les preuves dans la nouvelle géométrie, dont l'invention est due à Descartes. Sans sortir du genre dont nous nous occupons dans ce livre, nous trouverons en France des découvertes à opposer aux plus belles de celles que nous venons de faire connoître.

En effet, pendant que Cavalleri appliquoit sa géométrie à la recherche des solides formés par les sections coniques, les géomètres François s'élevoient déjà à la considération d'une multitude d'autres courbes d'un genre supérieur, à la détermination de leurs tangentes, de leurs centres de gravité, des solides formés par leur circonvolution, &c. Peu contens des solutions particulières, ils en cherchoient de générales, et dédaignant en quelque sorte les rameaux, ils faisoient des efforts pour saisir le tronc dont ils sortoient.

Le commerce épistolaire entre Fermat (1) et divers autres géomètres François, nous fournit la preuve de ces assertions. On y voit, que dès l'année 1636, il étoit question en France des spirales et des paraboles de degrés supérieurs. M. de Fermat, dans sa première lettre au P. Mersenne, qui est du milieu de 1636, lui annonce qu'il a considéré une spirale différente de celle d'Archimède. Dans cette nouvelle courbe, les arcs de cercle parcourus depuis le commencement de la

(1) *Fermatii opera, ad finem.*

révolution par l'extrémité du rayon, ne sont point comme dans celle du géomètre ancien, en même raison que les espaces parcourus par le point décrivant, qui s'avance du centre vers la circonférence; mais en raison des carrés de ces espaces, de sorte que les arcs de cercle qui mesurent la révolution croissant uniformément, ce sont les carrés des distances au centre qui croissent aussi uniformément. Fermat annonce à Mersenne, que l'espace renfermé par la première révolution, est la moitié du cercle qui la comprend, que le second espace entre la première et la seconde, est le double du premier, et qu'ensuite, entre la seconde et la troisième, la troisième et la quatrième, et ainsi à l'infini, tous ces espaces sont égaux. Bientôt après, ayant lié un commerce de lettres avec Roberval, il lui proposa de déterminer les aires des paraboles, où les abscisses ne sont plus comme les carrés des ordonnées, ce qui est la propriété de la parabole ancienne, mais comme leurs cubes, leurs 4e., 5e. puissances, &c. Il lui fait part aussi de la mesure du conoïde formé par la parabole tournant autour de son ordonnée, et des segmens retranchés par des plans perpendiculaires à l'axe.

Roberval ne tarda pas à se mettre en cela au niveau de Fermat. Il lui renvoya dans sa réponse, la solution du problême qu'il lui avoit proposé. Les paraboles, dit-il, où les abscisses sont comme les cubes, les 4es., les 5es. puissances des ordonnées sont les $\frac{3}{4}$, les $\frac{4}{5}$, les $\frac{5}{6}$ du parallélogramme de même base et même hauteur, et ainsi de suite. La loi de la progression est manifeste. Il restoit le cas où une puissance quelconque de l'abscisse eût été comme une autre puissance quelconque de l'ordonnée; par exemple, le carré de l'abscisse, comme le cube de l'ordonnée : on en trouve la solution dans un écrit postérieur de Roberval (1). Il y remarque que dans le cas qu'on vient d'énoncer, la parabole est au rectangle circonscrit comme 3 à 5, et qu'en général si n exprime la puissance de l'abscisse, et m celle de l'ordonnée $\frac{m}{m+n}$ désignera le rapport de la parabole au parallélogramme. Roberval envoya à Fermat (2) la détermination des tangentes de ces sortes de paraboles, et celui-ci lui répondit, en lui envoyant leurs centres de gravité : la remarque de Fermat est d'une élégance propre à lui mériter place ici. Dans toutes les paraboles ou leurs conoïdes, dit-il, le centre de gravité divise l'axe de telle sorte, que le segment le plus voisin de la base,

(1) *Lettre de Roberval à Torricelli*, en 1644. *Mém. de l'Acad. avant le renouvellement*, tom. 6.

(2) *Op. Fermatii*, lettres, p. 140.

est à l'autre comme la figure elle-même, si c'est une parabole au parallélogramme, si c'est un conoïde au cylindre de même base et même hauteur. Il est facile de le vérifier sur la parabole ordinaire son conoïde, et le triangle, qui est une sorte de parabole où les ordonnées sont comme les abscisses.

A la vue de ces solutions, on ne peut douter de ce que Roberval écrivoit en 1644 à Torricelli (1); savoir, que dans le temps environ où Cavalleri publioit en Italie ses indivisibles, les géomètres François étoit en possession d'une méthode semblable. Roberval, dans la lettre dont nous parlons, assure que long-temps avant que le géomètre Italien mit au jour sa méthode, il en avoit une fort analogue qu'il s'étoit formée d'après la lecture approfondie des ouvrages d'Archimède; mais plus attentif que Cavalleri à ménager les oreilles des géomètres, il l'avoit dépouillée de ce que celle de Cavalleri avoit de dur et de choquant dans les termes, et même dans les idées, à moins qu'elles ne fussent expliquées. Il se contentoit, dit-il, de considérer les surfaces et les solides, comme composés d'une multitude indéfinie de petits rectangles ou de petits prismes décroissans suivant une certaine loi. C'est par ce moyen, et par celui d'une certaine analogie, que Wallis étendit beaucoup plus dans la suite, qu'il parvint à la solution des problêmes de Fermat, et de divers autres, tels que ceux de l'aire de la cycloïde et des solides, formés par sa rotation autour de l'axe et de la base.

Roberval continue dans cette lettre, l'histoire de ses méditations, et de la méthode qu'il s'étoit formée. Il la gardoit, dit-il, *in petto*, dans la vue de se procurer une supériorité flatteuse sur ses rivaux, par la difficulté des problêmes qu'elle le mettoit en état de résoudre. Mais il éprouva ce qui arrive souvent à ceux qui cachent un secret, que mille autres cherchent avec empressement. Pendant qu'il se réjouissoit *juveniliter*, c'est son expression, Cavalleri publia ses *Indivisibles*, et le frustra de l'honneur que lui auroit fait sa méthode, s'il l'eût publiée; juste punition, au surplus, de ceux qui, par des motifs aussi peu dignes d'un philosophe, font un mystère de leurs inventions.

Nous devons associer à toutes ces découvertes, l'illustre M. Descartes. Elles lui coutèrent même peu, si nous en jugeons par une de ses lettres (2). Le P. Mersenne lui avoit envoyé un essai de la méthode de M. de Fermat, pour l'invention des centres de gravité des conoïdes. Descartes, dans sa réponse, lui renvoie aussitôt la détermination des centres de

(1) Anc. Mém. de l'Acad., *t.* 6.
(2) Lettres de Descartes, *éd. in-4°.*, *t.* 2; lettre 89.

gravité de toutes les paraboles, leur quadrature générale, la manière de tirer leurs tangentes, et les rapports de leurs conoïdes.

La logarithmique spirale, et la cycloïde, courbes que leurs propriétés ont rendu si célèbres, prirent naissance dans ce temps entre les mains des géomètres François. Ceci confirme ce que nous avons dit plus haut, sur la nature des recherches auxquelles ils se livroient dès lors. Nous différons de parler de la cycloïde, à laquelle nous destinons un article particulier et étendu. Nous ne toucherons ici qu'à ce qui concerne la spirale logarithmique.

C'est dans la mécanique de Descartes, et dans une de ses lettres (1), que nous trouvons les premiers traits de cette courbe. En traitant des plans inclinés, il observe que dans la rigueur géométrique, les directions des graves concourant toutes en un point, le plan incliné ne doit plus être un plan, afin qu'il fasse toujours des angles égaux avec la direction des poids, et que la puissance ne soit pas plus chargée dans un point que dans un autre. Alors il faudroit, dit-il, au lieu d'un plan véritable, imaginer une portion de spirale autour du centre de la terre. Il est évident par là, qu'il entendoit parler d'une spirale qui fit toujours avec les lignes tirées de son centre, des angles égaux ; mais bientôt après, il s'énonça plus clairement. Le P. Mersenne lui ayant demandé une explication plus claire de la nature de cette courbe, il répondit (2) que l'une de ses propriétés étoit que les tangentes, dans tous ses points, faisoient des angles égaux avec les lignes tirées de son centre aux points de contact, comme les angles C A S, C B T, &c. (*fig.* 14), et il ajoutoit que toute la courbe A B D C étoit au rayon, en même raison que le reste B D C à C B.

Le P. Mersenne communiqua, selon sa coutume, la lettre de Descartes à divers géomètres, avec lesquels il étoit en liaison, et ceux-ci jugèrent cette courbe plus digne d'être examinée avec soin. Ils y virent ce que Descartes avoit négligé de remarquer, et qu'il contesta même d'abord par pure précipitation (3). Ils virent, dis-je, que cette courbe faisoit autour de son centre, une infinité de révolutions avant que d'y arriver; que les rayons croissoient ou décroissoient géométriquement, tandis que les angles croissoient ou décroissoient en proportion arithmétique, ou uniformement. Si par exemple, on tire trois rayons qui fassent les angles D C B, B C A égaux,

(1) T. 1. lettre 73 écrite en 1638.
(2) *Ibid.* Lettre 74.
(3) *Ibid.* T. 2, lett. 91.

les rayons C D, C B, C A, au lieu d'être en proportion arithmétique, comme dans la spirale d'Archimède, sont en progression géométrique, ou C D est à C B, comme C B à C A. On remarqua aussi dès-lors, cette propriété unique de la spirale logarithmique; savoir, que malgré ce nombre infini de révolutions qu'elle fait autour de son centre avant d'y atteindre, sa longueur totale est finie, et qui plus est, égale à une ligne droite qu'il est facile de déterminer. Il suffit en effet pour cela, de tirer la tangente indéterminée A S, et d'élever au point C sur le rayon C A, une perpendiculaire qui rencontrera nécessairement cette tangente en quelque point S; la ligne A S sera la longueur de toute la spirale comprise depuis le point A jusqu'au centre, quoi qu'avant d'y arriver, elle fasse un nombre infini de circonvolutions.

Les lecteurs peu géomètres, seront sans doute d'abord tentés de se révolter contre la géométrie, et de regarder cette vérité comme un paradoxe des plus incroyables. Comment, diront-ils, se peut-il faire qu'une ligne qui n'a point de bornes soit d'une longueur finie? Mais nous allons dissiper cette difficulté par une observation fort simple. Si l'on tire en effet un rayon C A, il coupera la courbe dans une infinité de points, comme A, *a*, a, &c., et les lignes C A, C *a*, C a, &c. à l'infini, seront en proportion continue. Les circonférences des cercles décrits de ces rayons, seront donc aussi en progression géométrique continue, d'où il suit, que quoique leur nombre soit infini, leur somme sera encore finie. Mais il est facile d'apercevoir que chaque portion de spirale, comprise entre deux de ces cercles concentriques, est semblable à celle qui est comprise entre deux autres, et conséquemment qu'elle a un rapport déterminé et fini, avec la circonférence du cercle qui la renferme. Toutes ces portions de spirale formeront donc elles-mêmes une progression géométrique décroissante. Après cette remarque, tout le merveilleux de la propriété dont on parle, s'évanouit. Il y a long-temps qu'on ne s'étonne plus de ce qu'un nombre infini de termes continument proportionnels géométriquement, et décroissans ne forment qu'une somme finie.

VIII.

Nous différons encore à parler de la Cycloïde, jusqu'à ce que nous ayons rendu compte d'une méthode ingénieuse, que M. de Roberval imagina vers le même temps. Elle a pour objet les tangentes des courbes, et elle est remarquable en ce que le géomètre François paroît avoir eu le premier l'idée

d'appliquer le mouvement à la résolution de cet important problême. Il dit (1) avoir été en possession de cette méthode, dès l'année 1636; qu'un de ses disciples compila ses instructions, et en fit un petit traité intitulé, *des Mouvemens composés*. Il en entretenoit Fermat dans une de ses lettres de 1640 (2); ensorte que quoique Torricelli ait publié quelque chose de semblable en 1644 (3), on ne peut contester à Roberval la priorité de l'invention, sauf à accorder à Torricelli le mérite d'y être venu de son côté. Cette méthode a beaucoup d'affinité avec le principe des fluxions de Newton. Ceux qui prennent intérêt à la gloire de ce grand homme, ne doivent cependant pas s'alarmer de ma remarque. J'aurai soin d'apprécier au juste, la part que Roberval peut prétendre à cette brillante invention.

La doctrine des mouvemens composés, est le fondement de la méthode de M. de Roberval. C'est un principe connu de tous les mécaniciens que, quand un corps est pressé ou poussé par deux forces qui agissent suivant les côtés d'un angle, si l'on prend sur ces côtés des lignes qui soyent comme ces forces, ou comme les vitesses qu'ils imprimeroient séparément à ce corps, sa direction composée sera la diagonale du parallélogramme construit sur ces côtés. Mais on peut concevoir toutes les courbes, comme décrites à l'imitation de la spirale d'Archimède, de la quadratrice, &c. Il n'y a qu'à imaginer un point se mouvoir sur l'ordonnée, suivant une certaine loi, pendant que cette ordonnée se mouvra parallèlement à elle-même ou circulairement, ou même d'un mouvement composé du circulaire et du parallèle, ce point décrira une courbe dont la nature dépendra du rapport de ces mouvemens. Si, par exemple, tandis que l'ordonnée se meut parallèlement à elle-même, et d'un mouvement uniforme, le point décrivant s'éloigne de l'axe, de manière que les carrés de sa distance croissent uniformément en temps égaux, la courbe décrite sera la parabole ordinaire. On peut aussi concevoir le point décrivant s'éloigner suivant une certaine loi, de deux ou plusieurs points à la fois, ou d'un point et une ligne droite; c'est ainsi que l'ellipse, la parabole et l'hyperbole, sont décrites à l'égard de leurs foyers. Car dans l'ellipse, le point décrivant s'éloigne de l'un des foyers, autant qu'il s'approche de l'autre; dans l'hyperbole il s'approche ou s'éloigne à la fois également de l'un et de l'autre; dans la parabole, il s'éloigne à la fois de son foyer unique, et d'une

(1) *Epist. ad Torricellium*, anciens Mém. de l'Acad., t. 6.

(2) *Opera Fermatii.*

(3) *Torricellii opera.*

certaine ligne droite qu'on nomme la *directrice*, d'une égale quantité.

La tangente à une courbe, continue Roberval, n'est autre chose que la direction du mobile qui la décrit à chacun de ses points. Ce principe est presque évident, et c'est une suite de cette vérité si connue dans la mécanique, qu'un corps qui a un mouvement curviligne, s'il étoit livré à l'impression qu'il a dans un point quelconque, s'échaperoit par la tangente à ce point. Au reste, Roberval sentit plutôt qu'il ne démontra, ce principe important de sa méthode. On n'en trouve que des raisons fort embrouillées et fort vagues, dans l'écrit où il l'explique (1). Comme il dépend d'une théorie assez fine des mouvemens accélérés ou retardés, nous sommes obligés d'en suspendre la démonstration, que nous donnerons en parlant de la méthode des fluxions. A l'imitation de Roberval, nous nous bornerons ici à le supposer.

L'application de ce principe à la manière de tirer les tangentes des courbes, est facile. Puisque le mobile qui décrit une courbe est porté à chacun de ses points, dans une direction qui seroit la tangente, il s'agit de déterminer cette direction; mais elle est toujours le résultat de deux mouvemens. Tout se réduit donc à démêler à chaque point de la courbe, le rapport et la direction de ces deux mouvemens, par le moyen de quelqu'une de ses propriétés; nous choisirons, pour le faire sentir, un des exemples les plus simples; c'est celui de l'ellipse décrite autour de ses foyers. Une des propriétés de cette courbe, est que la somme des deux lignes tirées d'un point quelconque aux deux foyers, est la même. Ainsi il est nécessaire que l'une croisse autant que l'autre décroit. L'on doit donc concevoir le point décrivant A (*fig.* 15), tandis que *f* A croit, et que F A décroit; on doit, dis-je, concevoir le point décrivant comme porté de deux mouvemens égaux, l'un par lequel il s'éloigne du point *f* sur *f* A, et l'autre par lequel il s'approche de F dans la direction A F. Si donc on décrit dans l'angle F A φ un parallélogramme, dont les côtés soient égaux, sa diagonale sera tangente à l'ellipse; et comme dans ce cas la diagonale partage en deux également l'angle formé par les côtés, il suit que la tangente à l'ellipse partage en deux également l'angle formé par une des lignes tirées au foyer, et par l'autre prolongée. Il est encore extrêmement facile d'appliquer ce raisonnement à l'hyperbole; car dans cette courbe, les lignes tirées d'un point quelconque aux deux foyers, croissent également, d'où il suit que dans l'angle

(1) Anc. Mém. de l'Acad., *T.* 6.

formé

formé par elles, il faut décrire un parallélogramme à côtés égaux, et alors la diagonale divisera en deux également, l'angle formé par les deux lignes tirées aux foyers, et sera tangente à l'hyperbole.

Si l'on eût proposé une courbe dans laquelle la ligne f A fût toujours double de F A, on auroit vu que la vîtesse du point décrivant dans la direction fA, auroit toujours été double de l'autre. Alors il auroit fallu faire le côté du parallélogramme dans cette direction double de l'autre, et la diagonale auroit été la tangente. Pour ne pas trop fatiguer nos lecteurs, nous renvoyons à la note *C*, quelques autres exemples plus compliqués de ce moyen de tirer les tangentes.

Ce qu'on vient de dire montre suffisamment l'analogie de cette méthode, avec celle des fluxions. Roberval la conçut même, et l'appliqua aux courbes d'une manière très-géométrique, et où il n'entroit aucune supposition d'infiniment petits. On peut s'en assurer par l'inspection de divers exemples de son traité; mais cela ne sauroit porter la moindre atteinte à la gloire de Neuton. En effet, il s'en faut bien que Roberval ait su donner à sa méthode l'étendue dont elle étoit susceptible. C'est en quelque sorte avoir peu fait, que d'avoir démêlé le principe; il falloit trouver un moyen commode de déterminer à chaque point d'une courbe donnée, le rapport de de ces deux vîtesses, dont est composée la direction moyenne du mobile qui la décrit. Aussi Roberval ne déterminoit il les tangentes, que dans certains cas particuliers, où ce rapport est facile à démêler. Il lui falloit même choisir dans les courbes les plus connues, celles de leurs propriétés qui les laissent appercevoir le plus facilement. Dans les sections coniques, par exemple, ce n'étoit pas par la relation de l'ordonnée à l'abcisse qu'il déterminoit la tangente; il se servoit pour cela de celle des lignes tirées du foyer à la courbe, comme on l'a vu plus haut. Ainsi, lorsqu'on ne connoissoit point dans une courbe de propriété qui donnât presque immédiatement ce rapport, sa règle se trouvoit en défaut entre ses mains, et il ne pouvoit assigner la tangente.

Nous saisirons cette occasion de faire connoître un peu plus particulièrement la personne, et les écrits de ce géomètre. M. de Roberval, dont le nom propre est *Personier*, nacquit en 1602, à Roberval, village du diocèse de Beauvais, d'où lui est venu son nom. Il vint en 1627, à Paris, où il fit connoissance avec les savans de cette ville, entr'autres avec le P. Mersenne, et il commença bientôt après à tenir un rang parmi les géomètres, comme il paroît par les inventions qu'on vient de rapporter de lui. Il eut de vifs démêlés avec Descartes,

contre lequel il se porta toujours pour ennemi ; et nous ne pouvons nous le dissimuler, il montra dans la plûpart de ces démêlés, beaucoup plus de passion que de savoir et d'amour pour la vérité.

On a de M. de Roberval plusieurs écrits, mais aucun n'a subi l'impression pendant sa vie, si ce n'est un, qui est assez ingénieux sur la Statique, donné par Mersenne, dans son *Harmonie universelle*, et dans un fatras du même Mersenne intitulé : *Cogitata Physico-Mathematica*, publié en 1644. M. l'abbé Galois, son ami, a publié les autres en 1693, dans le recueil de divers ouvrages de mathématique et de Physique, par MM. de l'Académie des Sciences, qu'il fit paroître en 1693. On les a donnés de nouveau dans le sixième volume des *Mémoires de l'Académie des Sciences*, avant le renouvellement. On y trouve d'abord son traité *des Mouvemens composés*, dont on a déjà vu le précis; un autre intitulé : *De Recognitione et Constructione equationum*, ouvrage fait d'après les idées de Descartes et Fermat, et qu'il étoit fort inutile de mettre au jour, d'autant qu'on y suit même la notation et le langage de Viète; celui des *indivisibles*, ou de cette méthode analogue à celle de Cavalleri, dont il prétendoit être l'inventeur, et qu'il applique à quelques questions choisies. Nous en extrairons ici quelques-unes, par exemple, celle de la dimension de l'aire d'une courbe formée par le prolongement des cordes d'un cercle, partant d'un point donné de la circonférence. Cette courbe fut nommée *le Limaçon*, et est une espèce de conchoïde, dont la base est un cercle, et le pôle dans la circonférence. Roberval trouve que l'aire de cette courbe ADPE *a* B (*fig.* 19 *bis*), est égale au cercle-base, plus le demi-cercle décrit sur la règle ou prolongement BA. Cette courbe qui, prise en son entier, forme en se repliant une ovale intérieure au cercle à quelques propriétés qui occupèrent Roberval et même Pascal. M. de la Hire a depuis observé (Mém. de l'Acad., 1708) que si la règle BA égale le diamètre du cercle-base, ce qui fait évanouir l'ovale intérieure, alors elle est absolument rectifiable, et égale à quatre fois le diamètre du cercle-base.

Telle est encore la quadrature absolue d'un espace cylindrique, retranché d'un trait de compas de dessus la surface d'un cylindre droit ; il faut pour cela, que le compas soit ouvert de la quantité du diamètre du cylindre, l'une des pointes étant sur la surface. Cette surface, que d'autres géomètres considérèrent aussi, et qu'on pourroit nommer *Cyclocylindrique*, se trouve être précisément égale au quadruple du carré du rayon, ce qu'on démontre aujourd'hui avec la plus grande facilité. Vient

enfin le traité *de Trochoïde* ou de la cycloïde, sujet qui nous occupera dans peu. Nous remarquerons en passant que, quoique habile géomètre, M. de Roberval n'eut jamais l'art d'exposer ses idées avec netteté et précision. Les écrits dont nous parlons en fournissent la preuve. Souvent toutes les lettres de l'alphabet, avec une foule de chiffres, suffisent à peine pour ses figures, tant elles sont compliquées. Les lecteurs les plus versés dans la méthode ancienne, ont peine à tenir contre la prolixité et l'embarras de ses démonstrations.

M. de Roberval fut un des membres de l'Académie des Sciences, dès l'époque de son institution en 1665. Il occupa pendant environ 40 ans la chaire de mathématiques du collège Gervais, fondée par Ramus, et qui, suivant les statuts de son établissement, devoit être remise au concours tous les trois ans. C'est par cette raison qu'il s'excuse d'avoir tenu longtemps caché quantité de belles choses qu'il avoit découvertes, et qu'il réservoit, dit-il, pour l'occasion et pour se maintenir dans sa place. Mais je crois plutôt que cela venoit de son caractère mystérieux, et si je l'ose dire, un peu pédantesque. Sa violente lettre à Torricelli, paroît justifier cette épithète.

C'est à Roberval qu'on attribue une réponse, dont les détracteurs des sciences exactes ont fait quelquefois usage, pour prouver que ces sciences dessèchent l'esprit et anéantissent le goût. On dit, je ne sais sur quel fondement, qu'assistant à une tragédie, il fut questionné sur l'impression qu'il en recevoit, et qu'il dit : *qu'est ce que cela prouve*. A cela je répondrai ; 1°. que peut-être le fait n'est pas plus vrai, que tant d'autres que la malignité invente chaque jour, pour déprimer les savans ou les compagnies savantes. 2°. Que la pièce étoit peut-être pitoyable, car il s'en jouoit de semblables, quoique Corneille eût déjà produit quelques-uns, ou la plûpart de ses chefs-d'œuvres ; alors c'eût été preuve de goût dans Roberval, d'avoir trouvé la pièce plate, et de l'avoir exprimé par une sorte de plaisanterie géométrique. 3°. Enfin, l'on peut dire que dans ce temps, où le savoir étoit plus en profondeur qu'en surface, les savans étoient pour la plûpart fort concentrés dans le cercle de leurs études, et extrêmement neufs sur tout autre objet. Mais si nous trouvons Roberval ridicule, à cause de son insensibilité à la poësie, que dirons-nous de Pascal, du célèbre Pascal qui n'y a jamais vu rien de plus que dans un bouquet à Iris? Cependant, Malherbe, et qui plus est, Corneille, avoient déjà paru. Quoi! Pascal n'auroit jamais lu une Ode de Malherbe, ou une Tragédie de Corneille! Cette insensibilité vaudroit presque la réponse de Roberval.

IX.

Parmi les objets particuliers de recherche qui ont exercé les géomètres dans divers temps, il en est peu qui ayent eu plus de célébrité que la cycloïde. Ses propriétés nombreuses, et tout-à-fait remarquables, la lui mériteroient seules; mais elle l'a doit encore à d'autres causes. Semblable à la pomme de discorde, cette courbe ne fut pas plutôt connue des géomètres, qu'elle excita des débats parmi eux; et par une sorte de fatalité, presque toutes les découvertes faites sur son sujet, ont donné naissance à quelques contestations sur l'honneur de les avoir faites. Ces raisons nous font croire que nos lecteurs nous sauront gré de donner quelque étendue à cette partie de l'histoire de la géométrie.

La cycloïde est une courbe, dont la génération est facile à concevoir. Qu'on imagine un cercle qui roule sur une ligne droite, et dans un même plan, tandis qu'un point pris sur sa circonférence laisse une trace sur ce plan. Nous avons tous les jours sous les yeux des exemples de cette génération. Le clou d'une roue qui roule sur un plan, décrit en l'air une courbe qui seroit une cycloïde parfaite, si cette roue et la ligne à laquelle elle s'applique, étoient un cercle et une ligne mathématique. On la nomma d'abord *Trochoïde*, nom que quelques géomètres changèrent en celui de *Roulette*; on lui a ensuite donné le nom de *Cycloïde*, qu'elle a conservé. Il est à propos de remarquer dès à présent, que le cercle générateur peut parcourir d'un mouvement uniforme, une ligne plus ou moins grande que sa circonférence, comme si, en même-temps qu'il roule sur sa base, il y glissoit en avant ou en arrière, ce qui donne lieu à la division des cycloïdes en allongées et raccourcies. Ce sont, pour le remarquer en passant, les mêmes que celles que décrit un point pris au-dedans ou au-dehors du cercle générateur, tandis que sa circonférence s'applique à une ligne égale à elle.

Pour plus de clarté néanmoins, nous représentons dans la figure 20, la cycloïde ordinaire. On y voit le cercle générateur, dont le point P, d'abord appliqué à la base en A, a décrit l'arc A P, et continuant de se mouvoir, décrit la courbe A P P P B, de forme approchante d'une demi-ellipse, et se terminant en B où le point décrivant revient toucher sa base.

Et d'abord de cette description, il résulte que le cercle, dont le point P étoit d'abord appliqué en A, ayant passé en roulant à une position intermédiaire quelconque, où il touche

la base en C, la ligne C A sera égale à l'arc C P; et conséquemment la base entière A B sera égale à la circonférence de ce cercle; que la courbe arrivera à son sommet, lorsque le cercle aura fait la moitié de sa révolution, ensorte que le diamètre vertical P' D en sera l'axe : enfin une propriété initiale de cette courbe est que si d'un point quelconque F, on mène une parallèle à la base P F rencontrant en E le cercle décrit sur l'axe, et cet axe en F, la partie de cette ligne entre le cercle et la courbe sera égale à l'arc P E, ensorte qu'en général l'ordonnée P F à la courbe sera égale au sinus F E de l'arc E P', ou à l'ordonnée du cercle, plus cet arc; à quoi nous ajouterons que tirant les lignes D E, C P, ces deux lignes seront parallèles. Ces choses furent les premières que se démontrèrent les géomètres.

Quelques personnes ont cru voir les premières traces de la Cycloïde chez le cardinal de Cusa. Ce prélat, géomètre, pour trouver la quadrature du cercle, faisoit en effet rouler un cercle sur une ligne droite, jusqu'à ce que le point qui l'avoit d'abord touchée s'y appliquât de nouveau. Ce fut aussi le procédé de Charles de Bovelles (Carolus Bovillus) de Vermandois, dont nous avons parlé ailleurs. Mais on n'apperçoit ni chez l'un ni chez l'autre, aucune considération de la trace de ce point, qu'ils supposent même un arc de cercle. C'est Galilée qui paroît avoir eu la première idée de la cycloïde; car il dit dans une lettre à Torricelli, écrite en 1639 (1), qu'il l'avoit considérée depuis 40 ans, et qu'il l'avoit jugée propre par sa forme gracieuse à servir aux arches d'un pont. Il ajoute qu'il fit quelques tentatives pour déterminer son aire, mais qu'il ne put y réussir. Le trait suivant ne me paroît pas fort honorable pour Galilée. Car si nous en croyons Torricelli, il s'avisa de peser à diverses reprises, une cycloïde décrite sur quelque matière mince, et également épaisse pour la comparer au cercle, et la trouvant constamment moindre que le triple du cercle, il soupçonna dans leur rapport quelque incommensurabilité qui le fit désister de s'en occuper davantage. En vain quelques personnes qui n'étoient guère, ou point du tout géomètres (2), ont voulu le justifier par l'exemple d'Archimède, qui trouva, disent-ils, la quadrature de la parabole, par une voie mécanique, avant de la trouver par un procédé purement géométrique; cette justification est tout-à fait ridicule. Le premier procédé d'Archimède n'est appelé mécanique, que parce qu'il est fondé sur les principes abstraits de l'équilibre, qui appartiennent à la mécanique

(1) Groningius, *Hist. cycloïdis.*
(2) Groningius, *Hist. cycloidis.* M. Carlo Dati, *Lettera à Philaleth.* &c.

intellectuelle, et qui sont presque aussi nécessairement vrais que les notions des nombres et de l'étendue, et il n'a d'ailleurs aucun rapport avec celui de Galilée. Mais c'en est assez sur ce point de l'histoire de la cycloïde. Eût-elle été connue au cardinal *de Cusa*, comme Wallis s'efforce de le prouver, c'est ce qui importe peu. Il n'y a pas grand mérite à l'avoir remarquée; il ne commence à y en avoir que dans la solution des problêmes qu'elle présente.

C'est entre les années 1630 et 1640, qu'on commença à considérer la cycloïde avec quelque succès, et c'est en France que furent résolus pour la première fois les problêmes relatifs à son aire et à ses tangentes. Nous en fournirons les preuves après avoir raconté comment elle devint l'objet des recherches des géomètres François. Le P. Mersenne l'avoit, dit on, remarquée dès l'année 1615, en contemplant le mouvement d'une roue; et il avoit tâché, mais sans succès, de la carrer. Plusieurs années s'écoulèrent avant qu'il eût la satisfaction de voir son problême résolu. En 1628, il fit connoissance avec Roberval, et il le lui proposa; mais celui-ci étoit encore trop inférieur au problême. Il le sentit même, à ce qu'il dit, et sans s'y heurter infructueusement, il se livra à une étude approfondie des géomètres Grecs, et sur-tout d'Archimède. Six ans s'écoulèrent dans ce travail ou d'autres occupations, et le problême de la cycloïde étoit effacé de son esprit, lorsque Mersenne le lui rappela. Il l'attaqua alors avec les nouvelles forces acquises par ses études, et il le surmonta. Il démontra que l'aire de la cycloïde ordinaire A P B, c'est-à-dire, dont la base A B est égale à la circonférence du cercle générateur, étoit le triple de ce cercle. Il trouva aussi la mesure de l'aire des autres cycloïdes allongées ou raccourcies. Comme il s'étoit écoulé six ans entre la première proposition du problême et sa solution, les ennemis de Roberval disoient qu'il avoit resté tout ce temps dans le pénible effort de l'enfantement.

Le P. Mersenne, écrivant en 1647, donne à la solution du problême de l'aire de la cycloïde, la date de l'année 1634. On ne sauroit douter de la candeur de ce savant; mais comme on pourroit suspecter sa mémoire ou sa facilité extrême à se prêter aux impressions de ses amis, nous recourons à une autre preuve qui n'est point sujette à cette exception. Le P. Mersenne a publié dans son *Harmonie universelle*, ouvrage qui parut en 1637 (1), la découverte de Roberval, sur les cycloïdes de toute espèce. Si Wallis, et le second historien sur la cycloïde (2), eussent connu ces preuves, il n'eussent pas

(1) T. II, *Nouvelles obs. phys.*, obs. 11. (2) Carlo Dati.

fait honneur à l'Italie, d'avoir été la première à trouver l'aire de cette courbe. Car on voit par une lettre de Galilée, écrite à Cavalleri en 1640 (1), que l'aire de la cicloide étoit encore un mystère pour les géomètres Italiens, et même qu'il désespéroit qu'on pût la trouver. C'est un fait dont Torricelli est aussi convenu dans une lettre écrite en 164.. (2).

Le P. Mersenne apprit à Descartes (3), vers le commencement de 1638, la découverte de Roberval. Mais elle n'eut pas à ses yeux le même mérite qu'à ceux de son correspondant, et c'est ici le commencement des querelles nombreuses que cette Hélène des géomètres causa parmi eux. Descartes répondit qu'à la vérité la remarque de Roberval étoit assez belle, et qu'il n'y avoit jamais songé, mais qu'il ne falloit pas faire tant de bruit à ce sujet; et qu'il n'étoit personne médiocrement versé en géomètrie, qui ne fût en état de trouver ce dont Roberval se faisoit tant d'honneur. Il lui envoyoit dans la même lettre écrite à la hâte un précis de démonstration du rapport de la cycloïde à son cercle générateur qu'il développa davantage dans la lettre suivante. Il vouloit montrer par cet exemple que le problême étoit fort au-dessous de lui. Telle étoit en effet sa supériorité sur tous les géomètres de son temps, que les questions qui les occupoient le plus, ne lui coutoit pour la plûpart qu'une médiocre attention. Il est facile de s'en convaincre par la lecture de ses lettres.

Roberval, mortifié par ce jugement de Descartes, ne manqua pas de dire qu'il avoit été aidé par la connoissance du résultat qu'il devoit rencontrer. C'est en effet ce qui arrive bien souvent; mais il n'en étoit pas ainsi de Descartes. Informé de cette prétention de Roberval, et voulant établir sa supériorité sur lui par un nouveau trait, il chercha les tangentes de la cycloïde, problême dont Roberval s'occupoit depuis longtemps sans pouvoir y réussir. Il en envoya la solution à Mersenne avec un défi pour Roberval de les trouver. Il paroît que Fermat avec qui Descartes avoit alors un démêlé assez vif, étoit aussi compris dans le cartel. Celui-ci, à qui l'on ne peut refuser un génie allant de pair avec celui de Descartes, résolut le problême fort généralement, mais Roberval y échoua, ou ne s'en tira qu'avec beaucoup de peine, à en juger par les lettres de Descartes.

M. Pascal, ami de Roberval, et qui ne tenoit que de lui tout ce qu'il dit sur l'histoire de la cycloïde, prétend que ce ne fut que l'opiniâtreté de Descartes qui l'empêcha de donner

(1) Groning., *Hist. cycloïdis*, p. 13.
(2) *Ibid.* p. 35.
(3) Lett. de Descartes, *t.* 3, *l.* 66; *édit.* in-4°.

les mains à la solution de son adversaire. Mais qu'on lise les diverses lettres de ce philosophe, entr'autres les 91e. et 92e. du second volume (édit. *in*-4o.), et les 64e., 65e. et 84e. du troisième, l'on ne pourra douter du fait que nous avançons. Ces lettres prouvent clairement que Roberval fit de vains efforts pour résourdre le problême; qu'il en envoya cinq à six solutions différentes, qu'il changea à diverses reprises; qu'enfin Fermat ayant envoyé la sienne qui transpira, selon les apparences, entre les mains de Mersenne, ce que croiront facilement ceux qui connoissent le caractère de ce père d'après ses lettres et ses écrits, Roberval arrangea enfin une solution, dont Descartes le somma envain de donner la démonstration. Ce que l'abbé Gallois a écrit dans les mémoires de l'académie de 1692, est absolument détruit par les observations précédentes. L'abbé Gallois, autrefois ami de Roberval, ne parloit sans doute que d'après ce que celui ci lui avoit raconté; or, il est naturel de penser qu'il étoit bien éloigné de convenir de sa défaite, et même à en juger par la passion qu'il mit toujours dans ses démêlés avec Descartes, qu'il étoit homme à s'attribuer la victoire. Mais personne de ceux qui auront lu les pièces citées, ne pourra disconvenir que Descartes et Fermat n'ayent trouvé, tout au moins en même-temps que lui, les tangentes de la cycloïde, et que le premier n'ait résolu le problême avec une très-grande généralité.

En effet, la méthode donnée par Descartes, pour les tangentes de la cycloïde, s'étend généralement à toutes les courbes formées par la rotation d'une autre, sur une base quelconque soit rectiligne, soit curviligne, et quelque part que soit le point décrivant, au dedans, au dehors, ou sur la circonférence de la courbe génératrice. Elle est aussi remarquable par sa simplicité. Descartes montre (1), que si l'on tire du point T (*fig.* 21), dont on cherche la tangente, une ligne à celui de la base C, que touche la courbe génératrice, tandis qu'elle le décrit, la tangente sera perpendiculaire à cette ligne. La raison qu'il en donne est sensible. Si l'on faisoit rouler un polygone, la courbe que décriroit un point quelconque du même plan, seroit composée d'autant de secteurs de cercle qu'il y auroit d'angles. Mais une courbe peut être considérée comme un polygone d'une infinité des côtes infiniment petits. Celle qu'elle décrira par un de ses points, en s'appliquant successivement à une base quelconque, sera donc une figure composée d'une infinité de secteurs, dont chacun aura son centre au contact de la génératrice avec la base, et l'arc infiniment petit

(1) Lettre 65, *t.* 2.

au

au point décrit en même-temps. La tangente est donc perpendiculaire au rayon de ce secteur, et par conséquent à la ligne tirée du point de contact au point décrit. Ceci suppose, comme l'on voit, que la courbe génératrice roule, ou s'applique sur une ligne qui lui est égale; mais si l'on supposoit qu'elle glissât un peu dans ce mouvement, il seroit facile d'y étendre la règle.

Dans le cas de la cycloïde ordinaire (*fig.* 22), on voit aisément par la démonstration de Descartes, que la tangente Q T, est parallèle à la corde A P, et que la tangente au cercle rencontre celle de la cycloïde de telle manière, que P T est égale à P Q, ou à l'arc A P. C'est ainsi que Fermat résolvoit le problême, et il ajoutoit que lorsque la cycloïde étoit allongée ou raccourcie, le segment P T est à l'arc A P ou l'ordonnée P Q, comme la circonférence du cercle générateur est à la base. Descartes fit en même-temps une remarque qu'il ne faut pas oublier. C'est que les cycloïdes raccourcies se replient en dedans, et que les allongées de concaves qu'elles sont d'abord vers leur axe aux environs du sommet, deviennent convexes en s'approchant de la base. Il enseigna aussi le moyen de déterminer l'endroit où se fait ce changement de courbure.

Tout ce que nous venons de raconter se passa au plus tard vers le commencement de 1639. C'est ce que prouve sans replique la date d'une lettre de Descartes, c'est la 84e. du tome 3. Ainsi la priorité des géomètres François, en ce qui concerne la solution de ces problêmes, ne sauroit être révoquée en doute. Nous allons passer en Italie, ou nous avons vu qu'on n'avoit encore en 1640, que la stérile connoissance de la génération de la cycloïde.

Mersenne qui étoit en correspondance avec la plûpart des mathématiciens de l'Europe, s'avisa à ce qu'il paroît vers l'an 1639, d'écrire à Galilée, et de lui parler de la détermination de l'aire de la cycloïde, comme d'un problême qui occupoit les géomètres François. On seroit mal fondé à en tirer la conséquence que le problême n'avoit pas encore été résolu en France, comme ont fait quelques gens, ignorant les faits, puisque nous avons cité un livre imprimé en 1637, où l'on en trouve la solution. C'étoit seulement par égard pour Galilée, que Mersenne lui parloit ainsi. La question auroit eu l'air d'un défi, et c'eût été une sorte d'insulte pour un aussi grand homme. Galilée écrivit donc à Cavalleri vers le commencement de 1640. On a un fragment de sa lettre (1). Il l'y invite de nouveau à la recherche de l'aire de la cycloïde, je dis

(1) Groning. *Hist. cycloïdis.*

de nouveau, car il paroît par une lettre écrite dès 1639, qu'il l'avoit déjà fait de son propre mouvement. Mais il n'eût pas la satisfaction de voir ce problême résolu ni même de savoir s'il l'avoit été quelque part, ce qu'il demandoit instament dans une de ses lettres. Cavalleri, tout habile géomètre qu'il etoit, y échoua, et Galilée mourut en 1642. Que peuvent répondre à ces preuves écrites, ceux qui, comme Groningius, Carlo-Dati (1), ont prétendu faire honneur à l'Italie, de la première solution de ce problême.

Après la mort de Galilée, ses deux disciples et compagnons de sa vieillesse, Torricelli et Viviani, informés des invitations qu'il avoit reçues de travailler à ce problême, y essayèrent leurs forces. Torricelli trouva l'aire, et Viviani les tangentes (2); le premier en reçut au commencement de 1643, les félicitations de Cavalleri qui convenoit avoir fait de vains efforts pour surmonter la difficulté du problême (3). Torricelli faisoit alors imprimer ses ouvrages; il y inséra par forme d'appendix, ce qu'on avoit trouvé en Italie sur ce sujet. On ne peut disconvenir que Torricelli et Viviani n'ayent pu résoudre au-delà des Monts, un problême déjà résolu en deçà; et puisque Roberval étoit si jaloux de sa découverte, il lui suffisoit d'établir par des pièces authentiques son droit sur elle, au lieu de la fulminante et pédantesque lettre qu'il écrivit à Torricelli, et dans laquelle il n'a pas su faire valoir la seule raison irréfragable qu'il pouvoit alléguer, savoir le livre de Mersenne, imprimé en 1637. Cette preuve eût mieux valu que toutes ses protestations et *adjurations aux immortels*, ainsi que la longue histoire qu'il fait de ses méditations sur la cycloïde. Dans des contestations de ce genre, on n'a égard aux faits avancés par les parties, qu'autant qu'ils sont fondés en preuves écrites.

M. Pascal, dans son *Histoire de la Roulette* (Cycloïde), dit que Roberval ayant trouvé l'aire de cette courbe vers l'an 1634, Mersenne l'exhorta à cacher sa solution pendant un an, et qu'il invita tous les géomètres de l'Europe à la rechercher. L'un et l'autre de ces faits me paroissent peu exacts. Car d'abord il est contasté par la correspondance de Descartes, citée plus haut, qu'il n'a eu connoissance du problême que vers 1638, où Mersenne lui en parla pour la première fois; et qui pourra penser que ce correspondant de notre philosophe, eût oublié de le mettre au premier rang des géomètres

(1) *Lettera à Philalethi.*
(2) Lettre de Torricelli à Roberval, *Anc. Mém. de l'Acad.*, t. 6.
(3) Groning. *Ibid.*

de l'Europe? En second lieu, la date de 1635 est sûrement antérieure à la véritable. Car Mersenne, à la fin de son *Harmonie universelle* qui parut en 1637, corrige, d'après la découverte de Roberval, ce qu'il avoit dit dans le premier volume, sur la cycloïde qu'il prenoit alors pour une ellipse. Il paroît par là que c'est seulement vers cette époque, qu'il s'avisa d'écrire à quelques géomètres pour les inviter à chercher l'aire de cette courbe.

Pascal continue, et dit que vers l'an 1638, un certain M. de Beaugrand, mathématicien fort mal traité par Descartes, et à ce qu'il paroît avec justice, ramassa les démonstrations des découvertes faites en France sur la cycloïde, et qu'après les avoir un peu déguisées, il les envoya en Italie à Galilée. Ce fait me paroît avancé au gré de la passion de Roberval, dont Pascal le tenoit. Car Galilée, dans ses lettres à Cavalleri, écrites en 1639 et 1640 (1), parle de la cycloïde comme d'une courbe dont il désespéroit qu'on trouvât jamais la mesure. Quelle apparence que Galilée eût tenu ce langage, lui qui témoignoit à Cavalleri combien il désiroit savoir si quelqu'un avoit résolu le problême? Ainsi il est évident qu'on doit regarder l'histoire de la lettre de M. de Beaugrand sur la cycloïde, comme un fait controuvé ou soupçonné seulement par Roberval. Au reste ce M. de Beaugrand étoit coutumier du procédé qu'on lui impute.

Pascal dit enfin que Galilée étant mort, Torricelli parcourant ses papiers, y trouva les démonstrations envoyées par Beaugrand; que celui-ci mourut bientôt après, et que Torricelli l'ayant appris, et se voyant assuré par là de ne pouvoir être démasqué par personne, divulgua ces démonstrations comme siennes dans l'ouvrage qu'il publia en 1644. Les observations faites plus haut paroissent renverser entièrement ces allégations.

Cet historien n'est pas beaucoup plus exact ou moins partial, lorsque pour prouver le plagiat de Torricelli, il parle d'une lettre de rétractation écrite en 1646 par ce géomètre. On diroit que Torricelli est convenu par cette lettre de son tort, rien moins cependant que cela. On la lit dans l'*Historia Cycloïdis* de Groningius, et l'on y voit seulement que Torricelli, fatigué des criailleries de Roberval, lui écrit enfin qu'il importoit peu que le problême de la cycloïde fût né en France ou en Italie; qu'il ne s'en disoit point l'inventeur; que jusqu'à la mort de Galilée, on n'avoit point connu en Italie la mesure de cette courbe, et qu'il ne l'avoit point reçue de France. Il

(1) Groning. *Ibid.*

ajoutoit qu'il avoit trouvé les démonstrations qu'on lui contestoit, et qu'il s'inquiétoit peu qu'on le crût ou qu'on ne le crût pas, parce que ce qu'il disoit étoit conforme au témoignage de sa conscience; qu'au surplus, si l'on étoit si jaloux de cette découverte, il l'abandonnoit à qui la voudroit, pourvu qu'on ne prétendît point la lui arracher par violence. Voilà le précis de cette prétendue rétractation, alléguée comme preuve du plagiat de Torricelli. Mais nous terminons ici l'histoire d'une contestation, à laquelle les géomètres actuels ne donneront pas la même importance. Le récit que nous en avons fait, et que nous avons appuyé de preuves, montre que Roberval y mit beaucoup de passions, et que Pascal n'a pas mis moins de partialité, en faveur de ce dernier, dans l'histoire qu'il en a donnée; ou au moins qu'il n'a eu connoissance d'aucune des pièces, qui pouvoient jeter des lumières, sur cette contestation. Disons néanmoins, pour la justification de Pascal, qu'il n'avoit pas été à portée de voir ces pièces, dont les principales, comme les lettres de Descartes, l'histoire de la cycloïde de Groningius, n'ont vu le jour que postérieurement à sa mort. Il a donc pu, et même en quelque sorte, dû en croire Roberval son ami.

Après les problêmes sur l'aire et les tangentes de la cycloide, ceux qui se présentent les premiers regardent les solides formés par sa rotation autour de sa base et de son axe. Roberval paroît avoir eu ici le mérite de les trouver l'un et l'autre le premier. Le P. Mersenne mandoit en 1644, à Torricelli, la raison du premier de ces corps avec le cylindre de même base et même hauteur, trouvée par Roberval, savoir, de 5 à 8, à quoi Torricelli répondit aussitôt qu'il avoit trouvé la même chose quelques mois auparavant. A l'égard du dernier, qui est incomparablement plus difficile, le géomètre Italien y échoua, et Roberval reste seul en possession d'avoir découvert sa mesure. Torricelli avoit annoncé qu'il étoit à son cylindre circonscrit, comme 11 à 18. Il est vrai que ce rapport approche assez du véritable; mais Roberval la donne de cette manière, qui est la vraie. Si l'on fait *comme les* $\frac{3}{4}$ *du carré de la demi-circonférence moins le* $\frac{1}{3}$ *du carré du diamètre, au carré de la demi-circonférence; ce sera le rapport du solide décrit par la cycloïde à l'entour de son axe, à son cylindre de même base et même hauteur;* ce qui est confirmé par les calculs modernes. Or prenant pour rapport du diamètre à la circonférence, celui d'Archimède de 7 à 22, on trouve en nombres le rapport assigné par Roberval, être celui de 11 à $17 \frac{791}{893}$, ce qui approche, il est vrai de 11 à 18; mais enfin ne l'est pas, et en diffère d'environ $\frac{1}{9}$. Je ne sais si l'on peut

dire que cette exactitude suffit pour penser que Torricelli avoit en mains la vraie solution. Je le laisse à juger aux géomètres.

Roberval a dit long-temps après (1), qu'il avoit trouvé dans le même-temps la grandeur de l'arc de la cycloïde, et qu'ayant dévoilé toutes ses autres découvertes, il avoit toujours tenu celle-là cachée, jusqu'au temps où Wren y parvint de son côté. On nous permettra, par de fortes raisons, de douter de cette assertion; en effet, pourquoi Roberval ne communiqua-t-il pas sa découverte à Pascal, quand celui-ci proposa ses fameux problèmes, parmi lesquels étoit la détermination de la longueur de la cycloïde. Son ami lui en eut certainement fait honneur, au lieu que ne la publiant point dans cette circonstance, c'étoit renoncer absolument à l'honneur de l'avoir trouvée. Pouvoit-il douter que le problême proposé par Pascal, seroit résolu, et l'étoit déjà par lui-même, s'il ne l'étoit par aucun autre; et par conséquent que s'il s'obstinoit à faire mystère de sa découverte, il seroit prévenu. Pascal même, tout ami qu'il étoit de Roberval, ne lui donne aucune part à cette découverte, quoiqu'il y associe Fermat et Wren.

La théorie de la cycloïde ne s'accrut d'aucune vérité nouvelle, pendant un intervalle d'environ 12 ans, c'est-à dire, depuis 1646 jusques vers 1658. Ce fut M. Pascal qui la reproduisit alors sur la scène. Ce géomètre, physicien et écrivain célèbre, fils d'un père qui étoit lui-même très-versé en géométrie, avoit fait dans cette science des progrès étonnans, dès sa première jeunesse. Personne n'ignore l'histoire qu'on raconte de lui. Son père avoit voulu lui cacher, pour ainsi dire, la géométrie jusqu'à un certain âge, de crainte que s'il venoit à la goûter, ce qu'il auguroit de la justesse prématurée do son esprit, elle ne le détournât d'autres études essentielles pour le moment. Mais il étoit difficile de ne pas entendre parler géométrie dans la maison de M. Pascal le père, lié comme il l'étoit avec les Roberval, Midorge, Mersenne et tous les mathématiciens de Paris qui avoient quelque célébrité. Le jeune Pascal, âgé de 12 ans, se créa, pour ainsi dire, une géométrie, d'après ce qu'il avoit entendu. Son père étant entré un jour dans sa chambre, le trouva occupé de figures géométriques qu'il s'étoit tracées, et vit avec le plus grand étonnement, qu'il s'étoit démontré la 32e. proposition d'Euclide. C'est celle où l'on fait voir que dans tout triangle rectiligne, les trois angles pris ensemble sont égaux à deux droits. Sans doute il n'avoit pas suivi la marche d'Euclide; car cette marche, quoique la plus rigoureuse, et la seule rigoureuse, n'est pas la

(1) De Troch., *Anc. Mém. de l'Acad.*, t. 6.

plus courte. Mais en y réfléchissant, on verra que cette propriété dérive de deux autres des lignes parallèles qu'il n'est pas impossible à un esprit juste et né pour la géométrie, d'appercevoir, quoique peut-être il ne pût se les démontrer rigoureusement. L'une est l'égalité des angles du même côté, formés par deux parallèles tombant sur une même ligne; car, qui dit *parallèles* dit des lignes semblablement inclinées du même côté, à l'égard de la ligne qui les coupe; l'autre est l'égalité des angles opposés par la pointe, égalité que les sens même démontrent en quelque sorte, d'où suit celle des angles alternes entre deux parallèles, et enfin en tirant par le sommet du triangle une parallèle à la base, l'égalité des trois angles du triangle aux trois angles formés du même côté d'une ligne droite, par des lignes partant d'un de ses points. Or ces ces derniers sont la moitié de tont le contour du cercle; ils formeront donc deux angles droits, puisque le contour du cercle forme les quatre angles droits.

Tel fut probablement le procédé de Pascal, mais ce qui ne seroit pas absolument une merveille pour un homme mur et accoutumé à réfléchir, en est vraiment une dans un jeune homme de 12 ans. Si Pascal n'eût pas dans la suite donné des preuves du génie le plus profond dans ce genre, ce qu'on raconte de lui seroit une fable. Mais quelque surprenante que soit la chose, nous sommes, aujourd'hui que nous y avons mieux réfléchi, porté à l'admettre, d'autant plns que le fait est appuyé d'autorités respectables, et snrtout de celle de Pascal le père, homme intègre, qui courut le raconter à ses amis. Le père de Pascal ne refusa donc plus à son fils la connoissance de la géométrie, et lui donna un *Euclide*, qu'on peut juger aisément qu'il lut comme un roman; il l'admit aux conférences savantes qu'il tenoit avec ses amis, et Pascal fut déjà géomètre à un âge où les meilleurs esprits ne se doutent même pas encore qp'il y ait une géométrie. A l'âge de 16 ans, il composa un traité des coniques, où tout ce qu'Apollonius avoit démontré étoit élégamment déduit d'une seule proposition générale. Mersenne en parle de cette manière dans *harmonie universelle : Quid de binis Pascalibus dixero, patre in omnibus mathematicis versato qui mira de triangulis demonstravit; filio qui unica propositione 400 corollariis stipata omnia Apollonii conica comprehendit.* Ce traité fut envoyé à Descartes qui ne put le croire l'onvrage d'un jeune homme de 16 ans, et qui aima mieux l'attribuer à *Pascal le père*, ou à Desargues. Mais outre que nous avons dans ce siècle des exemples de cet avancement en géométrie, si peu proportionné au nombre des années, il y a dans la vie de Pascal des traits

qui rendent celui-là probable. On peut le croire de celui qui inventa la machine Arithmétique à 19 ans; en effet, Pascal n'en avoit pas davantage, lorsqu'il imagina cette ingénieuse machine, qui fait encore l'admiration des meilleurs esprits, par la complication de ses parties et l'invention qui y règne. Il la présenta d'abord au chancelier de France, Pierre Séguier, et la lui dédia ensuite, après l'avoir perfectionnée, par un épître qu'on lit dans le recueil de ses Oeuvres, tome 4. Il l'annonça au public, la même année 1645, en lui rendant compte des raisons qui l'empêchoient d'en donner la description; en quoi il a été suppléé par M. Diderot, dans la première Encyclopédie.

Tout le monde sait que Pascal s'est rendu célèbre parmi les physiciens, tant par ses *nouvelles expériences touchant le vuide*, que par la fameuse expérience sur le Puy-de-Dôme, près Clermont, faite sous sa direction, par M. Perier, son beau-frère, mais tout cela sera expliqué ailleurs. Nous ne présentons ici ce grand homme que comme géomètre.

Pascal avoit en quelque sorte abandonné la géométrie plusieurs années avant sa mort, pour s'adonner uniquement à des études plus importantes, celles de la religion et de la morale; mais les mathématiques sont pour ceux qui les ont une fois goûtées, une maîtresse chérie que de puissans motifs peuvent faire négliger, mais avec laquelle on est toujours prêt à se rengager. Pascal éprouva, ce semble, dans cet intervalle de temps, plusieurs fois cette foiblesse. Quelques questions sur les jeux l'engagèrent à approfondir les combinaisons, et ses méditations sur ce sujet donnèrent lieu à l'invention de son *triangle arithmétique*, au moyen duquel il résoud divers problêmes sur cet objet. Il écrivit sur cette matière un traité qui paroît avoir été achevé vers 1653, quoique imprimé seulement en 1665. Les usages de ce triangle arithmétique sont nombreux, et c'est une invention vraiment originale et singulièrement ingénieuse. Bientôt après il s'engagea dans un commerce de lettres avec le célèbre Fermat, sur des questions soit géométriques, soit numériques. Ils se proposèrent réciproquement et amicalement des problêmes sur ce que Pascal appeloit les *parties des joueurs*, et que nous appelons aujourd'hui la *théorie des probabilités dans les jeux de hasard.* Ces recherches donnèrent lieu à une nouvelle branche des mathématiques, mais nous n'en dirons pas davantage ici, parce que cette matière nous occupera ailleurs.

On voit encore par un écrit latin que Pascal adressa en 1654, à ce qu'il appeloit l'*Académie des mathématiciens de Paris*, qu'il méditoit l'édition de divers opuscules géométriques

et arithmétiques Cette académie n'étoit pas l'académie royale des sciences qui n'existoit pas encore ; mais elle en étoit le germe. C'étoit une société libre, composée d'un grand nombre de mathématiciens habiles qui s'étoient assemblés d'abord chez M. Pascal le père, et qui se réunirent ensuite chez M. de Carcavi, amateur illustre de ces sciences, et intime ami de MM. Pascal. Le premier de ces opuscules étoit intitulé *de numericarum potestatum ambitibus*, parce qu'il traitoit de *ambitibus* (contours ou différences) des nombres carrés, cubes, &c. ; le second traitoit des nombres multiples des autres, et faisoit voir comment par l'addition de leurs caractères on pouvoit connoître leur multiplicité. Ces deux opuscules étoient achevés ; le premier nous paroît perdu, mais on a évidemment le second dans l'écrit qui est à la suite du triangle arithmétique, et sous le titre *de numeris multiplicibus ex solâ caracterum numericorum additione dignoscendis*. Pascal, en faisant hommage de ces deux écrits à l'académie, ajoutoit que s'ils obtenoient son suffrage, ils seroient bientôt suivis de plusieurs qu'il indique, savoir :

De numeris magico-magicis. C'étoit un traité des carrés magiques qui, dépouillés d'une bande, sont encore magiques ; Freuicle a suppléé à cet égard à Pascal.

Promotus Apollonius Gallus. C'étoit une extension de l'*Apollonius Gallus* de Viète, telle que le livre du géomètre ancien restitué par Viète, n'étoit plus qu'une petite partie de celui de Pascal.

Tactiones sphaericae, pari amplitudine dilatatae. C'étoit sans doute une extension semblable du problême, qu'à l'imitation de celui sur les cercles, Fermat s'étoit proposé sur les contacts des sphères.

Tactiones conicae, où cinq points et cinq droites étant données, il s'agit de trouver une section conique qui passe par les cinq points, ou qui passant par quatre points touche une des droites, &c.

Loci solidi, avec tous leurs cas.

Loci plani, extrêmement amplifiés au-delà de ceux des anciens, et de ce que les modernes y avoient ajouté.

Conicorum opus completum, ou les coniques fort étendus au-delà de ceux d'Apollonius, et déduits presque d'une seule proposition ; ouvrage composé lorsqu'il avoit à peine seize ans, et qu'il avoit depuis mis en ordre.

Perspectivae methodus, de laquelle il dit qu'elle lui paroît la plus expéditive qu'on eût encore imaginée, donnant chaque point du tableau par l'intersection seulement des deux lignes droites.

De

De compositione aleae in ludis ipsi subjectis. C'est le traité des partis des jeux de hazard, joint à celui du triangle arithmétique. Je ne dis rien, ajoute-t-il, de la gnomonique ni de divers mélanges mathématiques, dont je suis en possession, mais qui ne sont pas en ordre et qui n'en valent pas la peine.

Ce fut probablement le funeste accident qu'éprouva Pascal cette même année 1654, qui l'empêcha de publier tous ces curieux morceaux mathématiques, bien dignes d'être regretés, à en juger par ceux qui nous sont parvenus. Quoiqu'il en soit, après cette époque, ses liaisons avec Port-royal l'engagèrent dans les discussions théologiques qui divisoient alors l'église de France. Cette querelle fameuse, à peine assoupie un siècle après par la ruine entière d'un des partis, donna naissance à ces célèbres lettres connues sous le titre de *Provinciales* ; ouvrage qui, malgré le peu d'intérêt qu'inspirent à présent ces questions, sera toujours un modèle de fine raillerie unie à une force de raisonnement non commune.

La cycloïde enfin, car il est temps de rentrer dans notre sujet, fut un nouveau motif de distraction, je dirois volontiers de recluse pour Pascal. Voulant charmer les longues insomnies que lui causoit son état maladif, il se mit vers le commencement de 1658 à considérer plus profondément les propriétés de cette courbe. Ceux qui en avoient fait jusques-là l'objet de leurs recherches, s'étoient bornés à l'aire de la cycloïde entière, et aux solides formés autour de la base et autour de l'axe. Pascal envisagea le problême plus généralement, et de cette manière. Soit (*fig.* 24) une cycloïde B A D, dont l'axe soit A C, et la base B D. Soit retranché par une ordonnée quelconque F H, un segment F A H; on demande l'aire et le centre de gravité de ce segment, le solide qu'il forme en tournant tant autour de cette ordonnée que de l'axe A C, ainsi que leurs surfaces; leurs centres de gravité et ce qui augmente beaucoup la difficulté ceux des segmens de ces solides coupés par un plan passant par l'axe de rotation.

Quelques nuits de méditation, dit-on, lui furent suffisantes pour se mettre en possession de ces problêmes, les plus difficiles que la géométrie se fût encore proposé. Mais tout cela eut peut-être été perdu pour elle, si l'on n'eût engagé Pascal à ne pas laisser ces découvertes dans l'obscurité. Son caractère ne le portoit pas à vouloir faire parade de ses forces en géométrie. Mais des gens pieux, au nombre desquels étoit le duc de Roannez, versé d'ailleurs dans les mathématiques, pensèrent qu'il y auroit un avantage à faire voir que le même homme qui défendoit la religion et le christianisme contre l'incrédulité, étoit peut-être le plus profond penseur et le

plus grand géomètre de l'Europe. Ils exigèrent donc de Pascal qu'il fît un essai de la force des géomètres, ses contemporains, en leur proposant ses problêmes sur la cycloïde. Il s'y rendit, et sous le nom *de A. Dettonville* (anagramme de celui de Louis de Montalte, sous lequel il s'étoit caché dans ses provinciales), il adressa aux géomètres, en date du mois de juin 1658, une lettre circulaire d'invitation à résoudre ses problêmes. Il s'engageoit à donner au premier qui les résoudroit quarante pistoles, et vingt au second; il fixoit au 1er. octobre suivant, le terme auquel il falloit que les solutions fussent remises, avec les formalités à observer pour en constater la délivrance. M. de Carcavi fut désigné pour celui à qui il falloit les adresser. Cette lettre fut peu après suivie d'une autre destinée à lever quelques doutes formés sur certaines expressions de la première. Il y disoit d'abord que la cycloïde, dont il s'agissoit, étoit la cycloïde ordinaire où la base est égale à la circonférence du cercle générateur, et le point décrivant sur la circonférence. Il y limitoit aussi le calcul qu'il avoit demandé comme pierre de touche de la justesse de la solution, à celui du cas du centre de gravité du demi solide formé par la cycloïde autour de sa base.

Arrivé à cet endroit de mon ouvrage, je crois devoir faire l'aveu que dans ma première édition, j'ai été inexact en divers points. Je n'avois pu voir que légèrement plusieurs pièces qui ont été depuis publiées par le C. Bossut, dans la précieuse édition qu'il a donnée des OEuvres de Pascal, en 1779. Je vais donc me corriger ici, et reprendre pour ainsi dire, en sous oeuvre, cette partie de l'histoire de la géométrie.

Les problêmes proposés par Dettonville sur la cycloïde, étoient de nature à trouver en Europe peu de gens en état de les attaquer avec succès; aussi n'y eut-il à ce qu'il paroît que deux hommes qui formèrent des prétentions au prix, l'un le célèbre Wallis, et l'autre le P. Lalouère, jésuite de Toulouse, déjà connu par un ouvrage intitulé: *Elementa tetragonismica seu quadratura circuli et hyperbolae ex datis ipsorum centris gravitatis*, Tol. 1651, in-8°. Nous verrons plus bas avec quel succès ils se portèrent dans la résolution de ces problêmes.

Mais il y eut plusieurs autres géomètres qui, sans aspirer aux prix, saisirent cette occasion de faire part à M. Pascal de la solution de quelques-uns de ses problêmes. Tels furent M. de Sluse, chanoine de Liége, si connu des analystes; le prélat Ricci (que Pascal appelle *Richi*), depuis cardinal; le celèbre Huygens et le chevalier Wren. Huygens annonçoit avoir trouvé que le segment de la cycloïde, retranché par

l'ordonnée passant à une distance du sommet égale au quart du diamètre, étoit égal à un espace rectiligne, chose qu'observoit aussi le chevalier Wren. Mais la découverte principale de Wren étoit la rectification absolue de l'arc de la cycloïde; il annonçoit en effet, et il en donna dans la suite la démonstration, ainsi que plusieurs autres, qu'un arc quelconque de cette courbe pris depuis le sommet comme A F (*fig.* 24), étoit égal au double de la corde A E, tirée dans le cercle générateur, de sorte que la moitié A B de la cycloïde, est double du diamètre A C du cercle générateur. Il trouva aussi quelque temps après la dimension de la surface des solides autour de la base et de l'axe, et conséquemment le centre de gravité de l'arc de la courbe. Il envoya toutes ces choses à M. Pascal, dans une lettre datée du 12 octobre (vieux style), c'est-à-dire, du 22 selon le nôtre. M. de Fermat détermina aussi la grandeur des surfaces dont nous venons de parler, et donna à cette occasion, dit M. Pascal, une méthode générale et fort belle pour la dimension des surfaces rondes, dont nous dirons un mot ailleurs. Nous ne voyons point dans les différentes pièces de ce défi géométrique, ce que Ricci avoit trouvé. Nous allons donc passer à l'histoire du jugement des mémoires envoyés pour concourir.

Ce ne fut que le 24 novembre que M. de Carcavi, assisté de quelques géomètres qui ne sont point nommés, et l'un desquels étoit sûrement Roberval, procéda à l'examen de ces pièces; mais dans l'intervale, Dettonville publia deux écrits datés des 7 et 9 octobre, concernant les prétentions de quelques géomètres qui avoient demandé des délais qui devenoient comme illimités; qui s'étoient plaints qu'on eût exigé que la remise fût constatée par un officier public de Paris; qui enfin s'étoient autorisés de quelques expressions de M. Pascal, pour envoyer un calcul fait au hasard du cas indiqué, afin d'avoir le temps de se corriger, prétentions que M. Pascal fait voir être absurdes ou mal fondées; quant à la remise des pièces, ce qui justifie Pascal à cet égard, c'est l'usage de toutes les académies qui exigent que la date de la remise des pièces envoyées pour le concours soit constatée par le reçu de leurs secrétaires, donné sur le lieu.

Peu après, c'est-à-dire, le 10 octobre, Pascal publia en françois son histoire de la Roulette, appelée autrement *Trochoïde* ou *Cycloïde*, &c., et en même temps en latin sous le titre de *Historia Trochoidis seu Cycloidis Gallice*, la Roulette, &c. Nous avons fait usage, sauf observations, des faits contenus en cette histoire; il paroît bien constaté que les géomètres françois sont les premiers qui ayent considéré cette courbe,

qui en ayent trouvé l'aire, les tangentes et les solides, tant à l'entour de l'axe et de la base. C'est à la fin de cette pièce que Pascal rend à Wren, Fermat, Huygens, Sluse, le tribut d'éloges qu'ils méritoient. C'est là, dis-je, qu'il propose ses nouveaux problêmes relatifs à la dimension des surfaces.

Enfin, les examinateurs s'assemblèrent le 24 novembre 1658, et procédèrent à l'examen des deux pièces, les seules envoyées pour concourir aux prix. La première fut bientôt mise hors de concours; c'étoit celle du P. Lalouère (*Lalovera*), datée du 15 septembre, qui ne contenoit que le calcul du cas énoncé dans la seconde lettre de M. Pascal : mais ce calcul étoit faux; l'auteur l'avoit même reconnu par une lettre du 21 septembre; il n'avoit point envoyé d'autre calcul, ni la démonstration de sa méthode; en vain l'avoit-on invité à envoyer ce calcul, puisqu'il disoit être en possession de la solution du problême, ne fut ce que sous un chiffre qu'il expliqueroit ensuite. Il ne démordit point de sa prétention d'être en possession du problême sans vouloir en administrer la moindre preuve qu'un faux calcul qu'il prétendoit avoir rectifié. Quelle est la compagnie savante qui ne l'eut déclaré hors du concours.

Il est vrai que le P. Lalouère avoit publié dès le mois d'août 1658 à Toulouse, un petit écrit intitulé *de Cycloide prop.* 20; il forme le premier livre de son ouvrage sur la cycloïde intitulé : *Geom. promota in* VII *de Cycloïde libris* (Tol. 1660, in-4°.). Mais dans ce livre même, le P. Lalouère ne va pas au-delà du solide décrit par la cycloïde tournant autour de sa base. Or Pascal avoit demandé la détermination du solide autour de l'axe, et même le centre de gravité du demi solide coupé un plan passant par la base, &c., ce qui étoit bien autrement difficile. Enfin, le jésuite géomètre ayant toujours refusé de donner même sous l'enveloppe d'un chiffre, le calcul du cas indiqué par Pascal, on peut dire qu'il ne fut jamais en droit d'avoir part aux prix, et nous croyons, quoique nous ayons dit autrefois, le P. Lalouère bien jugé. Ce père publia en 1660 l'ouvrage cité ci-dessus, où l'on trouve à la vérité la solution de tous ces problêmes; mais qui nous assure qu'il ne s'aida point alors de l'ouvrage même de Pascal, qui donna les moyens de parvenir à toutes ces solutions, dès le commencement de 1659.

La seconde pièce méritoit plus d'attention; elle étoit de Wallis, et contenoit 54 articles ou paragraphes, dans lesquels ce célèbre géomètre donnoit ou prétendoit donner la solution de tous les problêmes proposés par le premier écrit de Pascal. Elle étoit munie de l'attestation d'un notaire d'Oxford, en date du 19 août, en quoi il manquoit à la condition prescrite par

le géomètre françois. Mais ce ne fut pas par cette raison que le prix ne lui fut pas adjugé. On lit dans le jugement que sa pièce avoit été remise à Paris au commencement de septembre, et que depuis on avoit reçu de lui trois autres lettres par lesquelles il se corrigeoit successivement, ajoutant même dans la dernière du 30 septembre, qu'outre les corrections qu'il avoit déja envoyées, il pouvoit y en avoir d'autres à faire. Une de ces corrections portoit sur le rapport du solide formé par la demi-cycloïde autour de son axe à la sphère du cercle générateur, rapport que par une méprise dont il convient dans son traité *De Cycloïde*, n°. 30, il avoit fait de 27 à 2; il le faisoit par sa correction de 37 à 4 : ce qui est encore inexact, quoique conforme, dit le rapport des commissaires, à sa méthode, qui étoit conséquemment vicieuse. Enfin, disent ces commissaires, l'auteur de cet écrit n'est pas moins éloigné du vrai centre de gravité des solides à l'entour de la base, et encore plus de ceux à l'entour de l'axe à cause d'une nouvelle méprise qu'il commet, en prenant mal les centres de gravité de certains solides élevés perpendiculairement sur des trapèzes, dont il se sert presque par tout, et qui sont coupés par des plans passant par l'axe. Ils avoient remarqué un peu plus haut que l'auteur de l'écrit s'étoit trompé en ce qu'il raisonnoit sur certaines surfaces indéfinies en nombre, et qui ne sont pas également inclinées entr'elles, comme si elles l'étoient, &c. Il seroit à souhaiter que l'écrit original de Wallis subsistât pour pouvoir juger de la justice de cette inculpation, qu'il paroît difficile de ne pas admettre, quand on considère que Wallis lui même n'a que foiblement réclamé contre ce jugement, et qu'il convient même de quelques méprises quoique, selon lui, peu essentielles. Sa méthode en effet qui procède au moyen de certains trapèzes de plus en plus couchés sur la base, est propre à conduire à une pareille erreur, à moins d'une attention particulière. Nous nous bornons au surplus ici à rapporter le jugement des commissaires, sans y rien mettre du nôtre; nous ajouterons seulement qu'en admettant son équité, cela ne doit porter aucune atteinte à la gloire de Wallis; car il y a une grande inégalité entre celui qui propose un pareil défi, et celui qui tente d'y répondre. Le premier s'est occupé dans le silence, et pour ainsi dire à son aise, d'une recherche particulière vers laquelle son goût, et peut être des circonstances particulières l'ont dirigé. Il a eu tout le temps de tourner et retourner son sujet de toutes les manières; quelquefois même des idées heureuses et dues au hasard, lui en ont applani les difficultés. Le second, au contraire, attaque une matière toute neuve pour lui, et n'a qu'un

temps limité pour se faire même ses instrumens ; c'est-à-dire, se former les méthodes propres à résoudre la question. Il n'est pas surprenant qu'avec peut être autant de génie et de savoir que le premier, il y échoue. Après cette observation, nous reprenons le fil de notre histoire.

Le commencement de 1659 étant arrivé, Pascal se disposa à mettre au jour ses solutions. Il les publia peu après dans un écrit sous le titre de lettres *de A. Dettonville à M. de Carcavi ;* on y trouve d'abord une méthode pour les centres de gravité de toutes sortes de grandeurs ; elle est suivie d'un traité intitulé : *des Trilignes rectangles et de leurs onglets*, qui est une introduction générale à la dimension des solides de circonvolution. Il y examine ce qu'il faut connoître dans une figure curviligne quelconque, pour avoir la mesure des solides produits par sa circonvolution, soit autour de sa base, soit autour de son axe, leurs centres de gravité et ceux des demi solides avec les surfaces de ces solides et demi-solides, et leurs centres de gravité. Dans les traités suivans qui portent pour titres : *des Sinus du quart de cercle et des arcs de cercle*, *des solides circulaires*, Pascal s'occupe à déterminer dans la figure circulaire, les différentes choses qu'il a fait voir être nécessaires pour la solution des problêmes ci-dessus. Enfin, dans la dernière partie intitulé : *Traité général de la Roulette* ou *Problêmes touchant la Roulette proposés publiquement, et résolus par A. Dettonville*, après avoir observé que l'ordonnée de la cycloïde se résoud en deux parties, l'une qui est le sinus ou ordonnée du cercle générateur, l'autre l'arc correspondant, il résume toutes les choses, et montre qu'il a donné dans les traités précédens, tout ce qu'il faut pour la solution de ses différens problêmes. Nous regrettons de ne pouvoir développer davantage le procédé de M. Pascal ; il nous suffit d'observer qu'on y voit éclater un génie, tel que tout géomètre regrettera que d'autres occupations, malgré leur importance, ayent empêché Pascal de suivre uniquement la carrière de la physique, et surtout celle de la géométrie. Quels pas n'y eût-il pas fait, si un sentiment, peut-être exagéré, sur la vanité de toutes les sciences autres que celles de la religion et de la morale chrétienne, ne l'eût entraîné hors de cette carrière, et engagé dans les querelles célèbres qui régnoient à cette époque ; querelles dans lesquelles il s'est fait un nom immortel par ses fameuses lettres, où règne le raisonnement le plus solide, assaisonné de la plus fine plaisanterie, et qu'on lit encore avec plaisir, malgré le peu d'intérêt qu'inspire aujourd'hui le sujet.

La solution que Pascal donne de ses problêmes, est suivie de

quelques autres écrits géométriques. L'un concerne la rectification de la cycloïde, soit ordinaire, soit allongée, soit raccourcie. Pascal y montre, par une méthode générale, que toutes ces courbes sont égales à des demi-circonférences d'ellipses, dont il détermine les axes conjugués. Ceci ne contredit point la découverte de Wren sur la rectification absolue de la cycloïde ordinaire; il arrive en effet, dans ce cas, que le petit axe de l'ellipse est nul, ce qui fait que sa circonférence coincide avec le grand axe; ainsi ce que Wren avoit trouvé par une méthode particulière, n'est qu'un corollaire de celle de M. Pascal. Ce rapport des courbes cycloïdales avec l'ellipse, se démontre facilement par le moyen du calcul intégral; car l'expression différentielle ou de l'élément de ces courbes est absolument semblable à celle de l'élément d'un arc elliptique.

Après ce supplément, au traité de la Roulette, Pascal examine un corps particulier qu'il nomme l'*escalier*, à cause de sa ressemblance avec un escalier en vis, et il en donne les dimensions et le centre de gravité, ainsi que des triangles cylindriques et d'une spirale particulière formée autour d'un cône. Ensuite il montre, à la manière des anciens, l'égalité de la spirale d'Archimède avec un arc parabolique, objet néanmoins dans lequel il paroît avoir été prévenu et par Cavalleri, et par Grégoire de St. Vincent, dont un livre entier roule sur cette transformation, et même par Roberval qui revendique cette découverte dans sa lettre à Torricelli, écrite en 1644. On y trouve aussi quelques propriétés du cercle recherchées dans la vue, s'il n'y auroit pas moyen de déterminer une tangente égale à l'arc; mais revenons à la cycloïde.

Wallis donna en 1659 son traité sur la cycloïde, ainsi que sur la cyssoïde et les corps engendrés de ces courbes, comme aussi sur la rectification de quelques courbes et la complanation des surfaces. Il y résoud les problêmes de Pascal à sa manière, c'est-à-dire, par la méthode expliquée dans son *Arithmetica infinitorum;* mais il ne touche point à ceux qui concernent les centres de gravité des surfaces des corps cycloïdaux; il les a postérieurement résolus dans *sa mécanique.*

Le P. Lalouère publia en 1660, son ouvrage sur la cycloïde sous le titre de *Geometria promota in* VII *Cycloïde libris*; il tâche d'y répondre à Pascal, mais tout ce qu'il dit à ce sujet ne consiste qu'en vaines chicanes.

Le P. Fabri, jésuite, écrivit aussi vers ce même temps sur la cycloïde, sous le titre d'*Opusculum geometricum de linea sinuum et Cycloïde*, *Auctore Antimo Farbio;* à en juger par la date de son épître à l'abbé Gradi, tout son travail auroit été antérieur à celle qui avoit été fixée par Pascal. Mais il

faut en convenir, les plus difficiles des problêmes en question n'y paroissent pas; on voit néanmoins par cet ouvrage, et quelques autres de ce P. Fabri, que s'il eût couru uniquement la carrière de la géométrie, il auroit pu tenir sa place parmi les géomètres d'un rang distingué; mais il étoit alors et fut long-temps après, un des assistans du Général de sa société; ce qui l'occupa toujours trop pour lui laisser le temps de se livrer à la géometrie.

Le sujet que nous traitons exige que nous rapprochions ici, du moins historiquement, quelques autres propriétés fameuses de cette courbe; car on peut dire qu'il en est peu dans la géométrie qui en ait de plus remarquables. Huygens a montré que la développée de la cycloïde est elle même une cycloïde égale et seulement posée en sens contraire : on donnera une idée plus claire de cette propriété, lorsque l'on expliquera la théorie des développées. Le même géomètre célèbre a aussi découvert qu'un corps qui roule le long d'une cycloïde renversée, parvient au bas dans le même temps, de quelque point qu'il commence à tomber, d'où il suit qu'une pendule dont le poids seroit contraint de décrire une cycloïde, feroit des vibrations parfaitement égales, quelle que soit leur étendue.

Cette courbe est encore celle de la plus courte descente; je m'explique. Qu'on ait deux points qui ne soyent ni dans la même perpendiculaire, ni dans la même horizontale, et qu'on demande le chemin le long duquel un corps devroit rouler par un mouvement uniformément accéléré, afin qu'il y employât le moindre temps possible. Ce n'est point une ligne droite, quoique ce soit le chemin le plus court; c'est un arc de cycloïde passant par ces deux points : toutes ces choses trouveront leur place et seront expliquées ailleurs.

La cycloïde a donné naissance à une autre courbe appelée d'abord par quelques géomètres *la petite cycloïde*, mais plus connue aujourd'hui sous le nom de *la compagne de la cycloïde*. Cette courbe est celle qui se formeroit si l'on prolongeoit les ordonnées du demi-cercle, jusqu'à ce qu'elles fussent égales aux arcs correspondans (*fig.* 26); par exemple, CD à l'arc AF, *cd* à l'arc A*f*, &c.; en sorte que la base BE fût égale à la demi-circonférence BFA; ou bien c'est la cycloïde ordinaire, dont après avoir retranché le cercle générateur, on auroit abaissé les restans des ordonnées parallèlement à elles-mêmes, jusqu'à ce qu'elles fussent appuyées sur l'axe.

Cette courbe a cela de remarquable, qu'elle est d'abord, c'est-à dire, vers le sommet et jusques vers la moitié de son cours, concave vers son axe ou sa base, et qu'ensuite elle devient

convexe

convexe vers le même côté, comme l'on voit dans la figure; ce changement de concavité en convexité, ou au contraire, se fait au point de la moitié de sa hauteur, ou à l'endroit où l'ordonnée passe par le centre du cercle générateur. On y remarque encore que l'espace A C D retranché par cette ordonnée centrale C D, est absolument quarrable et égal au carré du rayon; car il est égal à l'espace de la vraie cycloïde, compris entre le quart de cercle et la courbe, duquel on démontre la même chose. Quant à l'espace entier, il est aisé de voir qu'il est égal à deux fois le demi-cercle générateur, ou la courbe entière E A G à deux fois le cercle générateur, puisque c'est le reste de la cycloïde ordinaire dont on auroit ôté ce cercle.

La partie A D de la courbe dont nous parlons est encore la même que celle qu'on appelle des *sinus*, dont la génération consiste à prendre une base égale à un quart de cercle, et à élever sur chacun des points de cette base, les sinus des arcs correspondans aux abscisses.

Les géomètres qui travaillèrent à résoudre les problêmes de Pascal sur la cycloïde, tels que *Roberval*, *Wallis*, *Lalouere*, &c., s'occupèrent aussi de sa compagne, et ils ont déterminé les dimensions de ses différentes parties, ses tangentes, ses solides de circonvolution, &c. Nous aurons peut-être quelque part occasion d'entrer dans de plus grands détails sur ce sujet.

A l'imitation de la cycloïde, les géomètres s'élevant toujours de difficultés en difficultés, et généralisant leurs idées, ont imaginé de faire rouler un cercle sur un autre, et d'examiner les propriétés de la trace que décriroit, pendant ce mouvement, un point quelconque, pris sur la circonférence, ou au dedans, ou au dehors du cercle mobile. On a appelé ces courbes Épicycloïdes, et elles ont quelques propriétés remarquables; une entr'autres, relative à la mécanique; car cette courbure est celle qu'il faut donner aux dents des roues des machines, afin que dans leur engrenage avec celles d'autres roues, ou avec leurs pignons, la force soit toujours la même, et le mouvement égal. Mais ce n'est pas ici l'endroit convenable pour traiter ce sujet; nous le ferons avec quelque étendue dans une autre partie de cet ouvrage.

X.

Il nous reste à faire connoître divers géomètres dont nous n'avons point encore eu occasion de parler, ou qui ont vécu un peu postérieurement à l'époque à laquelle nous sommes arrivés. L'ordre des temps nous conduit d'abord à faire mention de deux géomètres de mérite qui vivoient en

France vers le milieu de ce siècle ; savoir, Midorge et Desargues.

Le premier publia, en 1631, comme introduction à la dioptrique et à la catoptrique, deux livres sur les sections coniques (1), qu'il étendit ensuite, et qu'il publia de nouveau, en quatre livres, en 1639. Il promettoit, dans sa préface, quatre autres livres, toujours principalement relatifs à l'optique, et il devoit y donner la solution d'une énigme, problême apparemment optico-géométrique, qu'il avoit, disoit-il, proposée, et que personne n'avoit pu résoudre ; mais sa mort l'empêcha, selon les apparences, de remplir cette promesse.

Desargues étoit un ami et correspondant de Descartes, qui avoit l'art, encore peu commun, d'envisager les objets sous des vues très-générales. Il en donna un essai sur les sections coniques, qui plut beaucoup aux géomètres d'un ordre relevé. Cet écrit ne subsiste plus ; mais d'après les lettres de Descartes, nous conjecturons que Desargues les considéroit comme ont fait depuis quelques géomètres ; c'est-à dire, comme une même courbe, qui, par les variations de certaines lignes, devient, tantôt parabole, tantôt ellipse ou hyperbole. En effet, supposons une ellipse, et imaginons que son centre ou l'un de ses foyers s'éloigne de plus en plus, et jusqu'à une distance infinie, ou plus grande qu'aucune quantité assignable, il est évident que cette ellipse deviendra une parabole, que les lignes tirées à ce foyer devenu infiniment éloigné, deviendront parallèles entr'elles, ce qui est une propriété de la parabole. Les carrés des ordonnées deviendront comme les abscisses, puisqu'ils seront comme ces abscisses, par le restant de l'axe qui est infini, et la même quantité, &c., &c. Une hyperbole n'est encore qu'une ellipse, dont le centre et l'un des foyers, après s'être infiniment éloignés d'un des sommets, ont en quelque sorte passé du côté opposé, ou se seront éloignés d'une quantité négative. Le cercle n'est qu'une ellipse dont les foyers se sont rapprochés du centre, de manière à se confondre avec lui. On peut enfin regarder les Asymptotes de l'hyperbole comme de simples tangentes, mais à des points de la courbe infiniment éloignés, et démontrer par là leurs propriétés, d'après celles des tangentes communes aux trois sections coniques. Cette manière d'envisager les sections coniques fournit des démonstrations extrêmement élégantes et faciles, de leurs propriétés, et nous soupçonnons que c'étoit ainsi que les envisageoit le jeune Pascal, dans ce traité qu'il donna à l'âge de seize ans, et où,

(1) *Prodromi catoptricorum et dioptricorum sive conicorum, &c.; liber primus et secundus.* Paris, 1631, in-f. *It. cum lib.* 3 *et* 4; *ibid.* 1639, in-f.; *it.* 1660, in-f.

par le moyen d'une proposition unique, suivie de quatre cents corollaires, il démontroit toute la théorie ancienne de ces courbes. Aussi Descartes, qui ne pouvoit croire que ce fut l'ouvrage d'un jeune homme de cet âge, disoit-il y reconnoître la méthode de Desargues. Ces considérations néanmoins, sont plus ingénieuses que d'une haute géométrie; mais Pascal lui-même fait, dans un fragment de sa façon sur les coniques (1), un magnifique éloge de Desargues, en le qualifiant d'un des plus grands esprits de son temps, et il cite de lui un théorème général sur les coniques, qu'il appelle merveilleux.

Desargues étoit Lyonnois de naissance; il avoit une grande fécondité en inventions particulières, et cultiva beaucoup cette partie toute géométrique de l'architecture, qu'on nomme la *coupe des pierres*. Il donna pour cela, ainsi que pour la Gnomonique et la Perspective, des méthodes neuves et ingénieuses; mais apparemment paresseux, ou peu ambitieux de faire gémir la presse et parler de lui, il livra ses conceptions à cet égard au graveur Abraham Bosse, qui les a rédigées avec avec un style si barbare, si plat et si ridiculement prolixe, qu'il les a en quelque sorte ensevelies dans la poussière. On attribue à Desargues un ouvrage des plus hardis en architecture et exécuté à Lyon, sa patrie : c'est une trompe conique dans l'angle, qui soutient une maison entière, laquelle étant ainsi presque en l'air, semble menacer de tomber dans la rivière; c'est à une des maisons bâties à l'entrée du pont appelé le *Pont de pierre*. Elle y existoit encore, il y a peu d'années, dans toute son intégrité, par un effet de l'exactitude et de la propreté de son appareil.

Nous ne dirons qu'un mot d'Hérigone : c'étoit un mathématicien qui n'étoit pas sans mérite. On a de lui un cours de mathématique qui est principalement remarquable par la tentative qu'il y fit de réduire le langage mathématique à une langue universelle, également intelligible à toutes les nations. Quand on connoît l'algèbre, la nature des sujets géométriques, ainsi que des celle recherches qui les ont pour objet, on sent aisément qu'un pareil langage ne seroit pas fort difficile à introduire dans cette science; car ces sujets sont, pour la plupart, susceptibles d'être représentés aux yeux par des symboles presque parlans. Le Dictionnaire mathématique pourroit, à la rigueur, être bien court; et si l'on a dit que six cents mots composoient tout le Dictionnaire de l'opéra, cela est encore plus vrai de la géométrie; il ne faudroit peut-être pas une vingtaine de signes arbitraires pour représenter les termes de liaison, comme *si*,

(1) *Œuvres de Pascal.* Paris, 1779, t. IV.

car, *donc*, &c. Des élémens d'Euclide, écrits de cette manière, seroient bons d'ici au Kamtschatka. Hérigone fut de la plupart des commissions relatives à des objets mathématiques, et en particulier de celle établie pour juger la découverte de Morin sur la longitude; ce qui l'engagea dans de vives querelles avec cet astronome et astrologue célèbre.

M. Bouillaud, qui joua un rôle considérable parmi les astronomes de ce siècle, figura aussi parmi les géomètres françois, ses contemporains. On a de lui plusieurs ouvrages de géométrie; un, entr'autres, où il donne de nouvelles démonstrations sur la spirale d'*Archimède*; il est intitulé: *De lineis spiralibus demonstrationes novae* (Paris, 1657, *in* 4°.). Il y dit qu'il n'avoit jamais eu l'esprit parfaitement tranquille sur la démonstration d'*Archimède*, concernant la tangente de la spirale; ce qui l'engagea à en chercher une nouvelle, et par occasion, à traiter tout ce qui concerne cette courbe d'une autre manière. Qu'il me soit cependant permis d'être d'un avis différent de celui de M. Bouillaud, et de dire que la démonstration d'Archimède ne laisse rien à désirer, tandis que les siennes sont longues et embarrassées. Son *Opus ad Arithmeticam infinitorum*, qu'il publia en 1683 (in fol.), et qui est probablement l'ouvrage d'un temps antérieur, a pour objet, en partie, de consolider, par des démonstrations complètes, ce que Wallis n'avoit souvent trouvé et démontré que par analogie et induction, dans son *Arithmetica infinitorum*; mais paroissant seulement en 1683, il n'eut plus le mérite de la nouveauté, et d'ailleurs, ses démonstrations sont d'une prolixité rebutante.

Un géomètre qui mérite de trouver ici une place, quoiqu'il n'ait pas pris un vol semblable aux précédens, est M. de Lyonne, évêque de Gap. On a de lui un petit ouvrage de sa jeunesse, qui est intitulé: *Amœnior curvilineorum contemplatio*, que le P. Leotaud, jésuite, publia en 1654 (*Lugd.* in-4°.). Ce prélat géomètre y considère principalement la lunule d'Hippocrate, et d'autres formées à son imitation, par des cercles de rapports différens de celui de 2 à 1, ainsi que divers espaces circulaires dont il détermine les quadratures absolues. Il est le premier qui ait remarqué la quadrabilité absolue des deux portions de la lunule d'Hippocrate, coupées par une ligne partant du centre du plus grand cercle, ce que Wallis annonçoit, en 1700, comme une remarque faite par son compatriote M. Percks, ou Caswell. Il y a aussi dans cet ouvrage plusieurs autres exemples d'espaces circulaires absolument quarrables. Nous remarquerons ici seulement encore, que les géomètres postérieurs ont beaucoup ajouté à cette matière. On peut voir, sur ce sujet, divers endroits des Mémoires de l'académie des sciences, et surtout

l'édition de 1778, des *Récréations mathématiques* (t. I), où l'on a donné plusieurs nouvelles lunules quarrables, et portions quarrables. Nous croyons ne devoir pas taire ici, à l'honneur de ce prélat géomètre, qu'il fut du petit nombre de ceux qui préférèrent une première épouse, quoique pauvre, à une seconde beaucoup plus riche; car nommé à l'archevêché d'Embrun, il le refusa, content de son petit évêché de Gap, qu'il ne quitta même jamais que pour des affaires essentielles.

Le P. Leotaud, jésuite dauphinois, que nous venons de nommer à l'occasion de M. de Lyonne, trouve ici naturellement sa place. Il fut auteur de divers ouvrages qui méritèrent, dans leur temps, l'attention des géomètres. Il combattit d'abord avantageusement le P. Grégoire de St.-Vincent et ses disciples, relativement à sa quadrature du cercle; son ouvrage est intitulé: *Examen quadraturae circuli hactenus celeberrimae* (Lugd. 1653, in 4°.). Les disciples de Grégoire de St.-Vincent ayant répliqué, il leur opposa, en 1663, un autre ouvrage plus étendu, sous le titre de *Cyclomathia seu de multiplici circuli contemplatione, libri III*, où il terrasse complétement les prétentions de ces défenseurs du géomètre Flamand. Cet ouvrage est suivi d'un traité étendu sur la Quadratrice de Dinostrate, où il développe quelques propriétés non encore apperçues de cette courbe; il y fait, entr'autres, cette remarque juste, savoir, que la quadratrice n'est pas renfermée dans le quart de cercle, comme on la représente communément, mais qu'elle a deux branches infinies en étendue, comme l'on voit dans la fig. 26, lesquelles rampent entre deux asymptotes parallèles et éloignées l'une de l'autre de deux fois le diamètre du cercle générateur: les géomètres en verront bientôt la nécessité.

Quoique nous ayons donné tort au P. Lalouere, au sujet de la cycloïde, c'étoit cependant un géomètre distingué; car on pouvoit être de cette classe, et cependant échouer à quelques-uns des problèmes proposés par Pascal. Son livre, intitulé: *Geometria promota in VII de cycloide libris*, contient une profonde et savante géométrie; mais c'étoit un géomètre marchant toujours par des routes embarrassées: ce livre en est un exemple, ainsi que l'ouvrage qu'il avoit publié, en 1651, sous le titre de *Elementa tetragonismica seu demonstratio quad. circuli et hyp. ex datis ipsorum centris gravitatis*, que je rencontrai autrefois dans ma jeunesse, et que j'eus le courage de lire en partie. C'est toujours sa balance d'Archimède, ou le procédé que le géomètre syracusain avoit employé dans une de ses quadratures de la parabole. Huygens, encore fort jeune, démontroit, vers le même temps, les mêmes vérités, en quelques pages et avec beaucoup d'élégance. Le P. Lalouere étoit, au

reste, fort lié avec Fermat. J'ignore le surplus des détails de sa vie, et l'année de sa mort.

Le P. Lalouere eut pour confrère et pour élève en géométrie, le P. Nicolas, jésuite toulousain, qui mérite encore ici une place. On a de lui quelques ouvrages qui prouvent ses profondes connoissances dans la géométrie cultivée par les Fermat, les Pascal, &c.; savoir : *De novis spiralibus exercitatio geometrica* (Tol. 1693, in-4°.); *de lineis spiralibus logarithmicis, hyperbolicis*, &c. (ibid. 169...., in-4°.); *de conchoidibus et cissoïdibus* (ibid. 1697, in-4°.). Tous ces morceaux sont doués d'une élégance charmante pour ceux qui ont encore quelque goût pour le style de la géométrie ancienne, et qui n'en sont pas venus au point de désirer qu'on pût démontrer les premières propositions des Elémens par des équations algébriques. Une lettre qu'il écrivoit, en 1698, à Ozanam, qui s'étoit trompé en parlant de la quadratrice de Tschirnhausen, nous apprend qu'il avoit considéré cette courbe sous les mêmes aspects, et qu'il en avoit formé un petit traité en vingt-huit propositions, où il déterminoit son aire, son centre de gravité, ses solides de révolution et leurs surfaces; il y démontroit enfin ce que Tschirnhausen avoit avancé sur quelques-uns de ces objets. Ces spéculations prouvent qu'il auroit pu figurer lui-même parmi les géomètres qui s'occupèrent de la cycloïde. Nous nous bornerons ici à faire part d'une remarque qu'il fait sur cette courbe, et qui est analogue à celle qu'on a faite plus haut sur la quadratrice ancienne, savoir qu'elle a aussi un cours infini, tant d'un côté que de l'autre de son axe, et qu'elle rampe entre deux parallèles, éloignées l'une de l'autre de la quantité du diamètre du cercle générateur, en les touchant alternativement. Je trouve en effet, et sans doute le P. Nicolas l'avoit aussi trouvé, que cette courbe n'est que la projection de l'hélice décrite autour d'un cylindre, sur un plan passant par l'axe.

Je dirai encore ici quelques mots d'un jésuite géomètre, savoir le P. Courcier, auteur d'un ouvrage où il s'attache spécialement à rechercher la description des courbes que forment les intersections mutuelles des surfaces sphériques, cylindriques et coniques, suivant les différentes manières dont elles peuvent se rencontrer (1). Cette considération a surtout son utilité dans l'architecture des voûtes. A se borner néanmoins au développement et à la construction de ces courbes, il n'y a pas une grande profondeur en géométrie. On a aussi de lui un autre ouvrage sur la mesure des portions de surface sphérique, qui

(1) *Opusculum de sectione superficiei sphaericae, per sphericam, cylindricam et conicam*, &c. Divione, 1663, in-4°.

se forment par des arcs, tant de grands que de petits cercles. On y trouve entr'autres le curieux et élégant théorème sur la mesure des triangles sphériques ; mais nous avons déjà observé qu'Albert Girard et Cavalleri l'avoient prévenu. Ce P. Courcier fut aussi astronome ; mais il fut du nombre de ceux dont Kepler déploroit la peine inutilement perdue à chercher les moyens de représenter et prévoir les mouvemens célestes par des roues de papier ou de cartons, tournantes les unes sur les autres.

Les Pays-Bas nous offrent, vers le même temps, un géomètre qui s'est fait un grand nom, et à qui nous devons un ouvrage, mémorable par quantité de découvertes, quoiqu'il ait échoué à la principale, et celle qui étoit l'objet de toutes les autres. Pour peu qu'on connoisse l'histoire de la géométrie, on voit que nous voulons parler du P. Grégoire de St.-Vincent, et de son fameux ouvrage intitulé : *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum coni* (Antuerp. 1647, in-fol.). Jamais géomètre ne poursuivit son objet avec plus de persévérance, à travers toutes les épines de la géométrie, et quoiqu'il ait manqué son but principal, l'abondante moisson de vérités nouvelles qu'il recueillit dans cette recherche, lui ont mérité un rang parmi les géomètres les plus distingués. C'est le jugement qu'en portoit Huygens, quoiqu'il l'eût combattu ; c'est aussi celui de Leibnitz, dont voici les paroles : *Majora (nempe Galileanis et Cavallerianis) subsidia attulere triumviri illustres, Cartesius ostensa ratione lineas geometriae communis exprimendi per aequationes ; Fermatius inventa methodo de maximis et minimis ; ac Gregorius à sancto Vincentio multis praeclaris inventis* (1). En effet, l'ouvrage de Grégoire de St.-Vincent est un vrai trésor, une mine riche de vérités géométriques et de découvertes importantes et curieuses. Telles sont une multitude de théorèmes nouveaux sur les propriétés du cercle et de chacune des sections coniques ; la sommation géométriquement déduite des termes et des puissances des termes des progressions ; des moyens sans nombre de quarrer la parabole, et de mesurer les solides de circonvolution des sections coniques ; la mesure absolue de quantité de corps, comme les onglets cylindriques sur des bases circulaires, elliptiques, paraboliques ou hyperboliques ; la formation d'une multitude de nouveaux corps susceptibles de considération géométrique, et qu'il mesure par la méthode qu'il appelle *Ductus plani in planum* ; telle est encore la symbolisation de la parabole, avec la spirale qui n'est qu'une parabole enveloppée ou roulée circulairement d'une certaine manière. Il est vrai que Cavalleri en avoit fait, en 1635, l'objet d'un des livres de sa

(1) *Act. Erudit.* ; *ann.* 1695.

Géométrie des indivisibles. Mais le P. Sarassa, dans sa réponse au P. Mersenne, nous apprend que Grégoire de St.-Vincent, professant les mathématiques à Rome, vingt cinq ans et plus auparavant, avoit enseigné cette propriété de la spirale comparée à la parabole, et nous sommes fort inclinés à en croire Sarassa sur sa parole. On ne sauroit dire enfin combien de choses curieuses et intéressantes contient cet ouvrage. Grégoire de St.-Vincent démontre surtout plusieurs nouvelles propriétés de l'hyperbole, entr'autres celle-ci, l'une des plus utiles de la géométrie moderne. Si l'on prend sur l'asymptote d'une hyperbole, fig. 27, les proportionnelles continues C A, C B, C D, C E, &c., et qu'on mène les ordonnées A *a*, B *b*, D *d*, E *e*, les espaces hyperboliques A B *b a*, B D *d b*, D E *e d* seront égaux entre eux, et il en sera de même des secteurs C *b a*, C *d b*, C *e d*, &c., qui seront égaux entre eux et aux espaces correspondans A B *b a*, B D *d b*, &c. L'espace hyperbolique croît donc uniformément, tandis que les abscisses C A, C B, C D, &c., croissent géométriquement. Ainsi, les espaces A *b*, B *d*, D *e*, qui croissent uniformément, représentent les logarithmes de la raison de C B à C A, de C D à C A, &c., ou en supposant C A = 1, ceux de C B, C D, C E, &c. Cette propriété est du plus grand usage dans la géométrie transcendante ; et elle a fourni l'idée de réduire la résolution pratique de tous les problêmes qui dépendent de la quadrature d'un espace hyperbolique, à l'usage d'une table de logarithmes. Au reste, la découverte de cette propriété est revendiquée par divers autres geomètres. Nous n'adopterons pas, au surplus, les éloges excessifs dont le P. Castel, auteur de la préface du *Calcul intégral* de M. Stone, a comblé Grégoire de St. Vincent. Dire que les modernes, avec leurs calculs et leurs *dx*, *dy*, qu'ils ressassent (c'est l'expression de cet écrivain, plus favorisé du côté de l'imagination et de l'originalité des idées, que du côté de la justesse), n'ont fait que repasser à la filière ce que le geomètre Flamand a trouvé, c'est avoir formé le dessein de faire rire tous ceux qui connoissent ces calculs et les questions auxquelles se sont élevés les Neuton, les Léibnitz, les Bernoulli, &c., dès les premiers essais qu'ils en ont donnés. Il y auroit une observation semblable à faire sur chaque ligne de cette préface, dont l'auteur, pour exalter son héros, semble fermer volontairement les yeux sur tout ce qu'ont fait les géomètres, avant et après lui ; mais cela nous paroît superflu.

Nous ne pouvons nous dispenser de parler un peu au long de la prétendue quadrature du P. Grégoire de St.-Vincent. Ce géomètre nous apprend, dans sa préface, combien de différentes voies il tenta pour arriver à la solution de ce problême. Il

Il espéra d'abord quelque chose de la spirale ; il se tourna ensuite vers la quadratrice, cherchant apparemment à déterminer, par une construction géométrique, son dernier point sur le rayon. Il avoit composé sur cette courbe un assez gros volume, prêt à être imprimé, et qui fut la proie des flammes, lorsque les Suédois prirent Prague, qu'il habitoit alors. Il abandonna enfin ces recherches, et il se mit à considérer profondément les sections coniques et les divers corps formés sur leurs segmens, espérant que quelqu'un d'entre eux pourroit lui présenter des propriétés capables de donner la solution de cet épineux problème. Ce fut en suivant cette route qu'il fit cette ample moisson de découvertes, dont on a donné plus haut une légère idée. Enfin, il se tourna du côté des *proportionnalités*, ou *raisons de raisons* ; et de cette théorie, combinée avec sa méthode intitulée : *Ductus plani in planum* ; il tira la solution qu'il publia en 1647.

L'ouvrage du P. de St.-Vincent ne vit pas plutôt le jour, qu'on s'empressa de toute part à l'examiner ; le titre qu'il portoit, le nom de son auteur, et la quantité de choses excellentes qu'il contenoit d'ailleurs, étoient fort capables de piquer la curiosité ; mais sa quadrature ne soutint pas, comme le reste, l'épreuve de l'examen. Descartes en apperçut bientôt la fausseté, et montra la source de l'erreur dans une lettre au P. Mersenne. Ce Père fut le premier qui en porta un jugement public, dans un livre intitulé : *Cogitata physico-mathematica*, dont il imprima une partie en 1648. Là, le P. Mersenne parloit assez légérement, il faut en convenir, et de la quadrature du P. de St.-Vincent, et de son ouvrage en général. Descartes, en effet, d'après lequel il énonçoit ce jugement, n'en faisoit pas un grand cas. Au reste, Mersenne objectoit principalement au géomètre Flamand, qu'il réduisoit le problême à un autre aussi difficile et irrésoluble ; savoir, étant données trois grandeurs quelconques, et les logarithmes de deux trouver le logarithme de la troisième : nous verrons, dans un instant, ce qui lui fut répondu. Un autre réfutateur de Grégoire de St.-Vincent fut le célèbre Huygens, alors encore fort jeune, qui l'attaqua dans un écrit, modèle de netteté et de précision (1). Il fut suivi peu après du P. Leotaud, habile géomètre dauphinois. Je ne dis rien de Meibomius, parce que lui-même, voulant réfuter Grégoire de St.-Vincent, prêta tellement le flanc, que Wallis, qui n'étoit rien moins que partisan du géomètre Flamand, crut devoir réfuter les principes d'après lesquels il attaquoit la nouvelle quadrature.

(1) *Exetasis quadraturae circuli. P. Greg. à sancto Vincentio.* 1651, *in-4°*.

Grégoire de St.-Vincent trouva néanmoins divers défenseurs. L'un d'eux fut un géomètre allemand, nommé Louis Kinner, de Lœwenthurn, instituteur de l'archiduc d'Autriche, qui publia, en 165..., une exposition du second moyen de quadrature employé par le géomètre Flamand (1). Mais ses deux défenseurs principaux furent deux de ses disciples, les PP. Sarassa et Aynscom, tous deux habiles géomètres. Sarassa fut celui qui descendit le premier dans la lice, et répondit avec vivacité à l'attaque du P. Mersenne. Il s'attache à faire voir que si le problême dépendoit réellement de celui qu'on a énoncé ci-dessus, il seroit résolu ; car il fait voir comment trois quantités étant données de deux desquelles on a le logarithme, on peut trouver celui de la troisième, pourvu que cette troisième soit rationnelle et soit du nombre des continues proportionnelles qu'on peut établir entre les deux premières : en cela, nous en convenons, Sarassa avoit raison. On aura alors le logarithme de la troisième, soit qu'elle tombe entre les deux premières, soit qu'elle tombe au-delà. Mais Sarassa se trompe, sans doute, lorsqu'il prétend que si la troisième est quelconque ou irrationnelle, elle n'a point de logarithme. Qu'on prenne sur l'asymptote de l'hyperbole, trois lignes quelconques, rationnelles ou irrationnelles entre elles, elles n'auront pas moins pour logarithmes des quantités réelles, savoir, des aires hyperboliques ; mais alors elles ne pourront être trouvées qu'au moyen de la quadrature de l'hyperbole, et les rapports de ces logarithmes ne seront plus rationnels, ni même irrationnels, mais transcendans et dépendans de la quadrature de l'hyperbole. Ajoutons à cela que la détermination des logarithmes des deux premières quantités ne peut être donnée elle-même que par la quadrature de l'hyperbole. Au surplus, c'étoit sans fondement que Mersenne prétendoit que, d'après le raisonnement de Grégoire de St.-Vincent, la quadrature du cercle se réduisoit à ce troisième logarithme ; c'eût été convenir d'une belle découverte, puisque c'eut été lui accorder qu'il réduisoit la quadrature du cercle à celle de l'hyperbole, ce que, malgré les analogies qu'il y a entre ces deux courbes, aucun géomètre moderne n'a pu trouver. Les proportionnalités, ou raisons de raisons employées par le géomètre Flāmand, sont toute autre chose que les mesures de raison dans lesquelles consistent les logarithmes.

Le P. Aynscom, autre disciple de Grégoire de St.-Vincent, se chargea de répondre à Huygens et à Leotaud (2) ; il n'attaquoit

(1) *Elucidatio geom. Secundae ? P. Greg. a sancto Vincentio quadraturae*, &c. *Viennae*, *in-4°*.

(2) *Examen quadraturae circuli hactenus celeberrimae*, &c. *Lugd.* 1653, *in-4°*.

point leurs raisonnemens, mais il prétendoit qu'ils n'avoient point pris le sens de son maître, et il en donna l'explication, qui fut confirmée en 1663, par le P. Sarassa (1), qui tâcha d'expliquer plus clairement le procédé de la quadrature de Grégoire de St.-Vincent. C'étoit, en quelque sorte, ce qu'attendoit le P. Leotaud, pour porter le dernier coup à la prétendue quadrature. Il ne restoit plus de subterfuge à ses défenseurs, qui s'étoient assez authentiquement expliqués sur le sens dans lequel il falloit prendre certaines expressions ambigues. Le Jésuite dauphinois montra donc clairement (2) qu'en les prenant même dans ce sens, il n'en résulte qu'une erreur, au lieu de la véritable quadrature du cercle. En vain le panégyriste de Grégoire de St.-Vincent dit qu'il n'est pas encore démontré qu'il se soit trompé ; nous croyons pouvoir assurer que rien n'est plus certain, et qu'il en est de même de sa prétendue quadrature de l'hyperbole, qui est entachée du même vice de raisonnement. Nous ajouterons même qu'il y a une sorte de mauvaise foi dans les défenses des deux disciples de ce géomètre célèbre ; car invités à plusieurs reprises d'assigner ce rapport, d'où dépendoit la quadrature du cercle, rapport qu'ils répétoient sans cesse être donné, ils ne le firent jamais ; et s'enveloppant dans leur obscure et fausse théorie des proportionnalités, comme un plaideur dans les replis d'une chicane tortueuse, ils s'obstinèrent toujours à conclure que ce rapport étoit donné, sans le déterminer, ni en nombre, ni par une construction géométrique. S'il eût été assignable, comme ils le prétendoient, étoit-il un moyen plus certain de confondre les détracteurs de Grégoire de St.-Vincent, que de l'assigner ?

On a encore, de Grégoire de St.-Vincent, un ouvrage posthume, que sa mort l'empêcha d'achever (3). Son objet, comme le titre l'indique, étoit l'invention des deux moyennes proportionnelles continues, problême qu'il poursuit, comme celui de la quadrature du cercle, à travers une multitude de propositions, et de propriétés nouvelles des proportions et proportionnalités, des figures rectilignes, des sections coniques, et surtout de l'hyperbole rapportee à ses asymptotes ; mais l'ouvrage n'étant pas terminé, on ne sait pas si son auteur avoit, à l'égard de ce problême, la même prétention que sur la quadrature du cercle.

Nous ne savons que peu de détails sur la personne et la vie

(1) *Solutio probl de quad. circuli, &c.* 1663

(2) *Cyclomathia seu de multiplici circuli contemplat. Lugd.* 1663, *in*-4°.

(3) *Greg. a S V. Brug. è S. J. opus geomet posthumum ad mesolabum per rationum proportionalitatumque novas proprietates. Gandavi.* 1663, *in* 4°.

de ce savant jésuite. Il étoit né à Bruges, en 1584; il professa successivement les mathématiques à Rome, à Prague et dans sa patrie. Il étoit à Prague lors de la prise de cette ville par les Suédois, et il faillit à périr par un effet de son zèle ardent à porter, jusques sur le champ de bataille, des secours spirituels aux soldats mourans; il y fut lui-même grièvement blessé, et perdit, au sac de cette ville, tous ses manuscrits. Il mourut en 1667.

Nous ne devons pas quitter la Flandre sans faire encore mention d'un géomètre de réputation, qui y vivoit dans le même temps, savoir, le P. Tacquet, jésuite. Ce mathématicien tâcha aussi de reculer les bornes de la géométrie, par son livre intitulé : *Cylindricorum et annularium, libri IV.* (*Antuerp.* 1651, *in-4°.*) *Eorumdem, liber V.* (*ibid.* 1659, *in-4°.*) L'objet de ce livre est de mesurer la surface et la solidité de divers corps qui se forment en coupant un cylindre de diverses manières par un plan, et celles des différens solides de circonvolution, formés par un cercle tournant autour d'un axe donné. Il y examine aussi divers solides, formés par la révolution de segmens de sections coniques. Mais, il faut en convenir, il y règne une affectation tout à fait superflue à démontrer ces choses dans le style rigoureux de la géométrie ancienne; et même tout ce que démontre le P. Tacquet, ne présentoit guère de difficulté, après ce qu'avoient démontré Guldin, Cavalleri et Grégoire de St.-Vincent. On a, au reste, du P. Tacquet, divers ouvrages élémentaires, recommandables par leur clarté; et ses divers écrits ont été rassemblés en un volume in-folio, qui parut en 1669, à Anvers, sous le titre de : *Andreae Tacquet, S. J. opera mathematica.*

Ce fut vers ce temps que débuta, dans la géométrie, le célèbre Huygens. Ce nom seul dispense d'un éloge auprès de ceux à qui les découvertes les plus curieuses de l'astronomie et de la mécanique sont connues. Il naquit en 1629, et dès l'année 1651 il se signala en combattant la quadrature du P. de St.-Vincent. La même année, il publia ses *Theoremata de circuli et hyp. quad.*, où il démontre, d'une manière neuve, la liaison entre la quadrature des sections coniques et l'invention de leurs centres de gravité. Il perfectionna ensuite ce que *Snellius* avoit enseigné sur les approximations du cercle, et il publia, en 1654, ses découvertes sur ce sujet, dans l'ouvrage intitulé : *De circuli magnitudine inventa.* Mais quoique ces ouvrages, et le dernier surtout, ayent bien leur mérite, on peut dire que ce ne sont que des essais de la jeunesse de Huygens. On le vit bientôt après prendre un essor plus élevé : en 1657, il trouva la dimension des surfaces courbes des conoïdes

et sphéroïdes, problême qui n'avoit point encore été tenté par les géomètres, à cause de sa difficulté; il imagina sa méthode de réduire les rectifications des courbes aux quadratures; il détermina la mesure de la Cyssoïde, et il trouva que, quoique prolongée à l'infini, son aire étoit seulement égale à trois fois le demi-cercle générateur. Il commença enfin, dès lors, à jeter les fondemens de son célèbre ouvrage *de Horologio oscillatorio.* Cet ouvrage, mélange de la mécanique la plus subtile et d'une géométrie des plus profondes, nous présente, entre autres, la nouvelle théorie des développées, qui depuis ce temps est d'un si grand usage dans les recherches géométriques et mécaniques. Ce seroit ici la place d'en rendre compte, mais il nous a paru qu'elle figureroit mieux à côté des découvertes de la nouvelle géométrie. Ce motif nous en fait renvoyer l'exposition au livre suivant.

La Logarithmique a fourni à M. Huygens la matière d'un morceau de géométrie très-curieux et très-intéressant. Cette courbe, dont la première idée est due à Jacques Gregori (1); cette courbe, dis-je, se forme en élevant (*fig.* 28) sur les divisions égales, B E, E F, F G, &c., d'une ligne droite infinie des perpendiculaires B A, E D, F H, G I, &c., en proportion géométrique, croissante d'un côté et décroissante de l'autre; d'où il suit d'abord, que d'un côté elle s'éloigne continuellement de son axe, et que de l'autre elle s'en rapproche sans cesse, en sorte que cet axe est son asymptote. C'est aussi une suite de cette génération, que les abscisses, prises d'un certain point, comme terme, croissent en progression arithmétique, et conséquemment peuvent représenter les logarithmes des ordonnées, ce qui a donné le nom à cette courbe. Mais M. Huygens ne se borna pas là : il en examina l'aire, les tangentes, les solides de révolution, le centre de gravité, &c. et il trouva sur tout cela des vérités remarquables, qu'il publia en 1691, dans son traité *de causâ gravitatis.* En voici les principales :

1°. La soutangente, c'est-à-dire la ligne B C ou E K, comprise entre la tangente et l'ordonnée, est toujours de la même grandeur.

2°. L'aire D E G I, quoique prolongée infiniment du côté où la courbe s'approche de l'axe, n'est, quoiqu'infinie en longueur, qu'égale au rectangle de D E par E K, c'est-à-dire de l'ordonnée par la soutangente, d'où il suit que l'espace compris entre deux ordonnées est égal au rectangle de la différence de ces ordonnées par la soutangente.

(1) *Geometriae pars universalis. Patav.* 1668. *in*-4°.

3°. Le solide formé par ce même espace D E G I, infiniment prolongé, tournant autour de son axe, est une fois et demie le cône formé en même temps par le triangle D E K; et si cet espace tourne autour de D E, le solide qu'il formera, quoique ressemblant à un cône sur une base infinie, sera néanmoins fini et égal à six fois le cône formé par le triangle D E K, tournant autour de D E.

Je passe diverses autres propriétés de cette courbe, remarquées par Huygens. On les démontre aujourd'hui avec la plus grande facilité, au moyen de nos nouveaux calculs ; mais Huygens les avoit trouvées au moyen de la géométrie ancienne : il s'étoit, au surplus, contenté de les énoncer ; ce qui engagea le P. Guido-Grandi, géomètre italien, à les démontrer dans le même style, par un écrit qu'il publia en 1701, sous le titre de *Demonstratio theorematum Hugenianorum*, et dans lequel, à cette occasion, il étale beaucoup d'autres considérations géométriques ; l'éditeur des Œuvres d'Huygens l'a jugé digne, par cette raison, de reparoître à la suite de celui qui lui avoit donné naissance.

Parmi les géomètres dont s'illustroit l'Angleterre peu après le milieu du siècle passé, un des plus recommandables fut Jacques Grégori. Ce mathématicien, en général plus connu comme opticien que comme géomètre, doit néanmoins tirer sa principale célébrité de la géométrie. En effet, déjà rival de Neuton dans l'invention du télescope à réflection, il fut aussi le premier à marcher sur les traces de ce grand homme dans la carrière de la géométrie la plus savante. Nous nous bornerons cependant ici à celles de ses recherches géométriques dans lesquelles il a suivi la méthode ancienne. De ce genre est l'ouvrage qu'il publia en 1664, et qui est intitulé : *Vera circuli et hyperbolae quadratura.* D'après ce titre on ne doit pas juger que sa prétention fut d'avoir trouvé la quadrature absolue du cercle et de l'hyperbole. Son objet est tout différent ; car il entreprend, au contraire, de démontrer qu'elle est impossible, et qu'il n'y en a point d'autres que celles *par approximation.* Il en donne de très-ingénieuses, et l'on ne peut méconnoître qu'elles ont un avantage sur celles de *Snellius* et d'*Huygens*, non-seulement par l'exactitude, mais encore en ce qu'elles sont communes au cercle et à l'hyperbole, courbes qu'on sait tenir l'une à l'autre par tant de propriétés analogues. Grégori démontre aussi dans cet ouvrage une propriété fort remarquable des polygones inscrits et circonscrits aux sections coniques ; elle consiste en ceci : si l'on a deux polygones semblables, l'un inscrit et l'autre circonscrit, que nous nommerons A et B ; ensuite les deux autres inscrits et circonscrits, qui suivent, c'est-à-dire,

qui ont un nombre double de côtés, que nous nommerons C et D; le polygone C est moyen géométrique entre A et B, et le polygone D est moyen harmonique entre C et A, et ainsi de suite à l'infini. De là naît une suite de termes toujours convergens, c'est-à-dire, approchant de plus en plus de la grandeur du secteur curviligne. C'est ce que Grégori nomme une suite convergente. Il est des suites de cette espèce dans lesquelles il est possible d'assigner le dernier terme. Si cela arrivoit ici, on auroit la quadrature du cercle et celle de l'hyperbole; mais bien loin de là : M. Grégori prétend démontrer que, par la nature de la loi qui y règne, ce dernier terme est inassignable analytiquement, c'est-à-dire qu'on ne sauroit trouver aucune expression en termes finis, par laquelle on puisse le désigner. Sa démonstration est ingénieuse, et ressemble beaucoup à celle par laquelle on démontre l'impossibilité de diviser généralement un angle en raison donnée. Elle ne convainquit cependant pas M. Huygens, et ce fut entre lui et Grégori le sujet d'un vif débat, dont le Journal des savans et les Transactions philosophiques des années 1667 et 1668 furent le champ. Les géomètres ne me paroissent pas avoir prononcé sur cette contestation; et quoique je sois porté à regarder la démonstration de Grégori comme concluante, je les imiterai. Toutes les pièces de cette discussion se trouvent, ainsi que le Traité de Grégori, dans le deuxième volume des Œuvres d'Huygens.

Grégori publia quelques années après, un autre ouvrage de géométrie profonde, sous le titre de *Geometriae pars universalis*. (*Pat.* 1668, *in*-4°.) C'est pour en donner une idée, un recueil de théorèmes curieux et utiles pour la transformation et la quadrature des figures curvilignes, pour la rectification des courbes, la mesure de leurs solides de circonvolution, &c.; ils sont, pour la plupart, d'une grande élégance, et généralisés d'une manière propre à l'auteur. Nous parlerons ailleurs de ses *Exercitationes geometricae* (*Pat.* 1666, *in*-4°.), parce qu'elles appartiennent plus à l'analyse moderne qu'à la géométrie ancienne. Le savant géomètre dont nous parlons étoit de *New-Aberdeen*, en Ecosse, où il naquit en 1636; il fit, en Italie, un séjour de plusieurs années; et rendu à sa patrie, vers 1670, il y occupa une place de professeur de mathématiques. Il donnoit les plus grandes espérances, marchant de fort près sur les traces de Neuton, lorsqu'une mort imprévue l'enleva en 1675.

Nous omettrions ici un des hommes qui ont le mieux mérité de la géométrie, si nous passions sous silence le docteur Barrow; en effet, quoique nous devions en parler ailleurs

comme de l'un des précurseurs des nouveaux calculs, il doit aussi figurer ici comme l'un de ceux qui cultivèrent principalement la géométrie ancienne. Ses *Lectiones geometricae*, publiées en 1668, sont en général, dans le style de cette géométrie, rapproché de celui de la moderne. On ne peut les parcourir sans admirer la fécondité d'idées de ce savant geomètre, et être enchanté de la multitude des théorèmes nouveaux et curieux, tendans à la résolution des problèmes les plus difficiles de la géométrie des lignes courbes. Quelques détails sur la personne et la vie de ce geomètre ne sauroient déplaire aux amateurs de cette science.

Isaac Barrow naquit à Londres en 1630; et doué d'une grande avidité pour toutes les connoissances, il fit des progrès rapides dans les langues, les mathématiques et la théologie. Ayant manqué une chaire de grec, parce qu'il fut suspecté d'arminianisme, qui n'etoit pas favorisé en Angleterre pendant la durée de la révolution, il voyagea et alla à Constantinople où il fit quelque séjour. Revenu, vers 1660, dans sa patrie, il obtint la place qui lui avoit été refusée à Cambridge; mais il la quitta deux ans après pour une de géométrie dans le collége de Gresham. Quelque temps après néanmoins, le chevalier Lucas ayant fondé à Cambridge une chaire de géométrie, qu'on nomme par cette raison Lucasienne, il fut choisi pour la remplir. Ce fut là qu'il dicta ses *Lectiones geometricae*, en dix livres, ainsi que ses *Lectiones opticae*, qui en sont le digne pendant, et qui furent imprimées à leur suite en 1669. Il fit alors connoissance avec Newton, qui, simple étudiant de ce collége, débutoit dans la carrière de la géométrie, avec cette supériorité qui annonce les hommes destinés à éclairer l'univers. Barrow crut devoir l'attacher à cette celèbre école, en lui cédant sa place; il avoit d'ailleurs dessein de se livrer à la théologie et à la morale, et il se jetta dans cette nouvelle carrière, où il se distingua tellement, que le célèbre docteur Tillotson ne dédaigna pas d'être, en 1683, l'éditeur de ses sermons et de ses autres œuvres théologiques, morales et poétiques, en trois volumes in-folio. Barrow néanmoins, comme la plupart des autres géomètres guéris de l'amour de la géométrie, eut quelques rechutes; car il fit imprimer, en 1675, ses *Archimedis opera: Apollonii pergaei conicorum, libri IV: Theodosii sphaerica, methodo nova illustrata et succincte demonstrata. Lond.* 1674, *in-4°.*

Une concision singulière, qui ne nuit point à la clarté, fait le mérite de ces différens ouvrages. Ce savant homme mourut en 1678, peu avancé en âge. Il avoit toujours été fort attaché à la cause de la royauté, et vit avec grand plaisir le rappel de

de Charles II; mais il n'en ressentit pas d'abord les effets, ce qu'il exprima par ce distique latin :

Te magis optârat rediturum, Carole, nemo,
Te reducem sensit, Carole, nemo minus.

Ces vers néanmoins, produisirent apparemment quelqu'effet, car il fut nommé à une place à la fois honorable et avantageuse, dont il mourut possesseur.

On dit que Barrow, voyant approcher la mort, en témoigna sa joie, en disant qu'il alloit enfin apprendre, dans le sein de la Divinité, la solution de beaucoup de problêmes de géométrie et d'astronomie; entr'autres, si la terre tournoit autour du soleil. Il aimoit tellement la géométrie, qu'il avoit écrit ces mots à la tête de son Apollonius : Θεος γεωμετρει *Tu autem Domine quantus es geometra* : Dieu lui-même géométrise : O Seigneur, quel géomètre tu es? car quoique la géométrie n'ait point de bornes, tu vois, par une simple intuition, toutes les vérités admirables qu'elle renferme, &c. Cette exclamation rend croyable ce qu'on a raconté plus haut sur sa mort. On voit au reste, par là, que Barrow étoit un pauvre philosophe; car il croyoit en l'immortalité de l'ame et en une Divinité, autre que la nature universelle.

Voici maintenant un géomètre, dont l'exemple prouve que le goût et le génie de la géométrie sont de tous les états : c'est Robert Anderson, simple fabriquant d'étoffes de soie, à Londres; mais l'exercice de sa profession ne l'empêcha pas de se rendre assez habile en géométrie, pour publier deux ouvrages plus qu'élémentaires en ce genre; l'un est intitulé : *Stereometrical propositions variously applicables, but specially intended to gauging*; c'est-à-dire : *Propositions stéréométriques, applicables à divers objets, mais spécialement destinées au jaugeage. Lond.* 1668, *in*-8°. L'autre : *Gauging promoted, being an appendix to stereometrical propositions*, ou *le Jaugeage perfectionné, pour servir de supplément aux Propositions stéréométriques. Lond.* 1669, *in*-8°. Dans ces deux ouvrages, Anderson considère la solidité des différens segmens de cônes, conoïdes et sphéroïdes, coupés et recoupés en divers sens par un plan, ce qu'il applique à la mesure des différens vases anglois, pleins ou vides en partie. On lui rend, dans les *Transactions philosophiques*, la justice de dire qu'ils contiennent des nouveautés en ce genre.

Nous passons enfin en Italie, où nous rappellent encore divers géomètres distingués, et dignes de figurer dans cette histoire. En revenant un peu sur nos pas, et avant le milieu

son maître ; ce qu'il fit avec succès par un grand nombre d'ouvrages qu'il publia dans l'intervalle des années 1658 et 1662. Ils concernent tous des sujets de la géométrie sublime, comme les aires et les centres de gravité des sections coniques ; les solides formés de différentes manières, par la rotation de leurs segmens ; les sections coniques et les spirales des ordres supérieurs, &c. Nous avons parcouru divers de ces ouvrages, qui nous ont paru dignes d'un très-habile géomètre, quoique ce ne soit plus aujourd'hui qu'un jeu pour nos calculs. De Angelis eut le bon esprit de montrer la foiblesse d'une des plus fortes preuves que Riccioli opposoit au sentiment de Copernic. Son ordre ayant été supprimé en 1668, il vécut depuis en particulier ; il professa les mathématiques à Padoue, où il vivoit encore vers la fin du siècle dernier.

Michel Ange Ricci fut un de ceux qui cultivèrent en Italie la géométrie supérieure avec le plus de succès. Nous n'avons cependant de lui qu'un petit écrit, sous le titre de *Exercitatio geometrica de maximis et minimis*, qu'il publia à Rome en 1666, et que la société royale de Londres jugea assez intéressant pour en procurer une seconde édition, qui est à la suite de la *Logarithmotechnia* de Mercator. L'objet de cette dissertation est de déterminer les *maxima et minima*, et les tangentes des courbes, par des considérations tirées de la géométrie pure, et indépendamment du calcul algébrique ; ce qu'il exécute avec une elegance particulière, sur une hyperbole d'un genre supérieur, à laquelle il adapte sa méthode. Il promettoit, dans son épître dédicatoire à l'abbé Gradi, beaucoup d'autres choses qui lui auroient peut être fait un grand nom en géométrie, si la pourpre romaine ne l'eût envié à cette science ; il fit les plus grands efforts pour décliner cet honneur, l'objet des vœux ardens de tant d'autres ; mais il fut contraint d'obéir, et ses occupations ne lui laissèrent plus alors le temps de cultiver la géométrie. Nous dirons ici, en passant, que Ricci donne de grands éloges à l'abbé Gradi, et lui parle comme à un homme qui avoit lui-même pénétré dans les profondeurs géométriques. On n'a toutefois rien de lui dans ce genre, mais seulement un ouvrage publié en 1680, sous le titre de *Stephani Gradii opuscula IV*, dont le principal est une analyse de l'effet du gouvernail sur un vaisseau.

L'Italie nous offre encore plusieurs géomètres distingués dans Paul Caravagio ; Milanois ; Marchetti ; Borelli ; Mengoli. Je ne connois que les titres de quelques ouvrages du premier ; ils semblent indiquer une capacité supérieure à celle de la classe commune des géomètres. Marchetti se fit un nom en géométrie, par son ouvrage *De resistentia solidorum* ; je dis en géométrie,

M 2

quoique cet ouvrage appartienne à la mécanique ; car l'hypothèse de Galilée sur cette *résistance* étant adoptée une fois, tout le reste n'est plus que de la géométrie pure, et qui n'est même pas bien difficile. Nous observerons néanmoins, que M. Nelli, dans un ouvrage sur l'histoire littéraire de Florence, (*Saggio sull' historia letteraria, &c.*) jette de furieux soupçons sur cette capacité géométrique de Marchetti, et prétend que l'ouvrage en question étoit de Borelli, qui, brouillé avec Viviani, voulut par là lui susciter un rival en talent géométrique. Mais en admettant même que ce petit traité, ainsi qu'un autre sur la solution de quelques problèmes de géométrie, proposés par un géomètre de Leyde, fussent de Marchetti (1), il n'y auroit pas de comparaison à faire entre lui et Viviani.

Quoique la réputation de J. Alph. Borelli repose principalement sur son traité *de motu animalium*, qui est vraiment un ouvrage de génie, il n'en mérite guères moins par ses talens en géométrie. On lui doit en ce genre, principalement la restitution du troisième des quatre derniers livres des sections coniques d'Apollonius, qu'il déchiffra, aidé d'Abraham Ecchellensis, d'après une traduction, ou plutôt une paraphrase arabe. Son *Euclides restitutus*, ses *Apollonii elementa conica, et Archimedis opera breviori methodo demonstrata* (*Pisis.* 1658, *in*-4°.), sont des ouvrages remarquables par leur brièveté et leur perspicuité. Il étoit né en 1608, et fut, pendant plusieurs années, professeur de mathématiques à l'université de Pise. Mais d'un caractère inquiet et difficile, il eut des mécontentemens réels ou imaginaires, et passa à Messine, où il se trouva lors de la rébellion de cette ville contre le roi d'Espagne ; il y prit plus de part qu'il ne convenoit à un savant, et s'y montra de telle sorte, que les Espagnols étant rentrés dans Messine, la géométrie eût couru quelque risque d'être déshonorée en sa personne, s'il n'avoit à temps pris la fuite : il se retira à Rome, où il trouva un asile dans la maison des religieux des Ecoles-pies, qui fournirent à sa subsistance jusqu'à sa mort, qui arriva en 1679. Il sera aussi question de lui dans l'histoire de l'astronomie et de la mécanique.

Je n'ai que quelques mots à dire de Mengoli, professeur de mathématiques à Bologne. Si l'on en juge par les titres de ses divers ouvrages, il tâcha de servir la géométrie dans ce qu'elle a de plus difficile et relevé. Il y a même peut-être dans ses ouvrages des choses neuves ; mais il semble avoir voulu s'envelopper dans un langage particulier à lui. Son nom a resté dans l'oubli, et il l'a mérité.

(1) *Solutio problematum à quodam geomètra Leidensi propositorum.*

Nous terminons enfin cette partie de notre histoire, par le récit des travaux de Viviani. Ce disciple de Galilée, ce compagnon fidelle de sa vieillesse dans sa retraite d'Arcétri, s'est principalement illustré dans la géométrie, par deux ouvrages d'un genre particulier ; l'un est sa *divination sur le cinquième livre des coniques d'Apollonius*, dont nous avons fait l'histoire en parlant des écrits de ce géomètre ancien ; le second concerne un autre géomètre de l'antiquité, à peu près contemporain d'Euclide, qu'on nommoit Aristée l'Ancien. Cet Aristée avoit écrit, au rapport de Pappus (1), outre cinq livres des coniques, un autre traité intitulé *des lieux solides*, c'est-à-dire, des propriétés locales de ces courbes. L'ouvrage d'Apollonius ne nous laisse aucun lieu de regretter le premier de ces écrits d'Aristée ; mais il est fâcheux que le dernier soit perdu. Ce motif excita M. Viviani, à peine âgé de 23 ans, à faire des efforts pour y suppléer. Il commença dès-lors à assembler des matériaux dans cette vue ; mais tant d'occupations différentes le traversèrent sans cesse, que, quoique cet ouvrage soit le premier de ceux qu'il avoit médités, ce fut cependant le dernier qu'il mit au jour. Enfin, ayant été nommé par Louis XIV, dont il étoit déjà pensionné depuis long-temps, associé étranger de l'académie des sciences, il fit, malgré son extrême vieillesse, un dernier effort pour l'achever, et il le publia en 1701. Cet ouvrage, qui contient une multitude de propriétés nouvelles des sections coniques, fait également honneur au savoir géometrique et au cœur de M. Viviani, par la savante géométrie qu'elle contient, et par les sentimens de reconnoissance qu'il témoigne envers le monarque son bienfaiteur, et Galilée son illustre maître. On a de M. Viviani quelques autres ouvrages moins savans, tels qu'une édition qu'il crut devoir donner d'un écrit de Galilée, sur la doctrine des proportions (2), telle qu'elle est présentée dans le cinquième livre d'Euclide, à laquelle est jointe, sous le titre de *diporto geometrico* (*Amusement géométrique*), la solution d'une douzaine de problèmes proposés par un anonyme de Leyde, qui ne sont pas difficiles, en y employant l'analyse algébrique, et qui furent en effet ainsi résolus par divers autres géomètres, mais que Viviani résoud beaucoup plus simplement et plus élégamment, au moyen de l'analyse ancienne, qu'il possédoit supérieurement. Cet ouvrage est d'ailleurs remarquable, par quantité de détails intéressans sur la personne et les dernières

(1) *Coll math. liv. VII. pref.*

(2) *Il V libro di Euclide overo scienza universale delle proporzioni spiegata*, &c., &c. *Firenze*, 1674, in-4°.

années de la vie de Galilée et sur celle de Toricelli, ainsi que sur leurs ouvrages executés ou projetés.

Il y avoit bien des années que M. Viviani n'avoit paru sur la scène de la géométrie, lorsqu'il y remonta, à l'occasion d'un problême curieux et digne de trouver place ici. C'est M. Viviani qui le proposa, en lui donnant le titre d'*Ænigma geometricum, à D. Pio Lisci pusillo geometra;* ces derniers mots sont l'anagrame de ceux-ci : *A postremo Galilei discipulo*, titre qu'il s'énorgueillit toujours de porter. *Il y a*, disoit il, *parmi les antiques monumens de la Grèce, un temple consacré à la géométrie, dont le plan est circulaire, et qui est couronné d'un dôme hémisphérique. Ce dôme est percé de quatre fenêtres égales, et avec un tel art, que le reste de la surface est absolument quarrable.* On demande comment on s'y étoit pris; M. Viviani s'adressoit principalement aux illustres analystes du temps, en ajoutant néanmoins qu'il ne doutoit point que leur art secret (c'est ainsi qu'il désignoit la nouvelle analyse) ne les mît bientôt en possession du mot de son énigme.

En effet, ce n'en fut pas long-temps une pour ceux qui étoient versés dans la nouvelle géométrie ultramontaine. En Allemagne, MM. Leibnitz et Jacques Bernoulli; en France, le marquis de l'Hôpital, en donnèrent diverses solutions, presque aussitôt qu'ils eurent reçu l'énigme. L'Angleterre, où elle ne pénétra apparemment que l'année suivante, en fournit aussi quelques-unes, qui furent l'ouvrage de Wallis et David Gregori; mais toutes ces solutions, il faut en convenir, le cèdent à certain égard, à celle de Viviani. Si l'on décrit, dit il, dans le demi-cercle A B D, passant par le sommet B de la voûte et le centre de sa base (*fig.* 31.), deux autres demi-cercles sur les rayons A F, F D, et qu'on en fasse les bases de deux demi cylindres droits qui pénètrent l'hémisphère de part et d'autre, ils en retrancheront quatre portions, telles que le reste sera exactement égal à deux fois le carré du rayon. Il y a encore ici une chose remarquable et que je ne sais si Viviani remarqua : c'est que la portion de chaque surface de demi-cylindre, renfermée dans l'hémisphère, est aussi susceptible de quadrature absolue, et égale à deux fois le carré du rayon; ainsi, les deux ensemble égalent le carré du diamètre. Il publia cette solution, avec diverses autres vérités géométriques, dans un petit écrit italien, intitulé : *Formazione e misura di tutti i cieli con la structura e quadratura esatta d'un nuovo cielo ammirabile, &c.; curiosa esercitazione mathematica* (*Firenze*, 1692, *in*-4°.); il s'y bornoit néanmoins à l'énoncé, et il supprimoit les démonstrations, ce qui engagea quelques années après le P. Grandi, géomètre de l'ordre des Camaldules, à les rechercher

et à les publier, sous le tritre de *geometrica divinatio Vivianeorum problematum.* (*Fl.* 1699, *in* 4°.) Dans cet écrit, qui tient beaucoup plus que ne promet le titre, le P. Grandi remarque plusieurs autres curiosités géométriques de ce genre, entr'autres, une portion de surface de cône droit, qui est absolument quarrable, et à laquelle il donne le nom de *Velum Camaldulense.* Il eût mieux fait de ne lui en donner aucun. Il ignoroit aussi que Jean Bernoulli avoit déjà annoncé, dans les actes de Leipsick, cette propriété de la surface du cône droit, qui est très-facile à démontrer ; savoir, que si l'on décrit sur la base une figure quelconque, et que sur cette figure on élève un prisme droit, la portion de surface conique qu'il renfermera sera en raison donnée avec la figure proposée ; savoir, celle du côté du cône au rayon de la base. Ainsi l'on peut, par ce moyen, retrancher de la surface du cône droit, tant de portions absolument quarrables qu'on voudra, soit du côté du sommet, soit du côté de la base.

Il y auroit encore à dire sur Viviani, bien des choses que nous omettons à regret. On peut y suppléer par l'éloge historique de ce géomètre, qu'on lit dans l'histoire de l'académie des sciences pour l'année 1703. Viviani mourut la même année, âgé de quatre-vingt-un ans.

Le P. Grandi parle avec éloge, dans l'écrit cité ci-dessus, des deux géomètres italiens, le marquis Jean Ceva et le P. Thomas Ceva, jésuite, son frère. Le premier fut auteur d'un ouvrage intitulé *geometria motus* (*Bon.* 1692, *in*-4°.), dont je n'ai pu me procurer la vue ; mais j'ai lu qu'il avoit pour principal objet le mouvement des eaux, matière sur laquelle il écrivit des mémoires, et figura parmi ceux qui jouèrent un rôle dans les contestations entre Bologne, Ferrare, et autres états d'Italie. Il en avoit publié dès 1688, un autre (1) dont le titre exprime fort imparfaitement le contenu ; car il y a beaucoup de géométrie profonde pour le temps, sur les centres de gravité et la mesure de divers solides non encore considérés des géomètres. Le P. Thomas Ceva publia en 1699, des *Opuscula mathematica*, où y il a diverses considérations assez ingénieuses sur la multisection de l'angle, tant mécanique au moyen d'un instrument particulier, que géométrique par le secours de certaines courbes. Il n'étoit pas seulement géomètre, mais encore poëte ; et l'on a de lui, entr'autres, un poëme latin en quatre livres, sur la physique ancienne et moderne. Dirai-je ici (et pourquoi non), afin d'égayer une matière aussi aride, que le P. Ceva,

(1) *De lineis rectis se invicem secantibus constructio statica, &c.* *Mediol.* 1688, *in*-4°.

dans l'ouvrage cité plus haut, donne, en vers latins, la solution géométrique du problême le plus intéressant de la vie humaine, celui de s'assurer la félicité éternelle. Ainsi, les géomètres qui se damneront, seront les moins excusables de tous les hommes.

Fin du premier Livre de la quatrième Partie.

NOTES

NOTES
DU
PREMIER LIVRE.

NOTE *A*.

Développement des idées de Neper sur les Logarithmes.

Nous avons vu que Neper, d'après l'idée qu'il s'étoit formé des Logarithmes, suppose (*fig.* 2) deux mobiles partant des points A et A' sur les lignes indéfinies P M, P' M', avec des vitesses égales; mais que la vitesse du corps partant du point A s'accélère toujours; en sorte que, dans des temps égaux, il parcourt les espaces A B, B C, C D, D E, &c, croissant en progression continue dans un rapport quelconque, comme de P A à P B, tandis que celui partant du point A' parcourt, dans les mêmes temps, les espaces égaux A' B', B' C', C' D', D' E', &c. Ainsi les quantités P A, P B, P C, P D, &c. croîtront en progression géométrique, et les quantités A B, B C, C D, D E, croîtront en progression arithmétique, et seront les logarithmes des premières. Ainsi donc,

1°. Si les points A et A' sont ceux d'où partent les deux mobiles, l'un se mouvant d'un mouvement accéléré, l'autre d'un mouvement uniforme, le logarithme de P A sera o; car au moment où le premier mobile est en A, le second n'a encore parcouru aucun espace. Si donc P A est pris pour l'unité, comme le demande la facilité du calcul, le logarithme de l'unité sera o.

2°. Si les logarithmes des quantités P A, P B, P C, &c. sont pris positivement, et qu'on suppose les quantités P *a*, P *b*, P *c*, &c proportionnellement décroissantes dans le même rapport que P A, P B, P C, &c croissent, il faudra prendre en sens contraire les quantités A' *b'*, A' *c'*, A' *d'*, A' *e'*, &c., conséquemment en sens négatif des premières. Ainsi, les logarithmes des quantités continuellement croissantes en progression géométrique étant positifs, ceux des quantités géométriquement décroissantes au-dessous de l'unité seront les mêmes, mais seulement négatifs. Ainsi, le logarithme de $\frac{1}{2}$ sera le même que celui de 2, mais il sera négatif; celui de $\frac{1}{3}$ le même que celui de 3, mais pris négativement.

3°. Il est visible que le logarithme d'une raison quelconque, par exemple de P A à P B, étant la quantité A' B', celui de la raison de P C à P B sera celui de P C moins celui de P B, c'est-à-dire, B' C' ou A' B'; et celui de la raison de P C à P A sera A' C' ou 2 A' B': pareillement, celui de la raison de P D à P A, triplée de celle de P B à P A, sera 2 D' A' ou 3 A' B', et ainsi de suite. Cela montre que les logarithmes sont les mesures des raisons, en ce qu'ils sont autant et semblablement multiples les uns des autres, que les raisons qui leur répondent sont multiples les unes des autres; de là leur nom de logarithmes, comme qui diroit : *Qui rationes numerant.*

4°. Il peut y avoir autant de différens systêmes de logarithmes qu'on peut assigner de valeurs différentes à la raison de P A à P B et à A' B'. Car si P A est à P B comme 1 à 10, et A B = 1 ou 1.000000, on aura nos logarithmes communs, ou ceux de Briggs, Wlacq, ou de nos tables ordinaires; mais rien ne nécessite cette supposition. On peut donner à A' B' telle valeur qu'on voudra, et alors tous les logarithmes de ce nouveau système seront aux correspondans du premier, comme cette valeur à l'autre.

5°. La manière dont Neper détermina primitivement ses logarithmes suit naturellement de celle dont il en concevoit la génération. Ainsi, pour trouver l'espace A' B' parcouru d'un mouvement uniforme, pendant que A B l'étoit d'un mouvement continuellement accéléré; ayant pris P A à P B comme 1 à 2, il tira la racine quarrée de 2, et ensuite la racine quarrée de celle-ci, et ainsi de suite, jusqu'à ce que, par une dernière extraction, il parvint à une quantité P *a*, dont l'excès A *a* sur P *a* n'étoit qu'une fraction comme infiniment petite, savoir 0.0000001. Or, dans ce cas, A *a* peut être censé parcouru uniformément, et A' B' doit contenir autant de fois A *a* qu'il y a de moyennes proportionnelles insérées de cette manière entre 1 et 2; or il s'en trouve par ce procédé 6931472; et entre 1 et 10, il y en a 23025850. Ainsi, multipliant 0.0000001 par 6931472, on a 0.6931472 pour le logarithme de la raison de 2 à 1, ou de 2, et 2.3025850 pour celui de la raison de 10 à 1, ou de 10. Ce sont là les logarithmes que Neper rencontra par son procédé, et qu'on nomme hyperboliques, parce qu'ils représentent les aires de l'hyperbole équilatère entre les asymptotes, le quarré inscrit dans ces asymptotes, ou la puissance de l'hyperbole, étant 1.

Mais il n'y a aucune nécessité de prendre A *a* pour le logarithme de P *a*. Tout multiple ou sous-multiple le peut être également, et alors tous les logarithmes établis sur cette supposition seront augmentés ou diminués proportionnellement. Nos tables ordinaires, par exemple, sont construites comme si au lieu de A *a*, on n'en avoit pris qu'un peu moins de la moitié, ou la 0.4342994e. partie, ce qui vient de la supposition faite que le logarithme de 10 soit l'unité; car l'unité est au logarithme de 10 selon Neper, ou 2.3025850, précisément comme 0.4342994. Ainsi, nos logarithmes ordinaires sont à ceux de Neper, comme 0.4342994 à 1; ou, ce qui est la même chose, comme 1 à 2.3025850. C'est pourquoi, en multipliant nos logarithmes ordinaires par 2.3025850, on les réduit à ceux de Neper, ce qui sert à calculer les aires de l'hyperbole équilatère (si souvent employées dans des problêmes d'un certain ordre), quand on n'a pas de tables de logarithmes Népériens. Pour réduire au contraire ces derniers à ceux des tables ordinaires; il les faudra diviser par 2.3025, &c., ou, ce qui est la même chose, les multiplier par 0.4342994.

NOTE *B*.

Sur la fameuse règle de Pappus *ou de* Guldin.

L'importance de ce principe nous engage à en donner la démonstration, quoiqu'un géomètre un peu exercé puisse facilement la trouver, dès qu'il a une idée du centre de gravité et de ses propriétés.

Si le rectangle A *a* (*fig.* 5) tourne à l'entour de l'axe G H, il décrira évidemment un cylindre creux, dont la solidité sera le produit de A *a*, par la circonférence moyenne entre celles que décrivent ses côtés autour de l'axe de rotation; c'est-à-dire, par la circonférence du cercle, dont le rayon est D *a*, la distance du centre de gravité *a* à cet axe. De même, le solide creux, décrit par le parallélogramme B *b*, sera le produit de B *b*, par la circonférence que décrit le centre de gravité *b*; que *d* soit maintenant le centre de gravité des deux rectangles A *a*,

B b, le produit de A a + B b (par la propriété du centre de gravité), par la distance de d à l'axe de rotation G H, sera égal au produit de A a, par la distance du centre de gravité à ce même axe, plus le produit de B b, par la distance de b au même axe; et par conséquent, en prenant, au lieu des rayons, les circonférences qui sont dans le même rapport, le produit de A a par le chemin de son centre de gravité, plus le produit de B b par le chemin de son centre de gravité, seront égaux au produit de A a + B b, par le chemin de leur centre de gravité commun d; or le premier produit est évidemment égal au solide décrit par la figure formée de A a plus B b; donc le second lui est aussi égal.

Le même raisonnement est applicable au cas où la figure sera divisée en 3, en 4, en 10, en 100 parties.

Si donc on inscrit et circonscrit à une figure courbe quelconque (*fig.* 6) les rectangles, comme A, B, C, &c., le solide qu'ils décriront sera égal au produit de ces rectangles, par la circonférence que décrira leur centre de gravité commun.

Que ces rectangles maintenant soient multipliés à l'infini, ils se confondrons avec la figure même; et conséquemment leur centre de gravité commun sera celui de la figure. Ainsi, le produit de la figure, par le chemin de son centre de gravité, sera égal au solide qu'elle formera par sa circonvolution.

NOTE *C*.

La proposition féconde dont nous avons parlé nous donne d'abord deux manières faciles de quarrer la parabole.

Car soit (*fig.* 8) une pyramide A B C et l'espace parabolique extérieur D E F compris entre la parabole, la tangente au sommet et une parallèle à l'axe. Il est facile d'appercevoir que ces figures sont semblablement décroissantes; car l'élément de la pyramide *f g* croit dans le même rapport que le quarré de sa distance au sommet, et dans la parabole extérieure l'ordonnée H I croit de même comme le quarré de D H. L'espace extérieur D E F de la parabole sera donc le tiers du parallélogramme de même base et même hauteur, comme la pyramide ou le cône est le tiers du prisme ou du cylindre de même base et même hauteur.

Soit encore (*fig.* 9) une parabole dont I est le sommet, I K l'axe, E F une ordonnée; c'est une propriété de cette courbe, que tirant une ligne quelconque G H parallèle à l'axe, on a G H à K I, comme le rectangle E G F à E K F, ou KF^2. Or cette propriété est celle des élémens de la sphère, dont l'axe seroit E G F; car par la propriété du cercle, $GM^2 : KL^2 :: EG \times GF : KF^2$, et par conséquent le cercle décrit du rayon G M qui est un des élémens de la sphère, est au cercle décrit du rayon K L dans la même raison de $EG \times GF$ à KF^2. C'est pourquoi K I est à G H, comme le cercle N L au cercle O M. La sphère, et la parabole ainsi considérée, sont donc des figures analogues ou semblablement décroissantes. Par conséquent, la sphère étant au cylindre circonscrit comme 2 à 3, la parabole E I F sera au parallélogramme de même base et même hauteur dans la même raison; et au contraire, si la quadrature de la parabole étoit la première connue, on en conclueroit que la sphère est les deux tiers du cylindre de même base et même hauteur.

Cette manière de déterminer la quadrature de la parabole va aussi nous donner la mesure du conoïde hyperbolique. Car que la parabole B A C (*fig.* 11) soit prolongée de même que l'ordonnée C B, et que H K = B E soit l'axe transverse d'un conoïde hyperbolique; si l'on tire les lignes D F, E G, on aura dans la parabole D F à E G, comme $FC \times FB$ à $CG \times GB$; car c'est là une des propriétés connues de la parabole. Mais dans le conoïde hyperbolique, on a le cercle du diamètre N P à celui de O Q, comme le rectangle $LK \times LH$ au rectangle $MK \times MH$; c'est-à-dire dans la même raison. Ainsi, l'espace parabolique G B E

$ob : oB :: PQ \times PE \times PN : PN \times PB \times BN :: PQ \times PE : PB \times BN$. Si donc on prolonge PA en O, et NBo en *n*, et que dans l'angle OB*n* on fasse le parallélograme OB*nm* dont le côté OB soit à B*n* comme $PQ \times PE : PB \times BN$, la diagonale B*m* de ce parallélograme sera la direction de la tangente au point B.

Terminons ceci par un dernier exemple de cette méthode, en l'appliquant à la quadratrice de Dinostrate. Soit AD (*fig.* 18) cette quadratrice décrite par l'intersection continuelle du rayon CB se mouvant uniformement de CB en CD, avec une ligne poussée d'un mouvement uniforme et dans le même temps parallèlement à elle-même le long de CD. On voit par cette génération que le point décrivant E est continuellement porté de deux mouvemens, l'un comme E*i*, l'autre comme E*h*. Mais E*i* est à E*h* en raison composée de E*i* ou F*f* son égale, à G*g* et de G*g* à E*h* (E*h* est le petit arc de cercle décrit du centre C). Or ces deux raisons sont données; car la première, celle de F*f* à G*g*, est celle du rayon au quart de cercle, et celle de G*g* à E*h* est celle de ce même rayon à CE. Ainsi E*i* est à *h*E en raison composée de CD à DB ou de CE au quart de cercle décrit du rayon CE, et de CG ou CD, à CE. Or, en composant ces deux raisons, elles se réduisent à une, celle de CG au quart de cercle décrit du rayon CE.

La construction est maintenant facile. Elevez sur le rayon CE au point E la perpendiculaire EV égale au quart de cercle décrit du rayon OE et faites EK parallèle et égale à CD. Les deux lignes KT et VT respectivement parallèles à EF et CE se couperont en un point T par lequel passera la tangente en E, car par cette construction le quadrilatère EKTV sera semblable et semblablement posé avec le quadrilatère *iEhe*, dans les angles opposés au sommet VEK, *iEh*. Les diagonales ET, E*e* seront donc en ligne droite; donc ET sera tangente.

On doit conclure de là que la tangente au point D (*fig.* 19) de cette courbe, rencontre sa base à une distance CE du centre, qui est égale au quart de cercle DB. Car alors EN (*fig.* 18), devient parallèle à CB et égale au quart de cercle, le point K tombe sur le centre C, et le point T sur CB prolongé, ensorte que KT est égale au quart de cercle DB. On sait d'ailleurs que le point A, origine de la quadratrice, est situé sur le rayon de manière que CA est troisième proportionnelle au quart de cercle DB et au rayon, d'où il suit que CA, CB, CE sont continuellement proportionnelles.

Fin des Notes du premier Livre de la quatrième Parties.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

QUATRIEME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE SECOND.

De la Géométrie et de l'Analyse, traitées à la manière de Descartes, jusqu'à la fin du dix-septième siècle.

SOMMAIRE.

I. *Cause de la lenteur des progrès de la Géométrie, et en quoi l'Analyse algébrique les a accélérés.* II. *Découvertes d'Harriot sur la nature des équations. Examen de plusieurs de celles que lui attribue Wallis.* III. *De Bachet de Méziriac. D'Albert Girard.* IV. *De Descartes. Traits abrégés de sa vie. Exposition de ses découvertes purement analytiques. Sa défense contre Wallis.* V. *Des découvertes géométriques de Descartes. Il applique l'analyse algébrique à la théorie des courbes; avantages de cette application. Solution qu'il donne d'un problême où avoit échoué l'an-*

tiquité. Sa construction des équations cubiques, quarré-quarrées, et du sixième degré. Examen de quelques-unes de ses opinions concernant la simplicité des constructions géométriques. De ses ovales. VI. *De la méthode des tangentes de Descartes. Application de son principe à celle* de Maximis et Minimis; *à l'invention des points d'inflexion, &c. Usage de la méthode des tangentes pour la détermination des asymptotes.* VII. *De M. de Fermat. Sa règle* de Maximis et Minimis. *Sa méthode des tangentes. Querelle qu'il a à ce sujet avec Descartes. Autres inventions analytiques de Fermat.* VIII. *Quel accueil reçoit l'analyse de Descartes; Roberval prétend y relever des fautes. M. de Beaune est le premier à en pénétrer les mystère. Origine du problême inverse des tangentes; problême proposé par M. de Beaune à Descartes, et jusqu'où celui-ci y pénètre. De divers autres géomètres qui cultivent l'analyse de Descartes; de Schooten, de son commentaire et de ses autres écrits. De MM. de Witt; Hudde; Van-Heuraet; Huygens, &c.* IX. *Progrès que fait la méthode* de Maximis et Minimis, *et celle des tangentes entre les mains de MM. Hudde; Huygens; de Sluse.* X. *De la construction des équations. Méthode de Sluse. Inventions de quelques autres géomètres concernant ce sujet.* XI. *Des principaux ouvrages et auteurs sur l'analyse finie, du dix-septième siècle.*

I.

La nouvelle forme que prit l'Analyse entre les mains des géomètres du siècle passé, est une des causes principales des rapides progrès qui ont amené la géométrie au point où elle est aujourd'hui. Tant que les rapports dont la recherche occupa les géomètres ne furent pas trop compliqués, les méthodes anciennes purent les aider à les démêler. C'est par leurs secours qu'ils firent les découvertes profondes qui nous ont occupés jusqu'ici; découvertes qui ont d'autant plus de droit à notre estime, que les moyens par lesquels ils y parvinrent étoient plus laborieux, et qu'il étoit plus facile de se tromper en les employant. Ils pénétrèrent aussi avant que les instrumens, qu'on me permette ce terme, dont ils étoient en possession leur purent servir, et ils en tirèrent souvent un parti que ne soupçonnent pas ceux qui ne connoissent que la nouvelle géométrie. Mais enfin, il étoit de la nature de ces instrumens de ne pouvoir les aider que jusqu'à un certain point; et lorsqu'après avoir épuisé les recherches qui étoient à leur portée, ils voulurent

s'élever à des spéculations plus difficiles, ils échouèrent devant des difficultés qu'une analyse moins savante, mais plus commode, surmonte sans peine.

La principale cause qui rend l'analyse ancienne insuffisante dans des questions d'un certain ordre, est son assujettissement nécessaire à une suite de raisonnemens développés. Si l'on ne peut les suivre qu'avec peine, à plus forte raison ne les peut-on former sans une contention extrême d'esprit, sans des efforts extraordinaires de mémoire et d'imagination. Faut-il donc s'étonner que la même méthode, qui dans certaines questions présente une clarté lumineuse, devienne obscure et impraticable dans d'autres, où la complication des rapports est fort supérieure.

Le premier pas à faire pour mettre l'analyse en état de surmonter ces difficultés, étoit donc d'en changer la forme, et de soulager l'esprit de ce fardeau accablant de raisonnemens. Rien de plus heureux pour cet effet que l'idée qu'on a eue de réduire ces raisonnemens en une sorte d'art ou de procédés techniques, qui après les premiers pas n'exigent presque plus aucun travail d'esprit. L'arithmétique et l'algèbre ordinaire nous en offrent des exemples. Car qu'est-ce qu'une opération arithmétique, sinon un procédé mécanique pour la plupart des hommes, mais qui est cependant le tableau et l'équivalent des opérations laborieuses auxquelles l'esprit seroit réduit sans ce secours? L'analyse algébrique d'un problême sur les nombres n'est encore autre chose qu'une suite de raisonnemens écrits en abrégé, et qui sans contention et presque mécaniquement, conduisent au même but que si l'esprit les eût suivis. Rien n'empêche de se servir d'un semblable artifice dans la géométrie. Les grandeurs qu'elle considère sont susceptibles des mêmes calculs : toute espèce d'étendue peut être désignée par des nombres ; car une ligne, par exemple, n'est d'une certaine grandeur que parce qu'elle en contient une autre prise pour mesure ou comme unité, un certain nombre de fois : il en est de même des surfaces, &c. On pourra conséquemment les représenter comme si c'étoient des nombres, par des signes universels. Mais toutes les propriétés des figures ne consistent qu'en ce que certaines dimensions sont à d'autres dans un certain rapport. Dans le cercle, par exemple, le quarré de la perpendiculaire tirée d'un point sur le diamètre est égal au rectangle ou au produit des deux segmens de ce diamètre. On pourra donc encore exprimer ces dimensions par leurs rapports mutuels, et les analyser comme on a vu qu'on le faisoit dans les questions purement numériques. Voilà l'analyse algébrique, voilà l'application de l'algèbre à la géométrie.

II.

II.

On a exposé dans un des livres précédens les diverses inventions dont le célèbre Viète enrichit l'analyse ; on y a vu les méthodes qu'il imagina pour la résolution des équations du troisième degré, la construction ingénieuse qu'il en donna par le moyen des deux moyennes proportionnelles, ou de la trisection de l'angle, la décomposition des équations du quatrième degré par le moyen de celles du troisième, la formation des puissances, le commencement enfin de l'analyse des Equations si vivement revendiquée à Harriot par Wallis. Tel étoit l'état de l'analyse au commencement du dix-septième siècle, et où elle resta assez long temps. La plupart de ceux qui la cultivèrent se bornèrent presque à l'eclaircir, ou à énoncer en d'autres termes ce que Viète avoit enseigné. Nous distinguerons cependant parmi ces analystes, Guillaume Ougthred, dont on a quelques ouvrages estimables dans ce genre, et qui ont été pendant assez de temps regardés comme classiques dans les universités angloises. Il développa davantage l'application de l'analyse aux problêmes géométriques, la construction des équations, la formation des puissances, les formules pour les sections angulaires, &c. Mais la plupart de ces choses ne passent guères ce qu'on pourroit nommer l'analyse élémentaire, ou ce qu'on tenoit déjà de Viète. C'est pourquoi il seroit inutile de nous y arrêter davantage. Nous remarquerons seulement qu'Ougthred, né en 1573, mourut en 1660 d'un transport de joie, en apprenant la résolution prise par le parlement, de rappeler Charles II. Outre sa *Clavis geometrica*, on a de lui divers ouvrages publiés en divers temps, et qui rassemblés pour la plupart, ont été imprimés sous le titre d'*Opuscula* en 1667, et réimprimés plusieurs fois.

C'est à Harriot que l'analyse doit les premiers progrès qu'elle fit au delà de ceux que Viète lui avoit procurés le siècle précédent. On lui est redevable de l'importante découverte de la nature et de la formation des équations, découverte ébauchée par Viète, et qu'il développa avec beaucoup de sagacité. L'ouvrage dans lequel il l'expose est intitulé : *Artis analyticae praxis*, et parut à Londres en 1631, dix ans après la mort de son auteur. Il entre dans notre plan de donner le précis de ce qu'il contient de plus remarquable, après avoir dit quelques mots sur cet homme vraiment recommandable dans l'Histoire des mathématiques.

Thomas Harriot naquit à Oxford en 1560. Après y avoir pris le grade de maître ès arts en 1579, il accompagna le fameux

chevalier Walther Raleigh dans son expédition pour la Virginie, où il fit le premier établissement de sa nation. Harriot y leva la carte du pays, et donna en 1588 la relation de ce voyage, qui, traduite en latin, a été insérée dans l'Histoire des navigations de Théodore de Bry. Il paroît que rendu à sa patrie, il se livra entièrement à l'étude des mathématiques, et spécialement à celle de l'analyse algébrique. Il ne tarda pas d'être connu du duc de Northumberland, qui, amateur éclairé des sciences, entretenoit déjà à ses frais plusieurs savans, tels que Rob. Huez, Walther Warner et Nathanaël Torporley. Ce seigneur donna chez lui un logement à Harriot, avec 300 livres sterlings de traitement. Ce fut chez lui, et en quelque sorte avec lui, que Harriot finit ses jours. On voit par les lettres de Kepler que cet astronome entra en correspondance avec lui, principalement sur la théorie de l'arc-en-ciel. Les manuscrits d'Harriot, nouvellement découverts dans un château du comté de Sussex, demeure principale du duc, nous apprennent qu'il concourut avec Galilée dans la découverte des taches du soleil; car il paroît qu'il les vit dès le 8 décembre 1610, et la première observation de Galilée paroît être tout au plus du mois de novembre précédent. Harriot avoit donc, ou deviné la construction du télescope Batavique, ou s'en étoit procuré un vers cette époque. On aura sans doute obligation à M. de Zach de la publication de ces manuscrits, qu'il promet avec une vie d'Harriot. Il mourut le 2 juillet 1621. Philosophe sans doute, il n'avoit jamais eu l'ambition de faire parler de lui; ce fut Walther Warner, son ami, qui publia ses recherches analytiques, sous le titre qu'on a vu plus haut.

Le premier pas d'Harriot est de ne s'être point borné à considérer les équations sous la forme usitée jusqu'alors, c'est-à-dire en égalant les termes où entre la quantité inconnue à celui qui contient la connue. Harriot fait passer dans l'occasion ce dernier terme du même côté que les autres, et l'affectant d'un signe contraire à celui qu'il avoit, il égale toute l'expression à zéro. Cela est naturel et dans les règles de l'analyse algébrique ordinaire; si $x=b$, on aura aussi $x-b=0$: et si $x^2-20x=9$, il est également vrai que $x^2-20x-9=0$. Il est enfin évident que toute valeur positive ou negative, qui mise à la place de x et de ses puissances dans une équation réduite à cette forme, la rendra égale à zéro, sera la valeur, ou une des valeurs de x, puisqu'elle satisfera à la condition indiquée par cette expression. Il nous faut cependant remarquer, pour n'accorder à Harriot que ce qui lui est dû en ce qui concerne cette manière de considérer les équations, il nous faut, dis-je, remarquer qu'il fut bien éloigné d'en faire tout l'usage qu'il pouvoit, et d'en sentir

tout l'avantage. Ce n'est qu'en passant, et dans un seul chapitre de son ouvrage qu'il l'emploie : partout ailleurs, et même là, lorsqu'il propose une équation, il lui donne la forme ordinaire, et c'est seulement dans le cours de la démonstration que, faisant passer tous les termes d'un côté, il égale l'expression entière à zéro ; mais il revient promptement à la forme usitée, comme si cette autre faisoit en quelque sorte violence à la nature.

J'étonnerai sans doute plusieurs de mes lecteurs, lorsque je remarquerai encore qu'Harriot n'eut qu'une idée peu développée des racines négatives ; mais quelque singulière que paroisse cette prétention à ceux qui ne connoissent cet analyste et ses travaux que par le pompeux étalage des découvertes que lui attribue Wallis, la preuve en sera facile ; car premièrement parmi les formes d'équations générales, de quelque degré que ce soit, il omet toujours celles qui ne donnent que des racines négatives ; en second lieu, lorsqu'il propose une équation qui contient des racines négatives et positives, comme $x^2+(a-b)x-ab=0$, ou x est également b ou $-a$, suivant la doctrine vulgaire des équations du second degré, il ne parle que de la valeur positive, et il en use de même à l'égard des équations d'un genre plus élevé. En troisième lieu, et ceci va achever de démontrer ce que nous avançons, lorsqu'il examine les équations du troisième degré et les différentes valeurs de l'inconnue, il n'est jamais question que des positives ; c'est par cette raison qu'il dit (1) que l'équation $x^3-3bbx=-2c^3$, n'est explicable que par deux racines, lorsque c est moindre que b ; en effet, dans ce cas et dans cette forme d'équation, il n'y a que deux valeurs positives, et la troisième est négative. De là vient encore ce qu'il dit (2), savoir que l'équation $x^3-3bbx=2c^3$ n'est explicable que d'une racine ; effectivement, si c est moindre que b, il n'y en a qu'une en n'ayant égard qu'aux positives ; mais il y en a aussi deux autres qui sont négatives, et dont l'analyste anglois ne tient aucun compte. Il s'en explique même d'une façon positive dans un endroit (3) où il nomme ces sortes de racines, *privatives* ; mais ce n'est que pour nous dire qu'il n'a point considéré les équations qui en sont toutes composées, parce qu'elles sont inutiles. On voit par là que si Harriot connut ces racines, il ne nous a rien dit à leur sujet de plus que Cardan, qui les avoit aussi connues, et qui les avoit appelées *feintes*. Ainsi, c'est un article qu'il faut retrancher du prolixe catalogue que Wallis a dressé de ses découvertes.

La découverte fondamentale d'Harriot, celle qui l'illustre

(1) *Art. Analyt. praxis.* Sect. 5 ; prop. 4.

(2) Ibid. prop. 3.

(3) Ibid. pag. 27.

parmi les analystes, consiste à avoir remarqué que toutes les équations d'ordres supérieurs sont des produits d'équations simples. Cela se montre de cette manière. Qu'on prenne tant qu'on voudra d'équations simples, telles que $x \pm a = 0$; $x \pm b = 0$; $x \pm c = 0$, et avec telle combinaison de signes qu'on voudra, par exemple, celle-ci, $x + a = 0$; $x - b = 0$; $x + c = 0$; qu'on les multiplie ensemble, il en naîtra un produit qui sera dans le cas présent $x^3 + (a - b + c)\, x^2 - (ab + bc - ac)\, x - abc = 0$: ce qui est une équation du troisième degré, parce que nous avons eu trois facteurs. Or il est facile de se convaincre par l'expérience que, si dans cette expression au lieu de x et de ses puissances, on substitue $-a$, ou b, ou $-c$ elle deviendra toute égale à o. Donc il est évident que x a trois valeurs, puisque chacune d'elles satisfait aux conditions de l'expression. La même chose paroîtra encore plus clairement en se servant d'exemples numériques. Prenons $x - 1 = 0$; $x + 9 = 0$; $x - 7 = 0$: le produit est $x^3 + x^2 - 65x + 63 = 0$, ou $x^3 + x^2 - 65x = -63$. Si dans cette expression on fait x égal à 1, ou à -9, ou à 7, l'équation se vérifiera ; car on aura dans le premier cas $1 + 1 - 65 + 63$, ce qui est effectivement égal à zéro. Dans le second ce sera $-729 + 81 + 585 + 63 = 0$, ce qui est encore vrai. Il en sera de même dans le troisième cas, comme il est facile de le vérifier.

De cette génération des équations découle une foule de vérités intéressantes dans l'analyse. La première est que dans toute équation il y a autant de valeurs, que le degré qui la dénomme a d'unités. Une du second degré en aura deux, une du troisième, trois, &c. ; vérité qui se démontre aussi directement et rigoureusement, quoique nous venions de la démontrer seulement par induction. Quand nous disons des valeurs, nous entendons dire soit réelles, c'est-à-dire positives ou négatives, soit imaginaires. Rien n'empêche qu'il n'y en ait dans toute équation plusieurs de cette dernière espèce ; car une équation du second degré peut en contenir deux. Telle est, par exemple, celle-ci, $x^2 - 2x + 9$, où x est égale à $1 +$ ou $-\sqrt{-8}$. Mais il peut y avoir une équation formée de la précédente, multipliée par une autre équation simple : celle-ci, par exemple, $x^3 + 2x^2 - x + 45 = 0$, vient de l'équation ci-dessus multipliée par $x + 5 = 0$. Elle aura donc deux valeurs imaginaires, savoir $1 + \sqrt{-8}$, et $1 - \sqrt{-8}$, et une réelle -5. Cette considération nous conduit en même temps à une remarque utile concernant les racines imaginaires ; savoir qu'elles marchent toujours en nombre pair ; car elles doivent toujours être accouplées de sorte que leur produit forme une expression

où il n'entre rien d'imaginaire, et cela ne pourra arriver que lorsque deux à deux elles formeront une équation réelle du second degré. Ainsi une équation d'un degré pair quelconque, ou un problême qui y conduiroit, pourroit être impossible, n'y ayant dans cette équation que des racines imaginaires ; mais toute équation de degré impair, comme celles du troisième, du cinquième, &c. aura du moins une solution.

Reprenons maintenant la forme d'équations où les racines de l'inconnue sont exprimées par des lettres, car elle nous sera bien plus commode pour reconnoître la composition de chaque terme, les traces des opérations ne s'y effaçant point comme dans la forme numérique. Supposons donc une équation du quatrième degré, formée de ces quatre, $x-a=0$; $x-b=0$; $x-c=0$; $x+d=0$: leur produit est l'équation $x^4-(a+b+c-d)\,x^3+(ac+ab+cb-ad-cb-bd)\,x^2-(abc-acd-abd-cbd)\,x-abcd=0$. Les racines de cette équation sont a, b, c, $-d$: or la seule inspection nous montre que le coefficient du second terme est la somme de toutes les racines mises avec des signes contraires, c'est-à dire avec le signe $-$, si elles sont positives, et avec celui de $+$, si elles sont négatives. Celui du troisième est la somme des produits des mêmes racines, faits en les multipliant deux à deux ; celui du quatrième est celle des produits de ces racines prises trois à trois, et affectés de signes contraires ; celui du quatrième, celle des racines prises quatre à quatre, &c. ; enfin celui du dernier, le produit de toutes les racines, pris avec son signe si le rang de ce terme est impair, ou avec le signe contraire, s'il est pair.

Ce qu'on vient de dire sur la formation des équations conduit à une méthode pour résoudre non-seulement celles du troisième degré, mais celles des degrés quelconques au-dessus. Car, puisque la quantité connue est le produit de toutes les racines de l'équation, si ces racines sont rationnelles et entières, elles seront nécessairement quelques uns des diviseurs de ce dernier terme. Il faudra donc essayer quel d'entre eux mis à la place de l'inconnue positivement ou négativement, rendra l'équation égale à zéro. Si cela réussit, ce sera une des valeurs de l'inconnue. Donnons en un exemple : que l'équation proposée soit $x^3-17x^2+79x-63=0$. Les diviseurs de 63 sont 1, 3, 7, 9, 21, 63; par conséquent si une des racines de l'équation est un nombre entier, ce doit être un d'eux. En effet si au lieu de x on met dans cette expression 1, ou 7, ou 9, tous les termes se détruiront. Les valeurs de l'inconnue seront donc 1, ou 7, ou 9, et l'équation sera divisible par $x-1$, ou $x-7$, ou $x-9$. De même dans l'équation $x^3-34x-45=0$: les diviseurs de 45 sont 1, 3, 5, 9, 15, 45 ; en les essayant les uns après les

autres, on trouve que -5 étant substitué à la place de x, l'équation se détruit ; c'est pourquoi l'une des racines est -5, et divisant cette équation par $x+5$, on l'abaisse à celle ci $x^2-5x-9=0$, dont les racines sont $\frac{5}{2}+\sqrt{15\frac{1}{4}}$ et $\frac{5}{2}-\sqrt{15\frac{1}{4}}$. Si aucune de ces substitutions ne réussit, c'est un signe que la racine de l'équation n'est point un nombre rationel ni entier ; il faut recourir à d'autres moyens dont on parlera dans la suite.

Tels sont à peu près les progrès que l'analyse algébrique dut à Harriot. Les découvertes que nous venons d'exposer en constituent la principale partie ; car nous ne mettrons point dans ce rang diverses remarques dont Wallis a grossi le catalogue des inventions de cet analyste, en même temps qu'il travailloit à exténuer celles de Descartes. Je ne vois pas beaucoup de mérite à avoir introduit l'usage des petites lettres au lieu des grandes, à avoir écrit tout de suite les puissances par des lettres répétées, comme *aaa*, au lieu de A^c, ainsi qu'on le faisoit avant lui. Encore moins doit on regarder comme des découvertes d'Harriot, la manière de multiplier, de diviser, d'augmenter ou de diminuer les racines d'une équation sans les connoître, de faire disparoître le second terme, les fractions et les irrationnalités : tout cela fut connu à Viète. La méthode que Harriot emploie pour réduire les équations cubiques aux formules de Cardan, est encore à très-peu de chose près, celle de l'analyste françois. On connoissoit aussi avant lui que les équations cubiques, qui conduisent au cas irréductible, ont cependant des racines réelles. Cette vérité avoit été démontrée par Viète dès l'année 1593, puisqu'il avoit construit ces équations par la trisection de l'angle ; que dis-je, elle avoit été connue à Bombelli, dont l'ouvrage avoit paru l'année 1579. Comment excuserons-nous M. Wallis, qui nous donnant un Traité historique de l'algèbre, semble avoir à peine jetté les yeux sur tout autre analyste que Harriot ; qui après avoir traité Descartes de plagiaire, et avoir déprimé ses inventions autant qu'il l'a pu, forme en grande partie l'énumération de celles de son compatriote, de choses ou peu importantes, ou empruntées de ses prédécesseurs. Qui pourra même ne pas rire en voyant ce zélé restaurateur de la gloire d'Harriot, lui attribuer, je ne dis pas seulement la résolution des équations du second degré, par l'évanouissement du second terme, invention de Viète, mais encore la méthode vulgaire qui procède, comme on sait, en ajoutant de part et d'autre de quoi faire un quarré parfait du membre où est l'inconnue (1). La partialité et l'aveuglement

(1) *Peculiarem*, dit-il, *ostendit resolvendi complendo quadratum in methodum aequationes quadraticas speciebus. De Algebra*, *cap* 53.

qui en est la suite ordinaire ne sauroient être portés plus loin. Je renvoie à quelques articles plus loin ma justification sur ce que je dis ici, et ma réponse à ceux qui m'ont accusé de n'avoir pas rendu assez de justice à l'analyste anglois.

III.

Nous pourrions passer ici immédiatement à l'exposition des découvertes analytiques de Descartes ; mais nous croyons devoir la suspendre pour faire connoître deux analystes d'un mérite distingué qui remplissent en quelque sorte l'intervalle entre Descartes et Harriot. L'un est Bachet de Meziriac, et l'autre Albert Girard. Quoique nous ayons parlé du premier à l'occasion de ses travaux sur Diophante, il nous a paru à propos de faire connoître ici plus particulièrement cet ingénieux analyste.

Bachet étoit un gentilhomme du Bugey, qui, indépendamment des belles lettres qu'il cultiva avec succès puisqu'il fut un des premiers membres de l'académie françoise, s'adonna spécialement à des spéculations de pure arithmétique. Son édition de *Diophante*, et son commentaire sur cet analyste grec, pourroient passer pour un ouvrage original, tant le manuscrit qu'il trouva étoit défiguré, et tant les notes de Maxime Planude et de Xylander étoient imparfaites, et souvent erronées ou inintelligibles ; ainsi il eut souvent à deviner ou à créer. Mais ce qui lui mérite surtout une place parmi les promoteurs de l'analyse, c'est qu'il est le premier parmi les modernes, et qu'il a été pendant long temps presque le seul qui ait fait faire quelques pas à cette branche importante de l'analyse, qu'on nomme l'analyse indéterminée, dont les questions présentent souvent plus de difficultés que celles de l'analyse déterminée, et exigent presque toujours des artifices particuliers. On lui doit à cet égard la résolution générale et complète des équations qu'on appelle indéterminées du premier degré, quelque soit le nombre de ces indéterminées et des équations. Il annonçoit cette solution dans son livre intitulé : *Problêmes plaisans et délectables qui se font par les nombres*, qui parut à Lyon pour la première fois en 1612, et qui pour le remarquer en passant, est le premier germe de celui qui est si connu sous le titre de *Récréations mathématiques*. Dans cette édition, Bachet se bornoit à appliquer sa méthode à un problême curieux de ce genre ; mais dans l'édition de 1624, il la développa, et il n'y a rien à y ajouter. Je ne dis rien de ses autres ouvrages de pure littérature. On peut voir de plus grands détails à cet égard, et sur sa vie, dans l'Histoire de l'académie françoise. Il mourut en 1638, âgé environ de quarante cinq ans.

Le second des analystes dont nous avons à parler ici étoit Hollandois. Nous avons déjà eu occasion de faire connoître ses travaux en géométrie dans le livre précédent. Son livre intitulé : *Invention nouvelle en l'algèbre, &c.* qu'il publia en 1629, est remarquable en ce qu'on y trouve une connoissance des racines négatives plus développée que dans ceux de la plupart des autres analystes. Un des objets de ce livre est de montrer que dans les équations cubiques qui conduisent au cas irréductible, il y a toujours trois racines, deux positives et une négative, ou au contraire. Viète, à la vérité, avoit déjà construit ces équations, mais il s'étoit borné à assigner les racines positives ; Girard, développant davantage cette construction, va plus loin, et assigne les négatives qu'il appelle *par moins.* Il enseigne aussi à les déterminer géométriquement, au moyen de la trisection de l'angle, et il les représente par trois cordes inscrites dans le cercle. Une chose remarquable enfin, c'est que huit ans avant Descartes, il montre l'usage des racines négatives en géométrie par ces mots : *La solution par moins s'explique en géométrie en rétrogradant, et le moins recule où le + avance ;* ce dont il donne un exemple sur un problême qui conduit à une équation du quatrième degré, où deux racines sont positives, et deux négatives.

IV.

On ne sauroit donner une idée plus juste de ce qu'a été l'époque de Descartes dans la géométrie moderne, qu'en la comparant à celle de Platon dans la géométrie ancienne. Celui-ci en inventant l'Analyse, fit prendre à cette science une face nouvelle ; l'autre, par la liaison qu'il établit entre elle et l'Analyse algébrique, y a opéré de même une heureuse révolution. La découverte de l'Analyse ancienne donna lieu à diverses théories sublimes : la géométrie a tiré les mêmes avantages, et de plus grands encore, de son alliance avec l'Analyse algébrique ; et aidée de ce secours, elle s'est soumis une multitude d'objets auxquels elle n'avoit encore pu atteindre. De même enfin que Platon prépara par sa découverte celles des Archimède, des Apollonius, &c., on peut dire que Descartes a jetté les fondemens de celles qui illustrent aujourd'hui les Neuton, les Leibnitz, &c.

Nous sommes obligés de nous borner ici à un précis très-abrégé de la vie de cet homme célèbre. Il naquit à la Haye en Touraine, le 31 mars 1596 ; et dès son enfance il montra tant de curiosité pour toutes les connoissances naturelles, que son père le nommoit par distinction, *son philosophe.* Il passa une partie de sa jeunesse à voyager dans des vues philosophiques ; et enfin l'amour de la liberté et de la retraite lui fit choisir le séjour

séjour de la Hollande. Ce fut là qu'il publia la plupart de ses ouvrages. Si l'on n'y trouve pas toujours la vérité, on ne peut y méconnoître le génie, et ce qui le caractérise, cette noble liberté qui fait profession de ne rien admettre qui ne soit examiné sans préjugés, et d'après de solides principes. C'est surtout par là que Descartes a contribué à l'avancement de la philosophie. Galilée et Bâcon avoient commencé à affranchir l'esprit humain, mais c'est le philosophe françois qui a achevé de lui rendre la liberté, et qui a hâté la révolution. Descartes mourut, comme tout le monde sait, en 1650, à la cour de la reine Christine, qui l'avoit engagé de venir auprès d'elle, afin de pouvoir jouir de ses entretiens. Dix-sept ans après son corps fut apporté en France, et déposé dans l'église de Sainte-Geneviève, où on lui dressa un monument consistant en son buste en bas-relief, avec une inscription peut-être trop pompeuse aujourd'hui, vu la grande révolution qu'a éprouvé sa philosophie.

C'est en effet de la géométrie que Descartes tire aujourd'hui la partie la plus solide et la moins contestée de sa gloire ; et c'est celui de ces ouvrages qui la concerne qui doit seul nous occuper ici : les autres (1) trouveront leur place ailleurs. La Géométrie de Descartes parut en 1637, et elle est le troisième des Traités qui suivent sa *méthode*, comme des exemples qu'il a voulu en donner dans ces trois principaux genres, la Physique, les Mathématiques mixtes et la Géométrie pure. On ne doit pas y chercher le mérite de l'ordre et des développemens ; ce sont les idées d'un homme de génie qui ne suit pas la marche des esprits ordinaires, et qui content de dévoiler les principes, laisse aux lecteurs le soin d'en faire l'application, et d'en tirer les conséquences.

Descartes commence sa Géométrie par donner la solution d'une difficulté que s'étoient faite les anciens et les modernes concernant les puissances au-dessus du cube. Qu'est ce qu'un quarré quarré, ou le produit de quatre lignes, demandoient-ils, puisqu'il ne peut y avoir d'étendue composée de plus de trois dimensions ? Pappus recourt aux raisons composées, ce qui est prolixe et embrouillé. M. Descartes montre plus clairement

(1) Ces autres ouvrages sont sa *Mécanique*, sa *Dioptrique*, et ses *Principes*, ou l'exposition de son système de l'Univers. Nous ne dirons rien de ses écrits purement physiques ou métaphysiques, l'énumération en seroit longue, et n'est pas de notre objet. On a outre cela trois volumes (*in*-4°.) de lettres de Descartes, ou de diverses personnes avec qui il étoit en relation. Elles contiennent plusieurs choses concernant la géométrie et les mathématiques. On trouve enfin dans ses *Opera posthuma*, publiés en 1701, quelques morceaux peu importans de géométrie ou d'analyse.

que ce ne sont que des proportionnelles continues ou discrètes, à l'unité ou une ligne prise constamment pour telle dans le cours de la question, et aux lignes données. Ainsi a^4 est la cinquième proportionnelle à l'unité, et à a ; de même ab est la quatrième proportionnelle à l'unité, à a et à b : abc est la quatrième proportionnelle à cette unité, à ab et à c, et ainsi des autres produits plus composés. Nous pourrions encore remarquer que Descartes est l'auteur de l'usage d'écrire les puissances avec leurs exposans numériques : nous y serions plus fondés que ne l'est Wallis à faire un mérite à son compatriote d'avoir substitué de petites lettres aux grandes dont se servoient avant lui les analystes ; mais nous ne ferons pas, pour rehausser le mérite de Descartes, un vain étalage de ces minuties, propres seulement à parer quelqu'autre moins riche.

C'est à Descartes, nous le répéterons ici, qu'est due la connoissance de la nature et de l'usage des racines négatives, et il est le premier qui les ait introduites dans la géométrie et dans l'analyse. Doué comme il étoit d'un esprit métaphysique, il apperçut qu'il ne pouvoit y avoir de quantités moindres que zéro, et que ce ne pouvoit être que des quantités prises en sens contraire de celles qui sont affectées positivement. En effet le signe — n'est que celui de la soustraction, et ôter d'une quantité prise en un certain sens, par exemple en montant, plus que cette quantité même, c'est descendre du surplus qui se trouve affecté du signe —. A la vérité, le nom de *fausses* que Descartes donne aux racines négatives, sembleroit désigner qu'il n'en eût pas une idée aussi juste qu'on vient de le dire : mais l'emploi presque continuel qu'il en fait dans sa géométrie et de la manière convenable, détruit entièrement cette objection.

Descartes enrichit la théorie d'Harriot sur la formation des équations d'une très-belle découverte, très-belle, dis-je, malgré la limitation qu'il y faut mettre, et les efforts de Wallis pour la déprimer. C'est une règle pour déterminer par la seule inspection des signes le nombre des racines positives et négatives dans une équation. Dans toute équation, dit Descartes, *il peut y avoir* autant de racines vraies (c'est-à-dire positives), qu'il y a de changemens de signes ou de passages du signe + au signe —, ou au contraire ; et autant de fausses (c'est-à-dire de négatives), qu'il y a de successions du même signe. Dans cette équation, par exemple, $x^3 - 17x^2 + 79x - 63 = 0$, il y a trois changemens de signes ; aussi les trois racines sont positives, savoir 1, 7, 9 : multiplions-la par $x + 4$, nous aurons celle-ci, $x^4 - 13x^3 + 11x^2 + 253x - 252 = 0$, où il y a effectivement trois changemens de signes qui indiquent les trois racines

positives, et une succession du même signe à cause de la racine négative.

La limitation de cette règle annoncée plus haut consiste en ce qu'il faut que l'équation n'ait aucune racine imaginaire, et elle ne fut pas inconnue à Descartes. On ne lui voit pas dire d'une manière générale, *il y a* dans toute équation autant de racines positives que de changemens de signes, mais *il peut y avoir*; c'est-à-dire qu'elles n'y sont pas toujours, savoir quand il en a d'imaginaires; c'est ainsi que nous dirions qu'un problême qui conduit à une équation du troisième degré, par exemple, peut avoir trois solutions : car on ne veut pas dire qu'elle les ait toujours, mais qu'elle les aura, s'il n'y a aucune racine imaginaire dans l'équation. Ce fut la réponse qu'il fit à Roberval, qui lui objectoit une équation du quatrième degré où sa règle étoit défectueuse, et qui ne laissa pas de renouveler dix ans après cette objection avec une opiniâtreté qui lui fait peu d'honneur. Il y a plus, c'est que Descartes a annoncé lui-même cette limitation dans un autre endroit de sa *Géométrie*, et fort peu de temps après; car il y dit que ces racines, tant vraies que fausses, ne sont pas toujours réelles, mais quelquefois seulement imaginaires. Il est vrai qu'on pourroit peut être désirer que Descartes eût énoncé cette limitation plus clairement.

Malgré cela, Wallis qui a le chagrin de trouver chez le géomètre françois (1) une invention qu'il ne peut s'empêcher de qualifier d'*assez belle*, ne manque pas de rabaisser aussitôt le mérite de son auteur, en prétendant qu'il en ignora la limitation. Telle est enfin la précipitation de certaines gens, qu'on voit encore M. Rolle faire à Descartes un procès à ce sujet. On pourroit demander à ces adversaires obstinés de notre philosophe, pourquoi il a pu dire, *il peut y avoir*, au lieu d'*il y a*, s'il eût cru sa règle générale et sans exceptions. Quand Wallis proposoit une équation, comme $x^4+111x^3+6x^2+1993x+30878=0$, qui semble présenter quatre racines négatives, Descartes auroit dit seulement qu'il y pouvoit avoir quatre racines de cette espèce, s'il n'y en avoit aucune imaginaire, et lorsqu'en multipliant cette équation par $x-18$, il l'auroit vu prendre une forme qui annonce cinq racines positives, il en auroit conclu qu'elle avoit quatre racines imaginaires, et certainement une positive. On pourroit même rendre à la règle de Descartes toute sa généralité, en regardant les racines imaginaires comme ambiguës, ou négatives et positives à la fois. Dans la première équation de Wallis, il y a quatre racines

(1) Lett. de Desc. tom. III. lett. 77.

négatives, et dans la seconde cinq racines positives, c'est-à-dire une réelle et positive, et les quatre autres *negativo-positives*, ou imaginaires.

Une invention purement analytique et très-importante que Wallis n'a point voulu voir dans Descartes, est celle de la *méthode des indéterminés*. Elle consiste à supposer une équation avec des coefficiens indéterminés dont on fixe ensuite la valeur par la comparaison de ses termes avec ceux d'une autre qui lui doit être égale. Descartes s'en sert pour la réduction des équations du quatrième degré aux deux du second dont elles sont formées par leur multiplication. Voici l'esprit de sa méthode fort différente, pour le remarquer en passant, de celle de Ferrari et de Viète, avec lesquelles Wallis la confond. Il suppose deux équations du second degré, dont les coefficiens sont indéterminés, et dont les termes sont tellement formés, que de leur multiplication résulte une expression semblable et égale dans tous ses termes, excepté le dernier, avec l'équation proposée. Il les suppose ensuite égales, d'où il résulte que leur différence est zéro, ce qui lui donne une nouvelle équation du troisième degré, dont la racine est la valeur du coefficient cherché. Cette méthode, pour la résolution des équations du quatrième degré, est aujourd'hui, à quelques changemens près, celle qui est en usage. C'est pourquoi je ne m'attache pas à la développer davantage : les livres ordinaires d'algèbre donneront sur ce sujet toutes les instructions nécessaires.

Nous ne pouvons nous dispenser de parler ici de l'accusation de plagiat intentée à Descartes, pour avoir fait usage dans sa géométrie de la doctrine d'Harriot sur la formation des équations, sans lui en faire expressement honneur. Wallis ne tarit point là-dessus, et entre dans une déclamation aussi ridicule qu'indécente ; mais pour apprécier ces clameurs, quelques remarques suffiront. Wallis pouvoit facilement en imposer à ceux qui ne savoient point l'histoire de l'algèbre, par l'exposé qu'il a fait des découvertes d'Harriot, et le silence qu'il a gardé sur toutes celles qui les avoit précédées. Mais ceux qui ont lu cette partie de notre histoire ont pu voir que la découverte en question étoit si bien préparée, qu'il étoit difficile qu'elle échappât davantage à un homme de génie. En effet, 1°. Cardan et Albert Girard avoient parlé distinctement des racines négatives, et l'on ne peut refuser à Descartes d'en avoir le premier reconnu la nature et l'usage : en second lieu, Viète avoit enseigné la composition des coefficiens des équations dans le cas où les racines étoient positives. Or de ces deux remarques réunies résulte en grande partie la découverte d'Harriot ; car il ne faut que faire une multiplication de deux ou trois binomes, pour voir arriver

dans le produit tout ce qu'on observe sur les coefficiens des équations. Il n'y avoit donc qu'un pas à faire pour être en possession de la découverte dont nous parlons, et ce pas ne paroîtra pas trop grand pour Descartes, à ceux qui ont une idée convenable du génie de cet homme célèbre, génie tel que ce qui coûtoit bien des méditations aux autres géomètres de son temps, n'étoit pour lui qu'un jeu, comme le prouvent plusieurs de ses lettres.

Admettons néanmoins, ce qui peut être, que Descartes ait vu l'ouvrage d'Harriot, publié six ans avant sa Géométrie, et qu'il en ait emprunté cette théorie des équations, doit-on pour cela le traiter de plagiaire? Nous ne le croyons point, ou il est peu de géomètres qui pussent échapper à cette qualification. Si Descartes, intitulant un livre *de la nature des Equations*, y eût refondu les découvertes d'Harriot sans rien dire de leur auteur, il la mériteroit; mais il a toujours été permis à un écrivain d'employer quelques idées étrangères, lorsqu'elles servent à préparer ses découvertes propres, ou à jetter du jour sur elles, et surtout lorsqu'on y ajoute aussi considérablement que Descartes l'a fait à celles d'Harriot.

Mais s'il falloit adopter le principe rigoureux de Wallis, où en seroit-il réduit lui-même, et celui qu'il élève avec tant de chaleur? Harriot a-t-il fait quelque part l'aveu de ce qu'il devoit à Viète, qui l'avoit précédé dans une grande partie de ce qu'il enseigne sur la préparation des équations; sur la réduction des équations cubiques aux formules de Cardan, sur la résolution de celles du quatrième degré par le moyen d'une équation cubique; sur la composition des termes dans les équations qui n'ont que des racines positives, &c. Venons maintenant à Wallis : ne se donne-t-il pas lui-même pour inventeur d'une méthode par laquelle il prétend avoir résolu le cas irréductible; méthode enseignée depuis près de quatre-vingts ans par Bombelli. Nous pourrions aussi remarquer que les deux règles des tangentes qu'il a données en 1672, ne sont, l'une que celle de M. de Fermat, publiée en 1644 par Hérigone dans son Cours de mathématiques, et l'autre celle de M. de Roberval, connue en France dès l'année 1636, et qui se trouve d'ailleurs dans les Œuvres de Toricelli, publiées en 1644. D'un autre côté, s'il accuse Descartes avec tant d'affectation, de s'être trompé dans sa règle pour discerner les racines positives pour les négatives, ne nous donne-t-il pas le droit de le traiter avec la même rigueur. Car indépendamment de l'erreur ci-dessus, il en commet une autre dans la construction qu'il enseigne pour les équations cubiques, où il emploie une parabole du troisième degré avec une ligne droite; ce qui est une faute et

une pétition de principe, puisqu'il est impossible de construire cette courbe à tous ses points sans la résolution générale des équations cubiques. Harriot enfin, qu'il met à tant d'égards au-dessus de Descartes, et surtout comme ayant donné des règles plus sûres pour le discernement des différentes espèces de racines dans les équations, n'est pas plus exempt d'erreur. M. Hallei a remarqué (1) qu'il s'est trompé en ce qui concerne la détermination des racines réelles et imaginaires dans les équations cubiques. Cette récrimination au reste n'a point pour objet de déprimer des hommes qui ont si bien mérité des Mathématiques, mais seulement de montrer l'injustice des clameurs de Wallis contre Descartes. Pour avoir le droit, je ne dis pas de remarquer l'erreur d'un grand homme, mais de la lui reprocher, il faut en être soi-même parfaitement exempt.

Nous ne pouvons nous empêcher de relever encore quelques traits de la partialité singulière de Wallis envers son compatriote, et de son déchaînement contre Descartes. De ce que l'ouvrage d'Harriot a paru le premier, il conclut que le philosophe françois a dû le connoître, et qu'il en a profité. Mais trouve-t on dans des écrits d'analystes antérieurs à Harriot, des idées que celui-ci a employées ; suivant son zélé panégyriste, il ne les a point connus : c'est son compatriote, enfin, tout est son ouvrage, tout lui est dû, jusqu'à la résolution ordinaire des équations du second degré A l'égard des analystes françois, c'est un autre poids, une autre balance. D'abord il omet ou il exténue tout ce qu'il y a d'original dans la géométrie de Descartes. Il ne forme presque l'énumération de son contenu que de ce qu'il y a de plus trivial en algèbre ; il lui fait même en quelque sorte un crime d'avoir fait usage des opérations les plus simples de l'algèbre, et peu s'en faut qu'il ne le traite de plagiaire. Forcé cependant de reconnoître cette belle règle pour la distinction des racines positives et négatives, il la met bien au-dessous de celle d'Harriot ; jugement que n'ont point confirmé les analystes, qui se servent tous les jours de celle de Descartes, et qui ont oublié l'autre. Cet homme enfin, si assuré quand il s'agit d'attribuer à Harriot des découvertes qui ne lui appartiennent point, s'il laisse à Viète, à Descartes, quelques bagatelles, ne manque point de craindre toujours de leur en trop accorder. Ces formules dubitatives, *et fortè antè eum alii ; nescio an non ante eum alii*, ou d'autres semblables, sont le plus souvent employées. Lorsqu'il arrive aux découvertes mixtes de notre géomètre, il élude adroitement ce point embarrassant, sous le prétexte qu'elles ne sont point d'analyse

(1) *Trans. Phil.* ann. 1687, n°. 190.

pure, comme si l'algèbre n'avoit pas autant gagné à son alliance avec la géométrie, que celle-ci même. Cependant sa haine contre Descartes se rallume, il revient à la charge, et il ne craint point de mettre son ouvrage au niveau des plus médiocres. Il finit par comparer Harriot à Colomb, qui découvrit le nouveau monde, et à qui l'aventurier Americ Vespuce ravit l'honneur de lui donner son nom. Fut-il jamais de déclamation aussi aveugle et autant contredite par l'admiration universelle des géomètres pour l'ouvrage de Descartes? Elle porte avec elle-même sa réfutation.

Je n'ignore pas que cette discussion relative aux découvertes respectives de Viète, Harriot et Descartes, m'a fait ranger au nombre des ennemis de la gloire d'Harriot. On s'en explique ainsi dans l'*Année astronomique*, ou les *Ephémérides de Berlin* pour l'année 1788. On lit, en parlant de l'analyste anglois : « Ce grand homme est connu et célèbre parmi les ma- » thématiciens de toutes les nations, à l'exception des François, » chez lesquels son nom a été déprimé avec une chaleur vé- » ritablement haineuse (Voyez *Histoire des mathématiques*, » et diverses autres). Les François ne peuvent souffrir que » Harriot diminue le moins du monde la gloire de leur Viète » et de leur Descartes, et que ce dernier soit inculpé d'un » plagiat évident. » Il m'est facile de répondre à cette inculpation.

Je dirai donc d'abord que rien n'est moins fondé que ce qu'on m'impute, savoir que j'ai cherché à déprimer Harriot; car il n'est certainement avant moi aucun auteur qui soit entré dans un détail aussi étendu et circonstancié de ses inventions en analyse, et de ce qu'elle lui doit. Si j'eusse cherché à déprimer Harriot, je n'aurois certainement pas pris cette peine.

Mais quand j'ai vu Wallis, dans sa prétendue Histoire de l'algèbre, attribuer à son compatriote jusqu'à la résolution des équations du second degré; prétendre que Harriot a le premier démontré la réalité des racines des équations cubiques qui conduisent au cas irréductible, tandis que Bombelli l'avoit démontré dans un ouvrage publié en 1589, et Viète après lui d'une autre manière; faire honneur à son compatriote de la résolution des équations du quatrième degré, par le procédé même qu'emploie Ferrari; traiter Descartes presque de géomètre médiocre; l'inculper avec amertume d'une erreur dans laquelle, quand il seroit tombé, il n'en seroit pas moins vrai qu'il auroit trouvé une très-belle règle, malgré sa limitation, (c'est le sentiment unanime des analystes), je n'ai pu me défendre d'un peu de chaleur; et d'autant plus que Wallis, qui inculpe Descartes d'erreur ou de méprise, n'en est pas

exempt lui-même, comme je l'ai fait voir et comme je le pourrois faire voir en quelque chose de plus grave. Quoiqu'on en dise donc, l'auteur de la lettre en question me permettra d'attendre qu'on ait montré que je me sois mépris sur quelques-uns des faits que j'ai cités en combattant l'histoire singulièrement partiale que Wallis a faite de l'algèbre.

Mais si Descartes a allumé son flambeau à celui d'Harriot, ce qui peut être, quoiqu'il soit assez vraisemblable que les découvertes principales de sa géométrie sont antérieures à la date de l'ouvrage de l'analyste anglois, est-ce que Harriot n'a pas probablement allumé le sien au flambeau de Viète, dont tous les écrits ont été publiés avant 1600? Et dans quel endroit Harriot dit-il qu'il doit quelque chose à l'analyste françois? Je vais même apprendre ici une anecdote peu connue: c'est que Viète a eu pendant quelque temps un secrétaire anglois, nommé Nathanael Torporley; c'est M. Sherburn, Anglois, qui nous l'apprend dans sa traduction en vers anglois du premier livre de Manilius, accompagnée d'amples notes; car il dit, page 78, que Torporley fut *sometimes amanuensis to the famous Vieta.* Or Torporley a été pendant long-temps un des commensaux d'Harriot chez le duc de Northumberland; n'est-il pas bien probable que, dépositaire de beaucoup de pensées et de manuscrits de Viète, il a pu et même dû les communiquer à Harriot? Ce Nathanael Torporley est auteur d'un livre d'un titre fort bizarre: *Diclides cœlo-metricae seu valvae astronomicae universales, &c.* (*Lond.* 1602) en deux livres, dont le premier enseigne la construction des Tables astronomiques et leur usage; le second a en partie pour objet la trigonométrie sphérique, dont les règles y sont énoncées avec une brièveté et une concision qui décèle bien un élève de Viète, qui avoit contracté son style et sa manière. C'est-là tout ce que nous en pouvons dire ici. Mais M. Hutton, dans l'excellente *Histoire de la trigonométrie*, qui précède ses nouvelles Tables trigonométriques et logarithmiques, entre dans plus de détails sur ce sujet.

V.

Nous passons présentement à faire le récit des découvertes d'analyse-mixte, dont nous sommes redevables à Descartes. Celle qui tient le premier rang, et qui est le fondement de toutes les autres, est l'application qu'il fit de l'algèbre à la géométrie des courbes. Nous disons à la géométrie des courbes; car on a vu que l'application de l'algèbre à la résolution des problêmes ordinaires est beaucoup plus ancienne. Mais sans déprimer ces inventions, nous pouvons dire qu'elles ne sont que

que l'élémentaire de celles de Descartes ; c'est, à ce qu'il y ajouta, qu'on doit fixer l'époque de la révolution qui a rapidement élevé la géométrie au degré où elle est aujourd'hui.

Il y avoit déjà long-temps que la géométrie étoit en possession d'exprimer la nature d'une courbe par le rapport des lignes parallèles entre elles, tirées de chacun de ses points sur une autre fixe et invariable. Ce moyen se présente assez naturellement à l'esprit; car qu'est-ce qui détermine une courbe à être d'une certaine forme? c'est qu'il y a entre chacun de ses points un certain rapport de distance, à l'égard d'une ligne droite qui la traverse et qui lui sert d'axe. Dans la géométrie élémentaire, le cercle est une courbe dont tous les points sont également éloignés d'un autre qui est le centre. Mais une géométrie plus relevée le considère autrement. Sous ce nouveau point de vue le cercle est une courbe dans laquelle ayant tiré un diamètre quelconque, si d'un point pris à volonté on mène une perpendiculaire à ce diamètre, le rectangle des segmens qu'elle y fera, sera égal au quarré de cette perpendiculaire, ou bien ce quarré sera égal à celui du rayon moins celui du segment intercepté entre elle et le centre. C'est là dans la théorie des courbes la propriété distinctive et caractéristique du cercle. Dans la parabole, le quarré d'une ordonnée quelconque à l'axe, est égal au rectangle du segment intercepté entre elle et le sommet, par une certaine ligne constante, &c.

Il étoit sans doute facile d'exprimer ces rapports en langage algébrique, dès qu'il fut connu aux géomètres. Mais il falloit auparavant prévoir de quel usage pouvoit être cette manière de les exprimer, et c'est ce que la sagacité de Descartes, son esprit métaphysique, et sa grande habileté en géométrie lui montrèrent. Il vit qu'une expression algébrique est un tableau plus court et en quelque sorte plus énergique, des propriétés d'une courbe, et qu'elle présente à celui qui possède l'analyse, de grandes commodités pour déduire ses propriétés les plus enveloppées, des plus faciles. C'est ce dont nous allons donner quelques exemples des plus simples, nous réservant d'en donner de plus étendus dans la note A.

On appelle dans cette nouvelle géométrie l'équation d'une courbe, l'expression algébrique qui désigne la relation toujours semblable entre chaque ordonnée de la courbe et son abscisse. On a vu, par exemple, que dans le cercle (*fig.* 32) on a constamment $AF \times FB = FD^2$. Nommons pour traduire cette expression en langage algébrique, nommons, dis-je, le rayon $AC = a$, $AF = x$, et $FD = y$; FB sera $a - x$, ainsi $AF \times FB = FD^2$, sera $ax - xx = y^2$, et quelle que soit la grandeur de x, ou de AF, cette équation donnera la grandeur de FD.

Si nous eussions fait CF, ou la distance de l'ordonnée au centre, egale à x, alors FD^2 étant $= CA^2 - CF^2$, nous aurions eu $y^2 = aa - xx$, qui est encore l'équation au cercle, mais rapportée au centre. De la même manière on trouvera dans la parabole (*fig.* 33) qu'en nommant p le paramètre, x le segment AF de l'axe ou du diamètre, et y l'ordonnée FD perpendiculaire si c'est l'axe, ou inclinée dans l'obliquité convenable si c'est un diamètre, on trouvera, dis je, que son équation est $y^2 = px$. Dans l'ellipse (*fig.* 34), si l'on nomme a la moitié d'un des axes ou d'un des diamètres AB, b l'autre demi axe, ou demi-diamètre conjugué CG, on aura (en faisant toujours $AF = x$, et $FD = y$,) $yy = \frac{2abbx - bbxx}{aa}$ ou $\frac{bb}{aa}(2ax - xx)$.

Ces premières équations sont les plus simples, parce que nous avons pris l'origine des abscisses, c'est à-dire, que nous avons commencé à les compter, du véritable sommet de la courbe. Rien ne nous oblige néanmoins à les envisager ainsi. La nature d'une courbe, du cercle par exemple (*voy fig.* 40), peut être également exprimée, quoique moins simplement par le rapport d'une ordonnée comme KP, tirée sur un axe R *d* pris à volonté, avec l'abscisse prise sur cet axe, à commencer d'un point quelconque R pris aussi où l'on voudra; ainsi la nature d'une même courbe peut être exprimée de quantité de manières, suivant l'axe et l'origine des abscisses qu'on choisira. Mais il est essentiel de remarquer que de quelque manière que soit posé cet axe, la plus haute puissance de l'équation ne sauroit passer à un degré moindre ou plus grand. La raison en est aisée à appercevoir dans la manière dont se fait cette transformation; car c'est toujours la puissance d'une ligne augmentée ou diminuée de quelque quantité constante, qu'on substitue à la place d'une puissance semblable dans l'équation primitive. Il pourra y avoir dans l'une plus ou moins de termes et de puissances inférieures que dans l'autre, mais la plus haute puissance ne sauroit varier.

Le degré de cette plus haute puissance de l'une des indéterminées des équations des courbes, est donc un caractère propre à les distinguer en espèces. Ainsi l'on rangera dans un même ordre toutes celles dans lesquelles la plus haute puissance d'une des indéterminées montera au même degré. La ligne droite où cette puissance ne sauroit passer le premier degré, formera le premier ordre. Le cercle et les sections coniques où elle ne sauroit passer le quarré, formeront le second, et ainsi des autres. Descartes arrangeoit ces différentes espèces de courbes un peu autrement. Il les divisoit par genres, dans chacun desquels il renfermoit deux degrés ou deux ordres. Ainsi le

premier genre comprenoit les courbes du premier et du second degré; le second genre celles du troisième et du quatrième, et ainsi de deux en deux degrés. Il en donnoit cette raison, savoir qu'une équation du quatrième degré, se reduisoit au troisième; une du sixième au cinquième, d'où il concluoit que deux courbes qui se suivoient de cette manière, ne devoient pas être censées plus composées l'une que l'autre. Mais ce principe de Descartes n'est pas entièrement vrai, et sa division des courbes n'est plus usitée par cette raison. On s'en tient aujourd'hui à la première.

Il semble que jusqu'à Descartes on n'avoit admis dans la géométrie que le cercle et la ligne droite. Pappus et Viete nous le témoignent clairement; le premier, quand il disoit qu'on n'avoit pu construire géométriquement le problême des deux moyennes proportionelles, parce qu'il étoit solide; le second, quand il demandoit (1) si l'on pouvoit regarder le cube comme doublé géométriquement: si on le faisoit, disoit-il, *reclamaret Euclides et tota Euclideorum schola.* Ils n'ignoroient cependant pas l'un et l'autre les constructions qu'on en avoit données par le moyen des sections coniques. On mit enfin, jusqu'à Descartes, presque dans un même rang toutes les courbes qu'on ne pouvoit pas décrire d'un mouvement continu par la règle et le compas, et on les appelloit *méchaniques.* Descartes redresse dans sa géométrie cette double erreur de l'antiquité. Il y fait une distinction plus juste des courbes géométriques et méchaniques. Il remarque qu'on doit appeller géométrique tout ce qui se fait par un procédé certain et exact; et par là il rend à la géométrie toutes les courbes dont on peut déterminer les points par la composition de deux mouvemens qui ont entr'eux un rapport connu exactement, ou dont la nature peut être expliquée par une équation algébrique capable de construction. Ces conditions conviennent à la conchoïde, à la cyssoïde; ainsi elles rentrent dans la classe des courbes géométriques, de même que les sections coniques. Mais il n'en est pas ainsi des spirales et des quadratrices: les mouvemens qui les engendrent sont tels qu'on n'en connoit encore point les rapports; car il sont entr'eux comme une ligne droite à un arc de cercle. Ainsi Descartes les laisse dans la classe des courbes méchaniques. Telles sont encore la cycloïde, la logarithmique, &c. Ces courbes deviendroient géométriques, si l'on trouvoit la quadrature du cercle et de l'hyperbole.

Il est à propos de remarquer dès à présent que depuis la découverte des nouveaux calculs, les géomètres ont réformé

(1) *Resp. Math.* l. VIII. Voyez *Vieta opera.*

à certains égards la division des courbes donnée par Descartes. Leibnitz les a toutes admises dans la géométrie ; mais il nomme les unes algébriques, les autres transcendantes. Les premières sont celles dont la nature ou le rapport des abscisses et des ordonnées s'exprime par une équation algébrique finie. Les transcendantes sont celles dont l'équation contient un nombre infini de termes, à moins qu'on ne recoure au rapport de leurs différentielles, ou de leurs élémens infiniment petits. En effet, une suite infinie de termes dans laquelle la puissance de l'ordonnée ou de l'abscisse va toujours en croissant, doit être regardée comme une équation d'un ordre infini, ou qui surpasse tout ordre fini. De là Leibnitz a pris le nom de *transcendantes*, qu'il donne à cet ordre de courbes. Cette dernière division n'a cependant pas mis entièrement hors d'usage celle de Descartes. On dit presque indifféremment les courbes géométriques en les opposant aux méchaniques, ou les courbes algébriques en les opposant aux transcendantes.

Descartes fait presque le premier essai de son analyse sur un problême qui avoit été l'écueil de toute l'antiquité, du moins quant à une solution générale. Voici quel est ce problême : plusieurs lignes comme AB, CD, EF, GH, &c. (*fig.* 41), étant données de position et indéfiniment prolongées, il s'agissoit de trouver un point I, et le lieu de tous les points semblables, desquels menant sur chacune de ces lignes, d'autres telles que IK, IL, IM, IN, &c. sous des angles donnés, le rectangle de deux fût en raison donnée avec celui des deux autres s'il y en avoit quatre, ou le solide de trois en raison donnée avec celui des 3 autres s'il y en avoit 6, ou si nous n'en supposons que 5, que le solide de 3 fut en rapport constant avec le produit des deux autres multipliées par une même ligne, ou avec le produit de l'une des restantes par le quarré de l'autre, et ainsi suivant toutes les combinaisons qu'on peut en faire, et quelque nombre de lignes qui fût donné. Ce problême vraiment épineux et du ressort du calcul, avoit fort tourmenté les anciens géomètres. Euclide en avoit ébauché la solution ; Apollonius l'avoit poussée plus loin, et l'on en étoit enfin venu à reconnoître que lorsque ces lignes étoient seulement au nombre de 3 ou 4, la courbe où se trouvoient tous ces points, étoit une section conique dont on déterminoit dans quelques cas l'espèce et la position (1). Mais quand il y avoit un plus grand nombre de lignes, on savoit seulement que le lieu cherché étoit quelque courbe d'un ordre supérieur, dont on n'avoit déterminé l'espèce que dans un cas seul que

(1) M. Neuton en a donné la solution dans ses principes. *L. I. sect.*

Pappus n'énonce point. Ainsi l'on peut dire, sans déroger au mérite de la savante antiquité, que les solutions qu'elle avoit données de ce problême, étoient fort imparfaites : elle n'avoit fait qu'entrevoir celle de quelque cas simple, et elle avoit entièrement échoué aux plus difficiles.

Descartes soumettant ce problême à son analyse, en donne une solution complète. Il fait voir dès la fin de son premier livre, de quel ordre est le problême dans les différens cas. Ce sera une simple ligne droite, s'il n'y a que deux lignes, une section conique, s'il y en a trois ou quatre; une courbe du troisième ordre, s'il y en a cinq ou six, et ainsi de suite. Enfin le problême est toujours plan, s'il ne s'agit que de trouver un des points qui satisfont à la question, tant qu'il n'y aura pas plus de quatre lignes : il sera solide, tant que le nombre de ces lignes ne passera pas huit, &c.

Ce problême ébauché dans le premier livre, est achevé dans la première partie du second. Descartes y expose à cette occasion sa formule générale d'équation pour les sections coniques, quelle que soit la position de l'axe auquel on les rapporte, et il en montre l'usage en l'appliquant au problême en question. Ce morceau vraiment digne du génie de notre philosophe, contient en peu de mots toute la théorie des lieux géométriques du second degré. Descartes termine enfin ce qu'il y a à dire sur ce problême, en donnant une construction géométrique fort élégante d'un de ces cas particuliers qui passent le second degré. C'est celui où l'on a cinq lignes, quatre parallèles avec une autre qui leur est perpendiculaire, et où il faut que le solide de trois des lignes qui seront tirées à angles droits, soit égal au solide formé des deux restantes et d'une sixième donnée. Alors le point cherché se trouve continuellement dans une espèce de conchoïde, qu'il nomme parabolique. Pour en donner une idée nous observons que la conchoïde ordinaire est formée par l'intersection continuelle d'un cercle qui se meut sur l'axe ACE (*fig.* 42), avec la ligne droite mobile, qui passe continuellement par son centre et par le point P. On peut donc, pour généraliser cette construction, supposer au lieu d'un cercle une courbe quelconque, par exemple, une parabole, qui se mouvra de la même manière sur l'axe AE, et qui entraînera une ligne droite passant par un point de son axe, et par le pole P. Leur intersection continuelle, soit en dessus, soit en dessous, décrira une courbe qu'on nommera une conchoïde parabolique, et qui sera composée de plusieurs branches, comme on voit dans la *fig.* 43. Il est remarquable que si au lieu de cercle et de parabole, on se sert d'un triangle rectiligne, ou d'un angle comme BDC, B*d*C, &c. (*fig.* 44)

cette conchoïde n'est autre chose qu'une hyperbole entre ses asymptotes.

Si nous nous attachions à suivre pas à pas la géométrie de Descartes, il nous faudroit parler ici de sa méthode des tangentes, dont l'exposition soit immédiatement les découvertes qu'on vient de voir. Mais, on l'a déjà dit, Descartes, en écrivant sa géométrie, s'est beaucoup plus livré à l'ordre de ses idées, qu'à celui des matières, de sorte que parmi les qualités de cet ouvrage mémorable, on ne doit guère rechercher celle de l'arrangement. C'est pourquoi nous l'abandonnons ici, pour parler de sa manière de construire les équations déterminées du troisième et du quatrième degré. La méthode des tangentes, à cause de son importance, sera l'objet d'un article particulier

De même qu'un problême qui conduit à une équation du second degré se construit par l'intersection d'un cercle ou d'une ligne droite, ceux qui conduisent à des équations d'un degré plus élevé exigent des courbes d'un ordre supérieur. On chercheroit en vain le moyen de construire une équation du troisième ou du quatrième degré par le moyen de la règle et du compas, les géomètres regardent comme démontré que cela est impossible. Leurs raisons tiennent à la nature des équations; mais il seroit trop long de les développer ici.

Descartes réduit la construction de toutes les équations cubiques ou quarré-quarrées, à un même procédé, dont les changemens sont indiqués par la forme et par les signes des termes. Il considère pour plus de généralité les équations cubiques sous la forme de celles du quatrième degré, dont le dernier terme seroit égal à zéro, un de ses facteurs étant nul; ce qui est fort ingénieux. Il suppose aussi que l'on ait fait évanouir le second terme (ce qui est toujours facile): après quoi il détermine le paramètre de la parabole convenable avec la position du centre du cercle qu'il faut décrire et qui doit la couper. Dans les équations du troisième degré, il passe par le sommet, et s'il y a trois racines réelles, il coupe la parabole en trois points, d'où les ordonnées abaissées sur l'axe de la parabole sont les trois valeurs réelles de l'inconnue. S'il n'y en a qu'une réelle, les deux autres étant imaginaires, le cercle passant par le sommet de la parabole, ne la coupera qu'en un point qui donnera de la même manière la racine réelle et unique de l'équation. Dans celles du quatrième degré, où il doit y avoir quatre racines réelles, ou deux seulement, ou aucune, la forme de la construction détermine le cercle, à couper la parabole en quatre points, ou en deux, ou en aucun. S'il y a deux racines égales, le cercle touchera seulement la parabole,

et la coupera encore une ou deux fois, suivant le nombre des autres racines inégales : car un point de contact n'est autre chose que deux points d'intersection infiniment proches et coïncidens. Ainsi l'ordonnée tirée de ce point sur l'axe, sera chacune de ces deux racines. Il pourroit encore se faire qu'il y eût dans une équation du quatrième degré de la forme de celles que construit Descartes, trois racines égales. Alors le cercle, après avoir coupé la parabole d'un côté iroit la rencontrer de l'autre dans un point de contact et d'intersection à la fois, qui équivaut à trois points d'intersection. On fera connoître dans la suite ce genre d'attouchemens de courbes, qu'on désigne par le nom d'osculation.

Après divers exemples de construction de problêmes solides, Descartes passe à la résolution du cinquième et du sixième degré. Les mêmes raisons qui démontrent que les premiers ne peuvent être construits que par une section conique combinée avec un cercle, font aussi voir que la construction de ceux-ci demande quelque courbe du troisième degré. Descartes donne une règle générale pour les équations du cinquième et du sixième degré, en les réduisant à une du sixième, dont toutes les racines seroient positives : il y emploie ensuite sa conchoïde parabolique, courbe du troisième degré dont nous avons parlé plus haut, avec un cercle. Ce cercle la coupe en autant de points qu'il y a de racines réelles dans l'équation, en comptant les points de contact pour deux d'intersection ; et les ordonnées tirées de ces points sur l'axe sont les racines de l'équation.

Descartes paroît cependant avoir été dans une fausse opinion concernant les courbes propres à construire les équations des ordres supérieurs. Il semble qu'il ait voulu qu'à mesure que l'équation montoit de deux dimensions, celle de la courbe à combiner avec le cercle montât aussi de deux degrés (1), de sorte que pour construire, par exemple, un problême du huitième degré, il faudroit une courbe du sixième combinée avec un cercle. Si ce fut là le sentiment de Descartes, on ne peut disconvenir qu'il se trompa, et cette erreur n'échappa pas à M. de Fermat. Il a fait voir dans quelques écrits particuliers (2) qu'il suffit que le produit des exposans des courbes égale celui de l'équation à construire : ainsi l'on peut construire une équation du huitième degré, par le moyen d'un cercle et d'une courbe du quatrième. Une équation du neuvième degré n'exigeroit qu'une courbe du cinquième avec un cercle, ou deux du troisième. Jacques Bernoulli, ne con-

(1) *Cart Geom.* ad fin.

(2) *Fermat. op.* p. 110, et seq.

noissant point sans doute la dissertation de Fermat, a inséré dans les actes de Leipsick de l'année 1688, et dans ses notes sur Descartes (1), un écrit où il démontre les mêmes choses. Je dois cependant remarquer que c'est un peu légérement qu'on accuse Descartes de l'erreur dont nous parlons : car outre que l'endroit qu'on cite est ambigu, il nous a lui-même donné un exemple contraire à la règle qu'on lui attribue. En effet, lorsqu'il s'agit de construire les équations du sixième degré, il n'y emploie qu'un cercle, courbe du second degré, avec sa conchoïde parabolique qui est du troisième ; ce qui est conforme à la règle de Fermat et Bernoulli.

Descartes a pensé que la construction la plus simple des équations solides est celle où l'on emploie la parabole, ou une des sections coniques avec un cercle. Mais il y a de puissantes raisons à opposer à ce sentiment. De toutes les courbes supérieures au cercle, la parabole est, à la vérité, celle dont l'équation est la plus simple : mais cela est-il suffisant pour donner à cette courbe la préférence sur toutes les autres? Si cela étoit, dit Neuton (2), il faudroit aussi la préférer au cercle. Il y a donc une sorte d'inconséquence à adopter le cercle préférablement à la parabole dans la construction des problêmes plans, ou bien il faut dire qu'on ne le fait que parce que sa description est plus facile que celle de la parabole. Or ce que l'on fait ici, pourquoi ne le feroit-on pas dans d'autres cas, et qu'y a-t-il de plus essentiel à considérer dans des descriptions géométriques que la facilité de l'opération ? Ces raisons de la justesse desquelles on ne peut disconvenir, ont porté Neuton (3) à adopter pour la construction des équations solides, la conchoïde combinée avec une ligne droite, quoique cette courbe soit du quatrième degré ; et il approuve fort les constructions que Nicomede donna autrefois des problêmes de la duplication du cube et de la trisection de l'angle, par ce moyen. En effet, de toutes les courbes la conchoïde est après le cercle une des plus faciles à décrire, et l'instrument proposé par son inventeur est un des plus simples après le compas. Il y a néanmoins des manières de décrire les sections coniques par un mouvement continu, qui ne le cèdent guère en simplicité à la description de la conchoïde. On sait, par exemple, et les anciens même ne l'ignorèrent pas (4), qu'une ligne de grandeur invariable qui se meut dans un angle, ses deux extrémités appuyées contre les côtés de cet angle, décrit par

(1) *Edit. Francof.* 1695, *in-4°.*

(2) *Arith. univ.* Append. *de aequat. construct. lineari.*

(3) *Ibid.*

(4) Procl. *Comm. in I. Eucl. ad Defin.* 4.

chacun

chacun de ses points un quart d'ellipse renfermé entre ces côtés comme demi-diamètres conjugués. Il est facile de voir que cette propriété peut servir de principe à un instrument d'une simplicité extrême pour décrire toutes sortes d'ellipses par un mouvement continu. Que si l'on avoit quelque scrupule à admettre dans la géométrie d'autre instrument que la règle et le compas, nous remarquerions que ce seroit une délicatesse tout-à-fait mal fondée. Puisqu'il n'est pas possible de résoudre les problèmes d'un certain ordre que par le moyen des courbes d'un genre supérieur au cercle, les instrumens, seuls propres à les decrire par un mouvement continu, doivent être reçus dans la géométrie : car on doit regarder comme la solution vraie et géométrique d'un problême, celle qui est la plus simple que comporte la nature de ce problême. Si l'on insistoit à dire que le compas et la règle étant les instrumens les plus simples, sont moins sujets à erreur, nous répondrions qu'une règle géométriquement parfaite est de tous les instrumens le plus difficile. Aussi ce n'est qu'en vertu d'une supposition qu'on regarde le compas et la règle comme parfaits; et pourquoi ne voudra-t-on pas admettre que ceux dont on se servira dans les descriptions des courbes de genres supérieurs, le soient aussi.

Nous ne devons point omettre de donner ici une idée d'un endroit des plus ingénieux et des plus profonds de la géométrie de Descartes. C'est celui où il applique son analyse à la recherche de certaines courbes qu'il appelle *ovales*, et qui ont retenu le nom d'*Ovales de Descartes*. Ce sont des courbes décrites à l'imitation de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs foyers. Mais tandis que dans ces sections coniques les lignes tirées d'un point quelconque de la courbe aux deux foyers, sont toujours telles, qu'elles croissent ou décroissent également ensemble comme dans l'hyperbole, ou que l'une croît autant que l'autre décroît, ce qui est le cas de l'ellipse, dans les ovales de Descartes ces diminutions ou accroissemens respectifs sont seulement en raison donnée : ainsi les sections coniques sont contenues dans cet ordre de courbes, et n'en sont qu'une espèce particulière. Descartes se sert de ces ovales pour la résolution d'un problême optique aussi curieux que difficile. Il consiste à déterminer quelle forme doit avoir la surface qui sépare deux milieux de différente densité, pour que tous les rayons qui partent d'un même point, ou qui convergent vers un même, soient renvoyés par la réfraction dans un autre, ou rendus parallèles, ou divergens comme s'ils venoient d'un point donné. La solution qu'en donne Descartes est si générale, qu'elle comprend même les cas où la réfraction se change en

réflexion. Ainsi non-seulement ce que la Catoptrique ancienne avoit démontré sur l'ellipse et l'hyperbole, mais encore ce qu'il avoit démontré lui-même sur la réfraction de la lumière dans les verres elliptiques et hyperboliques, est compris dans cette solution. Nous donnerons, en traitant de l'optique, une idée plus développée de ce problême.

V I.

Parmi les découvertes que Descartes expose dans sa Géométrie aucune ne lui fit plus de plaisir que celle d'une règle générale pour la détermination des tangentes des courbes. « De tous » les problêmes, dit-il, que je connois en géométrie, il n'en » est aucun qui soit plus utile et plus général, et c'est de tous » celui dont j'ai davantage désiré la solution. » En effet, ce problême sert à plusieurs déterminations importantes dans la théorie des courbes. C'est par son moyen qu'on trouve leurs asymptotes, si elles en ont; la direction sous laquelle elles rencontrent leur axe; les endroits où elles s'en éloignent le plus, et ceux où elles changent de courbure, &c. Je ne dis rien des usages nombreux de la connoissance des tangentes dans les mathématiques physiques. Ainsi l'importance que Descartes donne à ce problême, ne doit point paroître excessive.

Descartes nous a laissé deux manières de déterminer les tangentes des courbes, l'une dans sa Géométrie, l'autre dans ses lettres; elles sont fondées l'une et l'autre sur le même principe, et par cette raison nous les comprendrons sous le nom de *Méthode des tangentes de Descartes* Nous ne pouvons disconvenir que depuis son temps on n'en ait imaginé d'autres qui sont plus commodes, mais ce motif ne doit point avilir à nos yeux une invention qui a été la première de ce genre et qui est fort ingénieuse.

Le principe de la méthode des tangentes de Descartes est celui-ci : concevons (*fig.* 45) une courbe AB*b*, décrite sur un axe, et que d'un point de cet axe C, comme centre, soit décrit un cercle qui la coupe au moins en deux points B, *b*, desquels soient tirées deux ordonnées, qui seront par conséquent communes à ce cercle et à la courbe. Imaginons maintenant que le rayon de ce cercle décroît, son centre restant immobile. Il n'est personne qui ne voie que les points d'intersection se rapprochant, ils coïncideront enfin, qu'alors le cercle touchera la courbe en un point E, et que le rayon tiré au point de contact sera perpendiculaire à cette courbe, et à la ligne droite qui la toucheroit au même point. Ainsi le problême de déterminer la tangente d'une courbe se réduit à trouver la position

de la perpendiculaire qu'on lui tireroit d'un point quelconque pris sur l'axe.

Pour cet effet Descartes recherche d'une manière générale quels seroient les points d'intersection d'un cercle décrit d'un rayon déterminé, et d'un point de l'axe comme centre, avec la courbe. Il parvient à une équation qui dans le cas de deux intersections doit contenir deux racines inégales, dont l'une est la distance d'une des ordonnées au sommet, et l'autre celle de l'autre. Mais si ces points d'intersection viennent à se confondre, alors les deux ordonnées se confondront, leur éloignement du sommet sera le même, et l'équation aura deux racines égales. Il faudra donc dans cette équation faire les coefficiens de l'inconnue qui sont indéterminés, tels que cette inconnue ait deux valeurs égales. Descartes y parvient d'une manière fort ingénieuse, en comparant l'équation proposée avec une autre équation fictice du même degré, où il y a deux valeurs égales ; ce qui lui donne la distance de l'ordonnée abaissée du point de contact, au sommet. Cela une fois déterminé, la plus simple analyse met en possession de tout le reste. Nous avons cru cependant devoir donner une idée plus développée de cette analyse : c'est l'objet de la note *B*.

La seconde méthode imaginée par notre philosophe pour tirer les tangentes, procède ainsi. Il conçoit une ligne droite qui tourne autour d'un centre sur l'axe prolongé de la courbe. Elle la coupe d'abord en un certain nombre de points ; mais à mesure qu'elle s'éloigne ou se rapproche de l'axe, suivant les circonstances, les deux points d'intersection se rapprochent et coïncident : enfin elle touche la courbe proposée. Pour déterminer la situation qu'a alors cette ligne, M. Descartes procède à peu près comme dans la méthode précédente. Il recherche d'abord l'équation générale, par laquelle cette ligne étant inclinée sous un angle donné, on trouveroit ses points d'intersection avec la courbe. Ensuite par le moyen d'une équation fictice qui a deux racines égales, il détermine cette inclinaison à être celle qu'il faut pour que la ligne soit tangente. Enfin il tire de là le rapport de la soutangente à l'abscisse.

Nous avons parlé au commencement de cet article de diverses déterminations importantes dans la théorie des courbes, et qui tiennent à la méthode des tangentes. Quoique Descartes n'en ait point traité, ce seroit mal le connoître que de penser qu'il les ait ignorées : il est fort probable que ce sont là de ces choses qu'il dit à la fin de sa Géométrie avoir voulu laisser à ses lecteurs le plaisir de trouver eux-mêmes. Mais nous ne croyons pas devoir l'imiter ici : il entre nécessairement dans notre plan d'en donner une idée.

Il est peu de questions plus utiles et plus curieuses dans la géométrie que celles *de maximis et minimis.* On donne ce nom à toutes celles dans lesquelles une grandeur qui varie suivant une loi connue, croissant jusqu'à un certain terme et décroissant ensuite, ou bien au contraire croissant après avoir diminué jusqu'à un certain point, il s'agit de déterminer ce point où elle devient la plus grande, ou la moindre qu'il est possible. Outre l'utilité de cette détermination dans la géométrie pure, son application est fréquente dans les mathématiques mixtes. Toutes les fois qu'un effet produit par une combinaison de causes augmente, puis diminue, ou au contraire, voilà le cas d'un *maximum*, ou d'un *minimum* à déterminer. Ainsi l'on ne doit point regarder ces questions comme de pures curiosités géométriques, mais comme des plus importantes dans l'étendue des mathématiques.

Toute grandeur variable suivant une certaine loi, peut s'exprimer par l'ordonnée d'une courbe d'une espèce particulière. Ainsi la détermination du point où cette grandeur atteint à son dernier période d'augmentation ou de diminution, n'est aux yeux du géomètre, que celle de la plus grande ou la moindre ordonnée d'une courbe d'équation donnée.

Il est facile de voir que si M est un point de *maximum*, ou de *minimum*, la courbe, aux environs de ce point, sera nécessairement coupée par quelque parallèle à l'axe, en deux endroits, comme C, *c*. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer la figure 46, qui représente toutes les différentes espèces de points de *maximum* ou de *minimum*. De là il suit qu'en supposant B C, ou l'ordonnée déterminée, l'équation de la courbe contient deux racines, ou deux valeurs inégales de l'abscisse, comme A B, ou A *b*. Mais au point de *maximum* ou de *minimum*, ces deux ordonnées se confondent, et par conséquent l'équation de la courbe doit donner deux valeurs égales à l'abscisse. Il faudra donc, en faisant B C indéterminée, supposer dans cette équation deux valeurs égales; ce qu'on fera comme on a vu ci-devant dans la méthode des tangentes et l'on aura la valeur de l'abscisse A β à laquelle répond la plus grande ou la moindre ordonnée.

Il y a une observation importante à faire concernant la règle *maximis et minimis*, tirée du principe de Descartes; c'est qu'elle donne non-seulement les points de plus grandes et moindres ordonnées de courbes, mais aussi ceux où deux branches de la courbe s'entre-coupent, lorsque cela arrive, comme on voit en N. Cela est une suite nécessaire du principe sur lequel elle est fondée. Car il arrive aussi dans ce dernier point, que deux intersections de la courbe avec une parallèle

à l'axe coïncident, et par conséquent y a deux valeurs égales dans l'équation de la courbe. Mais c'est là une sorte de défaut ; car outre qu'un point d'intersection de deux branches de courbe est d'une nature bien différente que ceux des plus grandes ou moindres ordonnées, ces derniers doivent aussi être divisés en deux espèces qu'il faut distinguer, quand on veut reconnoître la forme d'une courbe. Les uns sont ceux où la tangente est parallèle à l'axe ; ce sont les véritables points de *maximum* ou *minimum*. Les autres sont ceux où cette tangente lui est perpendiculaire ou oblique, comme les trois avant-derniers dans la figure ci-dessus. Ces points se nomment aujourd'hui points de rebroussement. Or la règle de Descartes confond tous ces points entr'eux, et par conséquent induit en erreur sur la forme de la courbe, à moins qu'on ne les examine ensuite chacun en particulier.

La manière de les examiner, si l'on se servoit de la règle de Descartes, consisteroit à chercher à chacun de ces points la direction de la tangente. Car si elle devenoit parallèle à l'axe, ce seroit un signe que les points où cela arriveroit, seroient de véritables points de *maximum* ou *minimum*, mais si elle étoit perpendiculaire ou oblique, c'est-à-dire, que la soutangente fût nulle ou d'une grandeur finie, les points qui auroient cette propriété seroient de simples points de rebroussement. S'il arrivoit enfin que cette soutangente fut comme indéterminée, c'est-à-dire, que le numérateur et le dénominateur de la fraction qui l'exprimeroit, devinssent l'un et l'autre zéro, on auroit un point d'intersection de deux branches de la courbe. En effet, c'est ce qui doit arriver à un point de cette espèce ; car l'expression de la soutangente ne peut donner qu'une seule valeur : et cependant à une intersection de rameaux de courbe, il y a plusieurs tangentes, puisque chaque rameau a la sienne propre à ce point. Il faut donc dans ce cas que l'analyse ne réponde rien, et c'est ce qu'elle fait en donnant une fraction telle que $\frac{0}{0}$.

Lorsqu'une courbe de convexe qu'elle étoit vers son axe, devient concave, ou au contraire, il y a un point qui sépare la convexité de la concavité, et qui est en quelque sorte le passage de l'une à l'autre, ce point se nomme *point d'inflexion*, ou *de changement de courbure*. Il nous faut encore montrer brièvement de quelle manière on peut les trouver dans la théorie de Descartes.

Pour connoître la nature d'un point d'inflexion, il faut faire les remarques suivantes. Lorsqu'une courbe a une partie convexe et l'autre concave, elle peut être coupée en trois points par une droite, ou touchée en un et coupée dans un autre, ce qui

est la même chose, un point de contact équivalent à deux d'intersection. Aussi dans la figure 47, n°. 1 et 2, on voit la courbe à inflexion ADBE touchée en un point D par une droite et coupée par la même droite en un point E. Supposons présentement le point de contact D se rapprocher de celui d'intersection E, il y aura un point comme B où ils se confondront, et la tangente touchera en même temps et coupera la courbe. Or ce point ne peut être que celui d'inflexion ; il y aura donc dans l'équation formée suivant la méthode de Descartes, comme pour tirer la tangente à la courbe, il y aura, dis-je, trois racines égales. Car les trois points d'intersection qui donneroient rois racines inégales, ou trois abscisses différentes pour chacun d'eux s'ils étoient séparés, en donneront trois égales lorsqu'ils se confondront en un seul. Ainsi en suivant le procédé de Descartes pour sa méthode des tangentes, il faudroit égaler l'équation en question, à une autre feinte et ayant trois racines égales. Par là on trouveroit la grandeur de l'abscisse répondante au point d'inflexion.

La détermination des asymptotes des courbes est encore une des branches importantes de la méthode des tangentes, et nous ne devons pas l'oublier. Les géomètres savent qu'on appelle asymptote d'une courbe la ligne vers laquelle elle s'approche, nous ne disons pas seulement avec quelques Auteurs peu exacts, de plus en plus, mais de telle sorte que leur distance devienne moindre que toute grandeur donnée, sans cependant jamais se rencontrer. La géométrie moderne considère ces lignes d'une manière très-lumineuse. Elle les regarde comme des tangentes à un point infiniment éloigné de la courbe, qui passent cependant à une distance finie de son axe, ou qui le rencontrent dans un point qui n'est éloigné du sommet que d'une quantité finie. La courbe de la fig. 48, n°. 1, nous offre un exemple des asymptotes de la première espèce, et l'hyperbole rapportée à son axe tranverse (*fig.* 48, n°. 2), nous en présente un de celles de la seconde. Mais avant d'aller plus loin, il est besoin de quelques observations préliminaires.

La première, est que lorsque dans une expression algébrique, comme $x^2 + ax + b$, on fait l'indéterminée x infinie, alors tous les termes où elle ne se trouve pas, aussi-bien que tous ceux où elle est dans un degré inférieur, s'évanouissent; et le seul ou les seuls termes, où elle se trouve à la plus haute puissance, subsistent. La raison de cela est aisée à sentir : un quarré dont les deux dimensions sont infinies, est infini à l'égard d'un rectangle qui n'en a qu'une d'infinie, et ainsi des autres puissances. Par conséquent les plus basses s'anéantissent en comparaison des plus hautes.

La seconde remarque est qu'une fraction, dont le numérateur est fini et le dénominateur infini, est o, et qu'au contraire celle dont le dénominateur est o, est infinie. En effet, à mesure que le dénominateur augmente, la fraction diminue, et au contraire. Les exemples les plus simples suffisent pour s'en convaincre. Ainsi lorsque dans une expression fractionelle, comme $\frac{a^2b}{aa-xx}$, on supposera x infinie, cette expression deviendra nulle; mais si l'on vouloit la rendre infinie, la chose seroit facile. Il n'y auroit qu'à supposer $aa-xx=o$, ou $x=a$. Alors elle se réduiroit à $\frac{a^2b}{o}$, dont la valeur est infinie. Une courbe qui auroit pour équation $\frac{a^2b}{aa-xx}=y$, auroit donc son ordonnée infinie à la distance a du sommet.

Aidé de ces observations, le lecteur est en état de nous prévenir et d'appercevoir de lui-même la manière de déterminer les asymptotes des courbes. D'abord celles de la première espèce n'exigent rien de plus que l'équation de la courbe. Il suffit d'y supposer l'abscisse infinie, et d'examiner d'après les principes ci-dessus, quelle valeur en résulte pour l'ordonnée. Si elle est finie, ce sera évidemment la distance de l'asymptote parallèle à l'axe. Si elle est zéro, cet axe même sera l'asymptote de la courbe. Si l'on soupçonnoit que cette courbe eût pour asymptote une de ses ordonnées, placée à une distance finie du sommet, il n'y auroit qu'à supposer l'ordonnée infinie, c'est-à-dire égaler à o le dénominateur de la fraction qui l'exprime, la valeur qui en résulteroit seroit l'abscisse correspondante.

Les asymptotes inclinées à l'axe exigent un peu plus d'appareil, et c'est ici que la détermination des tangentes est nécessaire. Ce sont, nous l'avons dit plus haut, des lignes qui touchent la courbe à un point infiniment éloigné, et qui rencontrent l'axe à une distance finie du sommet. Il faut donc trouver généralement cette distance; ce qui se fera facilement en ôtant l'abscisse de la soutangente, ou les ajoutant ensemble, suivant la forme de la courbe. Ensuite il faudra supposer l'abscisse infinie, et la valeur qui résultera de cette supposition, si elle est finie, donnera le point de l'axe par où passe l'asymptote. Il reste à déterminer l'angle qu'elle fera avec l'axe. Ceci ne sera pas plus difficile; il est aisé de voir que cet angle sera déterminé par le rapport de la soutangente à l'ordonnée, lorsque l'abscisse est infinie. Il faudra donc former l'expression de ce rapport, c'est-à-dire, diviser la soutangente par l'ordonnée, et supposer dans cette expression l'abscisse infinie. La raison qui en résultera, si c'est celle d'une quantité finie à une autre

finie (comme s'il ne restoit que des quantités constantes dans le numérateur et le dénominateur de la fraction), donnera l'angle de l'asymptote avec l'axe. Si l'abscisse restoit seule dans le dénominateur, ce seroit un signe que ce rapport seroit infini ; l'asymptote seroit une ordonnée perpendiculaire. Au contraire, si l'abscisse restoit dans le numérateur, cette raison seroit infiniment petite, et l'asymptote seroit l'axe même de la courbe.

Nous pourrions encore, si l'étendue à laquelle nous sommes limités le permettoit, donner ici la manière de reconnoître diverses autres affections des courbes, comme l'angle qu'elles forment avec leur axe, dans les endroits où elles l'entre-coupent ; leurs points de rebroussement soit obliques, soit perpendiculaires à l'axe, &c ; mais tout cela nous mèneroit beaucoup trop loin. D'ailleurs nous devons traiter au long ce sujet dans la cinquième partie de cet ouvrage.

VII.

Nous suspendons ici pour quelque temps le récit des progrès de la méthode de Descartes, afin de faire connoître un de ses contemporains à qui la géométrie n'a pas de moindres obligations. Ceux à qui l'histoire de cette science est un peu connue, doivent s'appercevoir que nous voulons parler de M. de Fermat. Ce rival digne de Descartes, ne se porta avec guère moins de succès que lui dans la carrière des découvertes analytiques : on ne peut même disconvenir que quelques-unes de ses inventions ne l'emportent sur les siennes en simplicité, et ne soient des germes plus développés des méthodes si commodes que nous possédons aujourd'hui. Si Descartes eût manqué à l'esprit humain, Fermat l'eût remplacé en géométrie.

En effet, avant même que Descartes publiât sa Géométrie, Fermat étoit en possession de la plupart de ses inventions les plus brillantes, comme ses méthodes *de maximis et minimis*, et des tangentes, sa construction des lieux solides, &c. On en tire la preuve de son commerce épistolaire avec Roberval, imprimé à la suite de ses œuvres. On y lit dans une lettre du mois d'Août 1636 : « J'ai trouvé beaucoup d'autres propositions géométriques, comme la restitution de tous les lieux plans d'Apollonius, &c. Mais ce que j'estime le plus est une méthode pour déterminer toutes sortes de lieux plans et solides, par le moyen de laquelle je trouve les *maximae et minimae in omnibus problematibus*, et ce par une équation aussi simple que celles de l'analyse ordinaire. » Dans une autre du mois suivant, il lui dit qu'il y avoit déjà sept ans qu'il avoit communiqué cette règle

à

à M. d'Espagnet. Il ajoute que depuis ce temps il l'a beaucoup étendue, qu'il la fait servir à l'invention des quadratures des courbes et des solides, à celle des tangentes, des centres de gravité, à la résolution de certains problêmes numériques, enfin à la détermination des lieux plans et solides. Il paroît par là que M. de Fermat donnoit assez improprement le nom *De maximis et minimis*, à sa méthode d'analyser les problêmes; car on aura de la peine à concevoir que la vraie méthode de ce nom puisse être de quelque usage dans plusieurs de ces questions.

La méthode *de maximis et minimis* de Fermat, est fondée sur ce principe déjà apperçu par Kepler dans sa *Stereometria doliorum*, savoir que lorsqu'une grandeur, par exemple l'ordonnée d'une courbe, est parvenue à son *maximum* ou son *minimum*, dans une situation infiniment voisine, son accroissement ou sa diminution est nulle. En faisant usage de ce principe, dont il est facile d'appercevoir la vérité, nous allons voir naître la règle de Fermat. Car supposons qu'une ordonnée y, exprimée par une équation en x, soit parvenue à son *maximum*, il s'ensuivra qu'en supposant dans cette équation l'abscisse x augmentée ou diminuée d'une quantité infiniment petite comme e, ces deux valeurs de y seront égales. Par conséquent si on les égale, qu'on en retranche les termes communs, qu'on divise par e autant qu'il est possible, et qu'enfin on supprime les termes où e se trouve (car ils sont nuls à l'égard des autres à cause de la petitesse infinie de e), on aura enfin la valeur de x, à laquelle répond la plus grande ordonnée. On en trouvera quelques applications dans la note *C*. Cette règle extrêmement ingénieuse, est la même, à la notation près, que celle qu'enseigne le calcul différentiel. Elle lui cède seulement en quelques abrégés de calcul, et en ce qu'elle est arrêtée par les irrationnalités dont il n'est pas toujours facile de délivrer une équation, au lieu qu'elles ne sont point un obstacle à la dernière.

De même que la règle de Descartes pour les questions *de maximis et minimis*, est sujette à quelques limitations particulières, celle de Fermat a aussi les siennes. Sa nature étant de donner les points d'une courbe où deux ordonnées infiniment proches sont égales, elle donne tous ceux où la tangente est parallèle à l'axe. Mais quoique cela arrive le plus souvent dans des points de plus grandes ou moindres ordonnées, ces points ne sont pas les seuls qui ayent cette propriété. Un point d'inflexion ou de rebroussement peut avoir sa tangente parallèle à l'axe, comme on peut voir dans la figure 49, et par conséquent si dans la courbe proposée, il y en a quelqu'un de

cette nature, la règle de Fermat le donnera avec ceux de vrais *maxima* ou *minima*. Il faudra donc, après avoir déterminé ces points, les examiner chacun en particulier, et voir si au-delà l'ordonnée continue à croître ou à diminuer ; car dans ce cas ce ne seroient que des points d'inflexion ou de rebroussement. Nous remarquerons ici en passant, que Huygens s'est trompé dans l'exposition qu'il donne de cette règle. Son fondement consiste, dit-il, en ce que lorsqu'une ordonnée est parvenue à son *maximum* ou *minimum*, il y en a de part et d'autre deux qui l'avoisinent et qui lui sont égales ; c'est bien là une propriété des *maxima* et *minima*, mais ce n'est pas celle qui préside à la règle de Fermat : car si cela étoit, elle devroit donner non-seulement les points où la tangente est parallèle à l'axe, mais aussi ceux où elle lui est perpendiculaire, comme fait la règle de Descartes et même les points d'intersection de rameaux de courbe, ce qu'elle ne fait point. Son véritable fondement est que lorsqu'une ordonnée de courbe est parvenue à son *maximum* ou *minimum*, sa tangente est parallèle à l'axe, et que quand cette tangente est parallèle à l'axe, l'ordonnée est le plus souvent parvenue à son *maximum* ou *minimum* ; par conséquent alors la différence des deux ordonnées infiniment proches est nulle.

Cette invention de Fermat fut l'occasion d'une querelle fort vive entre Descartes et lui ; mais comme sa méthode des tangentes fut aussi un des objets de cette querelle, nous la ferons connoître auparavant ; elle est fondée à peu près sur les mêmes principes. Que la ligne BD (*fig.* 50), dit M. de Fermat, soit tangente à une courbe, par exemple une parabole, il est évident que toute autre ordonnée que BC, comme bc la rencontrera au-dehors comme en e. Ainsi la raison de BC^2 à ec^2, qui est la même que celle de CD^2 à cD^2, sera moindre que celle de CB^2 à cb^2, ou que celle de CA à cA : mais si l'on suppose que cette raison soit la même et que la distance Cc s'anéantisse, les points b et B se confondront, et l'on aura une équation qui, traitée de la même manière que dans la méthode *de maximis et minimis* donnera le rapport de CD à CA.

On voit par là que Fermat faisoit dépendre sa méthode des tangentes de celle *de maximis et minimis*, tandis que nous regardons aujourd'hui la seconde comme une suite, une dépendance de la première. Il nous semble, quoiqu'on ait voulu dire, qu'elle eût été plus clairement énoncée, si elle l'eût été de la manière suivante, et cela eut même paré aux objections de Descartes quoique mal fondées. Toute tangente, dirions-nous, n'est autre chose qu'une sécante dont les points d'inter-

section avec la courbe se rapprochant continuellement, finissent par coïncider. Il faut donc supposer deux ordonnées, comme BC, *bc*, dont la distance *e* soit indéterminée et trouver, par l'équation de la courbe, la grandeur de la ligne CD, distance de l'intersection de cette sécante et de l'axe à l'ordonnée BC. Cela donnera une équation dans laquelle il n'y aura qu'à faire *e* infiniment petite, comme dans la règle *de maximis et minimis*: on aura une équation entre CD, CA qui donnera le rapport entre la soutangente et l'abscisse.

Il nous faut maintenant rendre compte du démêlé qu'eut M. de Fermat avec Descartes à l'occasion de ces deux méthodes. Lorsque la géométrie de Descartes vit le jour, M. de Fermat fut un des premiers à l'examiner. Il fut fort surpris de n'y rien trouver concernant les questions *de maximis et minimis*, qui par leur importance et leur difficulté, meritoient l'attention des géomètres. Il écrivit donc à Mersenne et lui envoya ses méthodes pour les questions *de maximis et minimis*, pour les tangentes des courbes, pour la construction des lieux solides, en lui témoignant son étonnement de ce que Descartes avoit omis les premières de ces questions. Cette remarque parut à Descartes un défi injurieux : d'ailleurs sa querelle avec Fermat sur la réfraction, étoit encore dans toute sa chaleur, et il s'aigrissoit aisément contre ceux qui tardoient trop à se rendre à ses sentimens. Ce fut dans cette circonstance, et avec ces dispositions, qu'il reçut l'écrit de M. de Fermat. Préoccupé de l'envie d'y trouver à redire, il répondit au P. Mersenne que l'une et l'autre de ces règles ne valoient rien, et il proposa contr'elles des difficultés que nous exposerons plus bas. Fermat trouva deux zélés défenseurs dans Roberval et Pascal le père. D'un autre côté MM. Midorge, Desargues, Hardy prirent le parti de Descartes, et ce fut un procès littéraire, plaidé avec beaucoup de vivacité et même d'aigreur des deux côtés; on en a les pièces dans le troisième tome des lettres de Descartes (édition *in*-4°.). Il se termina néanmoins en même temps que celui sur la dioptrique. Fermat ennemi des querelles, et plus juste envers Descartes que celui-ci ne l'étoit à son égard, fit les premières avances de réconciliation. La paix fut signée et suivie de quelques lettres obligeantes de part et d'autre; mais Descartes resta toujours le cœur un peu ulcéré contre Fermat, et l'on voit par quelques lettres particulières qu'il en pensoit et parloit peu avantageusement, en l'appelant dans ses lettres à Mersenne, *votre conseiller de Toulouse*, &c.

Nous n'hésiterons pas un instant à donner ici le tort entier à Descartes; il est évident, en ce qui concerne la règle *de maximis et minimis*. En effet, Descartes prétendoit qu'elle

péchoit, en ce qu'elle ne réussissoit point dans un cas où il en faisoit une fausse application. Il vouloit que la tangente tirée d'un point extérieur, comme C, d'une courbe à sa circonférence (*fig.* 51), fut un vrai *maximum* à l'égard des lignes tirées à la partie convexe, et un vrai *minimum* à l'égard de celles tirées à la partie concave; en conséquence il vouloit que la règle *de maximis et minimis* de M. de Fermat, servît de cette manière à déterminer les tangentes des courbes, et comme elle ne le faisoit pas il la déclaroit mauvaise : mais la prévention seule, car les plus grands hommes n'en sont pas toujours exempts, lui inspiroit cette objection. De quelque manière qu'on l'entende, la tangente CA n'est point un maximum ou un minimum, et elle n'en a point le caractère. La règle propre de Descartes, celle du calcul différentiel, seroient vicieuses si cette prétention étoit fondée. Il n'y a ici de *maximum* ou de *minimum*, que la raison de CB à BA, ou bien le segment DE de la tangente au sommet D. Or, en considérant la question de cette manière, la règle de Fermat réussit très-bien et donne exactement la tangente.

Descartes eut pu faire une objection plus spécieuse, et à certains égards mieux fondée, s'il eût voulu plus approfondir le principe de la règle de Fermat; c'étoit en cherchant une courbe telle que celle que représente la fig. 52, et qui a un point de rebroussement en B où la tangente est perpendiculaire à l'axe aulieu de lui être parallèle, ce qui est une sorte de *maximum*. La règle en question, appliquée à cet exemple de *maximum*, ne l'auroit point donné, d'où l'on auroit pu conclure qu'elle étoit vicieuse; mais Fermat auroit pu répondre que la nature de sa règle étoit de ne donner que les points d'une courbe où la tangente est parallèle à l'axe, et que, loin de réputer cette limitation comme un défaut, on devoit la regarder comme une perfection; enfin, s'il eût été aidé des lumières que nous avons aujourd'hui, il eut pu le défier d'en donner une qui ne fût sujette à quelque limitation semblable ou équivalente. Celle du calcul différentiel a le même défaut, si c'en est un, et il paroît inévitable.

Il y a dans les objections de Descartes, contre la méthode des tangentes de Fermat, quelque chose de plus spécieux; mais ce n'est encore au fond qu'une chicane. Fermat, dans l'exemple de sa méthode, s'étoit servi d'une parabole, et d'une de ses propriétés pour déterminer la tangente. Descartes regardant cet exemple comme général, appliqua la règle à d'autres courbes, en suivant précisément le même procédé que celui de l'exemple, qui n'étoit applicable qu'à la parabole; et comme elle ne réussissoit pas alors, il prononçoit qu'elle étoit fausse,

et si mauvaise qu'on n'y faisoit pas même usage des propriétés de la courbe, dont il falloit trouver la tangente. On ne peut pas soupçonner M. de Fermat capable d'avoir donné dans une absurdité pareille. Roberval et Pascal répondirent vivement, et prétendirent que si Descartes eut voulu entendre le le sens de la règle et de l'exemple, il ne lui eût point fait cette querelle : mais Descartes s'obstina de son côté à dire que M. de Fermat n'entendoit pas sa règle, et rien ne l'a pu faire changer de sentiment, pas même leur réconciliation ; car on le voit encore prétendre, quelque temps après, en écrivant à Mersenne, que c'étoit lui qui avoit dessillé les yeux à son adversaire, et que, si celui-ci avoit réussi à faire quadrer sa règle à tous les cas, c'étoit à lui qu'il en avoit l'obligation. S'il convient quelque part de son excellence et de l'avantage qu'elle a sur la sienne propre quant à la simplicité et la brièveté, ce n'est que pour s'en donner le mérite : mais tirons le rideau sur ces torts de Descartes envers son rival.

A ces règles pour les tangentes et les questions *de maximis et minimis*, Fermat en ajoutoit une pour la détermination des centres de gravité : mais comme elle est fort bornée et ne s'étend qu'aux paraboles et aux conoïdes paraboliques, nous ne nous y arrêtons pas. On doit donner plus d'attention à ses écrits sur les lieux plans et solides, et sur la construction des équations des 3e. et 4e. degrés. On voit par ces écrits, dont il parle dans des lettres antérieures à la géométrie de Descartes, qu'il se rencontra avec notre philosophe dans l'idée d'exprimer la nature des courbes par des équations algébriques. Dans l'un intitulé : *Isagoge topica ad Loca plana et solida*, il détermine les différentes formes d'équations qui résultent des différentes positions de l'axe de la section conique, sur lequel on prend les abscisses, et du point d'où l'on commence à les compter. Il passe ensuite à construire diverses équations solides ou supérieures au second degré, dans celui qui porte pour titre, *appendix ad isagogen topicam*, que les éditeurs des œuvres de Roberval ont mal à propos inséré parmi celles de ce dernier, mais qui appartient incontestablement à Fermat. Nous nous bornerons à dire ici que son analyse a beaucoup de ressemblance avec celle de M. de Sluse, que nous ferons connoître dans la suite.

M. de Fermat fit encore des progrès remarquables dans cette partie de la géométrie, qui a pour objet la quadrature des figures curvilignes : car dans un écrit, qu'on lit parmi ses œuvres, on lui voit assigner la dimension de plusieurs courbes assez compliquées, qu'il réduit par d'ingénieuses transformations à celle du cercle ou de l'hyperbole ou des deux ensemble ; c'est ainsi qu'il trouve la mesure des aires de la cyssoïde et de

la conchoïde, la quadrature absolue des hyperboles de genres supérieurs &c.

Parmi les traits qui caractérisent le génie de Fermat, on ne doit pas omettre certaines inventions d'algèbre pure, très-profondes et très-ingénieuses ; telle est la résolution de ce qu'il appelle les égalités doubles, triples, &c. ; voici ce que c'est. Lorsque l'on a deux égalités, dans chacune desquelles se trouvent deux inconnues, ou qu'on en a trois contenant trois inconnues, alors si chacune de ces égalités est seulement du second ou troisième degré, il est très-difficile de les réduire à une nouvelle équation où n'entre qu'une des inconnues; c'est l'art d'y parvenir, connu aujourd'hui sous le nom d'*élimination*, objet des recherches de plusieurs profonds analystes. Fermat donne une méthode qui, sans élever le degré de l'équation, fait successivement disparoître toutes les inconnues, hors une. Il s'en servoit ensuite pour résoudre un autre problême de la plus grande importance, et qui fut encore un sujet de discussion entre lui et Descartes. Ce problême est celui de chasser d'une équation tous les termes irrationnels ou enveloppés d'un radical quelconque, ce qu'on appeloit alors *asymmétries*. Lorsqu'il ne s'en trouve dans une équation que trois, ou même quatre, avec une quantité rationnelle, et que ces radicaux ne sont que du second degré, on s'en tire sans beaucoup de difficulté ; car dans ce dernier cas, on quarre de part et d'autre, et il n'en reste plus que deux par la nature de l'opération ; on les passe d'un même côté, et les quantités rationnelles de l'autre, et l'on quarre encore, ce qui ne laisse plus subsister qu'un radical facile à faire disparoître. Au surplus, on quadruple ainsi le degré de l'équation, ce qui n'est pas un léger inconvénient. Mais si l'on a des radicaux de divers degrés, ou cinq ou six du second, on ne s'en tire point aussi facilement. Descartes, à qui le problême fut proposé par Mersenne, comme de la part de Fermat, le traita assez légérement de problêmes d'écolier, ajoutant que quatre élévations successives au quarré suffisoient, et que ce n'étoit que l'opération de quelques heures. Mais il se trompoit : car l'exemple même pris par Descartes, quoique plus simple que celui proposé par Fermat, produiroit bientôt quelques milliers de termes ; et comme l'a fait voir M. Genty, dans son excellent éloge de Fermat (1), loin qu'il fût possible de faire l'opération en une heure, il faudroit plus d'un jour pour en lire le résultat. Nous regrettons cependant que Fermat se soit borné lui-même à indiquer son opération

(1) *De l'influence de Fermat sur la géométrie de son temps ; Dissertation couronnée par l'académie de Toulouse. Orléans*, 178.... *in-8°.*

sur un cas beaucoup plus simple que celui qu'il avoit proposé. Mais tout ce qu'il a annoncé, quoique souvent sans démonstration, s'est toujours trouvé si vrai, qu'on ne peut douter qu'il ne fût en possession de la méthode complète.

Nous ne parlerons point ici de divers autres objets de recherches qui occupèrent Fermat, comme la résolution de certains problêmes purement arithmétiques et de grande difficulté, au sujet desquelles il jouta encore avec Descartes et Frenicle; de ses recherches sur la *théorie de la probabilité*, ou des *chances des jeux*, objet sur lequel Pascal, qui crut d'abord qu'il s'étoit trompé, reconnut bientôt sa méprise. Nous terminerons cet article par quelques détails sur la personne de ce géomètre recommandable

M. de Fermat étoit de Toulouse, où il naquit vers le commencement du dix-septième siècle, ou la fin du précédent. Quoiqu'il se soit fait un grand nom dans les mathématiques, elles ne furent pas sa seule ou principale occupation. A ce goût et à ce talent supérieur pour elles, il joignoit une grande érudition et une connoissance parfaite de la langue grecque, ainsi que de plusieurs modernes, comme l'italienne et l'espagnole: l'angloise n'étoit pas encore devenue à la mode. Il cultivoit aussi la poésie; et j'ai vu autrefois dans un catalogue, un livre intitulé : *Fermatii poemata*, que je n'ai pu trouver. Revêtu outre cela d'une charge de conseiller au parlement de Toulouse, il l'exerçoit avec assiduité, et il s'y fit la réputation d'un juge des plus éclairés (1); il mourut au commencement de 1665. Ses ouvrages consistent en deux volumes (*in-fol.*), qui parurent après sa mort. Le premier est une nouvelle édition de Diophante, enrichie de ses notes et de ses découvertes dans le genre d'analyse cultivée par cet ancien arithméticien. L'autre, intitulé : *Petri Fermatii opera*, contient ses œuvres propres, soit de géométrie, traitée suivant la méthode ancienne, soit d'analyse moderne, et sa correspondance avec Mersenne, MM. Pascal, de Roberval, &c., morceau très-intéressant pour l'histoire que nous écrivons. La famille de Fermat n'étoit pas éteinte il y a une quarantaine d'années, car il y avoit encore vers ce temps au parlement de Toulouse un conseiller de ce nom, et son descendant.

VIII.

On devoit s'attendre à voir la géométrie de Descartes reçue avec un empressement universel; mais diverses causes retardèrent

(1) Journal des Savans; fév. 1665.

pendant quelques années ses progrès. Il est des préjugés jusques dans la géométrie, et il est rare que ceux qui sont dès longtemps accoutumés à une certaine manière de raisonner soient disposés à quitter une ancienne habitude pour en contracter une nouvelle. D'ailleurs, l'ouvrage de Descartes étoit écrit avec une si grande précision, qu'l ne pouvoit y avoir qu'un fort petit nombre de personnes en état de l'entendre. Descartes avoit enfin ses ennemis, qui déprimoient ses inventions de tout leur pouvoir; ces raisons réunies produisirent l'opposition que rencontra d'abord son ouvrage. La plupart des géomètres d'un certain âge se mirent peu en peine d'y pénétrer, et quelques autres ne s'attachèrent qu'à le critiquer, sans lui rendre la justice que méritoient les découvertes même qu'ils ne pouvoient se refuser d'y reconnoître.

Parmi ces détracteurs de la géométrie de Descartes, nous sommes fâchés de trouver M. de Roberval. Nous ne pouvons dissimuler qu'il se comporta à cet égard d'une manière fort passionnée, et qui lui fait peu d'honneur. Son histoire avec milord Cavendish mérite d'être racontée. S'entretenant un jour avec ce seigneur anglois, qui étoit lui-même versé dans l'algèbre et l'analyse, il lui témoignoit être inquiet d'où étoit venue à Descartes l'idée d'égaler tous les termes d'une équation à zéro. Milord Cavendish lui dit qu'il n'ignoroit cela que parce qu'il étoit François, et lui offrit de lui montrer le livre auquel Descartes devoit cette invention. En effet, il le mena chez lui et lui montra l'endroit d'Harriot où l'on voit la même chose; sur quoi Roberval, transporté de joie, s'écria : *il l'a vu, il l'a vu !* et il le publia de toute part. Ce trait ne nous offre, il est vrai, encore qu'une preuve de la jalousie de Roberval; mais il ne s'en tint pas là. Il prétendit relever dans la géométrie de Descartes plusieurs fautes, et c'est en quoi il est inexcusable; car ses objections sont toutes mauvaises, et ne prouvent que sa passion et son opiniâtreté. Il objecta d'abord à Descartes qu'il s'étoit trompé dans sa construction des équations du sixième degré, et qu'il avoit omis une portion de sa conchoïde parabolique, sans laquelle un cercle ne pouvoit la couper en six points, en quoi il avoit tort, ainsi que l'ont depuis démontré M. Hudde (1) et le P. Rabuel (2). Descartes lui indiquoit un moyen facile de se convaincre de cette possibilité; cependant, malgré le temps qu'il avoit eu pour s'en assurer, on le voit encore dix ans après renouveller à Descartes cette objection (3). Roberval ne s'en tint pas à cette première

(1) Schooten, *Comm. ad finem.*

(2) *Comm. sur la géom. de Descartes.*

(3) *Lett. de Descartes, édit. in-4°.* tom. III, pag. 454.

objection,

objection, il en fit une nouvelle sur la nature des équations, prétendant que la règle de Descartes sur la qualité des racines d'une équation n'étoit pas même vraie, quand il n'y en avoit aucune d'*imaginaire*. L'équation qu'il proposoit en exemple étoit celle ci : $x^3 - 4x^2 + 4x - 4 = 0$, où, disoit-il, il n'y a aucune racine imaginaire, et qui n'a cependant pas trois racines positives. On s'attendroit à lui voir assigner ces trois racines, qui démentent la règle de Descartes ; mais c'est ce qu'il ne fait point, et ce qu'il ne pouvoit faire. Car cette équation a en effet une seule racine réelle et positive, qu'on trouve être à fort peu près 3.13, et deux imaginaires, $0.43 \pm \sqrt{-1.0930}$.

L'abbé de Gua, et quelques personnes après lui, imputent fort mal à propos cette objection à Fermat : elle est de Roberval ; et ce qui le prouve, c'est que dans une lettre à Mersenne, qui l'avoit communiquée à Descartes, ce philosophe appelle l'auteur de cette objection réchauffée, *votre professeur*. Or, Fermat n'étoit professeur nulle part, mais conseiller au parlement de Toulouse.

La France auroit presque la honte d'avoir été la dernière à accueillir la géométrie de Descartes, sans M. de Beaune. Cet ami de Descartes, et zélé partisan de sa gloire, mérite d'être connu. Florimond de Beaune naquit à Blois en 1601, et porta d'abord les armes. Il acheta ensuite une charge de conseiller au présidial de Blois, et passa dans cette ville le reste de sa vie, partageant son temps entre l'étude et les occupations de son état. Il fit amitié avec Descartes en 1626, et celui-ci l'alla voir à Blois en 1644 ; il y passa même quelque temps avec lui. M. de Beaune s'étoit fort adonné à la construction des télescopes, en quoi il excelloit, et cela le mit en liaison avec Bouillaud, Midorge, le P. Mersenne, et autres. Il mourut en 1652 des suites d'une goutte si opiniâtre et si maligne, qu'il avoit fallu, quelques années auparavant, lui couper le pied (2).

La géométrie de Descartes n'eut pas plutôt vu le jour, que M. de Beaune la lut et en pénétra tous les mystères ; ce qui prouve assurément que dans l'obscurité de sa retraite, il étoit un des plus forts géomètres de l'Europe. Mais il ne se borna pas à l'entendre ; il entreprit de la faire entendre aux autres, par des notes qu'il rédigea et qu'il communiqua à Descartes. Ce philosophe, en les approuvant, lui répondit qu'il n'en avoit pas trouvé un seul mot qui ne fût selon son sens. On les lit dans le commentaire de Schooten sous le titre de *Florimundi de Beaune, in Cartesii Geometriam notae breves*. Le zèle avec lequel M. de Beaune se porta en faveur de la nouvelle géométrie

(1) *Mém. de l'Académie.* 1747.   (2) *Bibliothèque chartraine.*

lui valut tellement l'amitié et l'estime de notre philosophe, qu'il témoigne en plusieurs endroits de ses lettres faire plus de fond sur ses lumières et son approbation, que sur celles de tous les autres géomètres qu'il y avoit en France.

Ces lettres (1) nous apprennent que M. de Beaune a le premier élevé la fameuse question de déterminer la nature d'une courbe par les propriétés données de sa tangente. C'est ce qu'on appelle aujourd'hui la méthode inverse des tangentes, parce que c'est l'inverse de celle qui sert à trouver la tangente par les propriétés de la courbe. Il fit même à ce sujet quelques découvertes, sur lesquelles Descartes le loue beaucoup. « Pour » vos lignes courbes, dit-il, la propriété dont vous m'envoyez » la démonstration m'a paru si belle, que je la préfère à la » quadrature de la Parabole trouvée par Archimède ; car il » examinoit une ligne donnée, au lieu que vous déterminez » l'espace contenu dans une qui ne l'est pas encore. »

Ce fut dans ces circonstances que M. de Beaune proposa à Descartes un problême qui est devenu célèbre, et qui a retenu son nom. Il s'agissoit de trouver la construction d'une courbe telle que l'ordonnée E G (*fig.* 53) fut à sa soutangente E B comme une ligne donnée N à G F, qui est interceptée entre la courbe et la ligne A H inclinée de 45°. Ce problême est assez difficile, même en usant des ressources du calcul intégral ; mais le génie sait se frayer des voies particulières, et Descartes ne fut pas aussi court à ce sujet que le dit M. Bernoulli dans ses *Lectiones calculi integralis* ; car il trouva 1°. (2) que cette courbe avoit une asymptote parallèle à la ligne A H, et passant par le point C, éloigné de A d'une quantité égale à la donnée N. 2°. Que menant G I parallèle à C E et G K tangente au point G, la soutangente I K étoit constante, propriété qui seule suffit pour conclure que cette courbe est une logarithmique dont les ordonnées sont inclinées à l'axe d'un angle de 45°. 3°. Il la construisit par la combinaison de deux mouvemens, ou par l'intersection continuelle de deux règles dont les vîtesses étoient, l'une uniforme, l'autre variée, suivant une certaine loi qui permet d'en trouver tant de points qu'on voudra. Il la déclara enfin du nombre des courbes mécaniques, et c'est en effet une logarithmique à ordonnées inclinées. Il seroit curieux que l'analyse par laquelle Descartes parvint à cette solution nous fut connue ; mais on n'en trouve aucune trace dans ses lettres.

M. de Beaune ne se contenta pas d'éclaircir la géométrie de Descartes par ses notes, il donna naissance dans l'analyse à une théorie nouvelle, celle des *limites des équations*, théorie

(1) *Lett. de Descartes*, t. III. p. 454. (2) *Lett. de Descartes*, ibid.

très-utile pour leur résolution. Pour sentir le mérite de cette invention, il faut se rappeler ce qu'on a dit plus haut, que lorsque l'équation est affranchie des fractions et des irrationnalités, si elle a quelque racine rationnelle, elle est nécessairement un des diviseurs du dernier terme; mais il arrive souvent que ce dernier terme a une foule de diviseurs. Comment reconnoître à peu près celui qu'il faut prendre, pour éviter nombre d'essais inutiles et laborieux? M. de Beaune imagina pour cet effet de déterminer les deux nombres entre lesquels se rencontrent la plus grande et la moindre des racines cherchées, ce qu'il nomme les *Limites* de l'équation. Cette invention diminue beaucoup le travail, et réduit souvent à un seul les diviseurs à essayer; quelquefois même on verra tout de suite que l'équation n'a point de racine rationnelle, comme s'il arrivoit que les limites tombassent entre les diviseurs les plus voisins, du dernier terme. De Beaune suit avec grand soin toutes les formes d'équations, depuis le second degré jusqu'au quatrième inclusivement, et assigne dans tous ces cas les limites des racines. Nous devons le Traité qui contient ces inventions, à Erasme Bartholin; car après la mort de M. de Beaune, qu'il étoit allé voir à Blois, il obtint de ses héritiers les lambeaux épars de ses manuscrits; il les rassembla, les suppléa, et les fit imprimer en 1659, à la suite de la nouvelle édition du Commentaire de Schooten, sur la géométrie de Descartes. Nous devons cependant observer que la règle de M. de Beaune n'a pas tout le degré de perfection qu'on est fondé à désirer; les analystes modernes ont donné des règles plus parfaites : il en sera question ailleurs. Il promettoit un autre traité de de Beaune, intitulé : *De angulo solido*, dont le P. Mersenne parle aussi quelque part; mais cette promesse n'a point été effectuée.

Après de Beaune, ce sont principalement des Hollandois et Flamands à qui la nouvelle analyse cartésienne doit son établissement et ses progrès. Nous remarquerons encore que ce furent la plupart de jeunes géomètres; en effet, Schooten, Vassenaar, Huygens, de Witt, Hudde, Van-Heuraet, Sluse &c., dont les travaux dans ce genre vont nous occuper, ne faisoient que commencer à courir la carrière de la géométrie, dans les premières années qui suivirent la publication de l'ouvrage de Descartes. Cela ne doit point nous surprendre, lorsqu'on n'a point encore contracté de préjugé d'habitude, on est bien plus sensible à l'impression de la vérité et plus propre à faire un bon choix; aussi a-t-on vu souvent ces découvertes, qui ont changé la face des sciences, ne devoir leur établissement qu'à de jeunes gens. Ainsi la méthode de Cavalleri, rejettée

par les vieux géomètres de son temps, fut adoptée par tous les jeunes, au grand avantage de la géométrie qui en reçut un accroissement considérable; de jeunes géomètres firent valoir celle de Neuton et Leibnitz, et établirent sa supériorité sur celle de Descartes, qui avoit rencontré la même difficulté à supplanter celle de Viete, et celle-ci probablement avoit éprouvé un sort semblable.

Schooten (François) professeur à Leyde, un des premiers qui ait accueilli la Géométrie de Descartes, s'est rendu recommandable par le commentaire qu'il a donné sur cet ouvrage. Descartes avoit écrit en homme de génie, qui ne s'attache pas à de petits éclaircissemens. Il avoit même affecté en divers endroits, une sorte d'obscurité par des raisons qu'il dévoile dans une de ses lettres, en sorte que son ouvrage n'étoit rien moins qu'à portée du commun des géomètres. Il l'avoit senti lui-même, et par cette raison il approuvoit fort le dessein de M. de Beaune qui avoit travaillé à l'éclaircir par des notes; mais Schooten entreprit quelque chose de plus étendu; il traduisit d'abord l'ouvrage en latin, pour en rendre la connoissance plus générale, et il le publia ainsi avec son commentaire en 1649. Il en donna, en 1659, une nouvelle édition considérablement augmentée et suivie de quantité de pièces intéressantes, comme les notes de M. de Beaune, deux lettres de M. Hudde sur la réduction des équations et sur les *maxima et minima*; une de Van-Heuraet sur la rectification des courbes; les deux traités posthumes de M. de Beaune sur la nature et les limites des équations; les Elémens des courbes de M. de Witt; on y trouve enfin un traité posthume de lui-même: car il mourut dans le cours de l'impression du second volume. Il est intitulé: *de concinnandis demonstr. geometricis ex calculo algebrico.*

Le commentaire de Schooten a eu, et avec raison, l'approbation générale; il contient tout ce qui est nécessaire pour l'intelligence de la géométrie de Descartes, sans cette prolixité fatigante que les commentateurs savent rarement éviter. On pourroit seulement y désirer quelques éclaircissemens sur la fin du second livre où Descartes parle de ses Ovales, ce qui est un des endroits les plus difficiles de sa géométrie. Nous avons encore un commentaire sur la géométrie de Descartes par le P. Rabuel, jésuite: cet ouvrage est excellent; mais, outre qu'il est venu un peu tard, il nous semble qu'il est trop surchargé d'exemples et d'explications; sans doute ceux qui ont besoin de tant de développemens ne sont pas nés pour la géométrie. Les notes que Jacques Bernoulli a jointes à l'édition de la géométrie de Descartes, donnée à Francfort en 1695, et qu'il

nomme *tumultuariae*, à cause de la hâte avec laquelle il les travailla, rendent cette édition précieuse; il n'en faut pour garant que le nom de cet illustre géomètre.

Outre le commentaire de Schooten sur la géométrie de Descartes, on a de lui un ouvrage estimable intitulé : *exercitationes mathematicae* (1646 *in* 4°.); quelques-unes d'entre elles concernent des objets dignes d'attention, comme celle où il restitue, à la vérité dans le style algébrique, les *loca plana* d'Appollonius. On doit aussi faire cas de son traité *de organica sectionum conicarum descriptione*, publié en 1646, où il enseigne diverses manières de décrire les sections coniques par un mouvement continu.

Parmi ceux qui adoptèrent des premiers et qui cultivèrent l'analyse de Descartes, on remarque particulièrement Jean de Witt. Ce politique célèbre, qui périt, ainsi que tout le monde sait, victime d'une insurrection populaire, suscitée par la maison d'Orange, s'étoit adonné à la géométrie, avant de devenir homme d'état et grand pensionaire (ministre) de la république d'Hollande. Schooten nous a conservé un monument de ses travaux en ce genre, savoir : son traité intitulé, *Elementa curvarum*; il comprend deux livres, dans le premiers desquels de Witt traite la théorie des sections coniques d'une manière qui lui est propre et fort ingénieuse. Il conçoit ces courbes décrites par l'intersection continuelle d'un des côtés d'un angle mobile avec une ligne droite, qui se meut parallèlement à elle-même; et il en deduit, avec beaucoup d'elegance, toutes leurs propriétés. Le second livre a pour objet la construction des lieux géométriques, qu'il développe davantage que Descartes, et pour lesquels il donne des formules particulières; on a néanmoins encore simplifié cette théorie depuis ce temps. De Witt, à la tête des affaires de sa patrie, et au milieu des orages qui lui coûtèrent la vie, n'eut plus le temps de se livrer à des recherches géométriques purement curieuses; mais, doué de l'esprit mathématique, il le tourna du côté des objets utiles; et nous le trouvons à la tête de ceux qui ont examiné la probabilité de la vie humaine et le prix des rentes viagères. Ses réflexions sur ce problême d'économie politique, donnèrent lieu à un nouvel arrangement à cet égard dans la république, et il publia sur ce sujet un petit écrit en Hollandois, dont l'objet étoit d'en montrer l'équité à ses compatriotes. M. Leibnitz, dont nous tenons ceci (1), eut fort désiré voir cet écrit; mais il n'a pu y parvenir.

Hudde est encore un de ces hommes que l'étude des mathé-

(1) *Comm. philos.* t. II, p. 219.

matiques ne détourna pas des affaires, et qui, après avoir servi ces sciences par des découvertes, servit aussi sa patrie dans des places distinguées. Il est cité fréquemment dans le commentaire de Schooten, qui rapporte de lui diverses inventions, essais de sa jeunesse ; il s'adonna ensuite particulièrement à l'analyse des équations, et il fit sur ce sujet nombre de remarques utiles. Il se proposoit de donner un ouvrage où il eut traité cette matière à fond et avec étendue ; mais ses occupations ne le lui permettant plus, il s'est contenté d'en laisser voir le jour à deux fragmens que Schooten publia en 1659, sous le titre de *Jo. Huddenii, de reductione equationum et de maximis et minimis, epist.* II. Le premier de ces écrits nous offre diverses règles utiles pour discerner si une équation, soit litterale, soit numérique, est réductible ou non ; c'est-à-dire si elle est le produit de deux autres d'un degré inférieur, et pour trouver dans ce cas ses facteurs. Cet écrit et le suivant, sont encore recommandables par l'invention particulière de Hudde, pour determiner la tangente des courbes et leurs *maxima et minima* ; comme nous devons rapporter, dans un article particulier, les progrès de cette méthode, nous différons jusques là d'en rendre compte. On a enfin de lui une règle infiniment ingénieuse, et faite pour déterminer si dans une équation il y a des racines égales, et pour trouver ces racines ; elle en a retenu son nom.

Nous ne connoissons qu'une petite partie des inventions analytiques de Hudde ; livré une fois aux affaires, devenu bourg mestre d'Amsterdam, il ne lui fut plus possible de mettre dans ses papiers l'ordre et la liaison nécessaires pour les donner au public. Leibnitz qui, passant par Amsterdam, le visita, nous assure que ces papiers renfermoient quantité d'excellentes choses (1) ; il ajoute que la méthode des tangentes de M. de Sluse lui étoit connue depuis long-temps, et même qu'il en avoit une meilleure et plus étendue. Il avoit aussi trouvé, suivant Leibnitz, la quadrature de l'hyperbole, que Mercator publia en 1667. Nous lisons enfin dans une lettre de Leibnitz (2), que Hudde étoit en possession de ce beau problème de géométrie, savoir de faire passer une courbe par tant de points qu'on voudra, c'est-à-dire d'en déterminer l'équation ; sur quoi Hudde lui avoit dit, sans doute en plaisantant, qu'il pourroit déterminer l'équation d'une courbe qui représenteroit les traits d'un homme connu. Il avoit encore écrit sur les rentes viagères et sur la probabilité de la vie humaine. Leibnitz désiroit

(1) *Commercium epistolicum de analysi promota.* p. 87, *édit. in-4°.*

(2) *Ibid.* p. 92.

fort que ses écrits tombassent entre les mains de quelqu'un dont le zèle pour les mathématiques l'engageât à en faire part au public ; mais ces souhaits n'ont pas été remplis.

Van Huraet est un autre géomètre hollandois qui mérite aussi une place parmi ceux qui cultivèrent avec succès la géométrie de Descartes. Schooten rapporte de lui des choses ingénieuses en ce genre ; mais il s'est fait surtout un nom par sa méthode pour réduire la rectification d'une courbe à la quadrature d'une figure curviligne. Voici l'esprit de cette méthode. Que P D (*fig.* 54) soit l'ordonnée d'une courbe, tirée du point D sur son axe A L, et que A D soit la normale à la courbe, ou la perpendiculaire à la tangente D L au même point D; soit prise aussi la ligne B constante. Alors si l'on fait cette proportion comme P D est à A D, c'est-à-dire comme l'ordonnée est à la normale, ou perpendiculaire à la courbe ; ainsi la ligne B, à une quatrième proportionnelle P E, et qu'on fasse une pareille construction à tous les points D de la courbe, le point E et tous les points semblablement déterminés formeront une nouvelle courbe FE, telle que l'aire H F E P divisée par la ligne B sera égale à la longueur de la courbe H D ; d'où il suit que si la courbe F E est susceptible de quadrature absolue, alors on aura une ligne droite égale à la courbe H D. Or c'est là ce qui arrive si la courbe H D est une des paraboles cubiques, exprimée par l'équation $y^3 = ax^2$; car alors la courbe H F E devient un segment de parabole ordinaire. Ainsi la parabole cubique, dont l'équation est $y^3 = ax^2$, est absolument rectifiable ; et il en est de même des autres paraboles dont les équations sont $y^5 = ax^4$; $y^7 = ax^6$, que si l'on supposoit la courbe H D une parabole ordinaire, la courbe résultante F E D seroit une hyperbole ; d'où resulte que la rectification de la parabole dépend de la quadrature de l'hyperbole. La démonstration de ce théorème est facile ; cependant, pour ne pas fatiguer nos lecteurs, nous la renvoyons, ainsi que celle d'un autre théorème sur la dimension des surfaces de circonvolution, à une note qu'on trouvera à la suite de ce livre. (*Voyez* note *E*.)

Cette découverte, je veux dire celle de la première rectification absolue d'une courbe géométrique, a été revendiquée à l'Angleterre par MM. Wallis et Brounker, qui en font honneur à Guillaume Neil. Effectivement, d'après les faits qu'ils apportent en preuve, on ne peut disconvenir que Van-Heuraet n'ait été prévenu par le géomètre anglois. Mais outre que la méthode du Hollandois est fort différente, il y a de fortes raisons de croire que la découverte en question n'avoit point encore passé la mer ; car on voit, par une lettre de Pascal, qu'au commen-

cement de 1659, on croyoit encore dans le continent à ce prétendu axiôme, auquel la rectification de la cycloïde avoit donné naissance, savoir que la nature ne permettoit pas qu'on rectifiât une courbe, à moins qu'on n'eût déjà supposé, comme dans la cycloïde, une combe égale à une droite. Il est aussi certain qu'Huygens, qui étoit en correspondance avec l'Angleterre, ignoroit à la fin de 1658, la découverte de Neil, ce qui rend fort vraisemblable que Van-Heuraet n'en étoit pas plus instruit que lui, attendu qu'il habitoit alors une ville de France sur la Loire (Saumur), ville fort éloignée de toute correspondance littéraire ou savante. Malgré ces raisons, nous ne faisons aucune difficulté d'attribuer à Neil le premier mérite de cette découverte.

Nous trouvons encore un troisième prétendant à l'honneur d'avoir le premier trouvé la rectification d'une courbe géométrique : c'est M. de Fermat. Ses démonstrations ne virent à la vérité le jour qu'au commencement de 1660, avec le Traité du P. Lalouere, jésuite, sur la cycloïde. Mais nous avons des raisons de croire qu'il en étoit en possession dès 1658 ; car à cette date, il faisoit part à Pascal d'une méthode très-générale pour la dimension des surfaces de solides de circonvolution ; et quoiqu'il ne nous l'ait pas communiquée, on ne peut guères douter que ce ne soit celle ci.

Qu'on ait (*fig.* 55, n°s. 1, 2, 3) une courbe quelconque, comme IDB, dont PD, DG soient une ordonnée et la normale à la courbe ; qu'on prolonge l'ordonnée PD en E, de sorte que PE soit égale à DG ; pareille chose étant faite à tous les points de la courbe, il en résultera une nouvelle FEe, qui sera telle, que l'aire FIPE étant multipliée par le rapport de la circonférence au rayon, on aura la grandeur de la surface décrite par la courbe ID autour de l'axe IA. On en verra la démonstration et quelques conséquences dans la note citée plus haut.

Cette méthode, pour revenir à notre objet, a tant d'analogie avec celle de Van-Heuraet, pour la rectification d'une courbe, qu'il est difficile que celui qui a inventé l'une, n'ait pas été facilement amené à la connoissance de l'autre. Nous remarquerons cependant que la manière dont Fermat démontre sa rectification est totalement indépendante de cette méthode ; elle est toute dans le goût de la géométrie ancienne, et procède au moyen de certains polygones circonscrits et en forme de scie, à l'égard desquels il démontre que la somme des côtés de l'un est plus grande que la courbe, tandis que celle des côtés de l'autre est plus petite. Il sembleroit même d'abord que sa méthode mène à trouver une infinité de courbes différentes, toutes rectifiables

rectifiables absolument, et Fermat paroît l'avoir cru ; mais examen fait de leurs équations, il se trouve seulement que ce sont des arcs différens d'une même courbe, qui est la parabole cubique ci-dessus. Ce livre, imprimé en 1660, est intitulé : *De linearum curvarum cum rectis comparatione.* On le trouve aussi parmi les OEuvres de Fermat.

Huygens ne s'est pas moins distingué dans sa jeunesse par sa profonde intelligence dans la géométrie de Descartes, dont il fut un des principaux promoteurs, que dans la géométrie ancienne. Il est souvent cité par Schooten, qui rapporte de lui des inventions ingénieuses en ce genre, ouvrage du temps où il étoit son disciple. Parvenu à un âge plus mûr, il inventa la théorie des Développées, théorie devenue depuis ce temps si célèbre parmi les géomètres ; elle forme la troisième partie de son *Horologium oscillatorium.* Quoiqu'elle y soit exposée suivant le style de l'ancienne géométrie, il est assez probable que l'analyse de Descartes fut le principal instrument qu'il y employa. Quoi qu'il en soit, nous ne trouvons pas d'endroit plus commode pour l'exposer que celui-ci.

Qu'on imagine une courbe comme A B (*fig.* 56), entourrée d'un fil infiniment flexible et délié, sans être capable d'extension, et qu'à commencer du point A ce fil se déploye en se roidissant de dessus la courbe, son extrémité en décrira une autre. On nomme celle-ci la courbe décrite par évolution ou développement, et la première est nommée sa développée. Nous ne croyons pas devoir entrer ici dans des détails approfondis sur les diverses propriétés de ces lignes ; ceux qui voudront les mieux connoître pourront recourir à la note *F*, qui est à la suite de ce livre. Il nous suffira d'exposer ici sommairement une ou deux de ces propriétés.

1°. Il est d'abord facile de voir que le fil qui se développe est continuellement perpendiculaire à la courbe qui décrit son extrémité. En effet, la développée peut être considérée comme un polygone d'une infinité de côtés, et par conséquent à chaque petit développement de dessus un de ces côtés, l'extrémité du fil décrira un arc de secteur circulaire infiniment petit ; or le rayon d'un secteur circulaire est perpendiculaire à la tangente de son arc ; c'est pourquoi le fil dans son développement est perpendiculaire au petit arc de courbe décrit en même temps. La longueur de ce rayon est nommée le rayon de la développée.

2°. Il est encore évident que le fil est continuellement tangent à la développée. Celle-ci n'est donc que la courbe que touchent toutes les perpendiculaires à celle qui est décrite par cette évolution ; ou bien autrement, c'est celle qui borne l'espace d'où l'on ne peut tirer aucune perpendiculaire à la courbe,

d'avec celui d'où l'on peut en tirer deux, comme l'avoit autrefois remarqué Apollonius, qui avoit touché de fort près à cette découverte. On peut enfin concevoir la développée comme le lieu des concours de toutes les perpendiculaires infiniment proches à la courbe S E F; car si ces perpendiculaires sont à des distances finies, elles formeront par leur concours un polygone rectiligne circonscrit à la développée; mais quand on les supposera infiniment proches et en nombre infini, ce polygone deviendra la développée elle-même.

Mais en voilà assez sur ce sujet pour cet endroit de notre ouvrage; nous renvoyons des détails ultérieurs et plus profonds à la note indiquée ci-dessus. Nous nous bornerons à dire encore ici que cette théorie est d'un grand usage dans la mécanique transcendante; car l'analyse des mouvemens curvilignes dépend en très grande partie de la connoissance du rayon de la développée.

C'est le propre de la vérité d'être accessible par diverses voies. Ce que Neil et Van-Heuraet avoient démontré par des méthodes particulières sur la parabole cubique, dont la nature est exprimée par l'équation $y^3 = ax^2$, fut la première chose qui se présenta à Huygens. Car lorsque cherchant la développée de la parabole S E F, il eut déterminé l'équation de cette courbe, il se trouva précisément que c'étoit cette même parabole cubique qui prend sa naissance sur l'axe, à une distance du sommet égal à la moitié du paramètre, comme l'on voit dans la figure 56. Dans le cercle, la développée est un point, car tous les rayons concourent au centre. Dans l'ellipse, la développée est une courbe à quatre pointes, comme on voit dans la figure 57, et qui, malgré la complication de son équation, est absolument rectifiable, savoir égale à quatre fois le demi-paramètre du petit axe.

Cette théorie conduisit aussi M. Huygens à une belle découverte sur la cycloïde: c'est que la développée de la cycloïde est elle-même une cycloïde égale à la première, et seulement posée en sens contraire (*fig.* 60), et qu'à chaque point, comme E, le rayon de la développée E G est égal au double de la corde E F. La découverte de Wren, sur la longueur de la cycloïde et de ses parties, n'est plus qu'un corollaire de cette vérité; car puisque la développée de la demi cycloïde de A B est elle-même une autre demi-cycloïde égale A C, et que la longueur de celle-ci est C B, double de B D, il s'ensuit que la longueur de A B est double de B D, ou du diamètre du cercle générateur. On voit avec la même facilité que chaque portion A G sera double de la corde E F du cercle générateur tirée du point décrivant E au point F de contact avec la base,

ligne qui est parallèle à la corde AK, tirée dans le cercle générateur de la cycloïde renversée AGC; il ne faut que l'inspection de la figure pour en convaincre. C'est ainsi que dans la géométrie, les mêmes vérités découlent de sources différentes; et c'est là un des charmes les plus attrayans de cette science.

IX.

Nous avons fait connoître dans le cours de ce livre deux méthodes pour tirer les tangentes, et pour les questions *De maximis* et *minimis*, savoir celle de Descartes et de Fermat; mais quoique l'une et l'autre, sortant des mains de leurs inventeurs, ne laissassent rien à désirer pour le fonds, elles étoient susceptibles de quelques degrés de plus de facilité que leur ont donné les géomètres qui les ont suivis. MM. Hudde, Huygens, Sluse sont ceux à qui l'on eut cette obligation; et quoique le calcul différentiel ait effacé leurs inventions, il entre dans le plan de notre ouvrage d'en parler. Nous commençons par celle de M. Hudde.

Pour prendre une idée de ce que Hudde ajouta à la méthode des tangentes de Descartes, et à celle fondée sur le même principe pour les *maxima et minima*, il faut se rappeler que la principale partie de l'opération se réduit à déterminer une équation d'une certaine forme à contenir deux racines égales. Descartes y parvenoit d'une manière fort ingénieuse, en la comparant à une équation fictice à racines égales, procédé laborieux et prolixe; c'est en cela que Hudde simplifia beaucoup ces deux méthodes. Il observa, que pour réduire cette équation à contenir ces racines égales, il n'y avoit qu'à la multiplier terme à terme, par ceux d'une progression arithmétique, le premier par le premier, le second par le second, &c. Il démontre cette règle dans ses deux lettres, imprimées par Schooten à la suite de son commentaire sur Descartes; mais cela tient à des principes trop longs à exposer ici. Divers géomètres en ont donné des démonstrations, et entr'autres M. de l'Hôpital, dans son *Analyse des infiniment petits*.

C'est principalement dans les questions de *maximis et minimis* qu'éclate la commodité de la règle de M. Hudde, parce qu'il n'y a nulle préparation à faire à l'équation de la courbe, ou à l'expression de la grandeur dont on cherche le *maximum* ou le *minimum*; elle est même d'une commodité telle, qu'elle ne cède point à celle du calcul différentiel ou des fluxions, pourvu que l'équation, quelque compliquée qu'on la suppose, soit rationnelle. Il n'y a qu'à ordonner l'équation suivant les

V 2

puissances de l'abscisse, écrire ensuite au-dessous la progression arithmétique, la plus commode pour faire évanouir celui des termes dont l'absence présentera des facilités pour résoudre la nouvelle équation ; enfin, multiplier terme par terme ceux de l'équation proposée par son correspondant de la progression arithmétique choisie, la valeur ou les valeurs de l'abscisse résultantes de la nouvelle équation, donneront les *maxima et minima* cherchés. Appliquons ceci à quelques exemples. Nous prendrons pour le premier cette courbe dont nous avons donné ailleurs le *maximum* par la méthode de M. de Fermat (*fig.* 36) (*voyez* article VII.), où le cube de l'ordonnée est égal au solide du quarré d'un des segmens de l'axe par l'autre, c'est-à-dire dont l'équation est $y^3 = ax^2 - x^3$, ou en l'arrangeant comme il est prescrit par la règle, $x^3 - ax^2 \pm ox - y^3 = o$. On la multipliera terme à terme par les termes de cette progression 3.2.1.0, ce qui produira la nouvelle équation $3x^3 - 2ax^2 = o$, c'est à dire $3x - 2a = o$. $x = \frac{2}{3}a$, comme on l'a déjà trouvé. On auroit encore trouvé le même résultat, en multipliant respectivement par 0.1 2.3 ; car on auroit eu $2ax^2 - 3y^3 = o$, où mettant à la place de y^3 sa valeur tirée de la première équation, on seroit également à celle ci $x = \frac{2}{3}a$. Ainsi, mettant ensuite dans l'équation de la courbe cette valeur de x, on a la valeur de y, lorsqu'elle est un *maximum* (ou un *minimum*) par cette équation $y = a\sqrt{\frac{4}{27}}$.

Qu'on propose présentement cette équation $y^2 - 2by + bb + xx - ax$, et qu'on demande la plus grande valeur de y, on ordonnera l'équation à l'égard de x en cette sorte $xx - ax + (yy - 2by + bb) = o$, et l'on multipliera par 2.1.0 ; ainsi l'équation se réduira à $2xx - ax = o$, ce qui donnera $x = \frac{1}{2}a$, laquelle valeur mise dans l'équation primitive, donnera $yy - 2by + bb - \frac{1}{4}aa = o$, d'où résulte pour y les deux valeurs, l'une positive $y = a + b$, l'autre négative $-y = a - b$. Cette équation n'est en effet que celle d'un cercle rapportée à une parallèle à son diamètre Aa, éloignée de ce diamètre d'une quantité égale à b ; et l'ordonnée devient la plus grande ED ou EΔ, lorsque l'abscisse devient CE (*fig.* 61) ; mais si c'est la plus grande absolument qu'on cherche, il est facile de la reconnoître. On auroit trouvé la même chose, en prenant une autre progression arithmétique ; mais l'opération eut été plus laborieuse.

La règle de Hudde est sujette aux mêmes limitations que celle de Descartes, c'est-à-dire qu'elle donne, non-seulement les véritables *maxima et minima*, ou ceux des tangentes parallèles à l'axe, mais encore ceux du rebroussement et les points d'intersection de la courbe. Cela est nécessaire, car elle est

fondée sur les mêmes principes, et n'en diffère que dans les moyens de parvenir à l'équation finale. Ainsi, tout ce qu'on a dit sur celle-là doit s'appliquer à celle-ci.

La méthode qu'on vient d'exposer s'applique aussi à la détermination des points d'inflexion, et autres cas où il s'agit de déterminer l'équation à contenir plus de deux racines égales; car pour les trouver, par exemple, s'il y en a trois, comme dans le cas des points d'inflexion, il faudra d'abord multiplier l'équation de la courbe ordonnée, comme on l'a dit, par une progression arithmétique *ad libitum*, ensuite l'équation résultante par une progression arithmétique, soit la même, soit une autre, ou ce qui revient au même, il faudra prendre deux progressions arithmétiques, les multiplier terme par terme, et se servir des termes en résultant, pour multiplier les termes de l'équation donnée : celle qui en naîtra contiendra l'une des trois racines égales. Il est aisé de voir ce qu'il conviendroit de faire si quelque problême conduisoit à une équation qui dût contenir quatre racines égales, comme il arrive dans la théorie des courbes, où il y a des points dont la recherche conduit à de pareilles équations. Nous ne pouvons entrer dans de plus grands détails sur ce sujet; nous nous contenterons d'indiquer des livres où il est plus développé, comme le Commentaire du P. Rabuel, et l'*Analyse des infiniment petits*, où l'on trouve la comparaison de la règle de Hudde, avec celle du calcul différentiel.

Hüygens et Sluse prirent une autre route que Hudde, et s'attachèrent à simplifier les procédés de la règle de Fermat. Reprenons cette règle, et examinons ce qui se passe dans les opérations qu'elle prescrit. Nous allons voir naître les abrégés de calcul que ces deux géomètres ont remarqués. Qu'on ait cette expression $x^3 - ax^2$ où il faut déterminer la valeur de x, quand cette expression est la plus grande; suivant la règle de Fermat, il faut augmenter ou diminuer la valeur de x d'une quantité indéterminée e, en sorte que x devienne $x + e$; ensuite dans l'expression donnée $x^3 - ax^2$, substituer au lieu de x^3 et x^2, les mêmes puissances de $x \pm e$; supprimer tous les termes communs aux deux expressions, et ceux où e est au-dessus du premier degré; diviser ensuite par e, il en résultera une équation qui donnera la valeur cherchée de x. En suivant ce procédé dans l'exemple proposé, nous aurons d'abord $x^3 - ax^2$, changée en $x^3 + 3ex^2 + 3e^2x + e^3 - ax^2 - 3aex - aee$, dont ôtant les termes communs, ils se réduiront à $3ex^2 - 3e^2x + e^3 - 2aex - aee$, dont il faut encore supprimer tous les termes où e est au-dessus du premier degré, et diviser ensuite par e, on aura enfin $3x - 2a = 0$, ou $x = \frac{2}{3}a$, comme on

l'a trouvé plus haut. La règle de Fermat se réduit donc à ceci. Ayant une expression comme celle-ci $x^3 - 3ax^2 + b^3$, dont on demande le *maximum* ou le *minimum*, multipliez chaque terme où est x par son exposant, et divisez par x, en négligeant tous les autres ; enfin, égalez le résultat à zéro, ce sera l'équation qui donnera la valeur ou les valeurs de x, qui rendent cette expression un *maximum* ou un *minimum*; ainsi l'expression ci-dessus devient tout de suite $3x^2 - 6ax = 0$, ce qui donne $x = 0$ et $x = 2a$. Ce seront les deux points où répondront des tangentes parallèles à l'axe, et conséquemment des plus grandes ordonnées. La courbe en effet exprimée par cette équation $x^3 - 3ax^2 + b^3 = aay$ dont il est ici question, a la forme qu'on voit dans la figure 62. Elle coupe trois fois son axe en A B C ; et l'origine des abscisses étant en D, elle a une première plus grande ordonnée positive D F en D, ou l'abscisse $x = 0$, et une seconde négative E G en E, ou $x = 2a$, pourvu toutefois que b^3 n'excède pas $4a^3$; car dans le cas contraire, la partie B G C au-dessous de l'axe toucheroit l'axe, ou seroit toute en dessus, et les deux ordonnées plus grandes seroient toutes deux positives.

C'est par un moyen semblable à celui que nous avons développé plus haut pour abréger la règle *de maximis et minimis*, que Huygens (1) et Sluse (2) sont encore venus à simplifier celle des tangentes. Mais comme cette règle est un peu composée, et que nous ne pouvons pas nous étendre à notre gré, nous nous contentons d'indiquer leur procédé. Un exemple est nécessaire pour l'éclaircir : qu'on propose l'équation $x^3 - 2xxy + bxx - bbx + byy - y^3 = 0$, et qu'on demande la soutangente de la courbe qu'elle représente. Pour cela, dit Sluse, il faut mettre à part tous les termes où est y, comme $-y^3 + byy - 2xxy$, et les multiplier par leurs exposans ; ce sera le numérateur de la fraction qui exprimera cette soutangente. Le dénominateur sera formé de tous les termes où se trouvera x, multipliés par l'exposant de cette lettre, et divisés ensuite par x. On aura donc dans le cas présent pour la valeur de la soutangente $\frac{-3y^3 + 2by^2 - 2xxy}{3x^2 - 4xy + 2bx - bb}$. C'est là effectivement ce qu'on rencontre en exécutant toutes les opérations prescrites par Fermat, ou en employant le calcul différentiel.

X.

La construction des équations solides et plus que solides étoit encore une des parties de l'analyse de Descartes qui attendoit

(1) *Op.* t. II.

(2) *Trans. Phil.* ann. 1672 et 1673.

des géomètres postérieurs quelques degrés de perfection. Descartes s'étoit borné à construire les équations cubiques et quarré-quarrées, par le moyen d'un cercle et d'une parabole. Ce n'est pas qu'il ne fût en possession de quelque chose de plus parfait et de plus général. Ce qu'il dit ne permet pas d'en douter ; car il ajoute que l'on pourra toujours construire ces équations par celle des sections coniques que l'on voudra, et même avec une portion de ces courbes, quelque petite qu'elle soit. Mais il avoit caché le principe de ces constructions ; et quoique divers géomètres eussent amplifié sa théorie à cet égard, on n'étoit point encore parvenu à toute la généralité qu'on pouvoit désirer.

M. de Sluse est celui à qui nous en avons l'obligation. Il est auteur d'une méthode par laquelle une équation quelconque solide étant proposée, on peut la construire d'une infinité de manières différentes, par le moyen d'un cercle et celle des sections coniques qu'on voudra. Il en donna un essai dans un ouvrage qu'il publia en 1659 (1), mais il en cachoit encore l'analyse, qu'il promettoit de dévoiler quelque jour. Il exécuta sa promesse en 1668, en donnant une nouvelle édition de l'ouvrage dont on vient de parler, avec une seconde partie, où il expose de quelle manière il est parvenu à ces constructions. Il est nécessaire d'en donner ici une idée.

La méthode de M. de Sluse consiste à prendre une équation entre l'inconnue de celle qu'il s'agit de construire, et une nouvelle indéterminée, qui soit un lieu du second degré ; par exemple, une parabole. Ensuite il introduit par des substitutions cette indéterminée dans l'équation à construire, ce qui de déterminée qu'elle étoit la rend indéterminée, c'est-à-dire exprimant un autre lieu. Il continue ces substitutions en divisant, additionnant ou soustrayant les équations qui en proviennent, jusqu'à ce qu'il soit arrivé à un lieu au cercle ; ce qui est facile. Cela fait, ce dernier lieu combiné de la manière convenable avec chacun des autres, qui sont à la parabole, à l'ellipse, à l'hyperbole, lui donne autant de constructions différentes du problême.

Ce que nous venons de dire seroit peu intelligible, sans le secours d'un exemple. C'est pourquoi nous allons en donner un que nous choisirons parmi les plus simples. Supposons l'équation $y^3 = aab$, qui est celle qu'on rencontre en cherchant la première des deux moyennes proportionnelles continues entre

(1) *Mesolabum, seu duae mediae prop. per circulum et ellipsim vel hyp. infinitis modis exhibitae.* Leod. 1659. 4. et iterùm 1668, *cum parte alterâ de analysi, et miscellaneis.*

a et b. On peut d'abord prendre pour première équation indéterminée $y^2=ax$, ce qui est un lieu à la parabole : donc $\frac{y^2}{a}=x$; et mettant cette valeur de y^2 dans l'équation proposée, on en tire cette autre $xy=ab$, qui est un lieu à l'hyperbole entre les asymptotes. On tire encore de la comparaison de ces équations, celle-ci $x^2=by$, qui est un autre lieu à la parabole. Nous voici déjà en possession des deux constructions que Menechme donna autrefois du problême que nous analysons. Car il n'y auroit qu'à combiner, ou ces deux lieux à la parabole, ou l'un d'eux avec celui qui est à l'hyperbole, et l'ordonnée commune seroit la moyenne cherchée. Mais comme c'est aujourd'hui une faute que d'employer deux sections coniques, on ne doit pas s'arrêter à ces solutions ; il faut rechercher un lieu au cercle. Pour cela, il n'y a qu'à ajouter les deux équations à la parabole qu'on a trouvées ; elles donneront $y^2-by+x^2-ax=0$, qui est un lieu au cercle. Au contraire, leur soustraction mutuelle en donnera une $y^2-x^2+by-ax=0$, qui sera un lieu à l'hyperbole équilatère. Si enfin on divise par un nombre quelconque, par exemple 2, l'équation $x^2-by=0$ (ce qui ne la détruit point), et qu'on l'ajoute à la première, ou qu'on l'en soustraye, on aura $y^2-ax+\frac{x^2}{2}-\frac{by}{2}=0$, qui est un lieu à l'ellipse, ou $y^2-ax-\frac{x^2}{2}+\frac{by}{2}$, qui est un lieu à l'yperbole scalène. D'autres nombres auroient donné d'autres ellipses ou d'autres hyperboles. On peut ainsi former une multitude d'égalités indéterminées, qui sont toutes vraies, puisque les primitives qui en sont formées sont vraies. Par conséquent, voilà une infinité de lieux différens dont chacun desquels l'inconnue y cherchée est une certaine ordonnée. Si donc on combine celui au cercle avec chacun des autres, on aura autant de constructions différentes du problême ; et l'ordonnée commune sera la valeur de y. Or la manière de combiner ces lieux est facile. Il n'y a qu'à les concevoir décrits chacun en particulier, et appliqués l'un sur l'autre, de manière qu'ils ayent même axe et même origine. Par exemple, dans le cas présent, l'équation au cercle ci dessus désigne, suivant les formules connues, que l'origine des abscisses est l'extrémité O d'une corde égale à b, et éloignée du centre de $\frac{1}{2}a$, comme on voit dans la figure 63 (n°. 1). L'équation $yy=ax$ désigne une parabole (n°. 2), dont l'abscisse prise sur l'axe est x, l'ordonnée y, et le paramètre a. Qu'on conçoive ces deux lieux appliqués l'un sur l'autre, comme dans la même figure (n°. 3), en faisant coïncider les points O de l'origine des abscisses et l'axe des ordonnées, on verra que la construction se réduit à prendre sur l'axe OP de la parabole au paramètre a, $OT=\frac{1}{2}b$; $TC=\frac{1}{2}a$,

et

et le cercle décrit du centre C au rayon CS coupera la parabole en N (nº. 3), d'où l'ordonnée NP abaissée sur l'axe, sera l'inconnue cherchée. On ne doit pas s'attendre à trouver ici de plus grands développemens de cette méthode ; les lecteurs qui désireront s'en instruire plus à fond, doivent recourir au livre de M. de Sluse, ou au Traité posthume des sections coniques et des lieux géométriques de M. de l'Hôpital. On trouve aussi toute cette théorie exposée d'une manière très-satisfaisante dans le *Cours de mathématiques* de M. Wolf, *tom. I.*

Nous nous permettrons ici une petite digression pour faire connoître une partie de l'ouvrage de Sluse, dont nous n'avons point eu occasion de parler. Elle parut dans la seconde édition de son *Mesolabum*, sous le titre de *Miscellanea*. Ces *Miscellanea*, ou mélanges de géométrie, sont très-propres à faire honneur à leur auteur, et montrent les progrès profonds qu'il avoit fait dans l'analyse. Sluse y traite des spirales infinies qu'il compare avec des paraboles de même degré : il y quarre diverses courbes, et assigne leurs centres de gravité ; il détermine les points d'inflexion dans la conchoïde, sur quoi il fait diverses remarques curieuses ; il y généralise la formation de la conchoïde, et il examine les propriétés des nouvelles courbes qui en résultent, leurs aires, leurs centres de gravité et les solides qu'elles forment par leur circonvolution, &c. Nous passons plusieurs autres recherches curieuses que contient cette partie de l'ouvrage de Sluse, afin de ne point donner trop d'étendue à cette digression. Nous nous bornerons à dire quelques mots sur la personne de cet habile géomètre. René François Walter de Sluse étoit né en 1623. Il étoit chanoine de la cathédrale de Liége, et abbé d'Amas. A un talent supérieur pour les mathématiques, il joignoit beaucoup d'érudition, et même de goût pour la belle littérature. Il mourut en 1685.

La méthode que nous avons exposée plus haut pour la construction des équations solides, c'est-à-dire, des troisième et quatrième degrés, s'applique aussi aux degrés plus élevés. Une équation du sixième degré, par exemple, étant proposée, on pourra la réduire à une équation à la parabole ou à l'hyperbole solide, et à une autre qui sera une des sections coniques. Il faut tâcher ici de choisir un premier lieu qui soit tel que celui qui en résultera pour le second soit un cercle ; ce qu'on pourra, je crois, toujours faire par la méthode des indeterminées. De même une équation du huitième degré pourra se réduire à deux lieux, l'un du quatrième degré, et l'autre du second, ou l'un et l'autre du troisième On trouve des exemples de ces choses dans les livres qui traitent de la

construction des équations, et qu'on a cités plus haut, ainsi que dans celui dont on va parler.

En effet, c'est ici le lieu convenable de faire connoître une invention utile pour la construction des lieux géométriques du second ordre. Descartes, à la vérité, a donné pour cela une formule extrêmement générale, mais qui a ses embarras, soit par les opérations préliminaires qu'elle exige, soit par l'attention qu'il faut faire à la variété des signes. M. Craig me paroît avoir facilité cette partie essentielle de la construction des équations par des formules nouvelles, qu'il publia en 1694 (1). Ces formules ne sont autre chose que l'équation de chacune des sections coniques, la plus compliquée qu'elle puisse être. Pour y parvenir, il suppose l'origine des abscisses à un point comme O, éloigné (*fig.* 64) du sommet et de l'axe, d'une quantité indéterminée, qui peut être positive ou négative, et il prend les abscisses sur une ligne OP inclinée à une parallèle à l'axe d'une quantité aussi indéterminée. Il est facile de voir que ce cas renferme tous les autres possibles; car suivant que les quantités OQ, QS, et la raison de OT à OV s'anéantiront ou deviendront négatives, le point O tombera sur le sommet ou de l'autre côte de l'axe, ou au-dedans de la courbe; l'angle de OP avec l'axe deviendra nul ou en sens contraire, ce qui contient toutes les combinaisons imaginables. Une équation quelconque étant ensuite proposée, on la compare terme à terme avec la formule générale, et la comparaison des coefficiens donne la position de l'origine des abscisses et de l'axe. Cette méthode a paru à M. le marquis de l'Hôpital avoir les avantages que nous lui attribuons; c'est pourquoi il l'a adoptée dans son Traité *des lieux géométriques*. Nous pouvons aussi indiquer à nos lecteurs, curieux de s'en instruire plus à fond, le *Cours de mathématiques* de M. Wolf, où ils la trouveront exposée avec beaucoup de netteté et de précision.

M. Herman a aussi donné dans les anciens *Mémoires de Pétersbourg*, an 1737, une méthode qu'à tout prendre nous préférerions à toute autre, d'autant qu'on n'a pas besoin d'avoir devant les yeux une formule générale, comme celle de Craig, et que quelques considérations légères, faciles à s'imprimer dans l'esprit, suffisent pour trouver, à l'aspect d'une équation indéterminée du second ordre, les dimensions et la position de la courbe qu'elle représente. Mais on sent aisément que ceci ne peut entrer dans cet endroit de notre ouvrage; c'est pourquoi nous renvoyons le lecteur aux Mémoires cités.

Nous ne devons pas omettre ici certaines observations

(1) *De fig. curvil quadraturis et locis geometricis. Lond.* 1694, *in*-4°.

importantes dans la construction des équations, et qui semblent avoir échappé aux géomètres jusqu'à ce que Rolle en eût montré la nécessité (1). Personne ne doutoit que lorsqu'on avoit une équation déterminée à construire, en prenant un premier lieu arbitraire, et introduisant par son moyen dans l'équation proposée une seconde indéterminée, on n'eût deux lieux dont l'intersection devoit donner les racines demandées. Mais cela n'arrive pas toujours ; au contraire, il y a des cas où les lieux trouvés de cette manière ne se couperont point, et où il arrivera divers autres inconvéniens que M. Rolle parcourt dans son Mémoire. Ces défauts néanmoins ne doivent pas être imputés à la méthode, mais seulement à l'application mal-adroite de l'analyste. S'il choisit pour le premier lieu une courbe dont la plus grande ordonnée soit moindre que la moindre des racines de l'équation à construire, ou qu'y ayant des racines négatives, il prenne une courbe qui n'a que des ordonnées positives, faut il s'étonner que la méthode manque, et qu'elle soit sujette aux inconvéniens que lui reproche Rolle. Il y a donc des attentions à faire dans le choix du premier lieu, et même dans l'examen du second qui en provient. Mais si l'on suit le procédé de Sluse, tel que le développe son auteur, ou M. Wolf qui l'a exactement exposé, on n'aura rien à craindre des inconvéniens dont nous avons parlé, parce que les premiers lieux de la combinaison desquels proviennent tous les autres sont déduits de l'équation même à construire, et ne peuvent pas ne pas contenir les racines de cette équation. On peut voir sur cela un mémoire de M. de la Hire, inséré parmi ceux de l'académie, de 1710 ; l'introduction *à la Théorie des lignes courbes* de M Cramer, chap. IV ; enfin, les remarques de M. Herman sur l'écrit de M. Rolle, dans les *Miscellanea Berolinensia*, tom. III.

Pour mettre fin à cet article, nous passons rapidement sur diverses inventions ou écrits concernant la construction des équations. De ce nombre est la Méthode générale que Thomas Baker publia en 1684 (1), par laquelle il enseigne à construire toutes les équations cubiques et biquadratiques, sans aucune préparation, par un cercle et une parabole ; c'est une invention fort élégante et ingénieuse. J'ai lu quelque part que Baker, qui étoit du reste un honnête ecclésiastique, recteur de la paroisse de Bishop-Nympton, dans le Devonshire, écrivit cet ouvrage étant prisonnier pour dettes à Neugate ; cela fit dire

(1) *Mém. de l'acad.* 1708, 1709.

(2) *The geometrical key, or a gate of aequations unlocked, &c.* ou *Clavis geometrica catholica, seu janua aequationum reserata, &c. Lond.*, 1684, *in-4°.*

à un mauvais plaisant, qu'il eut mieux valu pour lui avoir la clef de Neugate, que celle des équations.

Halley a ensuite montré (1) comment on peut construire une équation proposée par le moyen d'un cercle combiné avec une parabole donnée. On peut de même se servir de telle des sections coniques qu'on voudra, donnée d'espèce et de grandeur, pour construire une équation solide assignée.

M. Neuton construit toutes les équations solides (2) d'une manière très-élégante, en montrant qu'elles se réduisent à introduire dans un angle donné une ligne droite de grandeur déterminée, qui converge vers un point donné; ce qui est la manière dont l'ancien géomètre Nicomède avoit construit le problême des deux moyennes proportionnelles.

Enfin M. Jacques Bernoulli a donné une construction ingénieuse, ou une approximation géométrique et continuelle des équations solides par la règle et le compas. Elle peut être utile pour déterminer dans les approximations numériques, la racine de l'équation jusqu'à un certain degré d'exactitude; ce qui est important pour arriver promptement à une valeur fort approchée. On peut aussi voir sur ce sujet quelques morceaux de M. Jean Bernoulli, qui dévoile les principes de cette approximation.

X I.

Nous nous proposions de traiter dans cet article de la théorie des équations purement algébriques, comme nous l'avons fait dans la première édition de cet ouvrage; mais le volume auquel l'histoire de ces deux parties des mathématiques s'est déjà accru, nous a engagés à renvoyer ce sujet à la cinquième partie, où l'on trouvera plusieurs articles sur cette intéressante théorie. Nous destinerons celui ci à faire connoître divers mathématiciens du même siècle, qui par leurs écrits ont contribué à répandre les connoissances analytiques.

On doit ranger parmi les principaux promoteurs de la nouvelle analyse, François Schooten, géomètre hollandois, auquel on doit le savant commentaire sur la *géométrie* de Descartes, publié d'abord en 1649, et de nouveau en 1659, avec un grand nombre d'additions; nous nous en sommes suffisamment occupés. On a du même Schooten divers autres ouvrages, comme ses *Exercitationes geometricae*, en cinq livres, qui contiennent des applications utiles et instructives à diverses parties de la

(1) *Philos. transactions*, 1687, n°. 188.

(2) *Arithm. universalis. Appendix de aequat. constructione.*

géométrie, spécialement à la détermination des lieux plans, à la construction organique des sections coniques, et à divers problêmes, dont quelques-uns sont assez curieux et difficiles.

Gérard Kinckhuysen cultiva aussi en Hollande avec succès la géométrie et l'analyse cartesienne; il fut même avec Schooten un des premiers promoteurs de cette analyse. On a de lui divers ouvrages (1), dont le premier est un traité analytique des sections coniques, le second un traité d'algèbre, dont, pour donner une idée, il suffit de dire que, ayant été traduit en anglois, Newton avoit eu quelque dessein de l'accompagner de ses notes; le troisième est une application de l'analyse algébrique à la résolution de divers problêmes, dont plusieurs roulent sur la théorie des courbes et les lieux géométriques. Ces trois ouvrages réunis pourroient, à certains égards, être comparés à l'*Arithmetica universalis*, de Newton.

Jacob Ferguson fut auteur d'un ouvrage intitulé : *Labyrinthus algebrae* (2) (en hollandois), dans lequel il traite fort au long de la préparation et résolution des équations. Une partie considérable roule aussi sur la nature, la décomposition et la sommation des nombres figurés, à l'occasion desquels il résoud plusieurs problêmes assez singuliers et d'une grande complication, qui avoient été proposés par forme de défi aux analystes par un certain Tjado Focken.

A ces géomètres et analystes nous joindrons Abraham de Graaf, dont on a un cours de mathématiques assez complet en hollandois (3). J'ai lu quelque part que son algèbre et sa géométrie étoient de fort bons ouvrages pour son temps.

Il me seroit même facile de citer encore nombre d'analystes hollandois ou belges. Il me suffira d'observer ici que la langue hollandoise ou flamande est beaucoup plus féconde en livres mathématiques, qu'on ne le croit communément. Mais comme cette langue est peu connue partout ailleurs que dans les lieux où elle se parle, peu de ces ouvrages ont franchi les limites des Provinces-Unies et de la Belgique (4).

(1) *De grondt der Meet-Konst*, &c. ou *Principes de la géométrie Harlem*, 1660, in-4°. — *Algebra ofte Stel-Konst*, &c. *L'Algèbre. Ibid.* 1661, in-4°. — *Geometria ofte Meet-Konst*, &c. ou l'*Art de mesurer*, &c. *Ibid.* 1663.

(2) *La Haye*, 1667, *in-4°*.

(3) *Het geheele mathesis*, &c. ou la *Math. complète en XIII parties. Amsterd.* 1679, *in 4°*.

(4) Il est surprenant de voir combien la *Bibliotheca Belgica*, de Valère-André, même avec les additions de son continuateur, est imparfaite à cet égard. On n'y trouve aucun de ces mathématiciens, ni quantité d'autres que je pourrois citer, et qui ont écrit sur toutes les parties des mathématiques. Il suffiroit à ces bibliographes de parcourir quelques bibliothèques, comme celles de Leyde, de Louvain, pour y trouver nombre d'ouvrages et d'auteurs dont il entroit dans leur plan de parler.

En Danemarck, Erasme Bartholni fut un des principaux promoteurs de la nouvelle géométrie. Il voyagea en France, et s'aboucha pour cet objet avec M. de Beaune, dont il obtint plusieurs manuscrits qu'il communiqua à Schooten, pour en enrichir la seconde édition de son Commentaire sur la géométrie de Descartes. Il avoit aussi publié divers opuscules sous les titres suivans : *Determinationes aequationum ; Selecta geometrica ; De problematibus geometricis per algebram solvendis Dissertationes VIII* ; mais la plupart de ces écrits, imprimés à Copenhague, n'ont pas pénétré jusqu'ici.

Parmi les algébristes allemands de ce temps, on distingue Henri Rahn, auteur d'une algèbre dont le titre annonce la solution de questions fort difficiles ; titre qu'il remplissoit apparemment, puisqu'il fut traduit en anglois ; Jean Faulhaber, dont nous avons raconté l'aventure avec Descartes, alors encore fort jeune, et servant dans l'armée du prince d'Orange ; Sébastien Kurtz, auteur d'une *Philosophie mathematica*, où l'algèbre tient un principal rang ; Thomas Branker, auteur d'une *Introduction à l'algèbre* (1), traduite en anglois et augmentée par le docteur Pell, qui étoit un habile analyste, et fut un des premiers membres de la société royale de Londres ; Jean Hemeling, auteur d'un ouvrage où il résolvoit algébriquement cent six questions, qu'il dit avoir été tenues pour insolubles par les plus grands mathématiciens (2). Je n'ai pas été à portée de vérifier si ces questions étoient en effet d'une si grande difficulté.

En Angleterre, Jean Kersey se fit, vers 1675, une sorte de nom par son grand Traité d'algèbre, dont la première partie parut en 1673, et la seconde en 1674 (3). Cette science y est traitée avec une étendue peu commune. Jean Raphson, dans son *Analysis aequationum universalis* (4), s'attacha à donner des formules approximatives de résolution des équations de tous les degrés, au moins jusqu'au 10 ; on en parlera ailleurs plus au long. Nous avons déjà fait connoître d'autres analystes anglois de cette période, comme Backer, Halley, Wallis, &c.

L'Italie dans le même temps ne manquoit pas d'algébristes. Un des principaux fut Renaldini, noble d'Ancône, et professeur de mathématiques à Padoue. On a de lui de nombreux et

(1) *Einleitung zur algebra*, &c.

(2) *Eine hundert und sechs Kunstliche questionen*, &c. ; c'est-à-dire cent six questions subtiles, &c. *Fr. et Leips.* 1634.

(3) *Elements of that mathematical art, called algebra*, &c. *Lond.* 1673, 1674, *in-fol.* 2 vol.

(4) *Lond. édit* 2e. 1697, *in*-4°. *It.* 1702.

volumineux ouvrages (1) ; mais comme il s'en tint toujours à la forme de l'algèbre de Viète, déjà surannée dans la plus grande partie de l'Europe, ces ouvrages sont aujourd'hui comme non avenus. C'est aussi le défaut de ceux de Pierre Mengoli, professeur de mathématiques à Bologne, auteur de divers ouvrages analytiques et géométriques (2) où il traite des progressions, des quadratures, des logarithmes, &c. On voit par ces différens ouvrages que la nouvelle analyse algébrique, quoique déjà répandue en France, en Angleterre et en Allemagne, ne pénétra que tard en Italie, où l'on en trouve à peine des traces jusqu'au commencement de ce siècle. J'en excepte néanmoins Hiacynto Christoforo, napolitain (3), auteur d'un traité sur la construction géométrique des équations indéterminées du second ordre. On y trouve, à ce que j'ai lu quelque part, cette matière savamment développée.

L'Espagne a eu vers la fin du même siècle un analyste géomètre, dont Neuton faisoit cas et louoit le dessein ; c'est Hugo de Omerique. Son objet, dans l'ouvrage qu'il publia (4), étoit d'allier l'analyse algébrique moderne avec celle des anciens ; et en effet il déduit par ce moyen des solutions élégantes et simples d'un grand nombre de problèmes qu'il traite. Il promettoit une suite sur des problèmes d'une nature supérieure ; mais elle n'a pas vu le jour.

J'ai assez parlé de divers analystes françois qui ont figuré dans cette partie de mon ouvrage, pour n'en rien dire de plus ici. En voici maintenant quelques autres qui réclament ici une place. De ce nombre est le P. Prestet, auteur d'un grand traité d'algèbre qui parut pour la première fois en 1675, et fort augmenté en 1689 (5). C'est en effet un ouvrage très-estimable, et où l'algèbre pure est traitée dans le plus grand détail ; on pourroit même à cet égard l'accuser de trop de prolixité.

M. Rolle publia vers la fin du siècle (6) un nouveau traité

(1) *Opus mathematicum. Bon* 1667, *in* 4°. — *Ars analytica mathematum in tres partes distributa*, &c. *Bon et Pat* 1662, 67, 82. *in-fol.*

(2) *Geom. speciosae elementa in VI partes distributa*, &c *Bon* 1659, *in* 4°.

(3) *Hyac Christophori, de construct. aequationum*, &c. *Neap.* 1699, *in*-4°.

(4) *Analysis geometrica seu vera methodus resolvendi tam probl. geom. quam arithm. questiones. Pars. I. de planis*, &c *Gadibus*, 1698. *in* 4°.

(5) *Elémens des mathématiques*, ou *Principes généraux de toutes les sciences qui ont les grandeurs pour objet. Paris*, 1675, *in*-4°. 1 vol. *Ibid.* 1689, *in* 4°. 2 vol.

(6) *Traité d'algèbre*, ou *Principes généraux pour résoudre les questions de math. Paris*, 1690, *in*-4°. — *Dem. d'une méthode pour résoudre les égalités de tous les degrés, suivie d'une autre méthode pour résoudre plusieurs questions de Diophante qui n'ont point encore été résolues. Paris*, 1692, *in*-12. — *Traité des effections, géom. Paris*, 1691, *in*-12.

d'algèbre et divers autres écrits analytiques, dans lesquels il présenta aux analystes quelques nouvelles méthodes. Telle est en particulier celle qu'il appelle *des Cascades*, parce que l'équation proposée à résoudre y est successivement abaissée de degré en degré. Cette méthode a de l'analogie avec une donnée par Newton dans son *Arithmetica universalis*; mais elle ne conduit pas aussi loin que le pensoit son auteur. Cet ouvrage, qui a sans doute de bonnes choses, est tombé dans l'oubli, parce que Rolle a toujours affecté un langage et une notation qui lui sont propres, et que d'ailleurs la clarté ne fut jamais son mérite. Il étoit spécialement habile dans l'analyse des problêmes du genre de ceux de Diophante, objet sur lequel il donna aussi en 1699 un ouvrage particulier (1).

Ce fut aussi le principal mérite de M. Ozanam. Il publia en 1702 un traité d'algèbre (2), dont Leibnitz parle avantageusement dans son *Commercium epistolicum* avec Bernoulli, à cause de quelques méthodes algébriques utiles dans la reduction des quantités irrationnelles. Il y résoud d'ailleurs un grand nombre de questions de l'analyse indéterminée, et sur les triangles rectangles en nombres. Il servit utilement les mathématiques, par son *Traité des lignes du premier genre (ou du premier et second degrés), expliquées par une méthode nouvelle* (3). S'il eût suivi cette carrière, il se seroit fait une reputation plus solide que par son Cours, ses Récréations et son Dictionnaire mathématiques; mais il lui falloit vivre, et pour cela travailler à des ouvrages plus élémentaires et d'un débit plus courant.

Cette habileté particulière dans l'analyse de Diophante fut encore le mérite d'un jésuite nommé le P. de Billy. On a de lui divers ouvrages sur cette analyse (4), où il resoud des problêmes de ce genre d'une très grande difficulté.

Nous ne pouvons omettre ici M. de Lagny, dont toutes les vues, pendant une longue vie, furent tournées vers l'avancement du calcul analytique. Il fut auteur d'un grand nombre d'ouvrages en ce genre, comme une *Méthode générale et abrégée pour l'extraction des racines quarrées, cubiques, &c.* (*Paris*, 1691, *in-4°.*), qui a beaucoup d'analogie avec une semblable de M. Halley, *De nouveaux élémens d'arithmétique et d'algèbre* (*Paris*, 1697, *in-12*), où il y a plusieurs méthodes nouvelles, surtout pour la résolution des problêmes indéterminés,

(1) *Méthode pour résoudre les questions indéterminées de l'algèbre, &c. Paris*, 1699, *in-4°.*

(2) *Nouveaux élémens d'algèbre, &c. Amst.* 1702, *in-8°.* 2 vol.

(3) *Paris*, 1687, *in 8°. It.* 1694, *in 8°.*

(4) *Diophantus redivivus, &c. — Diophanti geometria promota, &c. — Petri Fermat inventum analyticum novum.* Int. opp. Ferm.

genre

genre d'analyse qu'il possédoit spécialement ; mais c'est surtout de l'analyse et de la résolution générale des équations qu'il s'occupa. On a de lui sur ce sujet un grand nombre de mémoires parmi ceux de l'académie des sciences, et un traité particulier *sur la résolution générale des équations* (*Paris*, 1734, *in*-4°.), qui fait suite à ces mémoires. On parlera ailleurs de ces méthodes.

M. de la Hire servit utilement les mathématiques dès la fin du siècle dont nous parlons, par divers ouvrages et divers mémoires relatifs à l'analyse des lignes courbes, et à la construction des équations supérieures (1) ; mais son travail à cet égard le cède en tout point à celui de M. de l'Hôpital (2), ouvrage posthume de ce savant géomètre, et qui a long-temps été réputé comme classique en ce genre.

Quoique je dûsse me borner ici aux ouvrages analytiques du dix septième siècle, je crois cependant pouvoir en dépasser un peu les bornes pour parler de quelques-uns de ces ouvrages des premières années de ce siècle, dont les auteurs peuvent être regardés comme du siècle précédent, y ayant fourni la plus grande partie de leur carrière. Je l'ai déjà fait à l'égard de quelques-uns. J'y joindrai ici l'ouvrage très-estimable de M. Guinée (3), contenant plus de développement de la théorie des courbes algébriques et de la construction de leurs équations, que celui de M. de l'Hôpital. On a fait cas aussi vers le commencement de ce siècle de deux ouvrages du P. Reyneau de l'Oratoire, savoir son *Analyse démontrée*, ou *Méthode de résoudre les problèmes de mathématiques*, &c. (*Paris*, 1708, *in* 4°.), et la *Science du calcul des grandeurs en général*, ou les *Elémens des mathématiques* (*Ibid.* 1714, *in* 4°.), réimprimés ensemble avec beaucoup d'additions, sous le titre de *Usage de l'analyse*, ou *Méthode de résoudre les problêmes des mathématiques*. &c. (*Paris*, 1736, 38, *in* 4°. 2 vol.) ; mais ces ouvrages, bons à certains égards pour leur temps, pêchent par trop de prolixité. J'ai connu un homme doué d'un fort bon esprit, que ce défaut et le nombre d'exemples abstraits et sans application avoient rebuté de l'étude des mathématiques.

Mais il est surtout un livre dont il doit être ici fait mention : c'est l'*Arithmétique universelle* de Neuton (4). Il suffit de

(1) *Nouveaux Elémens des sections coniques avec les lieux géométriques, &c. Paris*, 1679, *in*-4°.

(2) *Traité analytique des sections coniques et de leur usage, &c. Paris*, 1707, *in*-4°. *It* 1720.

(3) *Application de l'algèbre à la géométrie, &c. Paris*, 1705, 1733, 1753, *in* 4°.

(4) *Arithmetica universalis seu de resolutione et compositione mathematica. Lond.* 1707, *in* 8°. *Ibid.* 1722, *in*-8°. *Lugd. Bat.* 1732, *in*-4°.

nommer son auteur, pour en donner l'idée qu'il mérite. Ce sont les leçons que Neuton donnoit à Cambridge, lursqu'il y occupoit une chaire de mathématiques. Mais cet ouvrage suppose qu'on soit déjà plus qu'initié dans l'algèbre, et même il s'y trouve divers endroits de nature à ne pouvoir être entendus que par des personnes déjà consummées dans l'analyse. Cela a engagé divers géomètres à le commenter partiellement ou généralement. Et d'abord M. S'Gravesande en éclarcit quelques endroits dans ses *Math. universalis elementa, quibus accedunt specimina commentarii in arithm. universalem Neutoni* (*Lugd. Bat.* 1727, *in*-8°.). MM. Maclaurin et Campbel ont eu un objet semblable dans les *Trans. phil.* de 1726, 1728 et 1729. Ces différens morceaux ont été insérés comme supplément dans l'édition de l'*Arithm. univers.*, donnée à Leyde en 1732, par M. S'Gravesande.

On ne peut regarder que comme un commentaire fort incomplet de l'*Arithm. universelle*, celui du P. Lecchi, jésuite (1), car il ne touche qu'à la partie la plus facile de l'algèbre contenue dans cet ouvrage, et laisse intactes les parties les plus difficiles. Il étoit en quelque sorte réservé au savant M. Castilhon, de l'académie de Berlin, de remplir complettement cette tâche, ce qu'il a fait en 1761 (2). On ne peut rien ajouter à ce travail, qui a réuni les suffrages, et des savans, et de ceux qui cherchent à s'instruire.

Malgré les limites que nous nous sommes prescrites, nous ne pouvons nous dispenser de parler encore ici de quelques ouvrages du même genre; tel est celui du célèbre aveugle Saunderson (3), traduit en françois, avec des remarques par M. de Joncourt; tel est aussi le Traité d'Algèbre de M. Maclaurin (4), traduit de même en françois par M. le Cozic.

Les *Elémens d'Algèbre* de M. Clairaut (5) méritent encore ici une mention particulière, tant par leur profondeur que par la méthode qui y règne, méthode par laquelle, à l'instar de ce qu'il fait dans ses *Elémens de géométrie*, il conduit en quelque sorte ses lecteurs à l'invention de l'algèbre; aussi cet ouvrage a-t-il été traduit dans presque toutes les langues de l'Europe.

(1) *Arithmet. univers.*, *&c. Perpetuis commentariis aucta et illustrata*, *&c. Medial.* 1752, *in*-8°. 3 vol.

(2) *Arith. universalis*, *&c. Cum commentariis Joan Castilionei, prof. math. ultrojectini. Amstel.* 1761, *in* 4°. 2 vol.

(3) *The Elements of algebra in ten books*, *&c. Lond.* 1740, *in*-4°. 2 vol. *It. en françois. Amst.*, *Leips. et Paris*, 1756, *in*-4°. 2 vol.

(4) *A treatise of algebra in three parts*, *&c Lond.* 174.... *in*-8°. *It.* 1756, *in* 8°. *It en françois. Paris*, 1753, *in*-4°.

(5) *Elémens d'algèbre*, *par M. Clairaut, de l'académie royale des sciences*, *&c. Paris*, 1746, *in*-8°.

On vient d'en donner une nouvelle édition (1) ; et comme depuis l'époque de la première, l'algèbre s'est accrue de plusieurs théories et méthodes nouvelles, on trouve dans celle que nous indiquons des notes et des additions dont l'objet est de les faire connoître ; ce qui fait de cet ouvrage un système d'instruction sur l'algèbre pure, le plus complet que je connoisse.

Je dois encore citer ici avec éloge les *Institutions analytiques* (2) de mademoiselle Maria Gaetana Agnesi, ouvrage que quelque mathématicienne françoise (car il en est aussi chez nous) auroit dû traduire en notre langue. On ne voit pas sans étonnement une personne d'un sexe si peu fait pour braver les épines des sciences, pénétrer aussi profondément dans toutes les parties de l'analyse, soit ordinaire, soit transcendante. Sans blâmer les motifs apparemment sublimes qui ont engagé mademoiselle Agnesi à s'ensevelir dans la retraite d'un cloître, on doit regretter qu'elle ait ainsi privé le monde savant des lumières qu'elle auroit pu encore y répandre, non-seulement par ses connoissances mathématiques, mais par nombre d'autres qu'elle y réunissoit.

Ceux qui possèdent les *Elementa matheseas universae*, de M. Wolf, sont à portée d'y puiser une instruction fort avancée dans l'analyse, de sorte qu'ils peuvent passer à la lecture des livres les plus difficiles.

Dans cette recension, pourrions-nous oublier les *Elémens d'algèbre* de M. Léonard Euler, mis au jour pour la première fois en allemand à Pétersbourg, en 1770 ; traduits en françois par M. Jean Bernoulli, et augmentés d'une partie considérable, relative à l'analyse des problêmes indéterminés, qui est l'ouvrage de M. de la Grange (3). Ces trois noms célèbres nous dispensent de faire l'éloge de ce livre, dont le second volume mériteroit plutôt le titre de *Traité de l'analyse indéterminée*, que d'*Elémens d'algèbre*.

Nous aurions pu sans doute citer encore ici plusieurs autres ouvrages qui méritent à divers égards des éloges ; mais il a fallu nous restreindre à ce nombre, pour ne pas dépasser les limites qui nous circonscrivent.

(1) *Elémens d'algèbre, par Clairaut; cinquième édit avec des notes et des additions, tirées en partie des leçons données à l'école normale, par la Grange et la Place, précédé d'un Traité élémentaire d'arithmétique. Paris* (*Duprat*), 1797, *in-8°.* 2 vol.

(2) *Istituzioni analytiche ad uso della gioventù Italiana*, &c *Milano*, 1748, *in-4°.* 2 vol.

(3) *Elémens d'algèbre de M. Léonard Euler. Lyon*, 1774, *in-8°.*, 2 vol.

Fin du second Livre de la quatrième Partie.

NOTES

DU

SECOND LIVRE.

NOTE *A*.

Nous avons promis quelques exemples de l'utilité des équations algébriques pour reconnoître facilement la forme et les propriétés des courbes ; nous allons en conséquence entrer ici dans plus de détails que nous ne pouvions le faire dans le cours de notre narration. Commençons d'abord par un exemple des plus simples. Ce sera une équation du second degré, telle que $ax + xx = yy$ (y exprime l'ordonnée, et x l'abscisse), et l'on demande la forme de la courbe exprimée par cette équation.

Pour cet effet, il faut d'abord reconnoître les points où elle coupe son axe. On y parviendra en supposant $y = 0$; car où la courbe coupe son axe, l'ordonnée est nulle. On aura donc $ax + xx = 0$. Or pour cela il faut que x soit ou zéro, ou a ; ce qui montre déjà que si l'on prend une indéfinie AE (*fig.* 35) pour axe, et A pour l'origine des abscisses, comptées positivement de A vers E, la courbe passe non-seulement par A, mais encore par le point B, qui en est éloigné en sens contraire de la quantité $AB = a$.

Qu'on fasse maintenant x si petit ou si grand qu'on voudra, mais toujours positif, la valeur de y sera réelle ; car x étant positif, $\sqrt{ax + xx}$ est toujours possible, parce que $ax + xx$ est toujours positif. Cette valeur donnera donc l'ordonnée FD. Mais cette équation $yy = \sqrt{ax + xx}$ donne également $y = \sqrt{ax + xx}$, ou $-y = \sqrt{ax + xx}$; ou si l'on veut, $y = \pm\sqrt{ax + xx}$; car la racine de yy est indifféremment $+$ ou $-y$. Il y a donc une ordonnée Ep, prise négativement, c'est-à-dire au-dessous de l'axe, et égale à celle prise en dessus. La courbe aura donc de ce côté deux branches égales et semblables autour de l'axe AE, et qui s'étendent à l'infini, en s'éloignant l'une de l'autre. Car quelque grandeur qu'on suppose à x positif, $\sqrt{ax + xx}$ a une valeur, et une valeur d'autant plus grande, que x est plus grand.

Mais qu'on fasse x négatif et moindre que a, la valeur de $\sqrt{ax + xx}$ sera alors impossible ou imaginaire, parce que $ax + xx$ sera alors négatif ; il n'y aura donc point d'ordonnée, et conséquemment de partie de courbe qui réponde à toute l'étendue $AB = a$. Mais lorsque x pris négativement excédera tant soit peu a, alors $ax + xx$ cessera d'être négatif, et $\sqrt{ax + xx}$ sera réelle. Ainsi, il y aura des ordonnées, soit au-dessus, soit au-dessous de l'axe, dans toute l'étendue de B vers L, à l'infini. On démontrera facilement encore que ces deux portions de courbes sont égales et semblables. Ainsi, en supposant qu'on ignorât que cette équation est celle de l'hyperbole rapportée à son axe transverse,

on apprendroit que la courbe qu'elle exprime est composée de deux portions infinies et égales qui se présentent leur convexité et fuyent en sens contraire.

Nous prendrons pour second exemple l'équation $ax^2 - x^3 = y^3$, qui est celle d'une courbe dans laquelle AB étant $= a$, et AE l'abscisse $= x$ (*fig.* 36) le quarré de l'abscisse AE par le restant BE seroit égal au cube de l'ordonnée y ; ce qui a de l'analogie avec l'équation du cercle où le rectangle de l'abscisse par le restant du diamètre est égal au quarré de l'ordonnée. Mais les formes de ces courbes sont prodigieusement différentes ; en effet, on voit d'abord que, supposant $y = 0$, on trouve $ax^2 - x^3 = 0$, c'est-à-dire $x = 0$, ou bien $= a$; la courbe passe donc par A et par B. De plus, tant que x sera positif et moindre que a, la valeur de $\sqrt[3]{ax^2 - x^3}$ sera positive, réelle et unique ; car $ax^2 - x^3$ est positif dans ce cas : donc y sera positif. Or la racine cube de y^3 ne peut être que $+y$ (il est bien vrai qu'il y a deux autres racines de y^3, mais elles sont imaginaires) ; d'où l'on doit conclure que cette courbe passe uniquement au-dessus de cette partie de son axe AB, mais non au-dessous. Continuons à faire x positif et plus grand que a ; par exemple $= 2a$; alors $\sqrt[3]{ax^2 - x^3}$ devient $\sqrt[3]{4a^3 - 8a^3}$, ou $-a\sqrt[3]{4}$ La valeur de y est donc alors négative, et par conséquent les ordonnées doivent être prises en dessous de l'axe, comme on voit dans la figure.

Mais si l'on fait x négatif, quelle que soit la grandeur de x, on trouvera toujours $\sqrt[3]{ax^2 - x^3}$ positive ; ainsi la courbe a une branche Aπ au-dessus de son axe, et s'étendant comme la première à l'infini. Telle est donc la forme de la courbe dont on vient d'analyser l'équation.

On montre par un moyen semblable que la parabole cubique, dont l'équation est $a^2x = y^3$, n'est point formée comme la parabole ordinaire, mais que l'une de ces branches est au-dessus de l'axe, tandis que l'autre est au-dessous, et allant en sens contraire, comme montre la figure 37.

Au contraire, la parabole dont l'équation est $ax^2 = y^3$ a ses deux branches au-dessus de son axe, mais en sens contraire, et aucune au-dessous (Voyez *fig.* 38).

Je prends pour dernier exemple l'équation $xxy + aby - a^2x = 0$, en laissant au lecteur le soin de la développer et de l'analyser d'après les principes exposés ci-dessus. Il trouvera que la courbe qu'elle représente est formée de deux branches qui coupent l'axe à la naissance des abscisses x, et qui après s'en être un peu écartées, l'une en dessus, l'autre en dessous, s'en rapprochent, et ont leur axe même pour asymptote. Ce dernier symptôme se découvre en faisant dans cette équation x égale à l'infini ; car alors y devient $= 0$, et conséquemment la courbe se rapproche de l'axe en dessus du côté positif, et en dessous du côté négatif, de manière à le rencontrer dans l'infini ; ce qui est le propre de l'asymptote. Cette courbe, dont on voit la forme dans la figure 39, est celle que Neuton appelle *Anguinea*, et est l'une des soixante-douze espèces de courbes du troisième ordre, dont ce grand géomètre a donné l'énumération. On verra plus de détails sur ce sujet dans la cinquième partie de cet ouvrage, dont la théorie des courbes algébriques formera un article fort étendu.

NOTE *B*.

Voici en faveur des géomètres quelques détails de plus sur cette méthode de Descartes. Il faut commencer par faire voir de quelle manière on peut déterminer l'intersection ou les intersections de deux courbes. Nous prendrons ici pour

exemple une parabole ABb, et un cercle (*fig.* 45). Que AC soit $= a$, $AD = x$ le rayon $CB = r$, CD sera donc $= a - x$. Maintenant puisque l'ordonnée BD appartient au cercle, il s'ensuit que $y^2 = r^2 - CD^2 = r^2 - \overline{a - x}^2 = r^2 - a^2 + 2ax - x^2$; mais cette même ordonnée appartient encore à la parabole dont le paramètre $= p$; on aura donc $y^2 = px$, et conséquemment $r^2 - a^2 + 2ax - xx = px$. Arrangeons tous les termes d'un côté selon les puissances de x, nous aurons $x^2 - \overline{p - 2a} \times x + a^2 - r^2 = 0$, équation qui étant du second degré, aura deux racines ou deux valeurs de x; car nous aurions trouvé la même chose en cherchant l'autre intersection b. Il est d'ailleurs aisé de sentir que suivant le rapport des grandeurs a, p, r, ces intersections varieront et seront plus ou moins rapprochées, et que ces quantités peuvent être telles, que les deux intersections coïncident, en sorte que le cercle touchera la courbe en dedans, et la tangente au cercle sera commune aux deux courbes.

Pour trouver donc ce rapport, Descartes forme une équation fictice du second degré, dont les racines soient nécessairement égales; telle est celle-ci $x^2 - 2ex + ee$, qui est le produit de $\overline{x - e} \times \overline{x - e} = 0$; et il la compare terme à terme avec la précédente; cela lui donne $p - 2a = 2e$, ou $2a - p = 2e = 2x$, puisque $x - e = 0$; d'où l'on tire (au moyen de quelques substitutions qui font évanouir r) $a - x$, ou $CD = \frac{1}{2}p$, ce qui montre que dans la parabole, la sous-perpendiculaire ou sous-normale est égale au demi-paramètre, et l'on démontre ensuite avec facilité que la soutangente est double de l'abscisse. Dans d'autres courbes, les opérations seront plus laborieuses; mais on parviendra toujours par ce moyen à l'expression de la sous-perpendiculaire, d'où suit celle de la soutangente.

NOTE *C*.

Nous croyons devoir encore éclaircir par quelques exemples le procédé de cette règle.

Pour cet effet, nous prendrons l'équation au cercle qui, en faisant le rayon $= a$, l'abscisse x et l'ordonnée y, est $2ax - xx = yy$, et nous supposons qu'on ignorât quelle est la position de la plus grande ordonnée, il faut à la place de x substituer dans l'équation, $x + e$, ce qui donne celle-ci $2ax + 2ae - xx - 2xe - ee = 2ax - xx$; en ôtant les termes communs, il reste $2ae - 2xe - ee = 0$. Supprimons encore ee, puisqu'il s'anéantit au moment où $x + e$ devient x, on aura $2ae - 2xe = 0$, ou $2ae = 2xe$, ou $x = a$: ce qu'on sait déja; savoir que l'abscisse à laquelle répond la plus grande ordonnée, est égale au rayon; car cette ordonnée est celle qui répond au centre.

Mais supposons qu'on demandât la plus grande ordonnée dans la courbe dont l'équation est $y^3 = ax^2 - x^3$ (cette courbe est celle de la figure 36), ou ce qui est la même chose, qu'on demandât quel est le plus grand produit d'un des segmens d'une ligne par le quarré de l'autre (car on parviendroit en cherchant à résoudre ce problême, à la même équation); nous aurons dans ce cas, suivant le procédé de la règle, $ax^2 - x^3 = ax - x^3 - 2axe + aee + 2axe - 3ex^2 - 3eex - e^3$. Otons-en les termes communs, ensuite supprimons encore les termes où e se trouve au quarré ou au cube; car ils sont infiniment petits, eu égard aux autres; il restera $2ae = 3xe$, $x = \frac{2}{3}a$, et l'on voit par là que le plus grand produit demandé est celui qui se fait du quarré des deux tiers de la ligne, par l'autre tiers.

Si l'on demandoit, un nombre a étant donné, quel est le plus grand produit d'une partie de ce nombre par le cube de l'autre, on trouveroit de même que ce seroit celui du cube des trois quarts de la ligne par le restant.

Dans la courbe *Anguinée*, dont nous avons donné la forme dans la figure 39,

et dont l'équation est $xxy + aby - a^2x = 0$, on trouvera pour l'abscisse à laquelle répond la plus grande ordonnée, $x = \pm \sqrt{ab}$, ce qui fait voir qu'à une distance en avant et en arrière de l'origine, égale à $\sqrt{ab}$, répond cette plus grande ordonnée, laquelle, en mettant $\sqrt{ab}$, au lieu de x, se trouve $\frac{a}{b}\sqrt{ab}$ du côté positif, et $-\frac{a}{b}\sqrt{ab}$ du côté négatif.

NOTE *D*.

Voici un exemple de cette méthode, appliquée à l'hyperbole équilatère (*fig.* 53 *bis.*); que le demi-diamètre transverse soit a, l'abscisse $AC = x$, $CD = z$, BC se trouve, par l'équation de la courbe, être $= \sqrt{2ax + xx}$; et si Ac est $= x - e$, on aura $Cb = \sqrt{2ax - 2ae + xx + 2ex + ee}$; mais à cause de la similitude des triangles, on aura $BC : bc :: CD : cD$, ou $BC^2 : bc^2 :: CD^2 : cD^2$, c'est-à-dire $2ax + xx : 2ax + xx - 2ae + 2ex + ee :: z^2 : z^2 - 2ez + ee$. Multipliant ensuite les extrêmes et les moyens, rejettant ensuite les termes communs aussi-bien que ceux où se trouve ee, puisque e s'évanouir au moment où les points C et c coïncident, il restera seulement des termes affectés de e, et conséquemment qui étant divisés par e, laisseront une quantité en x et z, qui se réduira à $z = \frac{2ax + xx}{a + x}$, qui est la vraie expression de soutangente dans l'hyperbole rapportée à son axe transverse, ainsi qu'on le déduit de toute autre méthode et de ce qu'on sait par la théorie ordinaire des coniques.

NOTE *E*.

La démonstration de ce théorème est facile; car dans la figure 54, concevons une ordonnée pd infiniment proche de PD, et de même qu'au lieu de PD nous avons élevé sur l'axe la ligne PE égale à la quatrième proportionnelle à PD, AD et B, soit élevée au lieu de pd la ligne pe égale à la quatrième proportionnelle à pd, pa et B; soit enfin tirée dl parallèle à l'axe, on aura les deux triangles dlD, DPA semblables, et conséquemment dl à Dd, comme DP à DA. Or par la construction DP : DA :: B : PE; donc dl ou Pp × PE est égal à Dd par B. Ainsi le rectangle infiniment petit Pe, élément de l'aire de la courbe HFG, est égal au rectangle de la ligne constante B par l'élément de l'arc HD; ainsi l'aire HPEF est égale au rectangle de la courbe HD par la ligne constante B. Tel fut le procédé de Van-Heuraet.

Voyons maintenant la démonstration de la méthode très-analogue pour la dimension des surfaces de circonvolution que nous attribuons avec confiance à Fermat.

Qu'on ait une courbe quelconque, comme IDB (*fig.* 55, n°s. 1, 2, 3), et que l'ordonnée PD dans chacun de ses points soit prolongée de telle sorte, que PE soit égale à la normale DG au point D de la courbe. Ce point E, et tous les autres semblablement déterminés e formeront une courbe FEe, dont l'aire sera égale à la surface de l'onglet cylindrique sur le plan de la courbe, retranché par un plan incliné de 45°. et passant par l'axe IA.

Car supposant une autre ordonnée infiniment proche pd et le point e déterminé de même; qu'on tire Dl parallèle à l'axe, on aura le triangle Dld semblable au triangle DPG, et l'on aura Dl à Dd, comme PD à PE, c'est-à-dire Dl ou Pp × PE égal à Dd par PD. Or le premier de ces rectangles est l'élément de l'aire de la courbe IFE, et celui de Dd par PD ou pd est celui de la surface de l'onglet décrit ci-dessus; conséquemment l'un est égal à l'autre.

Or il est aisé de voir que la surface de cet onglet cylindrique est à la surface de circonvolution décrite par la courbe I D *d* autour de l'axe I A, comme le rayon du cercle est à sa circonférence, et conséquemment l'aire de la courbe I F E, multipliée par le rapport de la circonférence du cercle au rayon, est égale à la surface courbe décrite par la courbe I D à l'entour de l'axe I A.

Or on trouve que si la courbe I D est une parabole, F E (n°. 1) en est aussi une dont le sommet est quelque peu retiré en arrière, savoir d'une quantité égale au demi-paramètre.

Si I D est une ellipse rapportée à son grand axe (n°. 2), f E en est encore une, dont le sommet *a* est éloigné du point I d'une quantité égale au demi-paramètre de l'axe I A, en sorte que l'aire I F E P est un segment d'ellipse tronqué.

Mais si la courbe I D est une ellipse rapportée à son petit axe, la courbe F E est une hyperbole rapportée à son axe conjugué, en sorte que l'espace I F E P est un segment d'hyperbole.

D'où résulte, pour abréger, que la mesure de la surface du conoïde parabolique droit dépend de la quadrature de la parabole qui est donnée, et du rapport de la circonférence au rayon, qui est censé donnée. Celle du sphéroïde elliptique tournant autour de son grand axe, de la mesure d'un segment elliptique combiné avec la même raison, et enfin celle du sphéroïde elliptique formé autour du petit axe de la quadrature de l'hyperbole.

On trouvera également que dans le cas de l'hyperbole tournant autour de l'axe transverse, la mesure de sa surface dépendra de la quadrature de l'hyperbole.

NOTE *F*.

Voici encore quelques vérités de la théorie des développées que, pour ne point trop charger notre ouvrage de détails épineux, nous avons cru devoir rejetter ici.

1°. Si d'un point de la développée B et du rayon B E on décrit un cercle, il touchera et coupera à la fois cette courbe. Cette propriété, qui doit paroître fort singulière, est néanmoins facile à démontrer. Car puisque le petit côté E *e* de la courbe décrite est l'axe d'un des secteurs infiniment petits qui ont leur sommet dans la développée, le cercle dont cet arc est partie, et la courbe A E F, auront une tangente commune au point E ; le cercle touchera donc la courbe à ce point. Mais on démontre aussi qu'il en sort d'un côté et qu'il y entre de l'autre ; d'où il suit qu'il la touche et la coupe à la fois. Car nous ferons d'abord voir facilement que le cercle sort de la courbe du côté A. En effet, il est évident que si nous tirons une autre tangente T H (*fig.* 58), le côté B T est moindre que l'arc B H et la droite T H. Or ces deux lignes prises ensemble sont égales à B E, par conséquent B T est moindre que B E ou B *e* ; le cercle passe donc au-delà du point T. On démontre par un procédé semblable qu'il tombe au-dedans du côté opposé.

Cette propriété paroîtra sans doute un paradoxe à ceux qui ne connoissent que la géométrie ordinaire ; mais il n'y a qu'à considérer les courbes comme des polygones d'une infinité de côtés, pour faire disparoître tout le singulier que présentent un contact et une intersection à la fois. Il est aisé de voir, dans la figure 59, que si C D, D E, E F sont trois côtés infiniment petits d'une courbe dont A B est tangente, il peut y en avoir une autre, comme *c* D E F, qui ait avec elle le petit côté D E commun, et conséquemment la même tangente, et qui passe d'un côté entre la courbe et la tangente, et de l'autre les laisse toutes deux de même part. Rien n'empêche même qu'une courbe comme *c* D E *e* ne touche et ne coupe à la fois une ligne droite, et c'est ce qui arrive dans les points d'inflexion, comme on l'a déjà remarqué.

2°.

2°. Puisque chaque portion infiniment petite Ee d'une courbe est un arc de secteur dont le centre est sur la développée, il s'ensuit que la courbure d'une courbe à chacun de ses points est la même que celle du cercle décrit du rayon de la développée ; et comme un cercle est d'autant moins courbe que son rayon est plus grand, il s'ensuit que la courbure d'une courbe à chaque point est en raison inverse du rayon de la développée.

3°. Entre ce cercle décrit du rayon de la développée et la courbe, on ne sauroit faire passer un autre cercle : tout autre tombera, ou tout en dedans, ou tout en dehors, hors le point de contact. Il en est enfin ici de même qu'à l'égard du contact d'un cercle entre lequel et la tangente on ne sauroit mener une ligne droite. Le cercle décrit du rayon de la développée est donc celui qui touche intimement la courbe. Il y a en effet dans ce cas au moins trois points d'intersection qui coïncident, tandis que dans un contact simple il n'y en a que deux.

4° Une courbe algébrique étant donnée, on peut trouver l'équation de celle qui la décrivoit par son développement ; on pourroit employer pour cela une méthode analogue à celle de Descartes pour les tangentes. Si l'on conçoit un cercle décrit d'un rayon indéterminé et coupant la courbe en plusieurs points, et qu'on cherche par l'analyse ordinaire les abscisses qui répondent aux points d'intersection, on trouvera une équation dans laquelle il y aura trois valeurs égales lorsque ce cercle deviendra le cercle osculateur, ou son rayon celui de la développée. Il n'y aura donc qu'à comparer cette équation à une équation feinte, ayant trois valeurs égales, comme $x^3 - 3ex^2 + 3e^2x - e^3x$; et cette comparaison donnera le rapport du rayon de la développée avec l'abscisse de la courbe ; mais nous nous bornons à indiquer cette méthode, parce qu'elle est trop laborieuse. On peut toutefois en voir des exemples dans les auteurs qui ont commenté la géométrie de Descartes, entr'autres le P. Rabuel. Mais sans recourir encore au calcul differentiel, il y en a une autre assez simple et fondée sur les mêmes principes que celle de Fermat pour les tangentes.

En effet, une courbe étant donnée, (*fig.* 56), on connoît la position de chacune de ses normales EQ, FH qui répondent à des ordonnées éloignées d'une distance finie, comme e ; on peut par conséquent trouver par une analyse assez simple la distance du point b, où doivent se couper ces deux perpendiculaires, ce qui donnera la valeur de l'une des lignes Eb ou Fb. Mais supposons que la distance de ces ordonnées e diminue, et enfin s'évanouisse, le point b se rapprochera de la développée, et enfin tombera sur elle. Il faudra donc, comme dans la règle ci-dessus, supposer cette distance s'évanouir, ou supprimer de l'expression de la ligne Eb ou Fb les termes où e se trouve monter à des degrés au-dessus du premier. La valeur qu'aura dans ce cas la ligne EB sera le rayon de la développée au point E. Mais lorsqu'on connoitra la valeur analytique de EB, rien ne sera plus facile que de déterminer celles des lignes BR, AR, qui sont l'ordonnée et l'abscisse de la ligne cherchée. C'est ainsi qu'Huygens, appliquant le calcul à la développée de la parabole ordinaire, trouvoit que cette développée étoit une des paraboles cubiques, savoir celle dont l'équation est $a^2x = y^3$, x étant l'ordonnée, et y l'abscisse. On voit enfin par là qu'il y a une infinité de courbes absolument rectifiables. M. Descartes désespéroit qu'il fût possible d'en trouver une seule : quel eut été son étonnement, s'il eût été témoin de cette découverte ? Mais ce ne sont plus là aujourd'hui que des jeux de la géométrie.

Fin des Notes du second Livre de la quatrième Partie.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE TROISIÈME.

Progrès de la Mécanique jusques vers le milieu de ce siècle.

SOMMAIRE.

I. *La mécanique est cultivée et perfectionnée en plusieurs points par Stevin.* II. *Des découvertes méchaniques de Galilée. De son principe de statique. Il relève une erreur considérable d'Aristote et de l'antiquité sur la chute des corps graves. Il découvre la loi suivant laquelle cette chute s'accélère ; explication de cette théorie. Il enseigne quelle est la courbe que décrivent les corps projettés obliquement ; quels rapports de durée ont les vibrations des pendules inégaux. Il examine mathématiquement la résistance des solides à être rompus.* III. *De l'hypothèse de*

Baliani sur l'accélération des graves. Querelle de Gassendi avec le P. Casrée sur ce sujet. Conséquences absurdes qui suivent de cette hypothèse. Expériences qui prouvent celle de Galilée. IV. *Disciples de Galilée qui cultivent la mécanique. Benoît Castelli traite fort bien le mouvement des eaux courantes. Torricelli amplifie la théorie de Galilée, sur le mouvement accéléré et celui des projectiles, de quantité de vérités nouvelles. Il traite aussi le mouvement des eaux, et remarque le principe ordinaire sur la vitesse des eaux jaillissantes. Observation sur ce principe.* V. *Découverte de la pesanteur de l'air, et de la cause de la suspension du mercure dans les tubes vides d'air. Part qu'y prétend Descartes. Expériences de Pascal pour la confirmer.* VI. *De divers mécaniciens françois, et des nouvelles théories qu'ils ébauchent. De Descartes en particulier. Il enseigne d'une manière développée les lois du mouvement. Il tâche de déterminer celles du choc des corps. Critique de ces dernières. Son système sur la pesanteur et son examen.*

I.

Après les parties des mathématiques dont nous venons d'exposer le développement, la Mécanique est celle dont les principes paroissent les plus simples et les plus purement intellectuels. Cela n'est pas seulement vrai de la statique et de l'hydrostatique, dont Archimède établit les bases sur les notions pures et abstraites de l'équilibre, notions guères moins évidentes et irréfragables que celles sur lesquelles repose l'édifice de la géométrie. C'est un avantage que partagent également les autres branches de la mécanique, comme la théorie des mouvemens accélérés ou retardés, les lois du choc, les forces centrales, &c. Ajoutons à cela que les autres parties principales des mathématiques ne sont, à proprement parler, que le mouvement considéré dans certains corps de la nature. Ainsi, le mouvement de la lumière donne l'optique, celui des corps célestes constitue l'astronomie, &c. Cette considération nous a engagés à changer ici l'ordre des divisions de cet ouvrage, et à faire suivre immédiatement l'histoire de la Géométrie et de l'Analyse par celle de la Mécanique.

Les premiers des modernes qui ayent ajouté quelque chose au peu que contenoit la Mécanique ancienne, sont Guido Ubaldi et Stevin. On a déjà parlé du premier dans la partie précédente de cet ouvrage. A suivre exactement l'ordre des dates, c'eût aussi été le lieu de faire connoître les travaux du

mécanicien flamand; mais ses découvertes m'ont paru une introduction si avantageuse à la Mécanique moderne, que j'ai cru devoir différer jusqu'ici à en rendre compte; d'autant plus qu'il a vécu assez avant dans le dix-septième siècle pour être réputé lui appartenir.

Stevin, mathématicien du prince d'Orange, et ingénieur des digues de Hollande, déploya principalement son génie dans la Mécanique. Il alla bien plus loin que Ubaldi, dans l'ouvrage qu'il publia en 1585, et il enrichit la statique et l'hydrostatique d'un grand nombre de vérités nouvelles. Il nous paroît d'abord le premier qui ait reconnu la vraie proportion de la puissance au poids dans le plan incliné, proportion que les anciens avoient manquée, aussi bien que Guido Ubaldi qui n'avoit fait en cela que les suivre. Stevin détermine très-bien cette proportion dans tous les cas différens, et quelle que soit la direction de la puissance; il ne se borne même pas à rendre raison des effets des machines simples. Il traite dans cet ouvrage quantité d'autres questions mécaniques, comme les rapports des charges qui soutiennent deux puissances qui portent un poids à des distances inégales; quel effort fait un poids suspendu à plusieurs cordages, contre les puissances qui le soutiennent par leur moyen. En résolvant ces questions et diverses autres, il fait le plus souvent usage du fameux principe qui est la base de la Mécanique nouvelle de M. Varignon. Il forme un triangle dont les trois côtés sont parallèles aux trois directions; savoir celles du poids et des deux puissances qui le soutiennent, et il fait voir que ces trois lignes expriment respectivement ce poids et ces puissances.

Stevin ne se montre pas moins original dans son hydrostatique, qui fait partie de sa Mécanique; il y examine entr'autres la pression des fluides sur les surfaces qui les soutiennent, et il fait voir qu'elle est toujours comme le produit de la base par la hauteur; nous supposons ici une surface horizontale comme le fond d'un vase; car si on la supposoit verticale ou inclinée, alors la détermination seroit plus difficile. Elle n'échappa cependant pas à Stevin; il montre fort ingénieusement quel est dans ce cas la quantité et le centre de l'équilibre de cette pression. Ce paradoxe fameux, savoir qu'un fluide renfermé dans un canal décroissant par en haut exerce contre le fond le même effort que si ce canal étoit partout uniforme, fut encore une découverte de ce mécanicien; il l'établit de deux manières, et par l'expérience et par un raisonnement fondé sur la nature des fluides, qui est ingénieux. Nous regrettons de ne point trouver dans les éditions latines et françoises de la Mécanique de Stevin, deux parties qu'il annonce au commencement du sixième

livre, sous le titre *de l'attraction de l'eau, et du poids* ou *de la statique de l'air*; nous n'avons pu nous procurer l'édition flamande, pour savoir ce que contenoient ces deux parties de son ouvrage. Un de ces titres semble annoncer que ce mathématicien connut la pesanteur de l'air; je crois cependant qu'il pourroit bien n'y être question que de l'action de ce fluide sur les voiles, les ailes de moulin, &c Stevin mourut en 1633, nous ignorons la date de sa naissance; on a de ce mathématicien divers ouvrages, d'abord recueillis et imprimés en flamand à Leyde en 1605, ensuite traduits en latin et imprimés en 1608; mais la précipitation du libraire à livrer cet ouvrage au public fut cause que Snellius ne put compléter sa traduction. On en a aussi une françoise ou plutôt gauloise, qui parut en 1634 (in-fol.). De tous les écrits de Stevin, c'est sa Mécanique qui mérite le plus d'attention; sa *fortification par écluses* est encore un ouvrage digne de remarque. On lui attribue enfin l'invention d'un chariot à voile qui, dans les plages unies de la Hollande, alloit plus vîte que les voitures les mieux attelées.

I I.

Le nom de Galilée, si célèbre dans les fastes de l'Astronomie, ne l'est guère moins dans ceux de la Mécanique; quelques brillantes même que soient les découvertes dont il enrichit la première, elles ne lui assureroient pas dans la postérité une place aussi distinguée, que celles dont nous avons à parler ici. Il falloit bien moins de génie pour tourner un télescope vers le ciel, et y appercevoir les phénomènes dont on lui doit la découverte, que pour démêler les loix de la nature dans la chute des corps graves, l'espèce de courbe qu'ils décrivent en tombant obliquement, la solution enfin de divers autres problêmes mécaniques qu'il traita avec beaucoup de sagacité. Aussi remarquons-nous que l'honneur de ses découvertes astronomiques lui fut contesté par divers concurrens, dont nous ne croyons point porter un jugement trop défavorable, en disant qu'ils lui étoient bien inférieurs du côté du génie; il n'en est pas ainsi de ses découvertes mécaniques. Seul possesseur de ce qu'elles ont de plus brillant, il sera toujours regardé comme celui qui a principalement débrouillé cette partie si intéressante de nos connoissances.

Ce seroit ici le lieu d'entrer dans quelques détails sur la vie de cet homme célèbre; mais comme les événemens les plus intéressans qu'elle présente tiennent à ses sentimens sur le système de l'univers, nous avons cru devoir différer ces curieux détails jusqu'au moment où nous nous occuperons de ses découvertes astronomiques.

Les premiers travaux de Galilée en Mécanique, regardent la statique et l'hydrostatique ; dans son traité de Mécanique, ouvrage de l'année 1592, quoiqu'il ait été publié beaucoup plus tard, il réduit la statique à ce principe unique et universel, d'où découlent comme autant de corollaires, toutes les propriétés des machines. Il faut, dit-il, toujours le même temps à une puissance pour enlever à une certaine hauteur un poids donné, de quelque manière qu'elle le fasse, soit qu'elle l'enlève tout d'un coup, soit que le partageant en parties proportionnées à sa force, elle le fasse à plusieurs reprises. En effet, de quelque combinaison d'agens que nous fassions usage, la nature, si nous osons parler ainsi, ne sauroit rien perdre de ses droits. Une puissance déterminée n'est capable que d'un effet déterminé, et cet effet est d'autant plus grand, que la masse transportée dans un certain temps, parcourt un espace plus grand, ou que l'espace étant le même, elle le parcourt dans un moindre temps. Il faut donc pour que l'effet subsiste le même, que le temps soit réciproque avec la masse ; ainsi tout l'avantage des machines consiste en ce que par leur moyen on peut exécuter dans une seule opération, ce que par l'application nue de la puissance, on n'auroit pu faire qu'en plusieurs reprises. Si l'on considère autrement l'avantage des machines, il consiste en ce qu'étant plus maîtres du temps que de la grandeur des puissances à employer, elles nous mettent à portée de faire en un temps plus long et avec de moindres forces, ce que des puissances plus grandes et plus multipliées auroient exécuté plus promptement. Enfin, ce qu'on gagne dans l'épargne de la puissance, on le perd du côté du temps, et précisément dans le même rapport, d'où l'on doit conclure avec Galilée, que les machines les plus avantageuses sont toujours les plus simples ; car plus une machine est compliquée, plus il y a d'effort perdu à surmonter les frottemens, &c.

L'hydrostatique dut aussi à Galilée plusieurs vérités nouvelles ; dans son livre, *delle cose che stanno sull acqua*, il examine la nature des fluides mieux qu'aucun de ceux qui avoient écrit avant lui sur ce sujet, hormis Stevin. Il y démontre aussi le paradoxe hydrostatique dont nous avons parlé ci-dessus, de même que diverses autres singularités du même genre ; mais nous passons légérement sur ce sujet, de même que sur sa *bilanceta* ou balance, pour trouver sans calcul le mélange des métaux en les pesant comme l'on sait dans l'air et dans l'eau. Nous nous hâtons d'arriver à ses découvertes qui concernent le mouvement.

On a vu dans le dernier livre de la partie précédente, combien l'on fut peu éclairé jusques vers la fin du seizième siècle

sur les propriétés du mouvement. Cette partie de la physique avoit besoin d'une réforme entière ; Galilée la commença, et ce qui lui fait encore plus d'honneur, dans cet âge même, où de bons esprits ne voient guères que par les yeux de leurs maîtres. Dans le temps où il étudioit la philosophie à Pise, il étoit déjà si peu satisfait de la doctrine alors reçue, qu'il soutenoit toujours des thèses contradictoires à celles de ses maîtres ; et il ne fut pas plutôt nommé professeur dans cette université, qu'il se déclara hautement contre presque tous les points de leur doctrine. Il attaqua d'abord cet axiome prétendu de la physique péripatéticienne sur la chute des corps graves, savoir que les vîtesses étoient en même raison que les pesanteurs ; il fit voir, en laissant tomber, du haut d'un dôme d'église, des corps de pesanteur extrêmement inégale, qu'il n'y avoit presque pas de différence dans le temps de leurs chutes, lorsque les matières de ces corps étoient peu différentes en densité. Il y eut un grand concours de monde à cette expérience, qui souleva tous les vieux professeurs contre Galilée, de manière qu'il fut obligé, pour éviter leurs mauvaises manœuvres, d'abandonner Pise, et de se retirer à Padoue où on lui offroit une chaire. Il établit dans la suite cette vérité par plusieurs autres expériences (1), entr'autre par celle des deux pendules de même longueur, et qui quoique chargés de poids dix fois plus pesans l'un que l'autre, ne laissent pas de faire leurs vibrations à très-peu près dans le même temps.

Il y aura sans doute ici bien des lecteurs qui regarderont ce que nous venons de dire comme un paradoxe des plus incroyables. Il leur paroîtra de la dernière évidence qu'un corps dix fois aussi pesant qu'un autre devra acquérir dix fois autant de vîtesse. Ils se trompent cependant, et il est facile de leur montrer l'équivoque ; il seroit bien vrai qu'un corps dix fois plus pesant auroit une vîtesse dix fois plus grande, si avec cette pesanteur dix fois plus grande il n'avoit pas dix fois plus de masse. Mais la pesanteur étant proportionnelle à la masse, ce n'est qu'une force dix fois plus grande employée à mouvoir une masse dans le même rapport. La vîtesse doit donc être la même ; l'erreur d'Aristote et de ses sectateurs vient de ce qu'ils ne faisoient aucune attention à cette circonstance.

Il y a encore une autre manière plus simple de démontrer ce qu'on vient de dire, savoir par un raisonnement que je faisois autrefois, et que j'ai depuis trouvé dans Galilée. Qu'on laisse tomber d'un côté une once de plomb, de l'autre dix séparées et simplement posées l'une sur l'autre ; sans contredit les vîtesses seront égales des deux côtés. Mais ces dix onces de plomb ne

(1) *Disc. et dem. intorno duo nove scienze, &c.* Dial. 3.

faisant que se toucher, ou formant une même masse, ne sauroient tomber avec des vîtesses différentes; car on ne sauroit dire que l'adhérence de ces dix onces, les unes avec les autres, doive contribuer en aucune manière à les accélérer, puisque de leur nature elles vont toutes avec la même vîtesse, et que par conséquent les supérieures ne pressent point sur les inférieures, ni ne sont entraînées par elles. Ainsi, vouloir que dix livres de plomb tombent plus vîte qu'une seule, c'est comme si l'on vouloit que dix hommes, qui ont la même aptitude à courir, allassent plus vîte courant ensemble, que n'iroit un seul d'eux. Au reste, lorsqu'on dit que tous les corps tombent avec une égale vîtesse, cela doit s'entendre qu'ils le feroient sans la résistance du milieu où ils se meuvent. Car il est évident que l'air ôte bien plus de vîtesse aux corps légers qu'aux corps pesans, parce que la masse d'air déplacée a un plus grand rapport avec celle du corps léger qu'avec celle du plus pesant. Mais dans le vide, les chutes de tous les corps les plus inégaux en pesanteur, comme l'or et la plume, se feroient en même temps; et c'est ce que confirme l'expérience faite dans la machine pneumatique.

Je me suis un peu étendu sur les raisons de ce paradoxe mécanique, parce que j'ai vu des gens d'esprit avoir de la peine à s'en persuader la vérité. Je reprends le fil des découvertes de Galilée, en faisant connoître sa théorie sur l'accélération des graves.

Il n'est personne qui n'ait observé qu'un corps qui tombe acquiert d'autant plus de vîtesse qu'il s'éloigne davantage du commencement de sa chute. Un effet si naturel, et que nous avons si souvent devant les yeux, étoit bien digne des réflexions des philosophes. Aussi y en avoit-il eu déjà plusieurs avant Galilée, qui avoient tâché de déterminer la loi de cette accélération; mais destitués, comme ils l'étoient, des vraies notions du mouvement, ils y avoient échoué, ou ils n'avoient proposé que des choses ridicules. Il y en avoit eu, par exemple, qui avoient conjecturé que les espaces parcourus en temps égaux croissoient comme les segmens d'une ligne divisée en moyenne et extrême raison, de sorte que l'espace parcouru dans un premier temps étant comme le petit segment, l'espace qui répondoit au second étoit comme le grand, et ainsi de suite continuellement. Cela n'étoit fondé que sur la chimérique perfection qu'on attribuoit à cette progression. L'opinion la plus commune, parce qu'elle se présente la première, étoit sans doute que l'accroissement de la vîtesse se faisoit proportionnellement à l'espace déjà parcouru; mais cette opinion, quoique raisonnable en apparence, n'est pas moins absurde, comme on le verra bientôt.

Galilée

Galiléo établit au contraire que l'accroissement de la vîtesse suit le rapport du temps, c'est-à-dire, qu'après un temps double, par exemple, la vîtesse est double, &c. Il fut sans doute d'abord conduit à soupçonner cette loi d'accélération, par le raisonnement suivant. En supposant la pesanteur uniforme, ce qui est vrai dans les petites distances où nous pouvons l'expérimenter, c'est une puissance ou une force continuellement appliquée au corps : or qu'arriveroit il à un corps qui, après avoir reçu l'impulsion d'une force quelconque au commencement d'un premier instant, au second en recevroit une nouvelle et égale, de même au troisième, &c. ? il est évident qu'au second instant il auroit une vîtesse double, au troisième une triple, et ainsi de suite. Tel sera donc le mouvement des corps pesans : ainsi la vîtesse sera proportionnelle au temps écoulé depuis le commencement de la chute. Ce n'est cependant pas là tout-à fait le procédé de Galilée pour établir sa théorie. Il commence par supposer cette loi d'accélération ; il en recherche les propriétés, et il montre par l'expérience qu'elles conviennent à la chute des corps graves, d'où il conclut que cette loi est celle de la nature. Le procédé que nous avons suivi est plus direct ; celui de Galilée est plus propre à convaincre et à écarter les chicanes et les difficultés.

En partant donc de cette notion du mouvement accéléré, Galiléo fait voir qu'à la fin d'un temps quelconque, pris à compter du commencement de la chute, le corps aura parcouru par son mouvement accéléré, la moitié de l'espace qu'il eût parcouru s'il se fût mu pendant tout ce temps avec la vîtesse qu'il a acquise à la fin. Il représente les temps écoulés (*fig.* 65) depuis le commencement de la chute, par les abscisses d'un triangle comme AB, A*b*, &c. et les vîtesses acquises à la fin de ces temps par les ordonnées de ce triangle qui leur sont proportionnelles, d'où il conclut que le rapport des espaces parcourus est exprimé par celui des aires triangulaires, comme ABC, A*bc*, &c. qui répondent aux abscisses qui désignent les temps. Or ces aires croissent comme les quarrés des AB, A*b* correspondantes : les espaces, dit Galilée, croissent donc comme les quarrés des temps comptés depuis le commencement de la chute. Dans des temps comme 1. 2. 3. 4. 5, les espaces seront comme 1. 4. 9. 16. 25. Par conséquent, si dans le premier instant le chemin parcouru est 1, dans le second ce sera 3, dans le troisième 5, dans le quatrième 7, dans le cinquième 9, &c., c'est-à-dire qu'en partageant le temps de la chute en intervalles égaux, les espaces qui leur répondront seront comme les nombres impairs, en commençant par l'unité.

Il restoit à démontrer que ces propriétés sont celles de la chute des corps graves. Pour cet effet Galilée montre par une expérience ingénieuse, qu'un corps qui roule le long d'un plan incliné, ou d'une courbe quelconque, a acquis les mêmes degrés de vîtesse quand il a parcouru les mêmes hauteurs dans la perpendiculaire : d'où il est aisé de conclure qu'il y a même rapport entre les espaces parcourus le long des plans inclines dans des temps inégaux, que dans les chutes perpendiculaires. Galilée établit encore cette vérité par le rapport des forces avec lesquelles le même poids pèse dans la perpendiculaire, et le long du plan incliné. Il prit donc une longue pièce de bois, et il y creusa un canal bien lisse ; il le plaça ensuite dans des inclinaisons commodes, pour que le mobile roulant dans ce canal n'allât pas trop rapidement, et qu'il pût mesurer le temps et l'espace parcouru : il remarqua toujours que dans un temps double, le corps avoit parcouru un espace quadruple ; que dans un temps triple cet espace étoit neuf fois aussi grand, &c. ; d'où il inféra que la chute des graves dans la perpendiculaire suit la même loi.

Ce principe une fois établi, Galilée en déduit quantité de vérités utiles et curieuses. Il fait voir que si d'un point quelconque de la ligne verticale A B (*fig.* 66), on tire sur le plan incliné une perpendiculaire comme B D, le corps tombant perpendiculairement, ou roulant le long du plan incliné, arrivera aux points B ou D dans le même temps ; que dans un cercle dont le diamètre A B est perpendiculaire, un corps parcourroit les cordes A B, A E, ou F B, G B dans le même temps ; qu'un corps qui roule le long de plusieurs lignes différemment inclinées, ou le long d'une courbe quelconque, a toujours à la fin de sa chute la même vîtesse qu'il auroit acquise de la même hauteur perpendiculaire ; qu'un corps rouleroit plus promptement le long du quart de cercle que par la corde, ou par deux cordes quelconques, quoique plus courtes que l'arc. Il se trompoit néanmoins, en concluant de là, ou du moins en conjecturant, car il ne le dit pas expressément, que le quart de cercle est de toutes les courbes celle qui conduiroit le mobile de son sommet à son fonds dans le temps le plus court. On sait aujourd'hui que cette courbe est un arc de cycloïde. Galilée se propose enfin quelques questions curieuses, par exemple celles ci, quelle devroit être l'inclinaison d'un plan le long duquel un corps rouleroit d'un point donné à une ligne droite de position donnée, afin qu'il y arrivât dans le moindre temps possible ; de quelle hauteur il faudroit que tombât un corps, afin que roulant de là horizontalement le long d'une ligne de grandeur donnée avec la vîtesse acquise, le temps de

la chute et celui qu'il emploieroit à parcourir cette ligne, fissent le temps le plus court, &c. Ce sont des problèmes sur lesquels les jeunes analystes qui ont conçu les principes ci-dessus peuvent s'exercer.

Parmi ces propositions, il en est cependant une qui mérite une observation particulière : c'est celle où l'on dit qu'un corps qui roule le long de plusieurs lignes différemment inclinées, ou le long d'une courbe, a toujours à la fin de sa chute la même vîtesse qu'il auroit acquise en tombant de la même hauteur perpendiculaire. Galilée suppose dans sa démonstration que le corps en passant d'un plan incliné sur un autre qui l'est moins, n'éprouve aucun choc qui diminue sa vîtesse acquise. M. Varignon a examiné cette supposition (*Mém. de l'acad.* 1704), et a trouvé qu'elle n'est pas vraie, à moins que les angles que font entr'eux les plans successifs ne soient infiniment approchans de deux angles droits. Dans ce dernier cas, la perte de vîtesse, à chaque changement de plan, n'est qu'une portion infiniment petite de la vîtesse acquise. Mais il y a dans une courbe une infinité de changemens de direction; on pourroit donc dire qu'il y a une infinité de pareilles pertes, et conséquemment une vîtesse finie de perdue; ce qui renverseroit la proposition de Galilée. On répond à cela que la perte faite à chaque changement d'inclinaison de plan n'est qu'un infiniment petit du second ordre; ainsi dans une courbe, la perte totale de vîtesse n'est à la fin de la chute qu'une portion infiniment petite de celle que le corps auroit eue en roulant le long d'un seul plan. M. d'Alembert a donné dans sa Dynamique une autre démonstration élégante de cette vérité, et il étoit important de la consolider, sans quoi tout ce qu'on dit en mécanique sur la chute des corps tombans le long d'une courbe seroit comme un édifice bâti sur le sable.

Une des découvertes qui ont le plus contribué à la célébrité du nom de Galilée, est celle de la nature de la courbe, que décrivent les corps projetés obliquement. Il trouva, comme tout le monde sait, en comparant le mouvement oblique, effet de l'impression communiquée au corps, avec sa chute perpendiculaire, que cette courbe est une parabole; la démonstration est trop connue des mécaniciens pour nous y arrêter, et afin d'abréger nous la supprimerons. Galilée ne se borna pas là, il examina encore diverses circonstances de ce mouvement; il fit voir, par exemple, que la hauteur d'où un corps tombant acquerroit la vîtesse nécessaire pour décrire une parabole AC, (*fig.* 67), en partant horizontalement avec cette vîtesse, est troisième proportionnelle à la hauteur de la parabole AB, et à la demi-étendue BC, c'est-à-dire, égale au quart du paramètre de cette parabole : il

montra ensuite que les projections faites par la même force sous des angles également distans de 45°, ont des étendues égales, de sorte que le jet qui atteint le plus loin qu'il se peut, est celui qui se fait sous l'angle de 45°, vérité déja remarquée par Tartalea, et ceux qui pratiquoient l'artillerie, mais dont ils ne pouvoient assigner aucune bonne raison. On a montré dans la suite que l'étendue horizontale du jet est proportionnelle au sinus droit, et la hauteur au sinus verse du double de l'angle du jet avec l'horizon. Galilée dressa enfin des tables où l'on trouve les portées respectives qui répondent à chaque angle, et les hauteurs auxquelles parvient le projectile, la force étant supposée la même; ainsi faisant une expérience à quelle distance une charge donnée pousse un boulet de pesanteur donnée sous un certain angle, on a aussitôt par une simple analogie les portées correspondantes aux autres angles d'inclinaisons. Comme Galilée s'étoit borné à déterminer l'étendue horizontale des jets, Toricelli alla dans la suite plus loin, et il détermina cette étendue prise sur des lignes inclinées à l'horizon. Il trouva aussi sur ce sujet une proposition extrêmement curieuse, que nous rapporterons en parlant de ce disciple célèbre de Galilée. Quelques savans ont depuis encore étendu et développé davantage cette théorie; nous les faisons connoître dans la note suivante (1).

Il y a une troisième branche de la théorie des mouvemens accélérés, qui n'est pas moins importante que la précédente; c'est celle du mouvement des pendules qui nous servent aujourd'hui si heureusement à mesurer le temps avec précision. Nous en devons encore la première idée à Galilée (2). Doué dès sa plus tendre jeunesse de l'esprit d'observation, il avoit dès-lors observé leur isochronisme, c'est-à-dire, que le même pendule faisoit ses vibrations grandes et petites dans le même temps. Il avoit aussi déjà remarqué que deux pendules inégaux mis en mouvement, faisoient dans un même temps des nombres de vibrations, qui sont réciproquement comme les racines quarrées de leurs longueurs; et il avoit appliqué cette vérité à mesurer la hauteur des voutes d'églises, en comparant le nombre des vibrations des lampes qui y sont suspendues avec celles que faisoit dans le même temps un pendule d'une longueur connue.

(1) Voyez le livre de M. Blondel, intitulé l'*Art de jetter les bombes* (1683, *in*-4°.), les Memoires de l'académie des sciences, des années 1700 et 1707, dans la dernière desquelles on trouve un mémoire analytique sur cette matiere, par M. Guisnée. M. de Maupertuis a aussi donné, dans les Mémoires de l'académie, de 1743, une *Balistique analytique*, où règne l'élégance qui caractérise tous ses autres ouvrages.

(2) Ibid. *Dial.* I. Voy. *Vita di Galileo*, de Viviani.

La raison de cet effet se déduit facilement de la théorie précédente sur l'accélération des corps ; car deux pendules inégaux qui décrivent des arcs semblables et fort petits, sont dans le cas de deux poids qui rouleroient le long de deux plans inégaux, mais semblablement inclinés. Or on a vu ci-dessus que les temps qu'ils emploieroient à les parcourir seroient comme les racines des hauteurs ; les temps que ces pendules mettront à faire une demi vibration, ou à tomber jusqu'à la perpendiculaire, seront donc comme les racines des hauteurs de ces arcs, ou parce qu'ils sont semblables, comme les racines des rayons ou des longueurs des pendules. Mais le nombre des vibrations dans un même temps, est en raison réciproque de la durée de chacune d'elles ; c'est pourquoi les nombres des vibrations que feront dans le même temps deux pendules, seront comme les racines de leurs longueurs, ou les quarrés de ces nombres seront comme les longueurs elles-mêmes.

On doit enfin à Galilée d'avoir jeté les premiers fondemens d'une nouvelle théorie, savoir celle de la résistance des solides (1). Exposons d'abord l'état de la question, nous ferons ensuite quelques réflexions sur l'utilité dont elle est, et nous suivrons Galilée dans quelques unes des conséquences ingenieuses qu'il tire de sa solution. Imaginons un prisme de bois fiché dans un mur, (*fig.* 68), et qu'un poids pesant sur son extrémité travaille à le rompre ; quel sera le rapport de la force qui en seroit capable avec celle qui pourroit le faire en le tirant horizontalement, comme le poids R, qui passant sur la poulie S, tendroit à l'arracher directement ? Tel est le problême : voici le raisonnement que faisoit Galilée pour le résoudre. Tandis que le prisme en question est tiré dans la direction de son axe, chacune de ses fibres résiste également ; mais lorsqu'un poids tend à le rompre obliquement, la ligne A*a* devient un appui, et chaque fibre est tirée, et résiste par un bras de lévier d'autant plus court qu'elle est plus proche de cet appui. La résistance que chacune oppose à la rupture, est par conséquent comme la distance à cet appui ; d'où il suit que leur somme est à ce qu'elle seroit si elles étoient toutes égales à la plus grande, comme la distance du centre de gravité de la figure AC*a* à l'appui A*a*, est à l'axe de cette figure. Ainsi si le corps est une poutre rectangulaire, la résistance oblique est à la résistance directe, comme 1 à 2 ; il en est de même d'un cylindre, parce que le centre de gravité de sa base est au centre ou au milieu de la hauteur. On a supposé ici un corps tirant obliquement par un bras de lévier AP, égal à la hauteur AG, et c'est ce poids que

(1) *Disc. et dim. Math.*, *&c.* Dial. 2.

nous avons pris pour la mesure de la résistance oblique, afin d'éviter les circonlocutions. Que si l'effort appliqué au corps pour le rompre étoit plus éloigné, les loix de la Mécanique apprennent qu'il faudroit le diminuer en même raison.

Galilée tire de sa théorie quelques conséquences que nous ne devons pas omettre; la première est que des corps semblables n'ont pas des forces proportionnées à leurs masses pour résister à leur rupture; car les masses croissent comme les cubes des côtés semblables; les résistances, *caeteris paribus*, ne le font qu'en raison des quarrés de ces côtés; d'où il suit qu'il y a un terme de grandeur au-delà duquel un corps se romproit au moindre choc ajouté à son propre poids, ou par ce poids même, tandis qu'une autre moindre et semblable résistera au sien, et même à un effort étranger. De là vient, dit Galilée, qu'une machine qui fait son effet en petit, manque lorsqu'elle est exécutée en grand, et croule sous sa propre masse. La nature, ajoute-t-il, ne sauroit faire des arbres ou des animaux démesurément grands, sans être exposés à un pareil accident, et c'est pour cela que les plus grands animaux vivent dans un fluide qui leur ôte une partie de leur poids. Nous pourrions encore remarquer que c'est là la raison pour laquelle de petits insectes peuvent, sans danger de fracture, faire des chutes si démesurées, eu égard à leur taille, tandis que de grands animaux, comme l'homme, se blessent souvent en tombant de leur hauteur. Une autre vérité curieuse qui suit de cette théorie, c'est qu'un cylindre creux, et ayant la même base en superficie, résiste davantage que s'il étoit solide. C'est, ce semble, pour cette raison, et pour concilier en même temps la légéreté et la solidité, que la nature a fait creux les os des animaux, les plumes des oiseaux, et les tiges de plusieurs plantes, &c. Qui croiroit que la géométrie pût avoir tant d'influence sur un genre de physique si éloigné d'elle?

Depuis Galilée on a fait à sa théorie quelque changement dont il nous faut rendre compte; toutes ses conséquences sont justes dans la supposition que la résistance de chaque fibre est proportionnelle à sa distance au point d'appui. Cela seroit effectivement, si elle rompoit brusquement et sans souffrir auparavant quelque extension; mais l'on est fondé à penser que ce n'est pas là la vraie hypothèse. Il est plus vraisemblable, comme l'ont remarqué MM. Mariotte et Leibnitz, que la force de chaque fibre n'est que proportionnelle au quarré de sa distance au point d'appui; car chaque fibre s'étend en même raison que cette distance, et il est reçu comme principe en Mécanique, qu'excepté les extensions extrêmes, la résistance des ressorts est à peu près proportionnelle à leurs extensions. La résistance que chaque

fibre opposée à la rupture sera donc comme le quarré du lévier par lequel elle agit ; ainsi au lieu du centre de gravité de la base de rupture qui sert, dans l'hypothèse de Galilée, à déterminer le rapport de la résistance oblique à la directe, il faudra ici se servir de celui de l'onglet cylindrique formé sur cette base par le plan passant par la ligne d'appui. Suivant l'hypothèse de Galilée, la résistance oblique d'une poutre rectangulaire est à sa résistance directe comme 1 à 2 ; suivant celle de M. Mariotte elle n'en est que le tiers, ce qui est plus conforme à la vérité ; M. Varignon a traité cette matière avec une généralité très-satisfaisante, dans un mémoire inséré parmi ceux de l'academie de l'année 1702 ; mais je passe, afin d'abréger sur quantité de détails de cette théorie, et je renvoie aux écrits de divers géomètres qui s'en sont occupés, tels que le traité d'Alexandre Marchetti, *de resistentia solidorum* ; les mémoires de l'académie des sciences des années 1702, 1705, 1709 ; *le mouvement des eaux* de Picard ; le traité *de coherentia corporum* de Muschenbroeck, inséré parmi ses *dissertationes variae*. Cette dissertation contient un grand nombre d'expériences sur la résistance des corps. Je termine cet article par quelques observations générales sur cette partie des découvertes de Galilee.

Lorsque l'on réfléchit à la manière dont Galilée applique la géométrie à la physique, et surtout à la démonstration de la loi de la chute accélérée des graves, on ne peut y méconnoître la clef de toutes les découvertes des géomètres modernes, sur les mouvemens variés selon une loi quelconque ; on ne peut non plus s'empêcher d'y reconnoître que Galilee étoit en possession des lois fondamentales du mouvement : je veux dire de celles ci ; qu'un corps en repos y reste tant qu'il n'en est pas tiré par quelque cause extérieure ; qu'il continue son mouvement en ligne droite et avec la même vîtesse tant qu'il ne reçoit pas une nouvelle impulsion ; que livré à deux impulsions obliques, il suit la diagonale du parallélogramme dont les côtés sont comme ces impulsions ; car ce sont là les bases sous-entendues de ses démonstrations. Ainsi Galilée concourt au moins à cet égard avec Descartes, s'il ne le précède. Nous dirons plus, c'est que la solide physique a sur ce sujet plus d'obligation à Galilée qu'à Descartes, et que la manière de raisonner du philosophe florentin étoit bien plus saine et bien plus propre à amener la grande révolution que cette science éprouva peu de temps après, que celle du philosophe françois, trop porté à chercher dans la metaphysique des principes que l'expérience seule devoit donner. J'ose même dire que, si quelqu'un mérite le nom de précurseur de Newton, c'est bien plutôt Galilée que Descartes ; car quoiqu'en disent nos faiseurs d'éloges, couronnés ou non

par les académies, je ne pense nullement que Neuton n'eût pas existé si Descartes ne l'eût précédé. Qui ne s'étonnera, après cela, de voir Descartes écrire à Mersenne (1) qu'il a vu les ouvrages de Galilée, mais qu'il n'y a rien trouvé dont il desirât être l'auteur. Descartes étoit sans doute fort difficile; il improuvoit même ses raisonnemens sur la chute accélérée des graves, parce que, suivant les idées qu'il s'étoit faites de la cause de la pesanteur, elle n'étoit pas constante; cela est vrai, même suivant la physique moderne; mais il est évident que Galilée part de l'hypothèse qu'à des distances peu différentes de la surface de la terre; cette pesanteur est la même, tout comme Archimède, dans ses démonstrations sur la balance et sur le centre de gravité des corps, prend comme un fait que les directions des graves sont parallèles. On ne peut s'empêcher de se récrier contre ce jugement de Descartes; mais les plus grands hommes sont sujets aux foiblesses de l'humanité.

Je me vois obligé de répondre ici à une imputation de l'auteur de l'histoire de la littérature italienne; cet auteur (M. l'abbé Tiraboschi) en convenant qu'en général je me suis fait un plaisir de parler avec éloge des travaux mathématiques des italiens, prétend que j'ai été injuste envers Galilée, et que ce grand homme, ce sont ses termes, n'a pas trouvé grace auprès de moi. Sur quoi donc est fondé ce reproche? sur ce que je n'ai pas parlé de l'application du pendule à régler les horloges, faite par Galilée, ni de la découverte du microscope que lui attribue Viviani. J'ai en effet omis de parler de la seconde de ces découvertes, et j'ai glissé fort légérement sur la première, en disant que les Italiens l'attribuoient à Vincent Galilée, son fils; mais je crois pouvoir demander à M. Tiraboschi, ou à son traducteur et abréviateur (M. Landi), si avant moi, quelque historien étoit entré dans des détails plus raisonnés, et en quelque sorte avec plus d'intérêt que moi, sur les découvertes capitales de Galilée, sur les traverses et les injustices qu'il éprouva; je vais donc parler ici de ces deux inventions.

Il est vrai que Galilée a eu l'idée d'appliquer le pendule à la mesure du temps, et que dans les dernières années de sa vie il s'en occupa beaucoup avec son fils, qui apparemment, d'après ses idées, exécuta, en 1649, une horloge où le pendule étoit appliqué à cet objet. Mais il faut en même temps convenir que ni Galilée ni son fils ne firent rien qu'on puisse comparer à l'artifice avec lequel Huygens adapta depuis le pendule à une horloge, mue soit par un poids, soit par un ressort; on en peut juger par le dessein même de la machine de Galilée le fils, qui

(1) *Lettres de Descartes.*

se trouve dans les actes de l'académie *del Cimento*, dessein qui n'a rien de commun avec l'invention d'Huygens, ni même avec un dessein trouvé dans les papiers de Viviani avec le nom de Treffler, mécanicien d'Augsbourg, qui étoit au service de la maison de Médicis. On peut encore en tirer la preuve de ce que Galilée projetoit dans les dernières années de sa vie pour mesurer le temps sur mer; car il proposoit alors de prendre pour pendule un secteur de métal d'une palme ou deux de rayon, aminci par ses côtés pour éprouver moins de résistance de l'air, et de le suspendre par son centre sur un axe tranchant; ce secteur mis en mouvement par une impulsion primitive devoit en poussant à chaque vibration une cheville donner le mouvement à une roue qui auroit servi à compter les vibrations, mais il falloit qu'on renouvellât ce mouvement de temps à autre; et d'ailleurs Galilée supposoit, ce qui n'est pas exact, que les grandes et les petites vibrations se font dans le même temps. Il est enfin avoué par M. Tiraboschi lui-même que dans l'horloge à pendule, soit de Galilée, soit de son fils, c'étoit le pendule qui menoit l'horloge; invention très-imparfaite, et même qu'il me soit permis de le dire, qui n'exigeoit pas un grand effort d'imagination en horlogerie. Huygens au contraire a eu l'idée de l'employer seulement à modérer et régler l'horloge, en ne laissant passer à chaque vibration qu'une dent de la roue de rencontre; je ne dis rien de l'application de la cycloïde à rendre ces vibrations parfaitement Isochrones, parce que ce n'est guère qu'une spéculation savante. Bornons-nous donc, comme le P. Frisi (1), compatriote lui-même de Galilée, bornons-nous à dire que Galilée entrevit que le pendule pouvoit être appliqué à la mesure du temps; mais que ce qu'il fit à cet égard, et spécialement la machine de son fils, n'étoit qu'une ébauche (*un poco d'abozzo*, une petite ou grossière ébauche de cette application. Ajoutons y le témoignage du prince Léopold de Médecis, en réponse aux plaintes d'Huygens, sur ce que disoient à cet égard les actes de l'académie *del Cimento*: le prince Léopold lui répond que Galilée lui-même n'avoit réduit en pratique rien de parfait à cet égard, comme l'on voit par ce qui fut exécuté (*manipolato*) et esquissé (*abozzato*) par son fils. Si M. Tiraboschi ou M. Landi son abréviateur, eussent pris eux-mêmes la peine d'étudier ces choses un peu plus profondément, ils se fussent épargné la peine de m'intenter l'accusation dont j'ai parlé plus haut.

A l'égard du microscope, il est vrai que Viviani dans la vie de Galilée lui en attribue l'invention, et qu'il dit que dès l'année

Elogio del Galileo, in-8°. p. 129.

1612 il en avoit envoyé un, formé de deux lentilles, à Sigismond, roi de Pologne ; on y ajoute le témoignage de Bocalini, qui dans ses *relations du Parnasse* (1) parle du microscope comme d'une invention déjà connue. Enfin, on voit d'après des lettres de Galilée lui même en 1624 (2), qu'il avoit envoyé des microscopes à plusieurs personnes qualifiées ; Galilée sera donc aussi l'inventeur du microscope. Mais avoir omis ce trait de ses découvertes, après lui avoir rendu justice sur tant d'autres, étoit-ce un motif suffisant de m'accuser d'injustice à son égard ?

III.

Quoique la théorie de Galilée sur l'accélération des graves fût aussi bien prouvée que le peut être une vérité physico-mathématique, elle n'a pas laissé de trouver des oppositions. Il y eut d'abord des physiciens qui la rejetèrent, et qui lui en substituèrent une autre, ce qui éleva pendant quelques années des contestations, et donna lieu à divers écrits. Nous avons cru devoir en rendre compte avant que d'aller plus loin : nous dirons aussi quelques mots sur les expériences qui établissent la vérité de la théorie de Galilée.

L'hypothèse ou la loi d'accélération, qu'on nomme, quoique mal à propos, de Baliani, est la principale de celle qu'on opposa d'abord à Galilée. Baliani étoit un noble Génois, assez bon physicien, et qui paroît avoir eu quelque part à écarter les préjugés de son siècle sur le mouvement. Dans un ouvrage qu'il publia en 1638 (3), il s'accorde presque entièrement avec Galilée en tout ce que celui ci avoit trouvé et publié la même année sur l'accélération des graves, prouvée tant par le raisonnement que par l'expérience du pendule ; on en a même pris occasion de le faire concourir avec Galilée dans la gloire de cette découverte, ce que nous examinerons plus bas. Mais en 1646 Baliani publia de nouveau ce même ouvrage avec l'addition de cinq livres, dont le second et le troisième roulent sur le même sujet, et les trois derniers sur les fluides. Ici Baliani change de manière de penser : il ne dit pas précisément que les vîtesses sont comme les espaces, mais il tente d'introduire une autre loi d'accélération. Galilée avoit trouvé que les espaces parcourus dans des temps égaux et successifs de la chute, comme dans la première, dans la deuxième, dans la troisième seconde, étoient comme

(1) *Ragguagli del Parnasso*, &c. édit. de 1612.

(2) *Opp.* t. III.

(3) *De motu naturali fluid. ac solidorum. Genuor.* 1638, *in*-4°. *It.* 1646.

les nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. Baliani trouve et tente de prouver qu'ils sont comme les nombres naturels 1. 2. 3. 4.; or cette hypothèse n'est pas moins fausse, sinon tout aussi absurde que celle qui fait les vîtesses proportionnelles aux espaces parcourus, et qu'on nomme communément de Baliani. La manière même dont il entreprend de prouver cette assertion fait voir qu'il n'avoit jamais conçu la démonstration de Galilée : il y a plus, bientôt après, il attaque la découverte de Galilée sur la route parabolique des projectiles. Où donc le P. Riccati, que M. Tiraboschi dit (1) avoir pleinemement justifié Baliani, avoit-il les yeux pour n'avoir pas vu ces choses? On doit présumer que quoiqu'il cite l'édition de 1646, il n'a jamais eu sous les yeux que celle de 1638.

Rien n'est plus mal fondé encore que la prétention du P. Riccati, qui met en quelque sorte Baliani de moitié avec Galilée, dans sa découverte, parce qu'il avoit fait, dit-il dès 1611 à Savone des expériences analogues à celles de Galilée, et que son premier ouvrage vit le jour en 1638, même année que celle où le philosophe florentin publia ses découvertes dans ses *Discorsi è dimostrazioni mathem. intorno à due nuove scienze, &c.* Mais il est notoire que les écrits de Galilée sur le mouvement des corps circuloient manuscrits en Italie et même en France à une date beaucoup antérieure. On voit par une de ses lettres écrites au marquis Guidobaldi (2) qu'il étoit déjà en possession de cette vérité curieuse, savoir qu'un corps tombant le long de la corde d'un cercle élevé verticalement, et tirée d'un point quelconque au point le plus bas, y emploie toujours le même temps. Or ce théorême remarquable est une suite de la vraie loi d'accélération; donc il en étoit dès-lors en possession : ainsi il est beaucoup plus probable que Baliani n'a été dans son ouvrage de 1638 que son écho; disons plus, que ses démonstrations ne sont pas à lui. En effet, quand Galilée a démontré rigoureusement une vérité, Baliani la démontre aussi, et quand le premier s'est borné à faire d'une proposition une sorte de *postulatum* ou d'axiome, Baliani en fait autant. C'est ainsi qu'en 1638 il prend pour vraie, et comme n'ayant pas besoin de démonstration, cette proposition, qu'un corps roulant le long d'un plan incliné, quel qu'il soit, acquiert la même vîtesse, quand il est tombé de la même hauteur, mesurée dans la verticale. Viviani avoit trouvé un peu dur de prendre pour vraie cette proposition sans la prouver; il l'avoit même témoigné à son illustre maître, qui y songea de nouveau, et parvint à en trouver une démonstration qu'il inséra dans ses *Dialoghi*, imprimés en 1638. Cela mit, à ce

(1) *Hist. della letteral. Italiana.* (2) *Gal. Opp.* t. III.

qu'il paroît, Baliani à portée de la démontrer, et c'est ce qu'il fait en 1646, et presque en mêmes termes. Mais ce qu'il y a vraiment d'inconcevable en cette affaire, c'est que peu après avoir démontré cette proposition, qui tient essentiellement à la vraie loi de l'accélération, le philosophe génois change de manière de penser, et propose une autre loi. Que peut-on penser d'une pareille fluctuation d'idées, d'une pareille contradiction, qui lui fait mettre à côté de propositions vraies, d'autres assertions incompatibles avec elles. Je le laisse décider à mes lecteurs; et si le P. Riccati vivoit encore, je le lui demanderois à lui-même. Je tiens au surplus une grande partie de ces choses du P. Frisi, qui a donné en italien une excellente Vie de Galilée.

On a encore de Baliani un ouvrage posthume, à ce que je crois, où il traite diverses questions de Mécanique, de Géométrie, d'Optique (1); mais sa rareté m'a empêché de m'en procurer la lecture. Je reviens à mon sujet.

Quoi qu'il en soit de la justesse de l'imputation faite à Baliani, d'avoir voulu que les vîtesses d'un corps descendant par un mouvement accéléré fussent proportionnelles aux espaces parcourus, cette hypothèse n'avoit pas été inconnue à Galilée. Il se la fait même proposer (2) par un des interlocuteurs de ses dialogues, et il avoue qu'elle lui avoit d'abord paru fort vraisemblable; mais il la réfute aussitôt par un raisonnement très-ingénieux, qui montre que si on l'admettoit, il faudroit que le mouvement se fît *in instanti*. En effet, dit Galilée, lorsque les vîtesses d'un corps sont proportionnelles aux espaces parcourus, les temps dans lesquels ils ont été parcourus sont égaux. Si donc on suppose la vîtesse croître continuellement comme l'espace, de sorte qu'après une chute de quatre pieds, la vîtesse soit quadruple de celle qui a été acquise après un pied de chute, le corps aura parcouru ces quatre pieds dans le même temps que le premier. Il auroit donc parcouru trois pieds sans y mettre aucun temps; absurdité palpable, et qui montre que l'accélération ne sauroit se faire suivant ce rapport. En vain se rejetteroit-on sur la différence qu'il y a entre le mouvement accéléré et le mouvement uniforme. Car si l'on divise l'espace total et son premier quart, par exemple, en un même nombre de parties égales, et si petites que l'on puisse regarder chacune d'elles comme parcourue d'un mouvement uniforme, il sera facile de montrer que cet espace total et le quart seront parcourus en temps égaux. Ainsi la

(1) *B. Baliani opuscula*, &c. *Genus.* 1666, *in-4°.*

(2) *Discorsi e dim. math. intorno à due se nuovo scl'enze*, &c. Dial. 3.

démonstration de Galilée, quoique traitée de paralogisme par M. Blondel (1), qui dit ne l'avoir jamais pu concevoir, est très-légitime et concluante ; et ce qui prouve qu'elle l'est, c'est que le calcul analytique moderne appliqué à cette question donne le même résultat, comme on le voit dans la note *A*.

Cette absurdité que Galilée montroit dans l'hypothèse de l'accroissement de la vîtesse en raison de l'espace, eût dû la faire rejetter unanimement. Mais il y a eu dans tous les temps de ces hommes qui savent jetter un nuage sur les raisonnemens les plus concluans. Nonobstant la démonstration du philosophe italien, quelques-uns entreprirent la défense de cette fausse hypothèse. Tel fut entr'autres un P. Casrée, jesuite, dont on lit la réfutation dans les Œuvres de Gassendi (t. IV). Après bien de mauvais raisonnemens contre l'hypothèse de Galilée, raisonnemens qui décèlent un homme qui a peu de solide physique, et encore moins de connoissance des mathématiques, il tâchoit d'établir celle de Baliani par l'expérience suivante. Il laissoit tomber un globe de la hauteur de son diamètre sur un des bassins d'une balance dont l'autre étoit chargé d'un poids égal, et il remarquoit qu'il soulevoit ce poids. Il doubloit ensuite, triploit, quadruploit ce poids, et laissant tomber le globe d'une hauteur double, triple, quadruple, il remarquoit que le poids en étoit soulevé. De là il concluoit que les forces étoient comme les hauteurs, et que ces forces étant comme les vîtesses, celles-ci étoient aussi comme les hauteurs ou les espaces parcourus. Il prétendoit enfin que si l'on partageoit l'espace parcouru dans un temps donné en parties égales, la première étant parcourue dans un certain temps, la seconde l'étoit dans la moitié de ce temps, la troisième dans le tiers, &c.

Gassendi ne manqua pas à la cause de la vérité, et il réfuta la Dissertation du P. Casrée. Il fit voir que ses expériences ne concluoient rien contre l'hypothèse de Galilée. En effet, il eût fallu montrer, non-seulement qu'un globe tombant d'une hauteur double, triple, &c. de son diamètre, soulève le double, le triple de son poids, mais encore qu'il n'auroit pu l'ébranler d'une hauteur tant soit peu moindre. Or il n'est point douteux qu'il l'auroit fait également, avec cette seule différence, qu'il ne l'auroit pas autant soulevé. Si l'on supposoit une balance mathématique, les loix connues du mouvement nous apprennent qu'il n'est point de poids, si petit qu'il soit, qui, tombant de la plus petite hauteur sur un des bassins, ne soulevât le plus grand poids qui seroit dans l'autre. Gassendi

(1) *Mém. de l'acad. avant 1699*, t. VIII.

montra aussi diverses conséquences absurdes et contradictoires, qui suivent de l'hypothèse dont nous parlons, et qui prouvent que ce bon Père, destitué des lumières de la géométrie, n'avoit pas la moindre idée de la manière dont on doit comparer les temps, les vîtesses et les espaces. Car ce rapport qu'il établit entre les temps que le corps met à parcourir des espaces égaux pris dans la perpendiculaire, est ridiculement absurde, en ce que, suivant le nombre des parties égales dans lesquelles on divise cet espace, on trouve les mêmes parties parcourues dans des temps totalement différens : aussi ce rapport des temps n'est-il point celui qui suit de l'accroissement de la vîtesse en raison de l'espace. On trouve au contraire qu'en divisant l'espace parcouru en parties continuellement proportionnelles, la première étant prise du commencement de la chute, ces parties sont parcourues en temps égaux. On en donne la démonstration dans la note *A*, qui suit ce livre. Et de là il est facile de tirer la conséquence que cette hypothèse est fausse ; car rien n'est plus aisé que de montrer qu'il faudroit un temps infini pour parcourir le plus petit espace donné.

Gassendi auroit encore pu faire voir d'une autre manière que l'expérience alléguée par le P. Casrée ne concluoit rien ; car si la mesure de la vîtesse que le corps a acquise dans sa chute d'une certaine hauteur étoit le poids qu'il est capable d'enlever, et que ces poids fussent proportionnels aux hauteurs, il s'ensuivroit que ce corps, tombant d'une hauteur moindre de moitié que celle d'où il enlève un poids égal à lui, n'en enlèveroit que la moitié, et d'une hauteur cent mille fois moindre, il n'en enlèveroit qu'un cent mille fois moindre ; enfin, tombant d'une hauteur nulle ou infiniment petite, ce qui est l'équivalent d'être simplement placé dans l'autre bassin de la balance, il ne pourroit enlever qu'un poids infiniment petit ou nul, c'est-à-dire qu'il seroit sans pesanteur ; nouvelle absurdité, qui montre avec évidence la fausseté du principe.

Galilée trouva un autre défenseur dans M. de Fermat. Cet habile géomètre sentit la justesse du raisonnement que le philosophe italien avoit fait contre l'hypothèse de l'accélération en raison de l'espace, et le voyant contesté, afin qu'il ne restât aucun subterfuge pour l'éluder, il le développa davantage, et l'établit en se servant de la méthode des anciens géomètres. Il communiqua sa démonstration à Gassendi, qui s'en servit pour porter un dernier coup à la fausse hypothèse dont nous parlons (1).

(1) Voy. *Op. Ferm.* p. 201. *Op. Gass.* tom. VI. *vers. fin.*

Pendant que Gassendi étoit aux prises avec le P. Casrée, au sujet de la loi d'accélération proposée par Galilée, le P. Riccioli travailloit en Italie à l'établir par des expériences qui paroissent faites avec beaucoup de soin (1). Cet astronome et le P. Grimaldi, son compagnon, afin de mesurer et de subdiviser le temps avec plus de précision, se servirent d'un pendule dont les vibrations ne duroient qu'un sixième de seconde. Mettant ensuite ce pendule en mouvement, ils laissèrent tomber de diverses hauteurs qu'ils avoient mesurées, des globes d'argile pesant huit onces, et ils trouvèrent à plusieurs reprises que dans des temps exprimés par 5, 10, 15, 20, 25 vibrations, ces corps parcoururent des hauteurs qui furent respectivement de 10, 40, 90, 160, 250 pieds, et que dans les intervalles de 6, 12, 18, 24, 26 vibrations, ces hauteurs furent 15, 60, 135, 240, 280 pieds. Je ne saurois cependant dissimuler que cette expérience est bien délicate, et que quand les choses se seroient passées un peu autrement, elle n'auroit pas manqué de réussir à peu près de même. Car il étoit bien difficile de déterminer si l'instant de l'arrivée du globe au pavé étoit précisément celui de la fin de la vibration, et la rapidité de la chute est si grande, que dans une partie de vibration très-petite, le corps pouvoit parcourir un espace assez considérable. Aussi voyons-nous que quelques autres observateurs n'ont pas trouvé un résultat si parfaitement conforme à celui de la théorie. Le P. Deschales (2) entr'autres dit avoir examiné les espaces parcourus pendant les vibrations d'un pendule de demi-seconde, et avoir trouvé que des pierres qu'il laissoit tomber dans des puits d'inégale hauteur, parcouroient en 1, 2, 3, 4, 5, 6 vibrations des espaces qui étoient $4\frac{1}{4}$, $16\frac{1}{2}$, 36, 60, 90, 123 pieds ; au lieu qu'ils auroient dû être, suivant la théorie, de $4\frac{1}{4}$, 17, $38\frac{1}{4}$, 65, $106\frac{1}{4}$, 153. Mais ce mathématicien observe lui-même que cela doit être attribué à la résistance de l'air, et il est probable que si, au lieu de faire ces expériences avec de petits cailloux, il les eût faites avec des poids spécifiquement plus graves, comme des balles de plomb, leur résultat eût été beaucoup plus approchant de celui de la théorie. Car le P. Mersenne a remarqué (3) que laissant tomber des balles de plomb d'un endroit du dôme de S. Pierre de Rome, élevé de 300 pieds, elles parcouroient cet espace en 5, ou 5 secondes et demi, au lieu que de petits cailloux employoient à le faire 7 à 8 secondes, ce qui est conforme aux expériences faites par M. Desaguliers, à S. Paul de Londres.

(1) *Alm. Nov.* l. II. c. 19.
(2) *In Mecan. Mund. Math.* t. II.
(3) *Reflect. Phys. Math.* c. 9.

Il n'est pas possible par les raisons qu'on a dites plus haut, de s'assurer parfaitement, par les temps des chutes perpendiculaires, de la vérité de l'hypothèse de Galilée C'est pourquoi, à l'exemple de cet homme célèbre, les physiciens qui ont voulu établir cette vérité par expérience, ont recouru à d'autres preuves. La plus sure et la plus démonstrative est celle qu'on tire du mouvement des pendules. Car il suit incontestablement de l'hypothèse de Galilée, et de cette hypothèse seule, que des pendules inégaux et semblables doivent dans le même temps faire des nombres de vibrations qui soient réciproquement comme les quarrés de leurs longueurs ; et c'est ce qu'on observe avec la dernière précision, pourvu que les vibrations soient fort petites, ainsi que l'exige la démonstration tirée du principe de Galilée. Ainsi son hypothèse est la véritable, à l'exclusion de toute autre.

On trouve dans les livres de physique expérimentale divers autres moyens de rendre sensible aux yeux la vérité de cette hypothèse. Mais l'un des plus ingénieux est celui du fameux P. Sébastien (1), que nous nous bornerons à faire connoître : qu'on se représente un conoïde parabolique, autour duquel règne un canal spiral qui fait un angle constant, par exemple un quart de droit, avec le plan de chacune des paraboles génératrices. On démontre que si l'hypothèse de Galilée est la vraie, chaque tour de spirale doit être parcouru dans un même temps. Or c'est ce qui arrive. Si dans l'instant où une boule achève le premier tour en commençant du sommet, on en lâche une seconde, et ensuite une troisième lorsque la seconde a fini ce premier tour, et ainsi de suite, on les voit avec plaisir se trouver toutes sensiblement en même temps sur le même arc de parabole. Remarquons ici avec M. Varignon (2) qu'en général si l'on a une courbe dont l'abscisse représente l'espace, et l'ordonnée la vîtesse correspondante, et qu'ayant fait tourner cette courbe autour de son axe, on fasse régner autour de ce solide une spirale comme celle de la machine précédente, chaque tour devra être parcouru dans le même temps, si la loi d'accélération désignée par l'équation de la courbe génératrice est la véritable. Ceci fournit un moyen d'éprouver, d'une manière semblable à celle qu'on vient de voir, une hypothèse quelconque. Dans celle attribuée à Baliani, par exemple, il faudroit que ce fût un simple cône. Mais nous osons prévoir que si on en faisoit l'expérience, elle ne feroit que fournir une nouvelle preuve de la fausseté de cette hypothèse.

(1) *Hist. de l'acad.* ann. 1699. (2) *Ibid.* ann. 1702.

IV.

I V.

Les théories auxquelles Galilée avoit donné naissance reçurent leurs premiers accroissemens de deux de ses disciples. L'un est Benoît Castelli. Ce mécanicien est recommandable, comme étant en quelque sorte le créateur d'une nouvelle partie de l'hydraulique, savoir : *La mesure des eaux courantes.* Les contestations fréquentes qui s'élèvent en Italie sur le cours des fleuves, et la nécessité où l'on est dans ce pays de se tenir continuellement en garde contre leurs dommages, firent que le pape Urbain VIII, qui l'avoit appelé à Rome pour y enseigner les mathématiques, le chargea de réfléchir sur cette matière. Castelli travailla à remplir les vues de sa Sainteté ; et c'est le fruit de ses recherches et de ses réflexions qu'il donna dans son traité intitulé : *Della misura dell' acque correnti ;* ouvrage peu considérable par le volume, mais précieux par la solide et judicieuse doctrine qu'il contient. Il parut en 1638, et fut traduit en françois en 1664. On le trouve aussi dans le recueil italien des auteurs qui ont traité du mouvement des eaux. Nous en parlerons plus au long lorsqu'il sera question des écrivains plus modernes sur cette matière. Ce savant religieux du Mont-Cassin étoit né à Brescia en 1577, et mourut en 1644. Il fut, comme on l'a dit, un des élèves de Galilée, dont il prit la défense dans la querelle que ce grand homme essuya au sujet de ses découvertes hydrostatiques (1).

L'autre disciple de Galilée à qui la Mécanique et l'Hydraulique sont redevables, est Torricelli. Cet homme célèbre naquit à Faenza en 1618, et fut envoyé à l'âge de vingt ans à Rome pour y étudier les mathématiques, ce qu'il fit sous Benoît Castelli. Après la mort de Galilée, dont avec Viviani il recueillit les derniers soupirs, le grand duc de Toscane se l'attacha en qualité de son mécanicien. Il eut de vifs démêlés avec Roberval, au sujet de la cycloïde ; on peut en voir l'histoire dans le livre premier de cette partie. Il mourut en 1647, et laissa quantité d'écrits ébauchés qui n'ont pas vu le jour. On en trouve les titres dans le Journal de Venise, tom. XXX, où l'on lit aussi sa vie. Revenons aux travaux mécaniques de Torricelli.

Il étudioit à Rome les mathématiques sous Castelli, lorsque les écrits de Galilée sur le mouvement lui tombèrent entre les mains. Il composa dès-lors sur le même sujet un traité qui fut

(1) *Risposta alle opposizioni del signor Lud. delle colombe è del signor Vincenzio di Grazia, &c. Firenze,* 1615 *in*-4°.

envoyé à Galilée, et qui lui donna tant d'estime pour son auteur, qu'il désira le connoître et l'avoir auprès de lui. Mais Torricelli ne jouit de cet avantage que fort peu de temps, Galilee étant mort trois mois après. Il augmenta dans la suite le traité dont nous parlons, et y ajoutant une partie sur le mouvement des fluides, il le publia avec ses autres ouvrages mathématiques en 1644. Nous y trouvons la première idée d'un principe ingénieux et très-utile en mécanique. C'est celui-ci : *Lorsque deux poids sont tellement liés ensemble, qu'étant placés comme l'on voudra, leur centre de gravité commun ne hausse ni ne baisse, ils sont en équilibre dans toutes ces situations.* C'est par le moyen de ce principe que Torricelli démontre le rapport des poids qui se contrebalancent le long des plans inclinés ; et quoiqu'il ne l'emploie que dans ce cas, il est facile de voir qu'on peut l'appliquer à tous les autres cas imaginables de la Statique, de même qu'à quantité d'autres recherches mécaniques. Torricelli passe de là à examiner le mouvement accéléré aussi-bien que celui des projectiles, et il ajoute à la théorie de Galilée quantité de vérités remarquables. Nous en choisirons une seule parmi une multitude d'autres. C'est une propriété singulière de la trace de tous les projectiles jettés d'un même point sous différens angles, mais avec la même force. Torricelli montre que toutes les paraboles qu'ils décrivent sont renfermées dans une courbe qui est elle-même une parabole, et qui les touche. Par exemple, que A (*fig.* 30) soit le foyer d'une parabole dont C soit le sommet, tous les corps lancés du point A, sous quelqu'inclinaison que ce soit, avec une force capable de les élever perpendiculairement à la hauteur AC, décriront des paraboles qui toucheront la première. Torricelli termine son traité en rectifiant l'équerre ordinaire des bombardiers ; il en donne une nouvelle et fort simple, dont la construction est appuyée sur le vrai principe, et dont l'usage est fort facile.

Le second livre du traité de Torricelli a pour objet le mouvement des fluides ; il prend pour fondement de toute sa théorie, que l'eau qui s'écoule d'une ouverture pratiquée à un vase en sort avec une vîtesse égale à celle d'un corps qui seroit tombé de la hauteur du niveau de l'eau au-dessus de cette ouverture. Il tâche d'établir ce principe par diverses raisons, dont la meilleure est celle de l'expérience, qui montre que l'eau atteint presque ce niveau, de sorte qu'il est à présumer que sans la resistance de l'air elle l'atteindroit précisément. Nous remarquerons cependant dès cet endroit que cela n'est pas généralement vrai, et que les prétendues démonstrations qu'en donnent les livres vulgaires d'hydraulique ne sont pas concluantes. De-

puis qu'on a traité cette partie de la Mécanique d'après ses vrais principes, on a reconnu que la hauteur à laquelle jailliroit l'eau sortant verticalement par l'ouverture d'un vase, n'est égale à la hauteur du niveau que dans le cas où cette ouverture n'a aucun rapport sensible avec la grandeur de la surface du fluide qui s'abaisse en même temps. Nous traiterons ceci plus au long en rendant compte des découvertes de l'hydrodynamique moderne ; nous passons sur une multitude de propositions utiles et curieuses que Torricelli déduit de son principe, afin d'arriver à la découverte mémorable de la pesanteur de l'air.

V.

Quoique la découverte de la pesanteur de l'air soit des plus modernes, il y avoit déjà long temps que les phénomènes qu'elle occasionne étoient connus. On savoit depuis plusieurs siècles qu'en aspirant l'air contenu dans un tube dont l'extrémité est plongée dans un fluide, ce fluide s'élevoit au-dessus de son niveau, et prenoit la place de l'air. C'est d'après cette observation qu'on avoit imaginé les pompes aspirantes, et diverses autres inventions hydrauliques, comme les syphons, que Heron décrit dans ses *Pneumatiques*, et ces espèces d'arrosoirs connus du temps d'Aristote sous le nom de *Clepsidres* (1), qui s'écoulent et s'arrêtent suivant qu'on laisse l'orifice ouvert, ou qu'on le bouche avec le doigt. La raison qu'on donnoit de ce phénomène étoit la suivante : on prétendoit que la nature avoit une certaine horreur pour le vuide, et que plutôt que de le souffrir, elle préféroit de faire monter ou de soutenir un corps contre l'inclination de sa pesanteur. Galilée lui-même, malgré sa sagacité, n'avoit rien trouvé de plus satisfaisant ; il avoit seulement donné des bornes à cette horreur pour le vuide. Ayant remarqué que les pompes aspirantes ne soulevoient plus l'eau au-delà de la hauteur de seize brasses ou trente-deux pieds, il avoit limité cette force de la nature pour éviter le vuide à celle qui équivaudroit au poids d'une colonne d'eau de trente-deux pieds de hauteur sur la base de l'espace vuide. Il avoit en conséquence enseigné à faire du vide par le moyen d'un cylindre creux et renversé, dont on charge le piston de poids suffisans pour le détacher du fond. Cet effort se nommoit la mesure de la force du vuide, et il s'en servoit pour expliquer la cohérence des parties des corps (1).

Galilée n'ignoroit cependant pas la pesanteur de l'air ; il

(1) *Physic.* IV. c. 6.

(2) *Disc. et dim. Math. &c.* Dial. 1°.

enseigne dans ses dialogues deux manières de la démontrer et de la mesurer. Le pas étoit facile d'une découverte à l'autre ; mais l'histoire des sciences nous apprend à ne nous point étonner de voir d'excellens génies manquer des découvertes auxquelles ils touchoient.

Torricelli eut enfin l'idée heureuse de soupçonner que ce contrepoids qui soutient les fluides au-dessus de leur niveau, lorsque rien ne pèse sur leur surface intérieure, est la masse d'air qui est appuyée sur la surface extérieure. Voici par quels degrés il y parvint : en 1643, ce disciple de Galilée cherchant à exécuter en petit l'expérience du vuide qui se fait dans les pompes au-dessus de la colonne d'eau, quand elle excède trente-deux pieds, imagina de se servir d'un fluide plus pesant que l'eau, comme le mercure. Il soupçonnoit que, quelle que fût la cause que soutenoit une colonne de trente-deux pieds au-dessus de son niveau, cette même force soutiendroit une colonne d'un fluide quelconque qui pèseroit autant que la colonne d'eau sur même base ; d'où il concluoit que le mercure étant environ quatorze fois aussi pesant que l'eau, ne seroit soutenu qu'à la hauteur de vingt-sept à vingt-huit pouces. Il prit donc un tube de verre de plusieurs pieds de longueur, et scellé hermétiquement par un de ses bouts ; il le remplit de mercure, puis le retournant verticalement l'orifice en bas, en le tenant bouché avec le doigt, il le plongea dans un autre vase plein de mercure, et le laissa écouler. L'événement vérifia sa conjecture ; le mercure fidèle aux lois de l'hydrostatique, descendit jusqu'à ce que la colonne élevée au-dessus du niveau du réservoir fût d'environ vingt huit pouces.

L'expérience de Torricelli devint célèbre dans peu de temps ; le P. Mersenne qui entretenoit un commerce de lettres avec la plupart des savans d'Italie, en fut informé en 1644, et la communiqua à ceux de France qui la répétèrent bientôt. Le fameux Pascal et M. Petit, curieux physicien de ce temps, furent des premiers à la faire et à la varier de différentes manières ; cela donna lieu à l'ingénieux traité que Pascal publia à l'âge de vingt-trois ans, sous le titre d'*expériences nouvelles touchant le vuide*, et qui le rendit dès-lors fort célèbre dans toute l'Europe.

Cependant Torricelli réfléchissoit sur la cause de ce phénomène, et il parvint enfin à deviner que la pesanteur de l'air appuyé sur la surface du réservoir, étoit ce qui contrebalançoit le fluide contenu dans le tube. Cette idée est si conforme aux lois de l'hydrostatique, qu'il suffit de l'avoir entrevue pour y reconnoître la vraie cause du phénomène en question. Torricelli eut sans doute imaginé de nouvelles expériences pour confirmer sa découverte ; mais arrêté par la mort presqu'à

l'entrée de sa carrière, il fut contraint de laisser ce soin à d'autres.

En effet, Pascal qui, dans le premier traité dont nous avons parlé, avoit employé le principe de l'horreur du vuide, quoique, dit-il, il eût déjà quelque soupçon de la pesanteur de l'air, saisit l'idée de Torricelli, et imagina diverses expériences pour la vérifier. L'une fut de se procurer un vuide au-dessus du réservoir du mercure ; on vit alors la colonne tomber au niveau, mais cela ne lui paroissant pas encore assez puissant pour forcer les préjugés de l'ancienne philosophie, il fit exécuter par un de ses beau-frères (M. Perier, conseiller à la cour des aides de Clermont en Auvergne), la fameuse expérience de Puy-de-Dôme. Sa célébrité me dispense de m'étendre beaucoup sur ce sujet ; tout le monde sait que le correspondant de Pascal trouva que la hauteur du mercure à mi-côte de la montagne étoit moindre de quelques pouces qu'au pied, et encore moindre au sommet, de sorte qu'il étoit évident que c'étoit le poids de l'atmosphère qui contrebalançoit le mercure. Pascal apprit en même temps par là qu'il pouvoit avoir à Paris la satisfaction de voir l'abaissement du mercure, à mesure qu'il s'élèveroit dans l'atmosphère. Il choisit une des plus hautes tours de cette ville, savoir celle de St.-Jacques de la boucherie, qui est élevée d'environ vingt-cinq toises, et il trouva dans la hauteur du mercure une différence de plus de deux lignes. Nous ne croyons pas devoir entrer ici dans le détail de l'explication de divers phénomènes, qui sont une suite de la pesanteur de l'air ; outre que cela nous mèneroit trop loin, ils sont si connus de tous ceux qui sont initiés dans la physique, que ce seroit nous y amuser inutilement ; nous nous contentons donc de renvoyer aux livres de physique expérimentale, qui pour la plupart traitent amplement cette matière.

Il ne nous faut pas oublier ici quelques traits de la sagacité de Descartes, au sujet du phénomène dont nous venons de parler ; nous avons des preuves que ce philosophe reconnut avant Torricelli la pesanteur de l'air, et son action pour soutenir l'eau dans les pompes et les tuyaux fermés par un bout. Dans le recueil de ses lettres, il y en a une qui porte la date de l'année 1631 (1), et où il explique le phénomène de la suspension du mercure dans un tuyau fermé par le haut, en l'attribuant au poids de la colonne d'air élevée jusqu'au-delà des nues ; c'est aussi par là qu'il explique dans cette même lettre la pression d'un verre rempli d'air chaud, qu'on renverse sur un corps en bouchant bien les avenues de l'air extérieur. Nous

(1) T. III. lett. 111. p. 602.

trouvons encore des preuves du sentiment de Descartes sur ce sujet dans diverses autres lettres. Dans une qui est peu postérieure à la publication des *Dialogues* de Galilée sur le mouvement, et qui contient une critique un peu amère, et en plusieurs points, peu juste de cet ouvrage (1), Descartes rejette la prétendue force du vuide imaginée par le philosophe italien, et il attribue l'adhérence de deux corps qui se touchent par des surfaces fort polies, à la seule pesanteur de l'atmosphère qui pèse dessus; raison qu'il donne encore, quoique d'une manière moins exclusive, à la suspension de l'eau dans les tuyaux des pompes. Enfin dans une lettre (2) qui suit de près la précédente, il s'agit de ces arrosoirs qu'on maintient pleins d'eau en tenant l'ouverture supérieure bouchée. « L'eau ne demeure pas, dit il, » dans les vaisseaux par la crainte du vuide, mais à cause de la » pesanteur de l'air, &c. » Il est encore à propos de remarquer que Descartes revendique dans une de ses lettres (3) l'idée de l'expérience de Puy-de-Dôme. Après avoir prié M. de Carcavi de s'informer du succès de cette expérience que la renommée lui avoit appris avoir été faite par Pascal: « J'aurois, dit-il, » droit d'attendre cela de lui plutôt que de vous parce que » c'est moi qui l'en ai avisé il y a deux ans, et qui l'ai assuré » que, quoique je ne l'eusse pas faite, je ne doutois point du » succès; mais parce qu'il est ami de M. Roberval qui fait pro» fession de n'être pas le mien, j'ai lieu de croire qu'il en suit » les passions ». En effet quelque grand homme que fût Pascal, il n'étoit pas exempt de cette infirmité humaine. Nous ne pouvons porter aucun jugement bien assuré sur la justice de ces plaintes de Descartes, et sur le droit qu'il prétend à l'expérience dont il s'agit; mais ce que nous venons de rapporter d'après ses lettres, pourra paroître fort favorable à sa prétention.

V I.

La France déjà rivale de l'Italie, en ce qui concerne les premières découvertes géométriques qui ont commencé à frayer la route aux nouveaux calculs, semble l'avoir été aussi à l'égard de quelques-unes des découvertes mécaniques que nous venons d'exposer. Vers le temps où Galilée finissoit sa carrière, divers mathématiciens françois cultivoient la mécanique, soit en confirmant par de nouveaux tours de démonstrations, les vérités déjà connues, soit en agitant entre eux diverses questions qui

(1) T. II lett. 91.
(2) *Ibid.* lett. 94.
(3) T. III. lett. 75.

ont ensuite donné lieu à des branches intéressantes de cette science. L'*harmonie universelle* du P. Mersenne, ouvrage imprimé en 1637, nous fournit des preuves de ce que nous venons de dire. On y voit des essais mécaniques de M. Roberval, qui contiennent des démonstrations fort ingénieuses sur divers points de statique ; il y fait usage de ce principe depuis si employé et si connu, savoir, qu'il y a équilibre entre deux puissances, lorsqu'elles sont en raison réciproque des perpendiculaires tirées du point d'appui sur les lignes de direction. Quoique la découverte de ce principe ne paroisse pas d'une grande difficulté, il ne laisse pas d'y avoir quelque mérite à l'avoir apperçu, d'autant plus qu'il ne parut pas si évident à quelques gens de mérite, comme M. de Fermat, qui éleva à son sujet des difficultés mal fondées. A la vérité, la plupart des discussions mécaniques où entra M. de Fermat montrent qu'il n'étoit pas aussi grand physicien que géomètre. C'est surtout l'idée que font naître les prétentions qu'on lit dans son commerce épistolaire avec Roberval, et qui ressemblent fort à celles d'un M. de Beaugrand, auteur d'un ouvrage intitulé *Geostatique*, dont Descartes ne parle qu'avec pitié, et qui mérite ce jugement.

Le P. Mersenne servit la Mécanique, principalement par un grand nombre d'expériences, comme sur la résistance des solides, sur l'écoulement des fluides et le déchet occasionné par les ajutages, sur les vibrations des corps, et sur une multitude d'autres sujets. On les trouve répandues dans son *Harmonie universelle*, et ses divers écrits mécaniques, tels que ses *Cogitata physico-mathematica. Par.* 1644, *in*-4°. On pourroit les appeler un océan d'observations de toute espèce, parmi lesquelles il y en a un grand nombre d'assez puériles. Mersenne excitoit, comme tout le monde sait, les savans par les questions perpétuelles qu'il leur proposoit, et persuadé que la vérité naît de la dispute, comme la lumière sort du sein du caillou et du fer qui s'entrechoquent, il mettoit souvent ses correspondans aux prises les uns avec les autres. C'est à ces questions proposées par Mersenne que nous devons la théorie des centres de percussion ou d'oscillation ; sujet à l'occasion duquel Descartes et Roberval se querellèrent fort, sans avoir raison ni l'un ni l'autre, du moins, en ce qui concerne les cas les plus difficiles. Nous voyons aussi par les lettres de Descartes qu'il fut alors question parmi les mécaniciens françois de la position du centre de gravite dans les corps, en supposant les directions des graves convergentes ; de ce qui arriveroit à un corps tombant dans un milieu résistant, sur quoi Descartes fit une remarque fort juste Nous nous bornons ici à cette indication, et nous passons à rendre compte des efforts que fit ce philosophe

pour perfectionner la science du mouvement. A la vérité, ils ne furent pas tous également heureux ; nous ne pouvons même dissimuler qu'en plusieurs points cet homme si bien partagé du côté du génie, se trompa d'une manière qui nous fait peine pour sa réputation. Mais il entre dans notre plan de rapporter ses erreurs comme ses découvertes.

Descartes imita Galilée, en réduisant la Statique à un principe général et unique. On a de lui un traité de mécanique en peu de pages, ouvrage qu'il accorda à la sollicitation de M. de Zuylichem, père du célèbre Huygens, qui se plaisoit dans ces matières. Le principe auquel Descartes réduit toute cette science est qu'il faut autant de force, c'est-à-dire la même quantité d'effort pour élever un poids à une certaine hauteur, que pour élever le double à une hauteur moindre de moitié. Car, dit-il, élever cent livres à la hauteur d'un pied, et de nouveau cent livres à la même hauteur, c'est la même chose qu'élever deux cents livres à la hauteur d'un pied, ou cent à celle de deux ; ainsi l'effet est le même, et par conséquent il faut la même quantité d'action. Nous pourrions davantage développer ce principe, comme nous avons fait à l'égard de celui de Galilée. Mais nous sacrifions ce développement à la brièveté et à des objets plus intéressans.

On doit principalement à M. Descartes d'avoir enseigné plus distinctement qu'on n'avoit encore fait les propriétés du mouvement. Je me borne à dire plus distinctement, car on a déjà vu qu'on ne peut refuser au célèbre philosophe italien de les avoir reconnues et employées dans divers écrits, soit son *Systema Cosmicum*, soit ses dialogues sur le mouvement. Nous ne croyons cependant pas que ce soit de lui que Descartes les ait empruntées, le système de notre philosophe étant déjà en grande partie arrêté avant que les écrits de Galilée eussent vu le jour.

Descartes prend pour principe de toute sa Physique mécanique, 1°. que le mouvement subsiste dans un corps avec la même vîtesse et la même direction, tant qu'aucun obstacle ne le détruit, ou ne change cette vîtesse et cette direction. 2°. Que tout mouvement ne se fait de sa nature qu'en ligne droite ; de sorte que 3°. un corps ne se meut dans une ligne courbe que parce que sa direction est continuellement changée par quelqu'obstacle, sans lequel elle s'échapperoit par la tangente au point où cet obstacle cesseroit.

On emploie ordinairement pour prouver ces règles, l'idée du mouvement qu'on considère comme un état du corps ; d'où l'on conclut que toute chose restant dans son état, tant qu'aucune cause extérieure ne l'en tire, il faut qu'un corps en

en mouvement continue à se mouvoir, jusqu'à ce qu'il rencontre quelqu'obstacle. Il en est de même de la direction et de la vîtesse ; elles doivent, dit-on, rester les mêmes par une raison semblable ; car cette vîtesse et cette direction sont au mouvement, ce qu'une plus grande ou une moindre courbure ou une courbure dans un certain sens, est à l'état de curvité. Ce sont des modifications du mouvement qui doivent par conséquent subsister, tant qu'aucune cause ne les change ; telles sont à peu près les raisons de M. Descartes pour prouver ces règles. Mais nous remarquerons avec M. d'Alembert (1), que si l'on n'avoit que de pareilles raisons, elles ne seroient guères propres à opérer une conviction entière. La nature du mouvement, nous ne pouvons le dissimuler, est encore pour nous une énigme ; ainsi toute preuve appuyée sur ce fondement ne peut être que foible. Nous n'en avons aucune meilleure que celle de l'expérience, qui dépose de cent façons différentes en faveur de ces lois. Tout corps dégagé d'obstacle ne prend qu'un mouvement rectiligne, et tant qu'il ne rencontre aucune résistance sensible, il continue à se mouvoir avec la même vîtesse. Un pendule d'un certain poids, dont le mouvement est très-libre, fait des oscillations durant vingt-quatre heures, et il est facile d'assigner ici la cause de la cessation de son mouvement, savoir la résistance de l'air qu'il a à fendre ; car cette résistance est-elle plus grande, comme celle de l'eau, le mouvement est plutôt éteint ; est-elle moindre, comme si le mouvement se passe dans la machine pneumatique, il continue plus long-temps qu'il n'auroit fait. Enfin, tout corps qui décrit une courbe, ne le fait qu'au moyen d'un arrêt contre lequel il exerce un effort qu'on ne peut méconnoître. Cet arrêt cesse-t-il, le corps s'échappe par la tangente ; c'est ce qu'on éprouve dans tous les mouvemens curvilignes ; ainsi aucune vérité physique mieux prouvée, que celle des lois qu'on a exposées ci-dessus.

Nous voudrions bien pour la gloire de Descartes, à laquelle comme françois, nous devons nous intéresser, pouvoir en dire autant des règles qu'il prétendit établir par la communication du mouvement. Mais c'est ici que sa trop grande confiance en certaines idées métaphysiques, et un esprit systématique mal dirigé, l'entraînèrent dans une foule d'erreurs trop peu excusables. Nous trouvons effectivement dans ces règles toute sorte de défauts, principes hasardés, contradictions, manque d'analogie et de liaison ; c'est, pour le dire en un mot, un tissu

(1) *Traité de Dynamique*. Préface.

d'erreurs qui ne mériteroient pas d'être discutées sans la célébrité de leur auteur.

Descartes établit ses lois du choc des corps, sur deux principes, l'un assez séduisant, l'autre trop peu pour que nous ne soyons pas étonnes qu'il ait pu lui en imposer. Le premier de ces principes est que dans le choc des corps il reste toujours la même quantité de mouvement; Descartes appuye sa prétention sur l'idée de l'immutabilité divine : Dieu, dit-il, ayant créé le monde avec une certaine quantité de mouvement qu'il a établie comme le ressort de toutes les opérations de la nature, il semble que son immutabilité consiste à en conserver la même quantité. D'ailleurs n'y auroit il pas à craindre sans cela que le monde ne tombât dans une espèce d'engourdissement fatal à tous les êtres. Le second principe employé par Descartes, est que le corps a une force pour persévérer dans l'état où il est, soit de mouvement, soit de repos. Il faut encore remarquer que, suivant ce philosophe, un mouvement dans une direction opposée, n'est point un état contraire; de sorte que la seule raison de ne pouvoir continuer son mouvement, en est une pour être réfléchi en sens contraire avec la même vîtesse. Nous discuterons toutes ces prétentions après avoir rapporté quelques-unes des lois du choc, que Descartes en déduit pour les corps absolument durs, qui sont les seuls qu'il considère. Les voici :

1°. Si deux corps égaux se choquent avec des vîtesses égales, ils se réfléchiront en arrière, chacun avec sa vîtesse.

2°. Si l'un des deux est plus grand que l'autre, et que les vîtesses soient égales, le moindre seul sera réfléchi, et ils iront tous les deux du même côté avec la vîtesse qu'ils avoient avant le choc.

3°. Si deux corps égaux et ayant des vîtesses inégales en sens contraire, viennent à se choquer, le plus lent sera entraîné, de sorte que leur vîtesse commune sera égale à la moitié de la somme de celles qu'ils avoient avant le choc.

4°. Si l'un des deux corps est en repos, et qu'un autre moindre que lui vienne le frapper, celui ci, dit Descartes, se refléchira sans lui imprimer aucun mouvement.

5°. Si un corps en repos est choqué par un plus grand, il en sera entraîné, et ils iront ensemble du même côté, avec une vîtesse qui sera à celle du corps choquant, comme la masse de celui-ci à la somme des masses de l'un et de l'autre. Le corps en repos ayant 1 de masse, et l'autre 2, leur vîtesse commune après le choc sera les $\frac{2}{3}$ de celle du corps choquant. Cette règle est la seule où Descartes ait rencontré la vérité; je passe les

autres cas, qui sont ceux où un corps en atteint un autre en le suivant avec une vîtesse plus grande que la sienne, parce qu'il s'y trompe de même que dans les précédens. Il vaut mieux passer à examiner les principes sur lesquelles sont établies ces déterminations.

En premier lieu, que la quantité du mouvement doive rester toujours la même, c'est une proposition démontrée fausse par l'expérience; quant à la preuve qu'en apporte Descartes, il est bien vrai que la Divinité agit d'une manière immuable; accordons encore qu'il est fort probable qu'elle entretient l'univers par quelque loi générale; mais il est bien téméraire de prendre pour le caractère de l'immutabilité divine, cette prétendue inaltérabilité dans la quantité du mouvement. Il est mille autres lois plus générales, plus nécessaires, que la Divinité a pu choisir, eût pu dire quelque adversaire de Descartes; et en effet l'on sait aujourd'hui que ce n'est pas la quantité de mouvement absolu qui est inaltérable, mais celle du mouvement vers un même côté, ou bien encore dans le choc des corps élastiques, la somme des produits de chaque masse par le quarré de sa vîtesse.

En second lieu, Descartes s'étoit formé une idée très-fausse du mouvement; sans doute il eût raisonné autrement, s'il n'eût pas trop déféré au faux principe qu'il avoit pris pour guide. Car c'est une proposition bien dure à admettre, que de dire que deux mouvemens égaux, mais en sens opposés, ne soient pas deux états contraires du corps. On conçoit très-distinctement qu'il faut quelque chose de plus pour changer un mouvement en mouvement contraire, que pour le détruire simplement et arrêter le mobile; tout de même que pour changer une courbure en courbure contraire, il faut quelque chose de plus que pour la réduire en ligne droite.

En troisième lieu, Descartes tomboit dans une erreur bien peu digne d'un métaphysicien, lorsqu'il attribuoit au repos et au mouvement une force pour résister à leur changement d'état; il étoit encore bien éloigné de ce sentiment, lorsqu'il écrivoit (1), « je ne reconnois dans les corps aucune inertie, » on tardiveté naturelle, et je crois que lorsqu'un homme se » promène, il fait tant soit peu mouvoir toute la terre; mais » je ne laisse pas d'accorder que les plus grands corps étant » poussés par une même force, se meuvent plus lentement; ce » qui seroit peut-être assez, sans avoir recours à cette inertie » naturelle *qui ne peut aucunement être prouvée :* » nous ajou-

(1) Lett. 94, tom. II.

terons, qui est entièrement contraire à l'idée que nous devons avoir de la matière. En effet, nous ne pouvons la regarder que comme une substance purement passive et incapable d'action; or, qui dit *force*, dit action, par conséquent la matière étant incapable de la dernière, l'est également de la première. Toute l'inertie des corps ne consiste qu'en ce qu'il faut une force pour imprimer un mouvement à un corps, puisqu'il ne sauroit de lui-même changer d'état; et qu'il en faut une plus grande pour lui donner une plus grande vîtesse. Quant à la preuve que Descartes prétend donner de son sentiment, preuve qu'il tire de l'immutabilité divine, qui consiste à laisser les choses dans l'état où elles sont lorsque rien ne tend à les en tirer, elle est absolument sans force; car cette immutabilité est très-compatible avec le sentiment contraire; il suffit qu'il y ait un choc pour qu'il y ait motif à un changement.

Après les observations que l'on vient de faire sur les principes que Descartes a employés dans sa recherche des lois du choc, il est facile d'en porter un jugement. La première, où il s'agit de deux corps égaux et parfaitement durs, qui se choquent avec des vîtesses égales, est fausse; ces deux corps ne doivent pas se réfléchir, mais s'arrêter tout court; car la force de chacun est uniquement employée à détruire le mouvement de l'autre; et comme on ne les suppose point élastiques, il n'y a aucune cause capable de rétablir le mouvement détruit; d'ailleurs si ces deux corps se réfléchissoient l'un à la rencontre de l'autre, le ressort seroit absolument inutile.

La seconde règle est encore fausse par une suite des deux faux principes adoptés par Descartes. En raisonnant plus conformément aux saines idées du mouvement, il auroit trouvé que dans le choc le mouvement du petit corps auroit été détruit, et qu'il en auroit été détruit autant dans le grand, et que le surplus se distribuant sur la masse de l'un et de l'autre, ils auroient dû aller dans la direction du plus grand. Je passe la troisième règle pour m'arrêter un peu à la quatrième, qui est d'une fausseté évidente et des plus contraires à l'expérience.

Dans cette règle Descartes veut que, si un corps en repos est choqué par un autre tant soit peu moindre, celui-ci ne puisse le mettre en mouvement, et qu'il soit obligé de se réfléchir avec toute sa vîtesse. Il falloit que les premiers Cartésiens fussent des gens d'une singulière docilité pour admettre une proposition semblable. Aussi l'un des plus éclairés (M. Clerselier) lui fit des difficultés à ce sujet, et Descartes tenta de lui répondre (1), ce qu'il fit par un raisonnement qui m'a paru fort

(1) Lett. 117, tom. I.

peu intelligible. Quoi qu'il en soit, il est notoire aujourd'hui qu'un corps très-gros, un boulet de canon, par exemple, suspendu par une corde, sera mis en mouvement par le choc d'une balle de pistolet. Je n'ignore pas que Descartes tâche de rendre raison de cet effet : il dit qu'un corps plongé dans un fluide, est dans un équilibre parfait avec les parties de ce fluide qui le choquent, les unes d'un côté, et les autres de l'autre, de sorte que le choc d'un autre corps, quelque petit qu'il soit, venant s'y joindre, ne fait qu'emporter l'équilibre (1). Mais, nous l'oserons dire, malgré le respect dû au philosophe françois, ce n'est là qu'une défaite inadmissible.

Il y a encore dans les règles de Descartes un manque d'analogie et de liaison, dont voici un exemple; lorsque deux corps mus d'égale vîtesse se rencontrent, ils se réfléchissent, dit Descartes, l'un et l'autre; mais diminuez tant soit peu l'un des deux, alors, suivant lui, le moindre se réfléchit avec toute sa vîtesse, et le plus grand continue avec la sienne toute entière. Cependant la raison persuade qu'un changement aussi léger n'est pas capable d'opérer un effet aussi opposé; car la nature n'agit pas ordinairement de cette manière; les lois du choc admises aujourd'hui parmi les mécaniciens, n'ont pas un pareil défaut; on y voit toujours le mouvement se changer en repos ou en mouvement contraire par gradation. Dans celles de Descartes tout se fait par saut, comme s'il n'y avoit pas entre elles la moindre liaison, la moindre dépendance d'un même principe. Nous supprimons, afin d'abréger, plusieurs autres réflexions qui se présentent à nous sur les défauts de ces règles qui pèchent de tous les côtés; comment se peut-il faire qu'un aussi grand géomètre n'ait pas saisi cet objet sous un point de vue plus géométrique.

Il paroît cependant par les lettres de Descartes qu'il a quelquefois raisonné plus sainement sur les lois du choc; car dans la quarante-quatrième du second volume, il assigne la véritable loi, dans le cas où un corps en choque un autre quelconque en repos. Il prétend ici que le mouvement du corps choquant se répartit sur la masse des deux, la vîtesse diminuant en même raison que la masse est augmentée, ce qui est conforme à la vérité. Nous ne doutons en aucune manière que Descartes n'eût parfaitement réussi à démêler les vrais lois de la communication du mouvement, s'il n'eût pas été préoccupé de l'idée de les faire cadrer avec son système général; on ne peut trop regretter qu'il ait embrassé un plan aussi vaste. S'il se fût adonné uniquement à perfectionner diverses branches de la physique,

(1) *Princip.* pag. 11, art. 56.

il n'en est aucune dans laquelle il n'eût porté une lumière éclatante ; car l'unique source de ses erreurs est l'esprit systématique auquel il se livra avec trop de confiance , et sans consulter assez l'expérience. Mais en voilà assez à ce sujet , finissons cet article par quelque trait qui fasse plus d'honneur au génie de Descartes.

Une des plus ingénieuses idées de Descartes est d'avoir tenté d'appliquer la force centrifuge de la matière éthérée à l'explication de la pesanteur des corps. Quoique l'examen de ce système paroisse appartenir davantage à la physique qu'aux mathématiques , cependant comme ce sont des principes mécaniques que Descartes y emploie , je n'ai pas cru cet examen étranger à mon sujet ; d'ailleurs la célébrité de la question justifie cette sorte d'excursion hors de mon plan.

Descartes fait rouler , comme l'on sait , autour de la terre et de chaque planette , un tourbillon de matière éthérée , c'est-à-dire extrêmement subtile ; mais tout corps , ajoute-t-il , qui a un mouvement de circulation , fait effort pour s'éloigner de plus en plus du centre autour duquel il circule ; toutes les parties du tourbillon terrestre ont donc une propension continuelle à s'éloigner de la terre , et ce tourbillon se dissiperoit , s'il ne rencontroit pas une résistance suffisante dans l'effort du reste de la matière éthérée. Il faut encore supposer dans cette hypothèse que les corps terrestres sont moins propres au mouvement que la matière éthérée , et qu'ils n'ont par conséquent qu'une force centrifuge moindre. Cette supposition admise , on sent qu'ils sont dans ce fluide comme un corps plongé dans un liquide de moindre pesanteur spécifique , et de même que ce liquide le repousse vers le côté opposé à celui où il tend par sa pesanteur , de même les corps terrestres placés au milieu du tourbillon dont nous parlons , seront repoussés vers le milieu dont il tend à s'éloigner. Voilà , suivant Descartes , la cause de la pesanteur et de la chute des corps vers le centre de la terre.

Il en est à peu près de cette idée comme de celle des tourbillons , que le même philosophe employa pour expliquer les mouvemens célestes ; elle séduit du premier abord , elle enchante par l'apparence d'un mécanisme très intelligible et très-vraisemblable ; mais elle est sujette à de grandes difficultés , et qui sont telles que le plus grand nombre des physiciens convient aujourd'hui qu'il faut recourir à quelqu'autre moyen d'expliquer la pesanteur.

M. Huygens , quoique disciple de Descartes , a le premier porté des coups dangereux à l'explication que nous venons

d'exposer; il remarque dans son livre *de causâ gravitatis*, 1°. que l'effort centrifuge des portions de fluide, situées dans les parallèles à l'équateur, se faisant dans le sens des rayons de ces parallèles, c'est dans ce sens que doit se faire la réaction qui cause la pesanteur; conséquemment un corps placé partout ailleurs que dans l'équateur, tendra vers l'axe du tourbillon, et non vers le centre. 2°. Qu'afin que la matière éthérée pût pousser les corps terrestres avec la force que nous éprouvons, il faudroit que sa circulation fût dix-sept fois aussi rapide que le mouvement diurne de la terre. Mais un tourbillon de cette rapidité et de cette densité, entraîneroit avec lui tous les corps, et ne manqueroit pas d'accélérer peu à peu la révolution de notre globe. 3°. Il suivroit de l'hypothèse de Descartes que ce seroient les corps les moins denses qui pèseroient le plus, de même que ce sont les moins denses qui semblent faire plus d'effort pour s'élever sur la surface des fluides plus pesans, ce qui est manifestement contraire à l'expérience. Huygens n'a pas cru qu'il fût possible de répondre à ces difficultés, et s'est cru obligé par cette raison de donner à la matière éthérée un autre mouvement qu'il imagine se faire dans diverses couches sphériques, et dans tous les sens imaginables; par là on remédieroit effectivement à quelques-uns des inconvéniens du tourbillon simple de Descartes; mais le remède est pire que le mal, et ce mécanisme imaginé par M. Huygens, est avec raison réputé impossible.

On est donc revenu au tourbillon tel que Descartes l'avoit proposé, et l'on a tâché de répondre aux objections d'Huygens. M. Saurin a cru avoir résolu heureusement la première: il disoit qu'un fluide agissant toujours perpendiculairement à la surface qu'il comprime, un tourbillon renfermé dans une surface sphérique exerceroit sa pression dans le sens du rayon, et que la réaction de cette pression, qui forme la pesanteur, se faisant en sens contraire, il devoit s'ensuivre que les corps tendroient vers le centre (1). Il faisoit encore sur ce sujet un autre raisonnement qu'il seroit trop long de rapporter; mais il semble qu'à l'exception de ceux qui étoient intéressés à trouver cette solution bonne, personne autre n'en a porté un jugement aussi avantageux que lui. En effet, on pourroit, par un pareil raisonnement, prouver qu'un corps qu'on plongeroit dans un vase hémisphérique plein d'eau, devroit remonter perpendiculairement à la surface de ce vase, et non à l'horizon. Quant à la seconde difficulté de M. Huygens, Saurin convient ingénuement qu'il n'a rien de satisfaisant à y répondre (2). A l'égard

(1) *Journal des Savans*, ann. 1703. (2) *Mém. de l'Acad.* ann. 1709.

de la troisième, je ne vois aucune part, pas même de tentative pour la résoudre.

On n'a pas négligé de faire des expériences pour reconnoître d'une manière sensible si les phénomènes de la gravité s'accordent avec l'hypothèse des tourbillons. On en lit quelques-uns dans les mémoires de l'académie royale des Sciences des années 1714, 1715 et 1716; mais leur auteur (M. Saulmon) ne peut dissimuler qu'il en résulte tout le contraire de ce qu'il faudroit pour confirmer cette hypothèse. Outre qu'un corps est entraîné par le tourbillon, on observe que les plus denses, loin de se plonger au centre, s'écartent au contraire vers la circonférence. M. Bulfinger, conduit par les mêmes vues que M. Saulmon, et désirant décider, par l'expérience, la question si un corps plongé dans un tourbillon sphérique tombera au centre, ou vers l'axe, s'est procuré un pareil tourbillon, en faisant tourner rapidement autour de son axe, une sphère de verre remplie d'eau (1). Il a remarqué que des bulles d'air qui se rencontroient dans cette sphère, formèrent bientôt un cylindre autour de l'axe, et non un globe, de sorte qu'il a cru pouvoir en conclure qu'un tourbillon sphérique ramèneroit le corps vers l'axe, et non vers le centre.

L'académie des Sciences ayant proposé pour le prix de l'année 1728, d'examiner la cause et le mécanisme de la gravité, M. Bulfinger proposa une nouvelle manière d'expliquer ce phénomène (2). Il imaginoit un tourbillon tournant à la fois autour de deux axes perpendiculaires l'un à l'autre, espérant pouvoir en déduire la chute directe des graves vers le centre. On voit aussi dans cet écrit le dessein d'une machine propre à en faire l'expérience, en donnant à une sphère remplie d'eau ces deux mouvemens; nous ne voyons pas que le savant que nous citons ait exécuté cette expérience; nous doutons fort qu'elle eût eu quelque succès, ou plutôt nous tenons le contraire pour assuré. Car afin qu'un tourbillon de cette nature repoussât les corps au centre, il faudroit que tous les points du fluide décrivissent des arcs de grands cercles, et c'est l'objet que se proposoit M. Bulfinger par ce double mouvement; mais il n'y a que les points éloignés également des poles des deux axes, qui décrivent des grands cercles; tous les autres ne décrivent que des courbes à double courbure, dont les perpendiculaires ne concourent point au centre de la sphère, ce qui seroit nécessaire pour que les corps fussent poussés vers ce centre.

(1) *De Direct. gravium in vortice Sphaerico.* Mem. de Pétersbourg, t. I. ann. 1726.

(2) *De causâ gravit. diss.* Prix de l'Acad. tom. III.

Nous

Nous ne disons rien de diverses autres manières d'expliquer la pesanteur ; cet objet étant entièrement du ressort de la physique, nous ne croyons pas devoir nous en occuper davantage. Il suffit au mathématicien de considérer la pesanteur comme un phénomène, d'en observer les lois, et d'après elles calculer les effets qui en sont le résultat. Nous laissons donc à celui qui écrira peut-être quelque jour l'histoire de la physique le soin de discuter les différentes tentatives qu'on a faites pour expliquer ce phénomène.

Fin du troisième Livre de la quatrième Partie.

NOTES

DU

TROISIÈME LIVRE.

NOTE *A*.

VOICI les deux démonstrations que nous avons promises dans l'article III de ce livre, l'une dans le style de la géométrie ancienne, l'autre d'après le calcul analytique moderne. On y en joint une qui fait voir l'absurdité de l'hypothèse véritable de Baliani.

Supposons que CB (*figure* 69) soit la ligne dans laquelle s'exécute la chute du corps, et que cette ligne et tout l'espace parcouru soit divisé en parties infiniment petites et égales, de sorte que chacune puisse être censée parcourue d'un mouvement uniforme ; que B*b* soit une de ces parties. Puisque, suivant l'hypothèse qu'on examine, la vitesse en B est comme l'espace parcouru CB, et que les temps dans lesquels des espaces égaux sont parcourus d'un mouvement uniforme sont réciproquement comme les vitesses, il s'ensuit que le temps employé à parcourir B*b* est réciproquement comme CB. Ainsi, si l'ordonnée BD exprime ce temps, le point D et tous les autres semblablement déterminés seront dans une hyperbole entre les asymptotes CA, CB ; et chaque ordonnée ou chaque rectangle infiniment petit D*b* exprimant le tempuscule employé à parcourir B*b*, l'aire totale de la courbe depuis C, ou le commencement de la chute, représentera le temps employé à cette chute de C en B.

Que d'absurdités suivent donc de cette hypothèse ! car on sait que cette aire est infiniment grande. Ainsi il faudroit dans cette loi d'accélération un temps infini pour que le corps pût descendre de C en un point quelconque B ; le mouvement seroit donc impossible.

Ou bien supposons que le corps arrivé en B avec une vitesse quelconque soit réfléchi par un ressort parfait vers le point C ; comme les degrés de retardation dans son mouvement sont évidemment les mêmes que ceux de son accélération aux mêmes points en descendant, il s'ensuivroit que le corps mettroit à monter jusqu'à C un temps infini ; et cela, de quelque point de sa chute qu'il fût réfléchi en haut.

Enfin, comme les aires hyperboliques entre les asymptotes représentent les temps employés à parcourir les espaces correspondans dans la perpendiculaire, et que ces aires sont égales (par la propriété de l'hyperbole), lorsque les portions correspondantes de l'asymptote sont continuement proportionnelles, il s'ensuit que si l'espace de la chute est divisé en parties continuement proportionnelles, chacune de ces parties sera parcourue dans un temps égal ; d'où suivent les mêmes conséquences que ci-dessus. J'avoue avoir peine à concevoir comment cette démonstration a pu laisser des nuages dans l'esprit de quelques personnes.

Je viens maintenant à la démonstration tirée du calcul analytique. Pour cet effet, soit s l'espace parcouru d'un mouvement accéléré, et ds l'élément de cet espace, qui peut être conçu comme parcouru d'un mouvement uniforme ; soit $= u$ la vitesse qui répond à l'espace s, et qui selon cette hypothèse lui est proportionnelle ; que t représente le temps employé à parcourir s, et conséquemment dt le tempuscule employé à parcourir ds : maintenant on sait que l'espace parcouru par un corps mu uniformément est en raison composé du temps et de la vitesse avec laquelle cet espace est parcouru ; ainsi, on aura le petit espace ds, en raison de dt et de u, ou $= udt$, ou $dt = \frac{ds}{u}$; et comme u est proportionnel à s, on aura $dt = \frac{ds}{s}$, ou $t = S\frac{ds}{s}$; mais $S\frac{ds}{s}$ est le logarithme de s, lequel, par la propriété de l'hyperbole ou des logarithmes, est infini quand s est zero. Ainsi, en supposant $s = 0$, ou le corps au commencement de sa chute, il lui faudra un temps infiniment long pour en parcourir le premier élément, c'est-à-dire, que le mouvement du corps sera impossible.

L'on trouve en effet par un autre raisonnement que le corps, au commencement de sa chute, seroit sans force accélératrice pour tomber, ou n'auroit aucune pesanteur. Car en conservant les dénominations ci-dessus, soit G, cette force accélératrice dans les divers points de la chute du corps, il est évident que l'accroissement de la vitesse produite dans le corps mu par l'action d'une force est en raison de l'intensité de cette force, et du temps pendant lequel elle agit ; ainsi, l'on aura $Gdt = du$. Or on a trouvé plus haut $dt = \frac{ds}{s}$, ou $\frac{ds}{u}$, puisque u est proportionnel à s ; d'où il suit, qu'en mettant au lieu de dt sa valeur $\frac{ds}{u}$, on aura $\frac{Gds}{u} = du$, ou $G = \frac{udu}{ds}$; mais $\frac{udu}{ds}$ représente la sous-normale de la courbe dont s est l'abscisse, et u l'ordonnée ; courbe qui, dans le cas de l'hypothèse que nous examinons, n'est autre qu'une ligne droite, puisque u est proportionnelle à s ; et dans une pareille courbe, la sous-normale est zéro, au sommet, ou lorsque $s = 0$: la force accélératrice G, ou la pesanteur seroit donc o au commencement de la chute ; c'est-à-dire, cette chute seroit impossible.

Il nous reste à examiner l'hypothèse véritable de Baliani, celle où l'on suppose que l'espace parcouru dans le premier instant de la chute étant 1, celui qui sera parcouru dans le second instant sera 2 ; celui qui répondra au troisième instant, 3, &c. et ainsi de suite. On trouve dans cette hypothèse que les espaces parcourus après un premier instant, après 2, après 3, &c., sont comme 1. 3. 6. 10 &c., c'est-à dire comme les nombres triangulaires répondans au nombre des instans écoulés, au lieu que dans l'hypothèse de Galilée, qui est la vraie, ces espaces sont comme les quarrés des nombres 1. 2. 3. 4. &c. ou 1. 4. 9. 16. 25. &c. Soit donc (*fig.* 70) la courbe IRS, dont l'axe est AQ, sur lequel les abscisses $AP = t$ représentent les temps et les ordonnées $PR = u$, les vitesses acquises, l'aire APR représentera l'espace parcouru depuis le commencement de la chute ; or cet espace est comme le nombre triangulaire correspondant à l'abscisse AP ou t, et ce nombre triangulaire est représenté par $\frac{tt+at}{2}$, en prenant a pour une quantité arbitraire et constante ; d'un autre côté, l'aire APQ est $= Sudt$; on aura donc $Sudt = \frac{tt+at}{2}$, ou $udt = \frac{2tdt+adt}{2}$, ce qui donne $u = \frac{2t+a}{2}$. Ainsi, en supposant $t = 0$ ou au commencement de la chute, le corps aura déjà acquis une vitesse représentée par un $\frac{1}{2}a$, ce qui est faux, et même absurde ; car il est aisé de démontrer, par la nature de l'accélération, que cette vitesse est au commencement de la chute moindre que toute vitesse donnée. L'hypothèse véritable de Baliani n'est donc, quoiqu'en ayent pu dire ses apologistes, guères moins contraire à la vérité et à la nature, que celle qu'on lui attribue vulgairement.

J'ai dit qu'on peut facilement démontrer que la vitesse d'un corps au commencement de sa chute est moindre que toute vitesse donnée ; car supposons qu'à

la fin du premier instant, par exemple, une seconde, la vitesse acquise soit 1; que ce premier instant soit partagé en 2, ou deux demi-secondes, il y aura nécessairement même rapport de la vitesse du corps au bout de deux secondes, à sa vitesse au bout du premier instant ou d'une seconde, que de celle-ci à la vitesse acquise au bout du demi-instant ou de la demi-seconde; les vitesses acquises au bout d'un instant, d'un demi, d'un quart, d'un huitième, &c., sont en progression géométrique décroissante; donc la vitesse, au bout d'une infiniment petite partie d'un instant est infiniment petite ou nulle, dans quelque hypothèse d'accélération que ce soit; et ce raisonnement sert même à démontrer que toute hypothèse sur l'accélération, hors celle suivant laquelle la vitesse croit en même raison que le temps, renferme en elle-même une contradiction, et est absurde.

Fin des Notes du Livre troisième de la quatrième Partie.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE QUATRIÈME.

Progrès de l'Optique jusques vers le milieu du dix-septième siècle.

SOMMAIRE.

I. *Kepler explique la manière dont on apperçoit les objets. Description de l'organe de l'œil. Explication des principaux phénomènes de la vision. Autres traits de l'astronomie optique de Kepler.* II. *Invention du Télescope. Manières différentes dont on la raconte. Pièces curieuses sur ce sujet. Des diverses espèces de Télescopes, et à qui elles sont dues.* III. *Des Microscopes, et ce qu'on sait sur leur invention.* IV. *Kepler publie sa Dioptrique, où il examine les foyers des verres lenticulaires, et la cause des effets des Télescopes. Explication de ces effets et de ceux des*

Microscopes. V. *Découverte de la loi de la réfraction par Snellius.* VI. *Descartes tente de la démontrer. Querelle élevée entre lui et Fermat à ce sujet, et comment elle se termine. Idée abrégée des tentatives faites par d'autres philosophes pour rendre raison de cette propriété de la lumière.* VII. *Nouvelles vues de Descartes sur la perfection des Télescopes. Ses découvertes sur la forme des surfaces propres à réunir les rayons de la lumière* VIII. *Il perfectionne l'explication de l'arc-en-ciel, ébauchée par Antoine de Dominis.*

I.

LA partie précédente de cet ouvrage nous a présenté l'Optique dans un état de foiblesse approchant de l'enfance ; nous allons ici la voir, sortant de cet état, commencer à prendre l'essor par un grand nombre de découvertes des plus intéressantes. Telles sont celle de la manière dont s'opère la vision et l'explication de ses divers phénomènes ; la découverte du Télescope et du Microscope, la loi de la réfraction, l'explication de l'iris, &c. Ces objets ont droit d'intéresser non-seulement les mathématiciens, mais tous ceux pour qui les connoissances naturelles ont quelqu'attrait.

La manière dont se fait la vision, c'est-à-dire, dont on apperçoit les objets, étoit encore un mystère à l'époque où nous a amené le volume précédent. Porta et Maurolicus avoient touché d'assez près à la vérité ; mais sur le point qu'ils étoient de la saisir, ils avoient malheureusement échoué. Cette intéressante découverte étoit réservée au commencement du dix-septième siècle, et à Kepler. Ce grand homme rassemblant les traits de lumière que lui fournissoient ces deux physiciens, dévoila enfin ce mystère. Il reconnut le vrai usage du cristallin et de la rétine, l'existence des images qui se peignent sur celle-ci, et leur inversion, les causes de la distinction et de la confusion avec laquelle on apperçoit les objets. Il expliqua toutes ces choses dans son *astronomiae pars optica* (1), ouvrage dans lequel il ne faut pas chercher cette précision qui caractérise ceux de notre siècle, mais qui est plein d'idées neuves et dignes d'un homme de génie. Avant que d'entrer dans des détails sur le mécanisme de la vision, donnons une idée de l'organe qui en est l'instrument.

L'œil est un globe creux dont l'enveloppe est formée de trois tuniques ou membranes ; la première est celle qu'on nomme là

(1) *Ad Vitellionem paralipomena, quibus astronomiae pars optica traditur*, &c. Francof. 1604, in-4°.

sclérotique ; elle est une production de la dure-mère, la plus extérieure de celles qui revêtent le cerveau. La choroïde qui est au-dessous, provient de la pie-mère ou de la seconde membrane dont le cerveau est enveloppé ; elles sortent du crâne, enveloppant la partie vraiment nerveuse du nerf optique, qui s'épanouissant en quelque sorte, tapisse l'intérieur de la choroïde, d'un tissu de filamens nerveux, mêlés avec des vaisseaux sanguins, ce qui lui donne la ressemblance d'un réseau, et lui a fait donner le nom de la rétine ; c'est la troisième des membranes qui forment l'enveloppe de l'œil, et c'est dans elle que réside le sentiment de la vision. Voyez la figure 71.

Nous remarquerons cependant que deux hommes célèbres du siècle passé, M. Pecquet et M. Mariotte, ont discuté si la rétine étoit véritablement l'organe de la vue ; M. Pecquet tenoit pour l'affirmative ; M. Mariotte étoit d'un avis contraire, et prétendoit que c'étoit la choroïde ; il seroit trop long d'examiner leurs raisons. Mais malgré celles de M. Mariotte, qui sont fort ingénieuses, la rétine est restée en possession d'être l'organe qui transmet à l'ame l'impression de la lumière, et je n'hésite point à regarder l'opinion contraire comme absolument insoutenable. Quel peut être l'usage d'une partie presque toute nerveuse comme la rétine, si ce n'est de transmettre l'impression des objets extérieurs ; il ne sauroit y avoir sur cela de division entre les physiologistes qui savent par mille expériences décisives, que c'est uniquement dans les nerfs et les parties qui en sont les plus composées que réside le sentiment. On peut voir les principales pièces de cette contestation dans le recueil des œuvres de M. Mariotte.

La partie antérieure de la sclérotique est transparente, et forme ce qu'on nomme la cornée ; celle-ci est portion d'une moindre sphère, de sorte que l'oeil regardé de profil forme dans cet endroit une petite éminence. Au-dessous de la cornée, on apperçoit un petit diaphragme, ou cercle percé dans son milieu d'un trou circulaire ; c'est ce qu'on nomme l'uvée ou l'iris, à cause de ses couleurs. L'uvée est formée d'un entrelassement de fibres musculeuses, les unes circulaires et concentriques, les autres droites et disposées comme les rayons d'un cercle, par le jeu desquelles l'ouverture dont nous venons de parler se contracte et s'élargit. La partie postérieure de l'iris est toujours teinte dans l'homme d'une mucosité noire propre à obscurcir l'intérieur de l'œil en absorbant tous les rayons latéraux. Dans l'endroit où l'uvée se sépare de la sclérotique, elle lui est fortement attachée par un ligament qu'on nomme ciliaire, et que quelques opticiens physiologistes soupçonnent être un muscle dont la construction ou le relâchement sert à augmenter ou à

diminuer la convexité de la partie antérieure de l'œil pour l'accommoder à la différence des objets proches ou éloignés (1). Quoi qu'il en soit, de ce ligament partent une multitude de filets appelés *processus ciliaires*, qui servent à soutenir le cristallin dont nous parlerons tout à l'heure : le nerf optique n'est point, comme le représentoient les anciens opticiens, implanté directement vis à vis le trou de la prunelle, mais un peu en dedans et plus haut, comme le montrent l'expérience et la position du trou par lequel il sort du crâne dans l'orbite de l'oeil.

Cette concavité que nous venons de décrire est remplie de trois humeurs, l'acqueuse, la cristalline et la vitrée; la vitrée qui paroît de la consistance de la glaire d'oeuf, est néanmoins une humeur très-limpide et très-fluide, mais qui est renfermée dans une multitude de petites capsules, ce qui lui donne cette apparence; elle occupe le fond de l'oeil, et applique la rétine contre la choroïde. Le cristallin est comme une petite lentille, renfermée dans une membrane très-transparente, nommée l'arachnoïde, et logée dans une concavité de l'humeur vitrée, comme la pierre d'une bague dans son châton; l'humeur aqueuse occupe la chambre antérieure de l'oeil, qui est séparée en deux par la cloison de l'uvée. Six muscles, quatre droits, savoir un supérieur, un inférieur avec deux latéraux, et deux obliques ou dont la direction est en diagonale, enveloppent ce globe par leurs expansions membraneuses, et servent à ses mouvemens. Le devant de l'œil est enfin recouvert d'une membrane blanche très-déliée, qu'on nomme *la conjonctive*, et qui est une production de celle qui revêt l'intérieur de l'orbite. Telle est la conformation de cet admirable organe; nous passons à ce qui concerne plus particulièrement notre objet.

L'exemple d'une chambre obscure dont l'ouverture est garnie d'un verre convexe, est extrêmement propre à expliquer la manière dont se fait la vision ; la prunelle dans l'oeil est l'ouverture de la chambre, le cristallin en est le verre, et la rétine est le carton ou la muraille blanche où se peignent les objets. L'œil est seulement une chambre obscure plus composée ; les rayons émanés du même point, en tombant sur la cornée et en pénétrant l'humeur aqueuse, y éprouvent une réfraction qui commence à les faire converger ; une partie est reçue par l'ouverture de la prunelle, et tombe sur le cristallin. Ce corps lenticulaire les rompt davantage et les rend plus convergens ; ils sortent du cristallin, et ils éprouvent une nouvelle réfraction en passant dans l'humeur vitrée : à l'aide de toutes ces réfrac-

(1) Voyez M. Jurin, *Disc. On distinct and indistinct vision*. A la fin de l'*Optique* de M. Smith.

tions,

tions, ceux qui viennent d'un même point de l'objet, si l'oeil est bien conformé, se réunissent fort exactement dans un autre, et peignent sur la rétine l'image de ce point; ainsi tous les cônes de rayons partis des différens points de l'objet, forment sur la rétine son image, et elle est renversée, comme le reconnut enfin Kepler, après s'être long-temps et vainement tourmenté pour la redresser (1). On s'assure facilement de tous ces faits par l'expérience; on prend un oeil d'animal récemment mort, et l'ayant dépouillé par derrière de ses tuniques sans endommager la rétine, on le présente à l'ouverture de la chambre obscure; on voit tous les objets extérieurs s'y peindre renversés avec une vérité ravissante.

En possession de ces faits, il ne nous sera plus difficile de rendre compte de la manière dont nous appercevons les objets: nous ne nous arrêterons point avec la plupart des auteurs à ces images si ressemblantes qui se peignent sur la rétine; ce seroit supposer que l'ame les y contempleroit comme dans un miroir qui les lui représenteroit, ce qui seroit ridicule et puérile. Il faut rechercher la cause de la vision dans l'impression que chaque cône de lumière exerce sur le filet nerveux qu'il atteint par son sommet. On ne doit point s'étonner que la lumière, malgré sa subtilité extrême, puisse faire impression sur les nerfs, puisque portée à un certain degré de densité elle est capable d'exciter une sensation douloureuse sur les mamuelons nerveux de l'organe du tact. On peut par conséquent supposer dans les filamens de la rétine une telle sensibilité, que l'action de la lumière puisse les ébranler. L'ame, quelle que soit la nature de son union avec le corps, attentive à cet ébranlement, sera affectée d'une certaine sensation, et reconnoîtra la présence de la lumière, comme elle reconnoît les autres qualités des corps par celui des nerfs destinés aux autres organes. On peut aussi concevoir, et il est probable, qu'elle est avertie de la différente grandeur des objets par l'éloignement des filets de la rétine qui reçoivent les rayons extrêmes; de l'intensité de la lumière par la vivacité de l'ébranlement qu'elle excite; des couleurs par la nature de cet ébranlement différent, sans doute, suivant la différence des couleurs; de la situation des objets par celle des filets qui en transmettent l'impression. La fameuse question, pourquoi les images étant peintes renversées sur la rétine, on voit néanmoins les objets droits, n'est, à mon gré, qu'une question puérile; nous ne jugeons du droit et du renversé que par comparaison à la position de notre corps, et à la situation accoutumée des objets. Dès que nous avons commencé à faire usage de nos sens,

(1) *Ad Vitellionem Paralipomena*, &c. pag. 205, 206.

nous avons pris l'habitude de joindre à l'ébranlement d'un filet supérieur de la rétine, l'idée d'un objet inférieur ou plus voisin de nos pieds. Ainsi demander pourquoi les images étant renversées dans l'oeil, les objets nous paroissent droits, c'est demander pourquoi nous voyons les objets comme nous avons accoutumé de les voir. Un aveugle né, à qui la lumière seroit subitement rendue, ne verroit d'abord ni près, ni loin, ni haut, ni bas; ce fut le cas de celui à qui Cheselden leva la cataracte; il ne commença à juger des positions et des éloignemens, qu'après avoir palpé les objets. Descartes se sert de la comparaison d'un aveugle qui tient deux batons croisés, et qui par l'impression de la main gauche juge que l'objet est à droite, et au contraire. Cette comparaison est ingénieuse, et répond assez bien à la difficulté, pourvu qu'on remarque que ce n'est pas par la nature du tact que cet aveugle rapporte l'impression exercée sur la main gauche à un objet placé à droite, mais par l'habitude qu'il a contractée d'en juger ainsi. Sans cette habitude, semblable à l'aveugle de Cheselden, il sentiroit; mais il ne pourroit porter aucun jugement sur la situation de l'objet qui l'affecteroit.

La distinction avec laquelle nous appercevons un objet dépend de celle avec laquelle son image est peinte dans l'œil. Si chacun des cônes formés par les refractions de l'oeil, porte exactement sa pointe sur la rétine, toutes les parties de l'objet et ses bords seront exactement terminés; l'on verra l'objet distinctement. Mais si cette pointe tombe en avant ou en arrière, cette image sera confuse, comme dans la chambre obscure, si la muraille où se peignent les objets est trop voisine ou trop éloignée du verre; dans ce cas on ne voit que confusément. Il est donc essentiel pour la vision distincte que l'oeil soit tellement conformé que la réunion des rayons visuels ne se fasse ni trop près, ni trop loin, mais exactement sur la rétine.

Ceci nous conduit naturellement à la cause des défauts qu'on remarque dans les différentes vues; il y a des hommes qui n'apperçoivent les objets qu'à de très petites distances, et d'autres qui ne voient distinctement que les objets éloignés. Ce dernier défaut est ordinairement celui des vieillards, et l'on nomme par cette raison *presbites*, ceux qui ont l'organe de la vue ainsi conformé; les autres sont nommés *myopes*. Dans les presbites, la cornée ou le cristallin applatis ne rompent pas assez la lumière, ou peut être quelque conformation particulière rend la rétine trop proche du cristallin; de là il arrive que les rayons partis d'un objet voisin, et par conséquent trop divergens, ne se réunissent qu'au-delà de la rétine; mais s'il est extrêmement éloigné, de sorte que les rayons qui partent de chacun de ses points soient sensiblement parallèles, le degré de réfraction

qu'ils éprouveront dans cet oeil, sera suffisant pour les faire converger et se réunir précisément sur la rétine ; l'art supplée à cette disposition de la nature ou de l'objet, par le moyen d'un verre convexe. Ce verre rendant les rayons émanés des objets moins divergens ou parallèles, les rend propres à se réunir précisément sur la rétine, et voilà pourquoi les verres de cette forme sont utiles à ceux qu'on nomme presbites.

Le défaut des myopes est l'effet d'une cause toute contraire. Si les humeurs de l'oeil sont trop réfringentes, la cornée ou le cristallin trop convexes, ou la rétine trop éloignée, les rayons se réuniront avant que de l'atteindre, et n'y peindront qu'une image confuse. On remédiera à ce défaut par un verre concave qui, faisant diverger ces rayons, retardera leur réuion, et rendra l'image distincte.

L'explication de la manière dont se fait la vision n'est pas le seul mérite de l'ouvrage de Kepler; il nous présente divers autres objets dignes d'être indiqués. Tels sont la solution du problême d'Aristote sur la rondeur de la lumière du soleil passant par un trou d'une forme quelconque, et projettée à une certaine distance ; la cause de la dilatation du diamètre apparent de la lune et de tous les corps lumineux placés sur un fond obscur, aussi-bien que de sa contraction dans les éclipses de soleil ; l'examen du principe jusque-là reçu sur le lieu de l'image dans les miroirs sphériques, lieu que l'on plaçoit dans le concours de la perpendiculaire d'incidence avec le rayon réfléchi. Kepler montre qu'on s'étoit trompé jusqu'alors, et que ce principe a besoin de restriction ; il conclut dans le même ouvrage *à priori* (1), l'ellipticité apparente du soleil voisin de l'horizon, découverte vulgairement attribuée au P. Scheiner. On y trouve encore diverses observations curieuses d'astronomie-optique, comme sur la forme de la lumière du soleil rompue par l'atmosphère de la terre, et projettée au travers de son ombre, d'où naissent quelques phénomènes singuliers des éclipses que Kepler explique fort bien. Mais il fut moins heureux à d'autres égards ; on le voit faire bien des efforts et se tourner de bien des manières pour découvrir la loi de la réfraction. Il tente quantité de rapports, qu'il compare avec la table dressée par Vitellion, et celle des réfractions astronomiques donnée par Tycho ; mais s'en tenant toujours à chercher ce rapport entre la réfraction elle-même, et le sinus ou la sécante de l'angle d'inclinaison, il manqua le véritable ; et M. Flamsteed, qui lui fait honneur de la découverte de ce rapport (2), s'est assurément trompé. Kepler ne fut pas plus heureux dans la recherche d'un autre problême optique, savoir

(1) Pag. 131.

(2) *Hist. celestis proleg.*

celui de déterminer la surface réfringente qui rendra les rayons partis d'un point, parallèles ou convergens vers un point donné. Le principal élément de cette recherche lui manquoit, aussi-bien que les secours géométriques qu'elle exige; ainsi il n'est pas surprenant qu'il y ait totalement échoué.

II.

S'il est quelqu'invention qui ait droit à notre admiration, c'est sans doute celle du Télescope et du Microscope : transportons-nous dans les siècles privés de ces admirables instrumens; qu'eussent dit les philosophes mêmes, si on leur eût annoncé qu'il viendroit un jour où, à l'aide de quelque matière transparente artistement travaillée, on rapprocheroit les objets les plus éloignés, on grossiroit les plus petits, au point de reconnoître avec distinction toutes leurs parties; sans doute ils eussent regardé cette annonce comme une chimère. C'est cependant ce qu'a vu le commencement du siècle passé, et ce dont nous sommes aujourd'hui témoins tous les jours : quoi de plus propre à apprendre à l'esprit humain à ne se point trop défier de ses forces, ainsi que de celles du temps et du hasard.

Il nous paroît de la plus grande certitude que le Télescope fut inconnu à l'antiquité; s'il lui eût été connu, comment seroit-il possible que, dans le grand nombre d'auteurs anciens qui nous sont parvenus, il n'y en eût pas un seul qui eût fait mention d'un instrument aussi utile et aussi merveilleux. Cette raison, toute puissante qu'elle est, n'a cependant pas empêché quelques personnes de revendiquer aux anciens cette connoissance : on a dit, par exemple, que Démocrite ayant dit que l'éclat de la voie-lactée étoit due à la multitude de petites étoiles dont elle étoit parsemée, il n'avoit pu être amené à cette idée que par le Télescope. Donc le Télescope fut connu aux Grecs dès la naissance de la philosophie; je laisse au lecteur le soin d'apprécier une pareille conséquence.

Le citoyen Dutens a pensé aussi trouver la connoissance du Télescope dans un passage de Strabon, que nous allons citer tout au long; nous nous trompons bien, si nos lecteurs y trouvent quoique ce soit qui favorise cette prétention.

C'est au commencement du troisième livre de la Géographie de Strabon qu'on lit ce passage; il y est question de la grandeur démesurée dont, selon Artemidore, le soleil paroissoit à son coucher dans les mers occidentales d'Espagne. En voici la traduction de Xylander, revue par Casaubon : *Magnitudinem autem solis* (*censet Possidonius*) *ideò auctam videri sub ortum*

et occasum in maribus altis quod plures vapores ab humido in altum se attollunt, quibus infractos radios velut in fistulas quasdam diffundi et majorem verò quantitatem fingere. Mais qu'il me soit permis de le demander : où est là une indication du Télescope ? il faut avoir bien de la sagacité pour y trouver que ces espèces de tuyaux par lesquels, selon le raisonnement de Possidonius, les rayons rompus par un air chargé de vapeurs se dilatent et présentent une apparence plus grande que la véritable, sont nos lunettes d'approche. On doit voir tout simplement que ce philosophe imaginoit que les rayons de la lumière filtrés pour ainsi dire par les conduits d'un air humide en étoient dilatés, et grossissoient l'apparence de l'astre ; c'est à peu près là ce que pensent ceux qui, sans aucune connoissance de physique, attribuent aux vapeurs de l'horizon le grossissement apparent des astres dans son voisinage ; mais en rendant justice aux connoissances de ce savant, on est peiné de voir sur quelles foibles preuves il se fonde pour revendiquer à l'antiquité tout ce que notre physique a de plus neuf. Qui croiroit, par exemple, qu'il prétend que la faculté reproductrice des polypes, découverte du milieu de ce siècle, étoit un jeu pour Aristote et pour St.-Augustin (1). Ce P. de l'Église dit, dans son livre *de quantitate animae*, avoir vu plusieurs fois, avec étonnement et plaisir, un polype coupé en morceaux vivre et se mouvoir. Aristote parle aussi de vers et insectes longs à plusieurs pieds, qui ont cette propriété. Voilà, selon M. Dutens, les fameux polypes de M. Trembley ; ces insectes merveilleux, qui non-seulement vivent étant coupés en morceaux, mais dont chaque morceau reproduit son semblable ; ce que ne disent d'ailleurs ni Aristote ni St.-Augustin. Mais peut-il être là question de ces animaux qu'on ne voit presque qu'à la loupe, et qui ne sont qu'improprement appelés polypes, puisqu'ils n'ont tout au plus qu'un seul pied, et une multitude de bras ; n'est-il pas de la dernière évidence que ces insectes d'Aristote et de St.-Augustin ne sont que ces vers connus de tout le monde, sous le nom de *Iule* et *Scolopendre*, et qu'on trouve fréquemment sous les pierres dans les lieux humides. Il est en effet peu d'écoliers qui n'ayent fait l'expérience dont ils parlent; mais je m'abstiens de réflexions ultérieures sur cet objet ; car il me seroit facile de citer nombre d'autres exemples de découvertes, attribuées à l'antiquité par M. Dutens, d'après d'aussi légers fondemens et sur l'appui de passages d'auteurs anciens, plutôt paraphrasés que traduits.

On a encore allégué, pour reculer au moins de quelques

(1) *Recherches sur l'origine des découvertes attribuées aux modernes, &c.* part. II. pag. 93 et *suiv.*

siècles la déouverte du Télescope, un passage manuscrit de la chronique de Dithmarsus, relatif à Gerbert; mais on a fait voir dans l'article III du premier livre de la partie précédente de cet ouvrage, ce que signifient les termes employés dans cette chronique. On a aussi fait valoir un vieux manuscrit, cité par le P. Mabillon, dans son *Voyage d'Allemagne* (1), où l'on voit un Ptolemée mirant à un astre à travers un tube composé de plusieurs tuyaux mobiles et rentrans les uns dans les autres. On en a conclu que c'étoit un Télescope, et que cet instrument étoit connu au temps où ce manuscrit a été écrit, ce qui paroît être vers le milieu du treizième siècle. Cependant, malgré ce que cette autorité a de spécieux, on n'a pu encore se persuader qu'un instrument aussi surprenant ait resté si long-temps enfoui dans l'obscurité, et l'on a mieux aimé penser, ce qui est infiniment plus probable, que ce tube n'étoit autre chose qu'une sorte de dioptre propre à écarter les rayons latéraux; d'ailleurs pour discuter cette autorité, il faudroit avoir une représentation fidelle de ce dessein. Il n'est pas rare de voir des savans épris d'une découverte qu'ils croient avoir faite, trouver dans un passage ce qui n'y est pas; il peut de même se faire ici que le savant Benédictin cité ci-dessus, ait un peu exagéré la ressemblance de l'instrument que présente le dessein dont nous parlons avec un Télescope.

On a voulu enfin faire honneur à J. B. Porta de l'invention du Télescope; mais nous avons examiné dans le dernier livre de la partie précédente de cet ouvrage les droits de ce physicien sur cette découverte, et nous nous flattons d'y avoir montré qu'ils sont aussi peu fondés que ceux qu'on a fait valoir en faveur d'Antoine de Dominis.

Si nous en croyons l'opinion communément reçue, c'est au hasard que nous devons le Télescope; Descartes qui écrivoit dans le pays même qui l'avoit vu naître, étoit de ce sentiment. Il commence presque sa Dioptrique par cet aveu humiliant. Après un court éloge du Télescope, il continue en ces termes: « Mais à la honte de nos sciences, cette invention si admirable » n'a premièrement été trouvée que par l'expérience et la for- » tune. Il y a environ trente ans qu'un nommé Jacques Metius, » homme qui n'avoit jamais étudié, bien qu'il eût eu un père » et un frère qui ont fait profession de mathématiques, mais » qui prenoit plaisir à faire des miroirs et des verres brûlans,

(1) Pag. 46.

(2) Quelques auteurs ont voulu que le nom de Télescope ne s'appliquât qu'au Télescope à réflection; ils ont tort: le mot *Télescope* est le nom générique de tout instrument servant à considérer un objet éloigné. Il vient du mot grec Τηλε, *procul*, et de Σκοπειν, *videre*, *speculari*.

» ayant à cette occasion des verres de différentes formes, s'avisa » de regarder au travers de deux, dont l'un étoit convexe, » l'autre concave; et il les appliqua si heureusement au bout » d'un tuyau, que la première des lunettes dont nous parlons » en fut composée. »

Quelques auteurs peu contens de cette origine du Télescope, ont cherché, ce semble, à la rendre encore plus humiliante pour les sciences et pour l'esprit humain. Les enfans d'un lunettier de Middelbourg, disent ils, se jouant dans la boutique de leur père, s'avisèrent de regarder le coq de leur clocher avec deux verres, l'un convexe, l'autre concave; et par hasard ces deux verres se trouvant à la distance convenable, ils le virent fort grossi et fort rapproché. Ils firent part de leur surprise à leur père qui, pour rendre l'expérience plus commode, disposa ces verres d'une manière stable sur une planchette; bientôt un autre les adapta aux extrémités d'un tuyau, qui écartant la lumière laterale, fit paroître les objets plus distinctement. Un troisième rendit les tuyaux mobiles et rentrans l'un dans l'autre; ainsi prit naissance le Télescope qui, tourné peu après vers le ciel, y fit appercevoir les phénomènes les plus étonnans, que les artistes et les savans s'empressèrent de perfectionner, et qu'on a enfin porté aujourd'hui à un point de perfection surprenant.

Un auteur du milieu du siècle passé, Pierre Borel (1), a fait des efforts pour retrouver les traces de cette invention, et la revendiquer à ses veritables auteurs: il rapporte cinq témoignages juridiques, et une lettre de M. Guillaume Boreel, envoyé des états d'Hollande, qui jettent quelque lumière sur ce sujet. De ces cinq témoignages, il y en a deux qui font honneur du Télescope à un certain Zacharie Jans, lunettier de Middelbourg; ils diffèrent à la vérité dans les dates; le premier, qui est celui du fils de Zacharie, en fait remonter l'époque jusqu'en 1590, et celui de la sœur ne la recule que jusques vers 1610. Mais les trois autres ne disent mot de Zacharie, et adjugent l'invention dont il s'agit à un certain Jean Lapprey, lunettier de la même ville.

La lettre de Boreel contient divers faits singuliers et dignes de trouver place ici; cet envoyé des Etats raconte qu'il a connu particulièrement ce Zacharie Jans, dont nous avons parlé plus haut, ayant, comme son compatriote et son voisin, joué souvent avec lui dans son enfance, et ayant été fréquemment dans la boutique de son père; qu'il a ouï dire plusieurs fois qu'ils étoient les inventeurs du Microscope; qu'étant en Angleterre en 1619, il avoit vu entre les mains de Corneille Drebbel son ami, le Microscope même que Zacharie et son père avoient

(1) *De vero Telescopii inventore, &c. Hagae-Com. 1655, in-4°.*

présenté à l'archiduc Albert, et que ce prince avoit donné à Drebbel ; il en fait ensuite une description qui ne permet point de le prendre pour autre chose qu'un Microscope composé. Il ajoute que vers l'an 1610, les deux lunettiers ci-dessus imaginèrent les Télescopes, et qu'ils en présentèrent un au prince Maurice, qui désiroit le cacher pour s'en servir avantageusement dans la guerre où les Provinces-Unies étoient alors engagées. Mais l'invention transpira, et sur le bruit qu'elle fit, un inconnu vint à Middelbourg, et cherchant l'inventeur du Télescope, il s'adressa à Jean Lapprey qu'il prit pour lui, à cause du voisinage de leurs maisons, et par ses questions il lui donna lieu d'en deviner la composition qu'il dévoila le premier, ce qui l'en fit réputer l'inventeur. Cependant, ajoute M. Boreel, on reconnut peu de temps après la méprise ; car Adrianus-Metius et Drebbel, étant venus peu après à Middelbourg, allèrent directement chez Zacharie Jans, de qui ils achetèrent des Télescopes, &c. Sur ce fondement, l'auteur du livre *de vero Telescopii inventore*, adjuge l'invention du Télescope à Zacharie Jans ; la lettre de M. Boreel concilie effectivement assez bien la contradiction des dépositions que nous avons citées plus haut. Mais que dirons-nous du Microscope, croirons-nous contre toutes les idées reçues jusqu'ici, que sa naissance ait précédé celle du Télescope ? C'est cependant ce qu'il faut conclure du témoignage de cet envoyé des Etats, qu'il ne me paroît pas possible de récuser, si ce n'est peut-être en objectant quelque défaut de mémoire. Je me borne à avoir rappellé ces faits qui m'ont paru n'être guères connus, quoique mille auteurs ayent eu occasion de parler de l'invention du Télescope ; je laisse au lecteur à les peser et à se déterminer. Ce qui paroît en résulter sans difficulté, c'est que la ville de Middelbourg en Zélande est le lieu du berceau de cet admirable instrument, comme Melphi celui de la boussole, dont l'inventeur n'est pas plus précisément connu ; tel est le sort de presque toutes les découvertes les plus utiles à l'humanité.

Quoi qu'il en soit de la découverte du Télescope, elle étoit trop brillante pour rester long-temps renfermée dans une contrée de l'Europe ; elle ne tarda pas à se répandre de toutes parts, et l'on sent aisément que les savans et les astronomes ne furent pas les derniers à s'y intéresser. Mais parmi ceux pour qui cet instrument ne fut pas un vain sujet de curiosité, Galilée mérite le premier rang ; il étoit à Venise lorsque le bruit de la découverte dont nous parlons s'y répandit. Incertain de ce qu'il devoit croire, il en attendit la confirmation que lui apportèrent enfin des lettres écrites de Paris. Alors assuré des merveilles que la renommée débitoit du nouvel instrument, il se mit, dit-il, à examiner

examiner profondément, à l'aide de la théorie des réfractions, quelle pouvoit être sa composition, et il la découvrit. Il garnit les extrémités d'un tuyau de deux verres, l'un convexe, l'autre concave; et le tournant vers les objets, il remarqua qu'il les augmentoit trois fois en diamètre. Ce premier succès l'encouragea; il se fit peu après un autre Télescope, qui augmentoit environ huit fois; enfin, n'épargnant ni peine ni dépense, il s'en procura un qui grossissoit environ trente fois en diamètre, et ce fut par le moyen de ce dernier qu'il découvrit les satellites de Jupiter, les taches du Soleil, &c.

Ce que nous venons de raconter, est d'après le récit même de Galilée; ainsi rien n'est moins fondé que la prétention de ceux qui l'ont donné pour l'inventeur du Telescope. Ce qu'on ne peut lui refuser, c'est d'en avoir le premier construit un d'une certaine longueur, et de l'avoir tourné vers le ciel. Il est encore vrai que, suivant le récit qu'il fait, il y a plus de mérite dans sa découverte que dans celle du Hollandois, qui n'y fut probablement conduit que par le hasard. Mais doit-on en croire Galilée sur sa seule parole, lorsqu'il dit n'avoir aucune connoissance de la forme des verres qui entroient dans la composition de ce nouvel instrument. Il est difficile de se persuader qu'il n'eût pas appris du moins qu'il consistoit en deux verres adaptés aux extrémités d'un tube. Or dans ce cas le nombre des combinaisons de verres à tenter, n'étoit pas considérable, et c'étoit sans doute le moyen le plus court de découvrir sa véritable composition. La dioptrique étoit encore trop peu avancée pour qu'il fût possible d'y parvenir autrement que par des essais et des tentatives : ce que Galilée dit quelque part, qu'il trouva par sa théorie qu'il falloit nécessairement un verre convexe et un concave, montre du moins que cette théorie étoit fausse.

Le Télescope dont nous venons de raconter l'invention, fut assez long temps le seul en usage; on n'en connoissoit point encore d'autre, du temps de Descartes qui écrivoit près de trente ans après. On ne trouve dans sa dioptrique aucune combinaison de verres, autre que celle d'un objectif convexe avec un oculaire concave; cette disposition a néanmoins un très-grand défaut, c'est qu'elle rétrécit extrêmement l'étendue des objets qu'on apperçoit d'un seul coup d'œil, et ce défaut augmente à proportion que le Télescope grossit davantage, de sorte qu'on a peine à se persuader aujourd'hui qu'il ait pu rendre à l'astronomie d'aussi grands services qu'il a fait entre les mains des Galilée, des Scheiner, &c. Les lunettes de cette forme sont depuis long-temps restreintes à de petites longueurs; il est rare d'en voir qui passent quinze à dix-huit pouces, et les plus ordinaires n'en ont que cinq à six, et même moins. Cette première

espèce de lunette est appelée *batavique*, à cause de son origine.

On ne peut contester à Kepler la gloire d'avoir reconnu le premier dans la théorie le Télescope astronomique ; c'est celui qui n'est composé que de deux verres convexes, et qui renverse les objets, chose peu importante aux observateurs à qui il suffit d'en être prévenu. Kepler le décrit dans sa dioptrique (1) d'une manière à ne pouvoir le méconnoître, et il en explique fort bien les effets, comme on le verra par l'analyse que nous ferons de cet ouvrage ; mais il en resta là. Uniquement appliqué à déterminer avec précision les mouvemens célestes, cet homme célèbre faisoit peu d'usage du Télescope, et c'est là probablement une des raisons pour lesquelles il négligea de mettre en pratique ce qu'une théorie éclairée lui avoit appris. Une autre raison du peu d'intérêt que Kepler prit à sa découverte, pourroit être qu'il ne connut point l'avantage de cette nouvelle combinaison de verres ; savoir l'augmentation considérable du champ de la vision : il jugea peut-être qu'il étoit assez inutile d'essayer une disposition de verres, qui ne devoit différer de celle qui étoit connue, qu'en ce qu'elle renverseroit les objets.

L'opinion vulgaire est que le P. de Rheita, capucin, est celui qui a fait la première mention expresse du Télescope astronomique ; mais cette opinion est malfondée, et ceux qui lui ont donné crédit n'avoient pas lu la *Rosa ursina* du P. Scheiner, publiée en 1650. C'est, à mon avis, ce Père qui le premier a reconnu distinctement par l'expérience l'effet d'un oculaire convexe substitué à un concave (2). « Si vous appliquez, dit-il, » au tube deux lentilles semblables, c'est-à dire, toutes deux » convexes, et que vous y approchiez l'œil de la manière con- » venable, vous verrez tous les objets terrestres renversés à la » vérité, mais augmentés, et avec une clarté et une étendue » considérable. Vous verrez de même les astres, et comme ils » sont ronds, leur renversement ne nuira point à leur configu- » ration. » Plus loin il donne la construction du Télescope à trois verres qui redresse les objets, et dont le principe fut aussi connu à Kepler : il dit enfin dans le même endroit, qu'il y avoit treize ans qu'il s'étoit servi de deux verres convexes dans une observation qu'il avoit faite devant l'archiduc Maximilien. Ainsi l'on ne peut s'empêcher de reconnoître le P. Scheiner, comme le premier qui ait réduit en pratique la théorie de Kepler, sur ces deux nouveaux Télescopes. Il est vrai qu'un observateur Napolitain, nommé *Fontana* (3), revendique l'invention du

(1) *Prop.* 86.
(2) *Rosa ursina*, p. 130 et seq.
(3) *Novae terrestrium et celestium obs.* Neap. 1646, *in-4°*.

Télescope astronomique, aussi-bien que celle du Microscope; il prétend avoir trouvé le premier dès l'année 1608, et il rapporte le certificat d'un ami, qui dit lui en avoir vu faire usage vers l'an 1614; mais ces sortes de réclamations tardives sont toujours mal accueillies, à moins de preuves bien convaincantes. Il est dans la république des lettres, comme dans la société, une sorte de prescription contre laquelle on n'est point reçu à revenir; si Fontana fut en possession du Télescope astronomique dès l'an 1608, pourquoi ne publia-t-il pas alors sa découverte pour s'en assurer l'honneur et pour le bien de l'astronomie. Ces inventeurs avares, qui font mystère de ce qu'ils ont trouvé, méritent de n'en être plus crus, lorsque d'autres trouvant les mêmes choses, les préviennent, et en font part à la société.

Nous voici déjà en possession de trois sortes de Télescopes; le batavique à deux verres, l'un convexe, l'autre concave; l'astronomique à deux verres convexes, et un troisième qui redresse les objets à l'aide d'une certaine disposition de deux oculaires convexes. Ce dernier néanmoins a le défaut de représenter les objets un peu courbes vers les bords, d'être fort sujet aux couleurs de l'iris, et de faire paroître les imperfections du premier oculaire; c'est pourquoi on a cherché une autre combinaison de verres, propre à redresser les objets sans ces inconvéniens; le P. de Rheita me paroît en être l'auteur. Après avoir décrit le Télescope à trois verres dont on vient de parler, il en annonce (1) un autre sous des lettres transposées, qu'il expliqua dans la suite. Leur sens est que quatre verres convexes redressent mieux les objets, et que de ces quatre verres trois sont les oculaires, et un autre l'objectif. Rheita eut raison de dire que ce Télescope redresse mieux les objets; à quelque différence près de clarté, il jouit des mêmes avantages que le Télescope astronomique.

Les Télescopes qu'on vient de décrire, remplissent toutes les vues qu'on peut se proposer; le batavique est excellent pour les petites distances; l'astronomique est plus commode pour les observations célestes; le dernier, qu'on nomme *terrestre*, est tout ce qu'on peut désirer de mieux pour regarder les objets qu'il importe de voir dans leur situation naturelle. Il y a cependant quelques autres formes de Télescopes, mais qui ont fait peu de fortune; tels sont certains Télescopes à cinq verres convexes ou davantage, qu'on trouve décrits dans Deschales (2). Si quelquefois il y en a eu de cette sorte qui ayent été estimés pour leur bonté, je crois que cela vient de l'excellence des

(1) *Oculus Enoch et Eliae, seu radius sidereo-mysticus.*

(2) *In Dioptrica.* Mund. Math tom. III.

verres dont ils étoient composés, et qu'ils auroient encore été meilleurs s'ils eussent été plus simples, comme l'astronomique ou le terrestre.

Hevelius fait aussi mention d'un Télescope à deux objectifs convexes, et un oculaire concave; il avoit déjà été décrit par Syrturus dans son *Telescopium* (1); mais il est visible que ces deux objectifs équivalent à un seul, et que ce n'est là qu'un Télescope batavique; cette disposition peut néanmoins avoir des avantages dans certaines circonstances. M. Molyneux (2) fait beaucoup d'éloges d'un Télescope astronomique à deux objectifs, et il l'appelle *Télescope nocturne*, à cause qu'on l'employoit principalement dans les observations de nuit; en effet, comme chacun des objectifs appartient alors à une sphère double de celle dont l'objectif unique auroit été portion, on peut lui donner une ouverture environ double en surface de celle de ce dernier, ce qui peut être commode pour considérer des objets peu éclairés. Il y a une autre combinaison de verres proposée par quelques opticiens, dans la vue de faire servir un objectif médiocre à peindre une image beaucoup plus grande que ne le comporte la longueur de son foyer. Ils vouloient qu'un peu avant le foyer, on adaptât un verre concave dans un certain éloignement, afin qu'en retardant la réunion des rayons, il agrandît l'image de l'objet; l'oculaire devoit être convexe, comme dans le Télescope astronomique. Cette composition est ingénieuse, et bonne dans la théorie, mais la pratique y a fait reconnoître des défauts, de sorte qu'on l'a rejettée. On s'est ici borné à ces combinaisons de verres pour les Telescopes, mais il y en a quelques autres qui ont été imaginées par les opticiens modernes, et dont nous ferons mention en temps et lieu.

Il ne nous faut cependant pas oublier ici le Télescope binocle, autre invention du P. Rheita, et qu'un opticien de son ordre (le P. Chérubin d'Orléans) a tenté de mettre en crédit plusieurs années après. Ce sont deux Télescopes égaux, et disposés de manière qu'on mire à la fois au même objet. Il arrive ici un phénomène curieux; lorsqu'on regarde par un seul des deux, on voit l'objet comme à l'ordinaire par un Telescope de même bonté et même longueur, mais sitôt qu'on regarde dans les deux à la fois, le champ de la vision semble s'agrandir, et l'objet paroît beaucoup plus grand et plus rapproché. Mais ce n'est là qu'une illusion de la vue; on n'apperçoit point par ce moyen ce qu'un seul des deux Télescopes ne montreroit pas

(1) 1618, *in-4°*. C'est un ouvrage de très-mince conséquence, et l'on voit facilement que Syrturus n'étoit qu'un ignorant qui ne connoissoit pas même les élémens de la Dioptrique.

(2) Inventions de M. de Hautefeuille.

à un œil attentif ; il y a seulement quelques degrés de plus de clarté, ce qui est l'effet de la double impression qui se fait en même temps dans les yeux. Au reste, cet avantage est compensé par l'incommodité de mirer au même objet, et malgré les éloges du P. Chérubin, nous n'avons pas encore vu les observatoires employer de Télescope de cette espèce. Je ne sais cependant si cette invention n'est pas trop négligée.

III.

A l'histoire du Télescope doit nécessairement succéder celle du Microscope. Ce que le premier est dans l'astronomie, le second l'est dans la physique ; si l'un nous transporte en quelque sorte dans les régions célestes les plus reculées, l'autre nous découvre les plus petits objets de la nature. Celui là nous a fait appercevoir dans les cieux les phénomènes les plus étonnans, et a principalement contribué à redresser les idées des physiciens sur le système de l'Univers : celui-ci nous faisant pénétrer dans la contexture intime des corps, nous a en quelque sorte découvert un nouveau monde aussi fécond en merveilles, et aussi digne de l'admiration de l'esprit humain.

Il y a deux sortes de Microscopes, le simple et le composé : le premier ne consiste qu'en une lentille d'un foyer très-court : une sphère de verre d'un petit diamètre est encore un Microscope. Ainsi toutes les fois qu'on a fait de pareilles lentilles ou sphères de verre, on a eu des Microscopes ; il est vrai qu'on ne s'est guère avisé que vers le milieu du siècle passé, d'en faire d'extrêmement petites, et à cet égard on peut dire que la date du Microscope simple n'est pas moins récente que celle du Télescope.

Les Microscopes composés sont ceux qui sont formés d'une lentille d'un foyer fort court, qu'on appelle l'objectif, et d'un ou de plusieurs oculaires ; leur invention n'est pas moins incertaine que celle du Télescope. On croit vulgairement que Corneille Drebbel en est l'auteur, et que les premiers ont paru vers l'an 1618 ou 1620 ; mais suivant la lettre de M. Boreel que nous avons citée plus haut, il faut donner à cet instrument plus d'antiquité, et même lui acorder le droit d'aînesse sur le Télescope. Le Microscope que Drebbel avoit à Londres n'étoit point son ouvrage, comme le dit expressément la lettre dont nous parlons, et il pourroit bien se faire que le bruit qui l'en fait l'inventeur, n'eût pour fondement que l'usage qu'il en faisoit, et les curiosités qu'il montroit par son moyen. Au reste, Drebbel, à qui

l'on attribue aussi l'invention du Thermomètre n'étoit point, comme on le dit dans divers livres, et entr'autres dans le spectacle de la Nature, un paysan de la Nort-Hollande; il étoit né à Alcmaer, et il avoit reçu, dit la Chronique de cette ville, une éducation fort recherchée; il étoit fort curieux de nouveautés ingénieuses et de secrets naturels, ce qui le rendit cher à Jaques I, roi d'Angleterre, à la cour duquel il vécut quelque temps. M. Boreel, envoyé des Etats de Hollande en Angleterre et en France, le nomme son ami; ce n'est point là le titre que donne un homme de marque à un paysan qui montre ou qui a imaginé quelques curiosités. On ne peut cependant disconvenir que le caractère de Drebbel ne fût taché d'un peu de charlatanisme, tant il promettoit de choses merveilleuses et hors de toute apparence de possibilité.

Il seroit intéressant que l'envoyé des Etats de Hollande, qui nous a décrit l'extérieur du Microscope de Drebbel, nous en eût aussi fait connoître l'intérieur. Je soupçonne qu'il étoit composé comme les Télescopes de ce temps, de deux verres, l'un convexe, l'autre concave. En effet, on peut faire un Microscope avec une lentille d'un foyer médiocre, en plaçant l'objet un peu au-delà de ce foyer, et mettant l'oculaire entre ce verre et le lieu de l'image. Mais ce Microscope a le défaut du Télescope Batavique; le champ en est fort étroit: c'est pourquoi on ne s'en sert plus depuis l'invention de ceux à oculaires convexes.

De même qu'on doit associer Galilée aux artistes hollandois, qui les premiers trouvèrent le Télescope, on doit aussi le leur associer dans l'invention du Microscope. Viviani nous l'apprend expressément dans la Vie qu'il a donnée de ce grand homme, et nous dit qu'après différentes combinaisons de lentilles, il parvint à la même découverte, et envoya en 1612 un Microscope à Sigismond, roi de Pologne. Il est probable que cet instrument étoit formé de deux lentilles, l'une convexe, l'autre concave, comme le Télescope Batavique. On voit enfin par des lettres de Galilée, écrites en 1624 à diverses personnes, que médiocrement satisfait de cette première invention, il s'occupa beaucoup du soin de la perfectionner, ce qui le mit en état de leur envoyer des Microscopes plus parfaits; mais étoient-ils à deux ou trois lentilles convexes, comme nos Microscopes actuels? c'est sur quoi nous n'avons aucune lumière.

Le Microscope composé de verres convexes est au Télescope astronomique, ce qu'est le précédent au Télescope Batavique. Cette raison nous fait croire que son époque ne remonte pas au-delà de celle du Télescope astronomique; et en effet, nous n'en trouvons pas de trace avant l'an 1646, où parut l'ouvrage

de Fontana, dont nous avons parlé. Fontana prétend en être l'inventeur, de même que du Télescope à oculaire convexe. Nous ne pouvons rien statuer là-dessus : les faits nous manquent ; c'est pourquoi nous laisserons volontiers cet astronome italien en possession de la découverte de cette sorte de Microscope, puisque personne autre ne la revendique.

I V.

Le Télescope sortoit à peine des mains de son inventeur, que Kepler entreprit d'en expliquer les phénomènes. C'est là le principal objet de sa Dioptrique, qui parut en 1611. Cet ouvrage est l'un de ceux qui font le plus d'honneur à cet homme célèbre, et ce n'est point en donner une idée trop avantageuse, que de dire que Kepler y jette pour la première fois les solides fondemens de la Dioptrique. L'analyse suivante montrera que ce jugement n'a rien d'exagéré.

Le premier pas à faire dans la Dioptrique étoit de découvrir la loi que suit la lumière en se rompant. Kepler, à la vérité, ne fut pas plus heureux ici qu'il l'avoit été dans son *Astronomiae pars Optica*, où nous l'avons vu s'épuiser en recherches et en conjectures pour la déterminer. Mais guidé par l'expérience, il lui en substitua une propre à en tenir lieu dans les recherches qu'il avoit à faire. Il observa que tant que l'angle d'inclinaison (1) d'un rayon ne passe pas trente degrés, la réfraction que souffre ce rayon, en passant de l'air dans le verre, en est à très-peu de chose près le tiers ; et il prit ce rapport pour la vraie loi. Comme les surfaces sphériques des verres qu'on emploie dans les Télescopes, ont rarement trente degrés d'étendue de leur milieu vers les bords, Kepler crut pouvoir s'en servir avec assurance ; et en effet, il ne s'égara point. Ses déterminations sont tout-à-fait conformes à celles que l'on trouve en employant la vraie loi de la réfraction.

La lumière passant d'un milieu plus dense dans un plus rare, s'écarte de la perpendiculaire, et d'autant plus que l'inclinaison est plus grande : il en est enfin une telle que le rayon rompu devient parallèle à la surface réfringente. Cet angle est de 48 degrés et quelques minutes dans le verre, c'est-à-dire qu'un rayon de lumière qui tomberoit sur une surface plane de verre, pour passer delà dans l'air, en faisant avec elle un angle de 42°,

(1) L'angle d'inclinaison, dont on aura souvent occasion de parler, est celui que forme le rayon incident avec la perpendiculaire à la surface réfringente. Celui qui forme le rayon rompu avec cette perpendiculaire, s'appelle l'angle rompu.

l'effleureroit au sortir. Mais que deviendront ceux qui la rencontreront encore plus obliquement? Ici il arrive un phénomène remarquable, qui n'échappa pas à Kepler. La réfraction ne pouvant plus avoir lieu, elle se change en une réflection, qui se fait d'ailleurs comme à l'ordinaire, à angle égal avec celui d'incidence.

Ces principes généraux sur la réfraction étant posés, Kepler passe à examiner les propriétés des verres lenticulaires. Il fait d'abord voir que ceux qui sont plans convexes ont leur foyer, c'est-à-dire, réunissent les rayons parallèles à leur axe, à la distance du diamètre de la sphère dont leur convexité est portion, et que ceux qui sont également convexes des deux côtés, l'ont à la distance du rayon. Quant à ceux qui sont inégalement convexes, il ne détermine la distance de leur foyer qu'en disant qu'elle tient un milieu entre les rayons de l'une et de l'autre sphéricité. On a depuis assigné plus précisément cette distance (1), et c'est, je crois, Cavalleri qui l'a fait le premier. Tout ce qu'on vient de dire sur les verres convexes s'applique aux concaves, à cela près, que le concours des rayons rompus, au lieu de se faire au-delà du verre, se fait en deçà, ou du même côté que viennent les rayons incidens; les analystes diroient que la distance de leur foyer est négative, tandis que celle des verres convexes est positive.

Il n'est pas difficile après cela de trouver quel changement opère un verre convexe dans la direction des rayons qui viennent d'un point placé sur son axe. Puisque ceux qui sont parallèles se réunissent à son foyer, ceux qui partiroient de ce foyer doivent devenir parallèles. S'ils viennent d'un point entre le foyer et le verre, ils resteront divergens, mais moins que s'ils n'eussent pas éprouvé une réfraction. Ceux enfin qui viennent d'un point au-delà du foyer convergeront au sortir du verre, et iront se réunir à un point placé au-delà du foyer opposé. Kepler remarque en particulier que les rayons partis d'une distance double de celle du foyer, vont se réunir également loin de l'autre côté. Les opticiens postérieurs, comme Cavalleri, Barrow, Picard, Halley, &c. &c., ont examiné de plus près les autres combinaisons de sphéricités, et ont assigné à quelle distance se fait la réunion des rayons partis d'un point quelconque de l'axe. Cette détermination étoit encore un peu trop difficile pour Kepler, à qui ses travaux astronomiques et extrêmement variés, n'avoient pas permis de faire des progrès profonds dans la Géométrie. On verra ailleurs la règle simple

(2) Il faut faire, comme la somme des diamètres des deux convexités, à l'un des deux, ainsi l'autre à la distance du foyer.

et

et élégante donnée par ces géomètres pour toutes les espèces de verres, quelle que soit la courbure de leur surface et la position du point rayonnant ou de l'objet.

Un phénomène connu de tous ceux qui ont manié des verres lenticulaires, est celui de l'image des objets qu'ils peignent derrière eux. Qu'on présente dans une chambre un verre convexe au mur opposé à une fenêtre, et qu'on l'en éloigne de la distance environ de son foyer, on verra sur ce mur l'image de la fenêtre opposée, d'autant plus grande et plus distincte, que le verre sera d'une plus grande sphère. L'explication de ce phénomène est facile ; de chacun des points de l'objet (que nous supposons dans l'axe de verre ou aux environs) part un faisceau de rayons qui tombent sur le verre, et qui se réunissent au-delà. Ceux qui partent de l'axe même se réunissent dans l'axe ; ceux qui viennent des côtés concourent dans un point de la ligne tirée par le milieu du verre : delà vient que le concours des rayons venus des parties inférieures de l'objet, est en haut et au contraire ; ce qui fait que l'image est renversée. Quant à sa grandeur, elle est à celle de l'objet comme sa distance au verre, à celle de celui-ci à l'objet. Cet objet est-il cent fois plus éloigné que l'image, celle-ci sera cent fois moindre, et au contraire. Nous ne disons rien de la distance à laquelle doit se peindre l'image. Cela est facile à déterminer, aussitôt qu'on se rappellera ce que nous avons dit sur le point de concours des rayons partis de l'axe d'un verre.

Ce qu'on vient de dire est le fondement de la théorie des Télescopes et des Microscopes. Mais avant que de venir à en expliquer les effets, il faut remarquer avec Kepler que l'on ne voit point distinctement les objets par des rayons convergens, ou même parallèles, à moins qu'on ne soit presbite. La nature aysnt destiné nos yeux à voir des objets peu éloignés, les a conformés de manière qu'à moins de quelque vice particulier, il n'y a que les rayons médiocrement divergens dont le concours doive se porter sur la rétine : si donc l'œil est situé de manière qu'il reçoive des rayons convergens, on pourra rendre la vision distincte, pourvu qu'on ait quelque moyen de corriger cette convergence, et de la changer en une divergence médiocre, ou tout au plus en parallélisme. Appliquons ceci au Télescope Batavique.

Si l'on présente un verre convexe au soleil, ou à un objet très éloigné, il se formera au foyer de ce verre une image de cet astre ou de cet objet. Si l'œil étoit nuement placé entre ce foyer et le verre, les rayons qu'il recevroit étant convergens, il ne verroit que confusément ; mais si l'on met entre deux et tout près de l'œil, un verre concave qui fasse diverger médio-

crement ces rayons, l'objet sera vu distinctement ; il paroîtra aussi plus grand, parce que les rayons partis des extrémités feront un plus grand angle. Huygens a depuis montré que cette augmentation se faisoit dans le rapport de l'éloignement du foyer du verre concave, à celui du foyer du verre convexe. Si ce dernier a son foyer dix fois plus éloigné que l'autre, l'objet paroîtra dix fois aussi grand que si on le regardoit avec l'œil nu. La figure 72 représente cette sorte de Télescope.

La raison de l'effet que produit le Télescope à verres convexes est à peu près semblable. L'objectif peint vers son foyer une image de l'objet (Voyez *fig.* 73). Le second verre étant disposé de manière que cette image est à son foyer, il s'ensuit que les rayons qui partent de chacun des points de l'image, sont rendus parallèles ou médiocrement divergens. Delà naît la distinction avec laquelle chacun de ces points est peint sur la rétine. L'objet est vu distinctement, et il paroît grossi dans le rapport des distances des foyers de l'oculaire et de l'objectif. Je dis que les rayons qui partent de chacun des points de l'image sont rendus parallèles, ou médiocrement divergens. Quant à la direction de chacun des faisceaux qu'ils composent, ils sont pliés par la réfraction qu'ils éprouvent dans l'oculaire, de manière que leurs axes se croisent tous vers le foyer opposé. La figure 73 est propre à donner une idée distincte de cette route des rayons. C'est delà que naît le renversement apparent de l'objet ; car ce croissement des faisceaux de rayons fait que l'image qui se peint dans l'œil est dans la même situation que l'objet : il doit donc paroître renversé. C'est aussi pour cette raison qu'il faut appliquer l'œil à une distance de l'oculaire à peu près égale à celle de son foyer. Par là on réunit le plus qu'il est possible de pinceaux des points latéraux de l'objet, et le champ de la vision est d'autant plus étendu.

Imaginons maintenant qu'au lieu de cet oculaire, on présente à l'image formée par l'objectif, un verre d'un foyer court à une distance double de celle de ce foyer, comme on le voit dans la figure 74. On a vu plus haut qu'il doit se peindre de l'autre côté une image égale à la première, et seulement renversée. Nous pourrons donc par ce moyen retourner l'image formée par l'objectif ; et si nous lui présentons un oculaire de la même manière qu'on l'a fait dans le Télescope ci-dessus, on verra l'objet également grossi et avec la même distinction, mais redressé.

On a cependant reconnu dans cette disposition de verres, quelques inconvéniens dont on a parlé dans l'article second, et cela a fait imaginer un autre moyen de redresser l'apparence de l'objet. On présente à l'image que peint l'objectif, un oculaire

de manière que cette image soit à son foyer antérieur (*fig.* 75). Cet oculaire rend parallèles les rayons qui composent chaque pinceau parti de chaque point de la première image. On leur oppose un second verre égal au premier, et à une distance double de son foyer, qui recevant ces rayons parallèles, les fait de nouveau converger et peindre derrière lui une image égale à la première, mais en sens contraire. On lui applique enfin un troisième oculaire, comme dans le Télescope astronomique. Voilà le Télescope appelé terrestre qui redresse les objets.

Ce qu'on vient de dire sur les Télescopes est un acheminement à la doctrine des Microscopes composés ; mais il y a dans leur construction un principe particulier qu'il faut d'abord faire connoître. Nous avons déjà remarqué qu'un objet placé un peu au-delà du foyer d'un verre convexe, forme au-delà une image beaucoup plus grande et plus éloignée. Qu'on place une lentille d'un pouce de foyer, à treize lignes d'un petit objet, il se formera une image à environ treize pouces de ce verre, et elle sera douze fois aussi grande que l'objet même. C'est sur cette augmentation qu'est fondé l'effet que produit le Microscope. Car, qu'on présente à l'image ci-dessus un oculaire convexe, cette image étant placée à son foyer, ce sera comme si avec cet oculaire nous regardions un objet semblable au premier, et douze fois plus grand. Le Microscope grossira donc en raison composée de l'augmentation de l'image formée par le premier verre, et de ce dont l'oculaire grossit lui-même. Voyez dans la figure 76 la forme de ce Microscope. Il est encore facile de voir que l'objet paroîtra renversé ; c'est une suite nécessaire du renversement de l'image, produit par l'objectif. Le champ de la vision est aussi beaucoup plus considérable que si l'on eût employé un oculaire concave, comme on le fit d'abord. On augmente même encore ce champ, en employant au lieu d'un oculaire unique, deux oculaires joints ensemble, ou à peu de distance l'un de l'autre. Comme il n'est pas nécessaire alors que chacun soit portion d'une sphère si petite, on peut en découvrir un plus grand segment, et par là on rassemble au foyer commun des deux oculaires un plus grand nombre de pinceaux latéraux de l'objet. La figure 77 met sous les yeux la forme de cette seconde sorte de Microscope.

V.

On a vu dans l'article précédent que Kepler prit pour principes de ses recherches que l'angle de réfraction étoit le tiers de celui d'inclinaison, tant que ce dernier ne passe pas 30°.

Mais quelques découvertes qu'il eût faites par le moyen de cette loi approchée de la réfraction, les mathématiciens étoient fondés à ne s'en pas contenter. Il falloit trouver la véritable, et c'étoit par ce moyen seul qu'ils pouvoient parvenir à la solution générale de tous les problêmes qui dépendent de cette propriété de la lumière.

Il étoit réservé à Snellius, mathématicien hollandois, et recommandable à divers autres titres, de faire cette importante découverte, à laquelle il fut probablement conduit par les efforts impuissans qu'avoit fait Kepler pour la trouver. Quoiqu'il en soit, il découvrit qu'en tirant une parallèle DH à l'axe de réfraction ACB (*fig.* 78), il y avoit toujours dans le même milieu un même rapport entre le rayon rompu CE et la prolongation CF du rayon incident GC jusqu'à cette perpendiculaire. Lors, par exemple, qu'un rayon de lumière passe de l'air dans l'eau, ce rapport est de 4 à 3; mais lorsqu'il passe de l'air dans le verre, il est de 3 à 2. Ainsi, en supposant un autre rayon incident *g*C, son rayon prolongé C*f*, et le rayon rompu C*e*, on aura toujours CE à CF, comme C*e* à C*f*; c'est-à-dire que dans la réfraction entre les mêmes milieux, les sécantes de complément de l'angle d'inclinaison et de l'angle rompu sont toujours en même raison; car CE et CF sont respectivement les sécantes des angles DCE, DCF, dont le premier est complément de l'angle rompu ECB, et le second complément de l'angle FCB égal à l'angle d'inclinaison ACG, auquel il est opposé par le sommet.

Il est vrai que l'ouvrage où Snellius enseignoit cette découverte n'a jamais été publié, et l'on est fondé à la regretter; mais on ne peut douter, d'après les témoignages de Vossius, et surtout d'Huygens, qu'il ait existé. Vossius, dans sa réponse aux objections de Debruyn à son livre *de naturâ lucis*, dit positivement que le professeur Hortensius avoit enseigné en public et en particulier la découverte de son compatriote; à quoi Huygens ajoute, au commencement de sa dioptrique, avoir vu ce que Snellius avoit écrit sur ce sujet, *integro volumine;* ainsi l'existence de cet ouvrage et de la découverte en question, faite par Snellius le premier est incontestable.

Nous avons maintenant à discuter quelle part y a Descartes; car on n'a pas manqué de l'accuser de plagiat, et de l'avoir publiée en taisant le nom de son inventeur. Il faut convenir qu'il y a quelqu'apparence de vérité dans cette accusation; car Vossius nous apprend dans le même endroit que les héritiers d'Hortensius donnoient volontiers communication de ses manuscrits, au nombre desquels étoit celui de Snellius: c'étoit là

sans doute que Huygens l'avoit vu, selon ce qu'il nous dit lui-même, en ces mots, *quae et nos vidimus aliquando et Cartesium vidisse accepimus, ut hinc fortasse mensuram illam quae in sinibus consistit elicuerit.* Huygens cependant ne tire point absolument de-là la conséquence que Descartes leur dût sa découverte, il se contente de le soupçonner, et nous ne croyons pas qu'on puisse aller plus loin; nous laisserons donc cette question indécise comme tant d'autres impossibles à résoudre, faute de faits suffisamment constatés. Ne seroit il pas d'ailleurs possible que Descartes eût vu les manuscrits de Snellius, sans que l'on pût l'accuser de plagiat; car il paroît qu'il étoit en possession de toutes les découvertes qu'il étale dans sa géométrie et sa dioptrique, plusieurs années avant de les publier; ainsi il auroit pu avoir fait lui-même la découverte de la loi de la réfraction avant d'avoir vu les manuscrits dont étoient en possession les héritiers d'Hortensius.

Il paroît effectivement ici que Descartes avoit fait beaucoup d'expériences sur la réfraction; c'est ce que prouvent divers endroits de ses lettres. Nous nous bornerons à remarquer encore qu'il ne lui échappa pas que la réfraction n'est pas toujours d'autant plus grande sous le même angle, en passant de l'air dans un autre milieu, que ce second milieu est plus dense; car dans une lettre à Mersenne, savoir la 35e. du troisième volume de ses lettres, il observe que quoique l'huile de thérebentine soit plus légère que l'eau, cependant la réfraction qu'elle occasionne est plus grande; il en est de même de l'esprit de vin comparé à l'eau, quelque rare que soit le premier de ces fluides relativement au second. C'est une chose, pour le remarquer en passant, qu'avoit aussi trouvé Harriot, et qu'il annonçoit à Kepler dans une de ses lettres, en lui envoyant une table des réfractions du même rayon dans différens milieux; il ne paroît pas au reste, par le contenu de ces lettres, qu'Harriot connût la vraie loi de la réfraction, à moins que ce ne fût une de ces choses dont il dit à Kepler qu'il étoit en possession, mais que ses affaires et ses indispositions ne lui permettoient pas de développer.

Je reviens à Vossius qui, dans le livre cité, critique beaucoup Descartes sur ce qu'il a énoncé la loi de la réfraction d'une autre manière que Snellius, et qui en tire la conséquence qu'il n'en étoit pas l'inventeur. Il prétend même que cela l'a induit en erreur, en ce qu'il n'a pas vu comme Snellius que le rayon même perpendiculaire éprouvoit une réfraction ou un raccourcissement. C'étoit là au contraire une fausse idée de Snellius, qui y avoit été conduit par le phénomène de l'élévation apparente du fond d'un vase rempli d'eau, même lorsqu'on le regarde

perpendiculairement ; mais ce phénomène a une toute autre cause. Les géomètres enfin, loin d'être de l'avis de Vossius, ont unanimement adopté l'expression de la loi de la réfraction donnée par Descartes, et elle est en effet plus simple et plus susceptible de l'application du calcul. Mais Vossius étoit très-peu versé en ces matières ; son traité *de natura lucis* est un pitoyable ouvrage, et prouve seulement son ambition de traiter des sujets dans lesquels il étoit à peine initié. Aussi ce traité fut-il vivement attaqué par un M. de Bruyn ; ce qui engagea une querelle qui dura assez long-temps, et où Vossius, à ce qu'il nous paroît, ne triompha pas.

Nous tenons au surplus encore de Vossius, que son compatriote avoit recherché la nature de la ligne *réfractoire*. Il donnoit ce nom à celle que paroît former une surface plane, comme celle du fond d'un bassin, vue par réfraction au travers de l'eau qui la couvre. Suivant le même auteur, le célèbre pensionnaire d'Hollande, Jean de Witt, avoit aussi dans sa jeunesse examiné cette ligne courbe, et avoit trouvé qu'elle étoit d'un genre supérieur pouvant être coupée en trois points par une ligne droite. Cette courbe a en effet évidemment l'apparence d'une conchoïde, qui d'abord concave vers son sommet du côté de la surface de l'eau, va ensuite s'élevant vers cette surface, devient convexe vers elle et l'a pour asymptote. Quant à la détermination précise de sa nature, l'un et l'autre prirent probablement pour principe que le point vu par réfraction paroît dans la perpendiculaire sur la surface refringente. Les spéculations de Snellius et de Witt sur ce sujet n'ayant jamais vu le jour, M. de Mairan en a pris occasion de traiter le même sujet, et de donner sur cela en 1740 à l'académie des Sciences un mémoire rempli de recherches géométriques, élégantes et curieuses ; il trouve entr'autres que la courbe en question, en employant le même principe, est une conchoïde elliptique, c'est-à-dire une conchoïde qui diffère de l'ordinaire, en ce que celle-ci est décrite par l'intersection continue d'un cercle mobile sur la base, avec la ligne passant par le pôle, au lieu que celle dont il s'agit est une ellipse dont le rapport des axes est de 3 à 4. Mais le principe employé par ces géomètres n'est rien moins que certain, et c'est là la raison pour laquelle Descartes ne voulut point examiner le problême ; et non comme dit Vossius, par impossibilité d'y appliquer la loi de réfraction ; car ce n'eût été qu'un jeu pour lui.

Pour épuiser à peu près ce qu'on peut dire sur ce problême, nous observerons qu'on pourroit y employer un principe différent, et que je crois plus probable que le précédent ; c'est celui du docteur Barrow qui établit le lieu de l'image des objets

vus, soit par réflection, soit par réfraction, dans le sommet des pinceaux de rayons infiniment proches, prolongés en arrière du point de réflection ou de réfraction; mais je ne crois pas devoir m'arrêter ici sur ce sujet.

V I.

Si nous ne devons pas précisément à Descartes la première découverte de la loi de la réfraction, on ne peut du moins lui refuser le mérite d'avoir établi sur cette loi les recherches géométriques les plus curieuses, et d'avoir tenté d'en donner la première explication raisonnable et fondée sur des principes de la saine physique; c'est ce qu'il fit dans sa *Dioptrique*, publiée, ainsi que sa *Géométrie*, en 1637, à la suite de *sa Méthode*. Dans cet ouvrage, partie physique, partie mathématique, Descartes traite toutes les questions les plus intéressantes de l'optique, comme la nature de la lumière, la manière dont se fait la vision, la loi de la réflection et de la réfraction, la forme des verres lenticulaires les plus parfaits pour aider la vision, et les moyens de les tailler; nous parcourrons ceux de ces objets qui nous offrent les idées les plus neuves et les plus solides.

Personne n'ignore que Descartes fait consister la lumière dans la pression d'un fluide subtil mis en action par le corps lumineux; comme il jugeoit la propagation de la lumière instantanée, il supposoit les parties de ce fluide entièrement inflexibles, afin que la pression exercée par le corps lumineux se transmît à l'instant à l'extrémité la plus éloignée. Les partisans de ce philosophe ont rectifié en cela la doctrine de leur maître, en faisant ce fluide élastique, et par là ils l'ont rendue plus conforme à quelques phénomènes; mais ils ne l'ont point affranchie de quelques objections capitales. L'une est que si la lumière consistoit dans une pression semblable, elle se feroit toujours sentir dans tous les points de ce fluide, sans que l'interposition d'un corps opaque s'y opposât. Car dans l'hypothèse de Descartes il est nécessaire de supposer tout le fluide, qui est l'élément de la lumière, comme renfermé dans un vase, dont les parois l'empêchent de s'échapper. Imaginons donc un fluide renfermé dans une sphère, et qu'un corps placé à son centre agisse sur elle par ses vibrations, toutes les parties de ce fluide seront pressées en tout sens; car c'est une propriété des fluides de transmettre en tout sens l'impression qu'ils reçoivent. Ainsi l'interposition d'un corps opaque ne nuiroit point à l'impression de la lumière; on y verroit aussi clair en plein minuit que lorsque le soleil est sur l'horizon; c'est ainsi que le son consis-

tant dans une vibration ou une pression réciproque de toutes les parties d'un fluide élastique, se transmet dans tous les sens. La lumière ne le fait pas, d'où il faut conclure que le mécanisme de la lumière est d'une autre nature ; mais ç'en est assez sur ce sujet, en quelque sorte étranger à notre plan ; c'est à la physique à discuter cette grande question. Revenons à la manière dont Descartes a expliqué la loi de la réfraction, et dont il a tenté de la démontrer.

Descartes ne fait point consister, comme Snellius, la loi de réfraction dans le rapport constant des rayons incident et rompu, prolongés jusqu'à une parallèle à l'axe de la réfraction. Il l'exprime (*fig.* 79) par le rapport constant du sinus de l'angle d'inclinaison ARD, avec celui de l'angle rompu correspondant CRB + ; ainsi prenant un autre rayon incident *a*R, et son rayon rompu R*b*, il y a toujours, selon Descartes, même raison de AD à BC, que de *ad* à *bc*. Cette proportion se tire facilement de celle de Snellius (1), mais elle lui est préférable, quoi qu'en dise Vossius, ou plutôt elles ont l'une et l'autre leur usage selon les occurrences.

Nous croyons devoir observer que le langage des opticiens a changé depuis l'époque à laquelle nous sommes arrivés. Ce que les anciens appelloient angle d'inclinaison, les modernes l'ont nommé angle d'incidence, et ce que les premiers nommoient angle rompu, ces derniers le nomment sans façon angle de réfraction, tandis que pour les premiers l'angle de réfraction étoit celui que formeroient le rayon rompu et l'incident prolongé. Ainsi la loi de la réfraction exprimée selon les uns par le rapport constant des sinus des angles d'inclinaison et rompu, est selon les autres un rapport constant entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction, ou les sinus des angles formés par le rayon incident et le rayon rompu avec la perpendiculaire, au milieu refringent passant par le point de réfraction.

Descartes n'établit point sa loi de la réfraction sur des expériences, quoique sans doute il en eût fait, soit pour la découvrir, soit pour s'assurer de la vérité de celle de Snellius. Il semble avoir voulu donner à penser qu'elle étoit uniquement le résultat de ses recherches sur la nature et la cause de la réflection et de la réfraction.

Comme l'explication de la réflection sert, suivant Descartes, à

(1) Car dans le triangle ROB, il y a même raison de RB à RO, que du sinus de l'angle ROB, ou de son supplément ROG, qui est égal à celui d'inclinaison ARD, au sinus de RBO, qui est égal à CRB, l'angle rompu ; mais ces deux mêmes lignes RB, RO sont les sécantes des angles GRB, GRO, qui sont les complémens des angles d'inclinaison et rompu : donc RB et RO sont réciproquement comme ces sécantes.

à préparer celle de la réfraction, nous l'imiterons en commençant par là. On peut prendre, dit-il, pour exemple de ce qui arrive à la lumière réfléchie, ce qu'éprouve une boule parfaitement dure poussée contre un plan parfaitement dur et immobile. Le mouvement de cette balle (*voy*. fig. 80.) est composé de deux, l'un suivant la perpendiculaire AF, et l'autre suivant la parallèle AD au plan réfléchissant. Telle seroit en effet sa direction, si elle étoit poussée à la fois dans ces deux sens, par deux forces qui lui imprimassent des vîtesses dans ces rapports; mais cette balle étant arrivée au point de contact R, la partie de son mouvement AD n'éprouve aucune altération; car le plan ne lui présente aucun obstacle dans ce sens; la vîtesse AD, ou dans la direction AD, subsistera donc toute entière, et en vertu de cette vîtesse, la balle atteindroit la parallèle HE aussi distante de RD que l'est AF, dans le même temps qu'elle a mis à venir de A en R. D'un autre côté, dit Descartes, la balle ne communiquant rien de son mouvement, doit se mouvoir aussi vîte qu'auparavant, et par conséquent atteindre quelque point du cercle décrit du centre R au rayon RA, dans le même temps qu'elle a employé à parcourir la ligne AR. Elle doit donc aller au point commun de ce cercle et de la parallèle HE, c'est-à-dire, au point E; le reste est facile, et il est évident que l'angle ERG = ARF, ou ERD = ARD, c'est à-dire, que l'angle d'incidence est égal à celui de reflection.

Descartes auroit pu, ce nous semble, s'énoncer plus brièvement et plus clairement de cette manière; la direction AF de la balle A, à laquelle le plan s'oppose directement étant unique, cette balle rejailliroit avec la même vîtesse et dans la même direction, si elle n'avoit que ce mouvement. Mais elle a en même temps le mouvement AD, qui n'éprouve aucune altération; le mouvement de cette balle en R, sera donc composé des deux RH, RD, égaux aux deux AD, AF, ou RF, RD; conséquemment la direction composée sera RE, et à cause de l'égalité des triangles RHE, RFA, l'angle ERH sera égal à ARF; c'est ainsi que nous l'exposons aujourd'hui. Mais Descartes avoit ses raisons de préférer la manière que nous venons de donner, et c'étoit afin qu'elle préparât à son explication de la réfraction, où il faut nécessairement prendre la chose de ce biais.

Supposons maintenant avec lui, qu'au lieu d'un plan dur et impénétrable, on n'ait qu'une surface, comme une toile tendue qui ôteroit à la balle A la moitié de sa vîtesse. Le mouvement de cette balle sera encore composé des deux AF et AD, ou DR et FR, dont la dernière n'éprouvera aucune altération de la surface, puisqu'elles ne sont point opposées l'une à l'autre. Mais cette surface réduit à la moitié la vîtesse de la balle A;

c'est pourquoi elle ne parviendra à un point du cercle décrit du centre R au rayon RA, que dans le double du temps qu'elle a mis à aller de A en R. Or dans ce double de temps, le corps parcourra dans la direction RG une ligne double de FR. La nouvelle direction RB sera donc telle que RH ou BC, sera double de AD, et cela dans toutes les inclinaisons différentes; ceci satisfait aux réfractions qui se font en s'éloignant de la perpendiculaire. Mais si au lieu de supposer que le mobile perd, en traversant la surface FG, une partie de sa vîtesse, on supposoit au contraire qu'elle fût augmentée, comme de la moitié, du tiers, &c. alors en suivant le même procédé, on trouveroit avec Descartes, que la nouvelle direction sera telle, que BC sera moindre de la moitié, du tiers que AD, et par conséquent les sinus AD, BC de l'angle d'inclinaison et de l'angle rompu seront toujours en même raison, savoir l'inverse des vîtesses dans les différens milieux.

Avant que de raconter les démêlés qu'occasionna cette explication, il est nécessaire que nous fassions quelques réflexions sur ce sujet. Il faut d'abord bien prendre garde à la manière dont M. Descartes veut que se fasse l'augmentation ou la diminution de la vîtesse dans le second milieu. C'est dans sa direction totale RB, de sorte qu'il suppose que sous quelque inclinaison que la lumière passe de l'air dans l'eau, par exemple, sa vîtesse soit augmentée de moitié. Cette première supposition est bien fondée; car si nous admettons que par la nature différente des milieux la lumière se meuve plus ou moins facilement dans l'un que dans l'autre, la vîtesse doit être plus grande ou moindre dans quelque direction que ce soit. A la vérité l'exemple dont Descartes se sert pour rendre sensible cette altération de vîtesse, savoir celui d'une toile tendue, ne m'y paroît pas propre. Cette toile n'apporteroit de la diminution que dans la vîtesse perpendiculaire, de sorte qu'en supposant qu'elle la diminuât toujours, par exemple de moitié, ce ne seroit plus entre les sinus des angles d'inclinaison et rompu que règneroit une raison constante, mais entre les tangentes de leurs complémens. Il faudroit un autre mécanisme pour faire que cette altération dans un rapport constant, se fît uniquement sur la direction totale; c'est à quoi satisfait parfaitement l'hypothèse d'une attraction quelconque exercée par le milieu réfringent sur la particule de lumière; on démontre dans cette hypothèse que la lumière se meut plus ou moins vîte dans le second milieu que dans le premier, suivant un rapport qui est toujours le même quelle que soit la nouvelle direction.

La seconde supposition de Descartes est que la vîtesse dans le sens parallèle au plan réfringent, ne souffre aucune altération;

celle-ci n'est pas aussi facile à admettre, ni à justifier que la précédente, à l'aide des seuls principes qu'employoit Descartes, et c'est là la source des objections les plus fondées qu'on fasse contre son explication. Cela est bien vrai dans la réflection, parce que le mobile ne pénètre point dans le second milieu, et que si la direction perpendiculaire étoit détruite, il se mouvoit parallèlement à cette surface avec sa seule vîtesse FR; mais aussitôt qu'il s'y plonge tant soit peu, son mouvement doit en éprouver de la résistance ou une plus grande facilité dans ce sens comme dans l'autre, et par conséquent souffrir de l'altération. Cette supposition est néanmoins vraie *matériellement*, qu'on me permette ce terme de l'école, c'est-à-dire, que quoique Descartes ne puisse en donner aucune bonne raison, elle a cependant lieu; car si nous ne nous abusons pas sur la vérité de l'hypothèse Neutonienne, l'attraction qu'exerce le corps réfringent sur le rayon de la lumière, et qui est la cause de la réfraction, n'agit que perpendiculairement à la surface de ce corps, et par conséquent ne change en rien la vîtesse de ce rayon dans le sens parallèle.

Il y a encore une supposition nécessaire dans l'explication de Descartes, pour rendre raison de l'approche du rayon vers la perpendiculaire, lorsqu'il passe d'un milieu plus rare dans un plus dense. Descartes prétend que la lumière pénètre plus facilement ce dernier que le premier, et il en donne une raison plus ingénieuse que solide; il attribue cet effet à la différente contexture des corps plus denses, qui fait que leurs pores sont plus dégagés d'obstacles que ceux des corps plus rares; de sorte, dit-il, que de même qu'une boule roulera avec plus de facilité sur un plan bien dur et bien uni, que sur un tapis, ainsi la lumière se portera avec plus de facilité à travers les pores d'un corps dur et solide, qu'au travers de ceux d'un autre qui l'est moins. Descartes ne s'est encore ici trompé que dans l'explication, et non dans le fait. Les physiciens modernes pensent comme lui, et d'après Neuton, que la lumière se meut plus rapidement dans les milieux plus denses, mais par des raisons différentes; c'est que son mouvement est accéléré à l'approche de la surface de ces corps par l'attraction qu'ils exercent sur elle.

Les réflexions que nous venons de faire montrent qu'en ne suivant que les principes mécaniques employés par Descartes, son explication étoit sujette à de grandes difficultés. Ainsi l'on ne doit point s'étonner qu'à l'exception de ceux qui faisoient profession d'être ses disciples, cette explication, quoique vraie dans le fond, ait trouvé peu d'approbateurs: elle fut le sujet d'une contestation qui faillit à devenir querelle entre lui d'un côté, et Fermat et Hobbes de l'autre. Ce dernier éleva d'abord

contre les principes de Descartes quelques objections meilleures qu'on ne seroit fondé à les attendre d'un homme qui trouva dans la suite la quadrature du cercle, et qui entreprit de réformer la Géométrie jusques dans ses axiômes. C'est, par exemple, avec raison qu'il prétendit que la réflection ne se faisoit que par le ressort du mobile, ou celui de la surface qu'il choquoit; de sorte que si l'on supposoit l'un et l'autre parfaitement durs, il n'y en auroit aucune. Ce sont des vérités dont les Cartésiens éclairés n'ont pas tardé de convenir, et ils ont fait aux suppositions de Descartes les changemens convenables, comme en donnant de l'élasticité aux particules de la lumière. A l'égard de la réfraction, la principale difficulté d'Hobbes se réduisit à prétendre que l'altération de la vîtesse du rayon de lumière devoit se prendre dans la direction perpendiculaire, et non comme Descartes le prétendoit dans sa direction totale. Hobbes étoit mal fondé en cela; il écrivit diverses lettres à Descartes, qui lui répondit conformément à ses principes; mais Hobbes accumulant toujours de nouvelles difficultés, notre philosophe rompit ce commerce en ne recevant plus aucune de ses lettres.

Nous avons commencé par Hobbes, parce que la dispute de Fermat avec Descartes, eut après la mort de celui-ci une reprise avec ses successeurs, et fut suivie d'autres événemens que nous n'avons pas voulu séparer. Fermat étoit entré le premier dans la lice, et avoit eu par des moyens qu'il est inutile de rapporter, un exemplaire de la Dioptrique de Descartes, à l'insçu de son auteur, qui ne l'avoit pas encore mise au jour. Il se hâta tellement de l'attaquer, qu'il n'attendit même pas qu'elle parût, ce qui choqua fort Descartes. Il compara le procédé de Fermat à celui d'un homme qui avoit voulu étouffer son fruit avant sa naissance, et il en garda toujours une sorte de ressentiment, qu'on voit encore éclater dans des lettres écrites après leur réconciliation.

Les premières objections de Fermat, il faut en convenir, ne lui font pas beaucoup d'honneur, et elles prouvent seulement qu'il n'étoit pas aussi grand physicien que géomètre. On le voit en effet contester d'abord le principe de la décomposition du mouvement; mais il abandonna ensuite cette objection, et il s'en tint à nier à Descartes que l'altération du mouvement de son mobile dût se prendre dans la direction totale; Descartes, de son côté, établit assez mal ce point fondamental de son explication; enfin la dispute s'aigrissoit, lorsque des amis communs entreprirent de les réconcilier. Fermat fit les premières propositions de paix, et elles furent acceptées par Descartes. Ils s'écrivirent mutuellement des lettres polies, mais sans changer

d'avis. Fermat resta persuadé que l'explication de Descartes étoit vicieuse, et celui-ci, que son adversaire étoit dans le cas d'un homme qui refuse d'ouvrir les yeux à la lumière.

Ainsi fut terminée, ou plutôt suspendue, la première discussion qu'excita l'explication Cartésienne de la réfraction ; je dis suspendue, car elle fut reprise environ vingt ans après, entre le même M. de Fermat et quelques partisans de la doctrine de notre philosophe. M. Clerselier, célèbre Cartésien, lui ayant écrit au sujet de quelques-unes de ses anciennes lettres concernant sa contestation sur la réfraction, Fermat saisit cette occasion de remettre dans un nouveau jour les difficultés qui l'avoient toujours aliéné de l'explication de Descartes. Il y ajoutoit celle-ci, savoir, qu'on ne peut point dire que le mouvement dans le sens parallèle au plan réfringent soit inaltérable. La réponse de M. Clerselier est conforme au sens de son maître, en ce qu'il maintient que le retardement ou l'accélération du mobile doit se prendre dans la direction totale ; mais je n'y trouve rien qui satisfasse à l'égard de la nouvelle objection. Bientôt après Fermat se jetta dans d'autres discussions, où il eut tantôt tort, tantôt raison, et la dispute se réduisit enfin à une vraie dispute de mots ; Fermat demeura plus persuadé que jamais de l'insuffisance de la démonstration Cartésienne, et pour terminer la contestation, il convint qu'il ne l'entendoit pas, puisque cette démonstration qui convainquoit ses adversaires, ne portoit aucune lumière dans son esprit.

Cependant il apprenoit de divers côtés que la loi de la réfraction proposée par Descartes étoit vraie ; un physicien de ce temps, nommé M. Petit, homme de beaucoup de mérite, l'avoit trouvé conforme à l'expérience. Cela engagea enfin Fermat à faire usage d'un principe qu'il avoit communiqué depuis longtemps à M. de la Chambre, et qui lui paroissoit propre à déterminer le chemin que la lumière doit prendre en se rompant. Ce principe est semblable à celui que les anciens avoient imaginé pour démontrer l'égalité des angles d'incidence et de réflection ; ils avoient supposé que la lumière, tant qu'elle reste dans un même milieu, prend le chemin le plus court. Fermat concevant cette loi de la nature d'une manière plus générale, l'étend au cas de deux milieux différens en densité. Il suppose que la lumière va toujours d'un point à l'autre dans le moindre temps, ce qui donne le chemin le plus court, lorsqu'elle reste dans le même milieu ; mais si on suppose qu'elle passe d'un milieu dans un autre, elle va, suivant M. de Fermat, plus vîte dans le moins dense, et elle tempère tellement son chemin, que parcourant moins d'espace dans le plus dense, le temps total est moindre que dans tout autre chemin qu'elle auroit

pris. Ce principe accordé, on voit déjà que la lumière doit se rompre en approchant de la perpendiculaire, quand elle passe dans un milieu plus dense. Mais quelle apparence que de deux principes aussi opposés que celui de Descartes et ce dernier, dût résulter la même vérité ? c'est cependant ce qui arriva. Fermat appliquant à ce problême sa règle *de maximis et minimis*, trouva à son grand étonnement que les sinus des angles d'inclinaison et rompu, étoient dans un rapport constant ; savoir, l'inverse des résistances dans l'un et l'autre milieu.

Un événement si peu attendu convainquit M. de Fermat que la conséquence de Descartes étoit légitime ; mais il ne le rendit pas plus docile sur le fond de sa démonstration ; au contraire il la lui rendit encore plus suspecte. Il déduisoit effectivement la même vérité d'une supposition tout-à-fait vraisemblable, et contraire à celle de ce philosophe ; quel motif de penser que cette dernière étoit fausse, et par conséquent que le raisonnement auquel elle servoit de base étoit vicieux ? Il instruisit M. de la Chambre de ce succès inespéré, et celui-ci en informa M. Clerselier ; ce disciple de Descartes fit à cette occasion un dernier effort pour gagner M de Fermat à l'explication Cartésienne (1). Il lui observa judicieusement que le principe ci-dessus n'étoit point physique, et qu'il ne pouvoit être regardé comme cause d'aucun effet naturel ; il élevoit aussi contre cette application des soupçons que la suite a vérifiés, savoir, qu'elle renfermoit deux suppositions fausses, qui par un heureux hasard se redressoient l'une l'autre. Mais Fermat qui étoit las de cette discussion, aussitôt qu'il crut que la vérité n'y étoit plus intéressée, aima mieux y mettre fin que de répliquer ; il accorda à M. Clerselier tout ce qu'il demandoit (2), consentant que la démonstration de Descartes fût réputée bonne, quoiqu'elle ne l'eût jamais convaincu, et ne se réservant que la stérile possession de son problême de géométrie. Il permet aussi qu'on traite son principe d'erroné, pourvu qu'on le mette du moins à côté de ces erreurs qui ont plus de vraisemblance que la vérité même, et il finit par lui appliquer ces vers ingénieux du *Tasse*.

Quando sarà il vero
Si bello che si possa à ti preporre ?

En effet, rien ne prouve mieux que M. de Fermat étoit fondé à tenir à son principe, et à être peu satisfait de l'explication Cartésienne de la réfraction, que les tentatives nombreuses des physiciens pour expliquer ce phénomène. Il n'en est presque aucun qui dès les premiers pas ne prenne une route différente

(1) *Lett. de Desc.* t. III, l. 52, 53. (2) *Ibid.* lett. 54.

de celle de Descartes, en supposant que la lumière pénètre plus difficilement le milieu le plus dense. Nous ne saurions avoir une occasion plus favorable de rendre compte de ces différentes tentatives; c'est pourquoi nous allons les rassembler ici sous un même point de vue.

Parmi les philosophes qui ont tenté d'expliquer ou de démontrer la loi de la réfraction, les uns, à l'exemple de Fermat, ont recouru aux causes finales, les autres ont tâché de la deduire de causes purement physiques; nous trouvons M. Léibnitz parmi les premiers. Ce géomètre et métaphysicien célèbre, suppose que la lumière va d'un point à un autre, non dans le temps le plus court, comme M. de Fermat, mais par le chemin le plus facile (1); et il mesure la facilité de ce chemin par le rapport composé de sa longueur et de la résistance dans le milieu où se meut la lumière. Il applique son calcul différentiel à déterminer quel est le chemin le plus facile, et il trouve que les sinus des angles que fait le rayon avec la perpendiculaire à la surface réfringente, sont entre eux réciproquement comme les résistances. Il y a dans l'explication de M. Léibnitz ceci de remarquable, qu'il prétend que la vîtesse augmente à proportion de la résistance, de sorte qu'il s'accorde avec Descartes en donnant à la lumière plus de vîtesse dans le milieu le plus dense. Mais ses raisons me paroissent trop subtiles pour être convaincantes. Quant au principe de M. Léibnitz, il est sujet aux mêmes difficultés que celui de M. de Fermat; il paroît bien prouvé aujourd'hui que la lumière ne choisit en se rompant, ni le temps le plus court, ni le chemin le plus facile, comme on le verra, lorsqu'on aura fait connoître le mécanisme de la réfraction, d'après M. Neuton. Nous passons aux explications purement physiques de cette propriété de la lumière.

Il y a eu des physiciens qui ont considéré un rayon de lumière comme composé de petites parties oblongues, se mouvant parallèlement à elles-mêmes, et dans une direction perpendiculaire à celle du rayon (*voyez* fig. 81). Cette supposition étant admise, ils raisonnent ainsi: lorsqu'un rayon de lumière tombé obliquement sur la surface plane d'un milieu plus dense, par exemple, et plus résistant, le bout d'une petite particule oblongue de cette lumière, qui arrive le premier à cette surface, commence à éprouver une résistance, tandis que l'autre qui est dans le premier milieu, n'en éprouve encore aucune. Celui-ci ira toujours avec la même vîtesse, et décrira un petit arc, pendant que l'autre qui se plonge dans le second milieu, décrit un arc concentrique, mais plus petit, parce que son

(1) *Act. Lips.* ann. 1682.

mouvement est plus retardé. Lorsqu'enfin tous les deux seront plongés dans le second milieu, alors le mouvement circulaire cessera, et cette particule de lumière continuera de se mouvoir parallèlement à elle-même ; or il est aisé de voir que dans le cas où le second milieu sera le plus dense, la réfraction se fera vers la perpendiculaire, l'arc *ab* étant moindre que AB ; et que ce seroit le contraire, si le second milieu étoit le plus rare. Mais, ajoute-t on, rien de plus naturel que de mesurer le rapport des facilités des deux milieux par celui des arcs AB, *ab* ; car ce sont ces arcs qui mesurent les chemins respectifs que parcourent les mobiles A et *a* en même temps dans ces deux milieux. Ainsi quelque inclinaison qu'on suppose au rayon, ce même rapport subsistant, on démontre facilement que le sinus des angles d'inclinaison et rompu, sont en raison constante. La première idée de cette explication est due, si je ne me trompe, au P. Maignan ; Hobbes l'a suivie dans un écrit que le P. Mersenne nous a transmis (1). M. Barrow l'a aussi adoptée dans ses *Leçons optiques*, et c'est son exposition que nous avons suivie ; mais malgré le suffrage de ce géomètre célèbre, nous ne craindrons point de dire que cette explication est peu heureuse. Outre le peu de solidité de la première supposition sur laquelle elle est fondée, rien de moins prouvé que celle qu'on emploie dans le cours du raisonnement. M. Rizzetti a fait (2) des efforts pour donner à cette explication quelque probabilité, et pour démontrer ces suppositions ; mais c'est, à mon avis, avec peu de succès. Rien n'est moins une démonstration que le raisonnement auquel il donne ce titre.

Quelques autres physiciens, à la tête desquels est M. David Grégori (3), ont pris une voie différente ; ils imaginent que la lumière passant d'un milieu dans un autre, s'y dilate ou s'y resserre latéralement, à proportion qu'elle y coule plus ou moins à son aise. Ils supposent ensuite dans cette dilatation ou cette contraction, un certain rapport d'où ils tirent la loi connue de la réfraction. Cette explication est aussi peu satisfaisante que la précédente ; car ce rapport qu'ils établissent, renferme luimême ce qui est en question. C'est là le défaut de diverses autres tentatives d'explications, comme celle d'Hérigone, qui suppose qu'un rayon de lumière pèse sur la surface réfringente, et tend à la pénétrer, comme feroit un poids qui tendroit à rouler sur un plan semblablement incliné. Je ne dis rien d'une prétendue démonstration donnée par un mathématicien anglois, nommé Gualter Werner, dont le P. Mersenne nous rapporte

(1) *Syn. univ. Math.*
(2) *Act. Lips.* ann. 1726.
(3) *Catoptr. ac Diopt. Elem.*

l'écrit

l'écrit avec éloge ; ce n'est qu'un vrai paralogisme et une pétition de principe.

L'idée d'Hérigone, quoique peu heureuse, semble avoir donné à M. Bernoulli celle d'une autre démonstration tirée de même d'un principe de Statique. Qu'on conçoive deux puissances données et inégales, qui tirent un point mobile le long d'une ligne de position donnée ; tel est, suivant M. Bernoulli, le cas de deux rayons de lumière, l'un incident, l'autre rompu ; ce qu'il établit par un raisonnement, que j'avoue ne pas bien concevoir. Mais si l'on examine quelle position prendra le point mobile dont nous parlons, dans la supposition ci-dessus, on trouvera qu'elle sera telle, que les sinus des angles avec la perpendiculaire à la ligne le long de laquelle ce point est mobile, soient en raison donnée, savoir, celle des forces avec lesquelles ce point est tiré de part et d'autre ; d'où il conclut que le même rapport constant doit régner dans la réfraction.

Parmi les explications mécaniques de la réfraction, je n'en connois aucune qui soit plus ingénieuse que celle d'Huygens (1). Elle est une suite très-naturelle de son système sur la lumière, système le plus probable et le plus satisfaisant de tous, si l'on n'avoit de fortes raisons de pencher vers celui de l'émission. Huygens fait consister, comme tout le monde sait, la lumière dans les ondulations d'un fluide élastique très-subtil, qui se répandent circulairement et avec une promptitude extrême autour du centre lumineux. Mais ce n'est pas tout : chacune de ces ondes circulaires répandues autour du point lumineux, n'est que le résultat d'une infinité d'autres ondulations particulières, dont les centres sont dans toutes les parties du fluide ébranlé, et qui concourent toutes à former la principale. Ainsi la direction perpendiculaire de chacune de ces ondes, dépend de la rapidité respective de celles qui la forment, de sorte que si par quelques circonstances les vîtesses de celles-ci deviennent inégales, la direction de la principale changera ; or c'est, dit Huygens, ce qui arrive dans la réfraction. Un rayon comme LAD (*fig.* 82), tombant obliquement sur un milieu où la lumière pénètre plus difficilement, par exemple, et où par conséquent elle se meut plus lentement, la partie A de l'onde AD, qui est perpendiculaire à la direction LA, arrive la première ; là son choc excite dans la matière, dont est imprégné le second milieu, une ondulation qui s'étend circulairement autour de A, en 1, 2, 3, 4, tandis que les points B, C, D, arrivent successivement en *b*, *c*, *d*, et y excitent les ondulations *b*1, *b*2, *b*3; *c* 1, *c* 2; *d*1 : ainsi l'ondulation totale est GH, et la direction du rayon de lumière, qui lui est per-

(1) *Tract. De Lum.* c. 3

pendiculaire, est AH. Mais, par la supposition, la lumière se meut plus lentement, par exemple d'une moitié, dans le second milieu que dans le premier; c'est pourquoi l'étendue de l'onde A*a*, est moindre de moitié que celle de l'onde B*b*, et par conséquent A 3 est dans le même rapport avec D*d*. Or A 3 et D*d* sont respectivement comme les sinus de l'angle rompu et de celui d'inclinaison. Donc ces sinus seront entre eux comme les facilités que la lumière éprouve à se transmettre dans les différens milieux. Nous nous sommes contentés ici d'une esquisse de l'explication de M. Huygens; nous l'eussions développée davantage, sans la prolixité à laquelle cela nous auroit engagés : ceux pour qui ce qu'on vient de dire ne suffira pas, peuvent recourir à son Traité *De lumine*. Nous ne croyons pas qu'on puisse imaginer rien de plus satisfaisant dans l'hypothèse, que la lumière consiste en un fluide mis en action par le corps lumineux.

La difficulté fondée que Fermat faisoit à Descartes, en ce qui concerne le mouvement de la lumière dans le sens parallèle à la surface réfringente, mouvement qu'il supposoit n'être point altéré, a donné lieu à une tentative pour expliquer la réfraction, dont il nous faut encore dire un mot. On a conçu la réfraction de la lumière comme ce qui arriveroit à un globe qui passeroit d'un milieu comme l'air, dans l'eau par exemple. Ce globe, à l'instant où il toucheroit la surface qui sépare l'air d'avec l'eau, commenceroit à éprouver de la résistance dans le sens perpendiculaire; mais il auroit encore toute sa vîtesse dans le sens parallèle. Supposons-le enfoncé d'un quart, par exemple, de son diamètre : il éprouvera de la résistance, et son mouvement sera altéré dans les deux directions; mais moins dans la direction parallèle que dans la perpendiculaire. Il en sera de même lorsqu'il sera plongé de la moitié, des trois quarts de ce diamètre; ainsi, pendant qu'il s'enfonce, il doit décrire une courbe convexe vers la perpendiculaire. Enfin, lorsqu'il sera totalement plongé, alors éprouvant de tous les côtés une résistance égale, il continuera sa route par la tangente au dernier point de cette courbe qu'il a décrite, et il aura une direction plus éloignée de la perpendiculaire. Le contraire doit visiblement arriver, lorsque ce globe passera d'un milieu plus résistant à un autre qui l'est moins : la réfraction se fera en approchant de la perpendiculaire. Cette idée est de M. de Mairan (1).

Jusqu'ici cette explication procède fort bien, mais elle est sujette à des difficultés qui ne permettent pas de l'admettre.

(1) Voyez *Mém. de l'Acadèm.* ann. 1726.

Lorsqu'à l'aide d'une profonde Dynamique, M. d'Alembert a examiné la trajectoire de ce globe pénétrant d'un milieu dans un autre, et les deux directions avec lesquelles il commence et il finit de la décrire, on a trouvé qu'elles ne suivent point la même loi que la lumière en se rompant, quelque hypothèse de résistance que l'on prenne. D'ailleurs, les mêmes milieux subsistant, la trajectoire est différente suivant la forme, la vîtesse, et même la masse du corps qui les traverse. Ainsi, quand il y auroit quelque forme de corps qui rendît constant le rapport des sinus des angles d'inclinaison et rompu, comme on ne peut supposer que fort gratuitement que toutes les particules de lumière soient de cette forme, on ne pourroit guères s'aider de cette explication.

Ce n'est pas encore ici le lieu de développer la manière dont Neuton explique la réfraction. Comme elle tient à sa théorie de l'attraction, nous croyons devoir ne l'exposer qu'après avoir donné connoissance des faits qui établissent cette théorie. Ainsi, nous renvoyons nos lecteurs au livre où nous exposerons les découvertes mémorables de ce grand homme sur la lumière.

VII.

La discussion où l'on vient d'entrer à l'occasion des premiers pas de Descartes dans sa *Dioptrique*, nous a fait perdre le fil de notre histoire. Nous allons le reprendre en rendant compte de quelques vues nouvelles de ce philosophe pour perfectionner cette partie de l'Optique. Quoiqu'elles n'ayent point eu dans la pratique le succès que s'en promettoit leur auteur, elles revendiquent ici un place, du moins à titre de découvertes dans la théorie.

Les lentilles sphériques de verre ne réunissent pas tous les rayons parallèles à leur axe en un même point. Dans les déterminations qu'on a données ci-dessus des foyers de ces verres, il n'a été question que des rayons infiniment voisins de l'axe; car à mesure qu'ils s'en écartent, leur rencontre avec cet axe se fait dans un point plus proche que le foyer. A la vérité, cette différence est peu sensible, tant que la surface sphérique qui les reçoit n'est qu'une fort petite portion de sphère; mais enfin elle est réelle, et delà il suit qu'une lentille sphérique ne peint pas à son foyer une image parfaitement distincte.

Ce défaut des verres sphériques est probablement ce qui inspira à Descartes la première idée de rechercher s'il n'y avoit pas quelque surface tellement conformée, que les rayons parallèles s'y réunissent précisément dans un même point. D'ailleurs, cette recherche, à la considérer du côté purement

théorique, ne pouvoit manquer d'avoir des attraits pour un géomètre. Aussi avoit-elle déjà excité les efforts de Kepler, qui par analogie avoit conjecturé que les sections coniques pouvoient satisfaire au problême.

Cette conjecture de Kepler se tourna en réalité entre les mains de Descartes; il démontra que si dans une ellipse comme ADBA, (*fig.* 83), la distance des foyers *f*F et le grand axe sont comme les sinus des angles d'inclinaison et rompu dans les milieux entre lesquels se fait la réfraction, par exemple, comme 2 à 3 si c'est de l'air et du verre, le rayon ED parallèle à l'axe rencontrant le sphéroïde de verre DA, se rompra et ira concourir au foyer F. Au contraire, si l'espace AHB (*fig.* 84) est rempli du milieu le plus rare, comme l'air, le rayon GD rencontrant la surface concave, s'y rompra comme s'il venoit du point F. Ainsi, si dans le premier cas on décrit du centre F un arc de cercle DI, et qu'on imagine une lentille dont la coupe soit DAIK, elle réunira à son foyer F, tous les rayons parallèles à son axe. Dans le second cas, il faudra que l'arc de cercle soit extérieur, et on en aura une qui rendra tous les rayons parallèles à son axe et tombans sur sa concavité, divergens comme du point F, ou au contraire qui rendra parallèles tous les rayons convergens vers F et tombant sur sa convexité. L'hyperbole jouit de la même propriété, s'il y a entre son axe et la distance de ses foyers le rapport ci-dessus. Le rayon passant parallèlement à l'axe de l'une des hyperboles où nous supposons le milieu le plus dense, se rompra et concourra au foyer de l'opposée; et l'on pourra de même former des lentilles hyperboliques convexes ou concaves, qui rendront convergens les rayons parallèles, ou parallèles les convergens vers un point donné.

Ce problême nous mène naturellement à un autre plus général, dans lequel il s'agit de déterminer la forme d'une surface telle que les rayons partis d'un point donné, soient rendus convergens vers un autre point donné, ou divergens, comme s'ils en venoient. Descartes le résolut encore; mais content dans sa *Dioptrique* de considérer les cas qui peuvent être le plus d'usage, et les surfaces les plus faciles à décrire, il en renvoie la solution à sa *Géométrie*. Il y démontre que si le point A, (*fig.* 85) est celui d'où partent les rayons de lumière, B celui auquel ils se doivent réunir, et que le point S soit pris pour le sommet de la surface ou de la courbe génératrice qu'on cherche, elle sera telle que tirant à un point quelconque G, les lignes AG, BG, l'excès de AG sur AS, sera à celui de BS sur BG, en raison donnée, savoir, celle de la réfraction entre les milieux où sont les points A et B; on en donne la démonstration dans une note

qui suit ce livre, et où l'on trouvera aussi quelques détails sur ce sujet. Cette espèce de courbe que nous venons de décrire, est celle que M. Descartes nomme la première de ses ovales. Que si, au lieu de supposer le sommet S de la courbe entre A et B, on le supposoit au-delà, alors naîtroient différentes autres courbes qui constituent les autres espèces d'ovales que M. Descartes considère dans sa Géométrie, et qui servent à renvoyer diversement les rayons, soit par réfraction, soit par réflection, de sorte que ceux qui partent d'un point, ou qui y convergent, soient renvoyés vers un autre, ou rendus divergens, comme s'ils en venoient. Il seroit excessivement long de parcourir tous les cas qui naissent des différentes positions respectives des points donnés S, A, G. Mais ceci mérite d'être observé, c'est que ces courbes se transforment en sections coniques suivant les circonstances. Si, par exemple, on suppose dans la première espèce le point A infiniment éloigné, l'ovale devient l'ellipse ordinaire, ayant entre son grand axe et la distance de ses foyers la raison de la réfraction ; ce qui nous apprendroit, si nous ne le savions déjà, que la figure elliptique ayant les conditions ci-dessus, renverroit vers un de ses foyers les rayons parallèles à son axe. Si au contraire, on supposoit le point B infiniment éloigné, la courbe deviendroit une hyperbole qui renverroit parallèlement les rayons partis du point A. Les autres propriétés des sections coniques en ce qui concerne la réflection de la lumière, ne sont pareillement que de simples corollaires du problême général de Descartes. Il n'y a qu'à supposer les différences des lignes tirées des points A et B, aux points G, en raison d'égalité, les réfractions se changeront en réflections à angles égaux à ceux d'incidence, et l'on aura suivant la position des points A, B, S, une parabole, une ellipse ou hyperbole. Cette théorie, dans l'exposition de laquelle M. Descartes n'a pas mis les développemens nécessaires pour tous les lecteurs, a été depuis plus clairement exposée par Huygens dans son traité *De lumine* ; on doit recourir à cet ouvrage, ou bien au savant commentaire du P. Rabuel sur la Géométrie de Descartes.

Les propriétés que nous venons de remarquer avec M. Descartes dans les verres elliptiques et hyperboliques, le conduisirent à penser qu'ils ne pouvoient manquer d'être d'une grande utilité pour perfectionner les instrumens dioptriques. En effet, puisque des verres de cette forme réunissent les rayons parallèles à un seul point mathématique, ce que ne font point les verres sphériques, il semble tout-à-fait naturel d'en conclure que les images des objets éloignés seront incomparablement plus distinctes. Descartes conseille donc de donner aux verres de Té-

lescopes une courbure elliptique ou hyperbolique, et en particulier la dernière qu'il jugeoit préférable. Il propose pour cet effet à la fin de sa Dioptrique diverses machines; ses lettres nous apprennent aussi qu'il se donna de grands mouvemens pour y réussir. Étant à Paris en 1628, il engagea un fabricateur d'instrumens mathématiques, nommé Ferrier, à entrer dans ses vues, et il lui écrivit ensuite diverses lettres pleines d'instructions pour le guider. Cet artiste vint effectivement à bout, dit Descartes, de tailler un assez bon verre hyperbolique convexe; mais il ne put réussir au concave, et s'étant dégoûté de ce travail difficile, cette entreprise n'eut pas d'autre suite. On lit néanmoins dans le livre *de vero Telescopii inventore*, que ce Sr. Ferrier étoit venu à bout de faire à Descartes une lunette de ce genre, de dix pouces seulement de longueur, qui de quatre lieues de distance faisoit appercevoir des brins d'herbe de la grandeur d'un pouce; mais on ne trouve rien de semblable dans la lettre de Descartes, et d'ailleurs cela est exagéré au-delà des bornes de toute crédibilité.

Les promesses de Descartes qui n'alloient pas moins qu'à découvrir dans les astres les plus petits objets, et l'instigation de M. Huygens de Zulichem, le père du célèbre Huygens, avec qui il étoit lié d'amitié, portèrent aussi quelques artistes hollandois à faire des efforts pour mettre ses machines à exécution (1); mais les difficultés les rebutèrent probablement, et leur firent abandonner ce travail; nous ne voyons pas qu'il soit venu delà à Descartes aucun bon verre hyperbolique. Depuis ce temps, quantité d'autres mathématiciens ou artistes ont proposé de nouvelles inventions pour le même sujet. Wren entr'autres en a proposé une (2), qui est fondée sur une nouvelle propriété de l'hyperbole, et qui me paroît être une de celles dont on pourroit le plus légitimement attendre du succès; on trouve aussi dans les anciens mémoires de l'académie de Berlin (3) la description d'une machine inventée pour cet effet par M. Hertelius: cependant, nonobstant tous ces efforts, les verres hyperboliques sont encore des êtres imaginaires, et ceux qui connoissent la manière dont on travaille les verres lenticulaires, n'en seront point surpris. On a vu, à la vérité, quelquefois annoncer dans des Journaux, qu'on étoit enfin parvenu à faire des verres de cette forme. On lit dans les *Transactions philosophiques* (4) qu'un M. du Son avoit fait de bons verres paraboliques (on a apparemment voulu dire hyperboliques; car des verres parabo-

(1) *Lettres de Desc.* tom. II, lett. 81, 82, 85, 86, 90.

(2) *Trans. Phil.* ann. 1668, 1669.

(3) Tom. III, ad ann. 1710.

(4) Ann. 1665.

liques ne rempliroient point l'objet qu'on se propose) ; mais ces belles promesses se sont réduites à cette annonce. Au reste, on se seroit épargné bien des peines, si l'on eût fait une réflexion qui se présente assez naturellement, c'est que si un verre de courbure elliptique ou hyperbolique, réunit plus exactement qu'un de courbure sphérique, tous les rayons parallèles à son axe, il lui sera fort inférieur en ce qui concerne les rayons qui forment avec cet axe quelque angle sensible. Car la courbure sphérique présente de tous les côtés une figure uniforme, ce que ne fait point la courbure elliptique ou hyperbolique ; c'est pourquoi ces dernières réuniront moins exactement les rayons venans des parties latérales de l'objet. Enfin, ce qui ne permet plus aujourd'hui de s'attacher à faire des verres de cette forme, c'est la découverte de la différente réfrangibilité de la lumière ; c'est de cette différente réfrangibilité que naît le principal obstacle à la distinction de l'image ; et l'aberration qu'elle cause est incomparablement plus grande que celle qui vient de la forme sphérique du verre. Quand on corrigeroit cette dernière par la figure hyperbolique, la première ne subsisteroit pas moins, et la distinction ne seroit pas plus grande. Il n'est, je crois, plus aujourd'hui aucune personne instruite qui ajoute foi aux verres hyperboliques, et il n'y a plus que quelques artistes charlatans qui, pour rehausser leur ouvrage, disent avoir le secret de les travailler.

V I I I.

Nous devons enfin à Descartes d'avoir perfectionné l'explication de l'arc-en-ciel qu'avoit autrefois donné *Antonio de Dominis ;* on a vu vers la fin du volume précédent que ce physicien italien, guidé par un heureux hasard plutôt que par la sagacité, avoit rencontré le vrai principe de cette explication ; mais il avoit encore laissé bien des choses à faire pour la rendre complette. En premier lieu, il avoit totalement manqué celle de l'arc-en-ciel extérieur ; en second lieu, il restoit à rendre raison pourquoi ces arcs lumineux ne paroissent que d'une certaine grandeur, l'inférieur de 42°. environ de rayon, et l'extérieur de 52°. Il falloit enfin expliquer d'où viennent les couleurs qu'ils nous présentent, et leur arrangement. De ces trois choses, Descartes en découvrit deux ; la troisième tenoit à la différente réfrangibilité de la lumière, et étoit réservée à Neuton.

L'arc-en-ciel intérieur ou principal, est formé, comme nous l'avons dit, en parlant d'*Antoine de Dominis*, par une réflection unique du rayon solaire contre la partie postérieure des gouttes d'eau ou de vapeurs, réflection précédée et suivie d'une

réfraction à l'entrée et à la sortie de cette goutte. C'étoit là que s'étoit arrêté l'auteur italien, qui avoit cru pouvoir expliquer de même l'arc-en-ciel extérieur, en changeant seulement quelques circonstances. Descartes, plus clairvoyant, apperçut et s'assura par l'expérience (1), que l'arc en-ciel extérieur est produit par deux réflections dans l'intérieur des gouttes de vapeurs, comme l'on voit dans la figure (*fig.* 86, n°. 1.) en B. Le rayon de lumière parti du soleil, entre par la partie inférieure de la goutte, et y souffre une réfraction ; il se réfléchit deux fois contre sa surface, et il sort enfin en souffrant une seconde réfraction qui le renvoie à un point de l'axe tiré du soleil par l'œil du spectateur. Telle est la trace de chaque rayon de lumière qui forme un point de la seconde iris ; nous le répéterons ici, ceux qui ont contesté au philosophe françois la découverte de la plus grande partie de ce qu'il y a d'exact dans l'explication de l'iris, étoient ou des ennemis de Descartes ou des personnes mal instruites ; nous renvoyons à la discussion particulière où nous sommes entrés sur ce sujet, en parlant de De Dominis.

Mais pourquoi n'y a-t-il que les rayons comme AO et BO, inclinés à cet axe, l'un de 42°, l'autre de 52, qui excitent dans l'œil du spectateur une sensation de lumière ; car il est évident qu'il n'y a point de goutte, soit inférieure à A, soit entre A et B, soit enfin au-dessus de B, qui n'envoie aussi à l'œil quelque rayon de lumière. Cependant on n'apperçoit de l'éclat qu'en A et en B ; en voici la raison d'après Descartes. Il ne suffit pas qu'un rayon de lumière parvienne à nos yeux pour y exciter quelque sensation ; il faut pour cela qu'il ait une certaine densité, proportionnée à la sensibilité de notre organe ; or de tout les faisceaux de rayons solaires qui tombent parallèlement sur une goutte de vapeurs, M. Descartes trouve par le calcul qu'il n'y en a qu'un seul, savoir celui qui est éloigné du rayon central entre les 85 et 86 centièmes du rayon du globule, qui après la réfraction et la réflection qu'il éprouve, soit encore composé de rayons parallèles. Il n'y a donc que ce faisceau de lumière qui soit capable d'exciter quelque sensation sur un œil éloigné; or celui-ci forme avec l'axe tiré du soleil au point diamétralement opposé, un angle de 41°, 30′, en supposant la raison du sinus d'inclinaison à celui de l'angle rompu, où suivant le langage moderne du sinus d'incidence à celui de réfraction, en passant de l'air dans l'eau de pluie, celle de 257 à 180. On ne doit donc voir la bande lumineuse du premier arc-en-ciel qu'à une distance de 41°, 30′ du point diamétralement opposé au soleil. M. Descartes démontre par un procédé sem-

(1) *Meteor.* Disc. 8.

blable,

blable, que de tous les petits faisceaux des rayons qui tombent sur les mêmes globules, et qui sortent après deux réflections dans l'intérieur; il n'y en a qu'un dont les rayons qui le composent, conservent leur parallelisme, et qu'il fait avec le même axe que ci-dessus un angle de 51°, 57'. Ainsi la bande lumineuse ne peut paroître au même œil qu'à 52°. environ du point diamétralement opposé au soleil; l'intervalle entre la goutte A et la goutte B n'en peut fournir aucune dont un faisceau parallèle puisse parvenir au même œil; de là l'interruption de la lumière entre les deux iris. Pour donner une idée plus distincte de la marche du faisceau de rayons parallèles entrans dans la goutte et en sortans, sans perdre ce parallelisme, nous avons ajouté à la figure de l'arc-en-ciel deux figures, n°. 2 et 3, où la goutte est suffisamment grossie pour y voir distinctement cette marche.

Il reste à rendre raison des couleurs qui parent ces deux arcs lumineux. L'explication complète de ce phénomène tient, comme nous l'avons déjà dit, à la théorie Neutonienne des couleurs. Descartes cependant en rend une raison, à certains égards satisfaisante, en regardant la petite partie du globule par où sortent les rayons du faisceau parallèle, comme un petit prisme qui jette, comme on sait, des rayons colorés. La situation différente de ces petits prismes à l'égard de l'œil du spectateur, fait que les couleurs présentent un ordre inverse dans les deux arcs. Nous n'en dirons pas davantage pour le moment; ce qui reste encore ici à désirer sur ce sujet, nous le réservons pour le livre où nous devons faire connoître les belles découvertes de Neuton sur la nature des couleurs; on y vera aussi les ingénieuses spéculations de M. Halley sur les arcs-en-ciel de différens ordres.

Fin du quatrième Livre de la quatrième Partie.

NOTE

DU

QUATRIÈME LIVRE.

Voici la démonstration promise page 260. Supposons (*fig.* 85) le point *g* infiniment proche de G, et les lignes A*g*, B*g* avec les arcs de cercle G*e*, *gf*, décrits des points B et A, comme centres, de sorte que *ge* soit la différence entre GB, *g*B, et G*f* celle de GA, *g*A; le petit côté G*g* de la courbe étant prolongé, lui sera tangente, et sa perpendiculaire CD représentera l'axe de réfraction. Maintenant, puisque partout la différence de GA et AS est à celle de GB et BS en même raison, il suit que les différences des lignes infiniment proches GA, A*g* et GB, B*g* seront en même raison. Mais il est visible que les angles *fg*G, *g*G*e* sont respectivement égaux aux angles AGC, BGD, qui sont l'angle d'inclinaison et l'angle rompu. Donc G*f* et *ge*, qui sont les sinus des angles *fg*G, et G*ge* étant en raison constante, savoir celle qui règle la loi de réfraction entre les milieux A et B (savoir de 3 à 2 en passant de l'air dans le verre, ou de 4 à 3 en passant de l'air dans l'eau), il suit que les sinus des angles AGC et BGD sont dans cette même raison, et par conséquent GB est la vraie position du rayon rompu qui doit aller, après une réfraction, du point A au point B.

Quant à la description de la courbe, voici celle qui suit de la propriété trouvée par Descartes. Soit le point A (*fig.* 85 *bis.*), celui dont partent les rayons, B celui auquel ils doivent converger, et S le sommet de la courbe pris à volonté. Ayant pris un point C quelconque, que SC soit divisé en D, de sorte que SD soit à SC dans la raison du sinus de réfraction au sinus d'incidence dans le passage du milieu de A à celui de B, comme de 2 à 3; si B est dans le verre et B dans l'air: décrivez ensuite du point A, comme centre, au rayon AC, et du point B, au rayon BD, les arcs de cercle CG*g*, DG*g*, leur intersection G sera un point de la courbe; et prenant un autre point C, on aura un autre point de la même courbe. Car il est aisé de voir qu'au moyen de cette construction, toutes les lignes AG croîtront, et les BG décroîtront successivement, de sorte que leurs accroissemens et décroissemens respectifs seront dans la même raison que SC et SD, ce qui est la propriété trouvée par Descartes. Cette construction est celle de Neuton, dans ses *Lectiones Opticæ*, part. I, prop. 34.

Il sera, au surplus, facile à ceux qui sont suffisamment géomètres, de voir ce qu'il y auroit à faire si les rayons incidens étoient parallèles entre eux (car alors le point A étant infiniment éloigné, l'arc CG deviendroit une ligne droite perpendiculaire à CA), ou si ces rayons étant divergens, ou convergens vers un même point, devoient être renvoyés à un autre, ou de manière à ce qu'ils divergeassent comme venans d'un autre, &c.: ce qui donne naissance à autant de courbes différentes.

Nous nous proposions d'entrer ici dans quelques détails ultérieurs sur l'équation et les autres propriétés de ces courbes; mais faute d'étendue, nous sommes obligés de nous borner ici à quelques mots sur ce sujet.

Ces courbes sont du quatrième ordre, ou quatrième degré, et susceptibles pour la plupart d'être décrites d'un mouvement continu, au moyen de fils différemment redoublés sur leurs foyers. Une des parties de la courbe, lorsque certaines lignes ont été prises dans la construction selon une proportion donnée, servent à la réfraction, c'est-à-dire à rompre les rayons, soit parallèles, soit partans d'un même point, ou convergens vers un même point, de manière à passer par un autre, ou à être parallèles; et la partie concave sert à la réfraction, c'est-à-dire à renvoyer de même les rayons tombans sur elle, dans la supposition où les angles des rayons incident et réfléchi, avec la perpendiculaire d'incidence, seroient dans un certain rapport d'inégalité; mais c'est là une pure spéculation géométrique, ces angles étant, par la nature de la réflection, toujours égaux. Mais en voilà assez sur ce sujet. Nous ne pouvons que renvoyer aux deux commentateurs de Descartes, Schooten et le P. Rabuel, jésuite, dont le dernier surtout est entré à cet égard dans les plus grands détails.

Fin de la Note du Livre quatrième de la quatrième Partie.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE CINQUIÈME.

Histoire et progrès de l'Astronomie, depuis le commencement jusques vers la fin du dix-septième siècle.

SOMMAIRE.

I. *L'Astronomie est cultivée au commencement de ce siècle par Kepler. Vie abrégée de cet astronome. Il découvre la vraie forme des orbites des planètes, et les lois qu'elles suivent dans leurs mouvemens. Diverses conjectures heureuses de Kepler. Idée abrégée de ses travaux.* II. *Des étoiles nouvelles qui paroissent en 1600 et 1604. Autres phénomènes semblables observés depuis.* III. *De Galilée. Ses découvertes astronomiques dans la Lune et les fixes. Celle des satellites de Jupiter, et des taches du Soleil. Conséquences qu'il en tire.* IV. *Histoire de la persécution qu'il éprouve au sujet du mouvement de la Terre.* V. *Détails*

historiques sur la querelle élevée entre les astronomes et les physiciens, sur le même sujet. Examen des raisons, soit physiques, soit théologiques, alléguées contre la mobilité de la Terre. VI. *Efforts de quelques astronomes pour démontrer directement le mouvement de la Terre. Tableau de la position de notre système solaire relativement aux étoiles fixes les plus voisines.* VII. *Des astronomes qui disputèrent à Galilée l'honneur de ses découvertes. De Jean Fabricius. De Scheiner; théorie des taches du Soleil expliquée. De Marius.* VIII. *Des travaux entrepris pour la mesure de la Terre, dans cette première partie du dix-septième siècle. De la mesure de Snellius, et de sa méthode; de celles de Blaeu, Norwood, des PP. Riccioli et Grimaldi.* IX. *Observation de Mercure sous le Soleil, faite en 1631, et par qui. Utilité qu'on en a tirée. Autres observations semblables faites depuis. Vénus observée de même sous le Soleil, en 1639. De l'astronome Horoccius, auteur de cette observation.* X. *Système physico-astronomique de Descartes. Difficultés auxquelles il est sujet.* XI. *De divers astronomes dont on n'a point parlé. Idée de leurs travaux.*

I.

Les découvertes dont l'immortel Kepler enrichit l'Astronomie au commencement de ce siècle, forment une des époques les plus mémorables de l'histoire de cette science. Si Copernic, secouant le joug d'un ancien préjugé, sut démêler le vrai arrangement des corps célestes; si Tycho-Brahé perfectionna l'Astronomie pratique, accumula des observations sans nombre, rectifia en divers points les idées de ses prédécesseurs, il étoit réservé à Kepler de reconnoître la vraie marche des planètes, la forme des orbites qu'elles parcourent, et les lois suivant lesquelles elles s'y meuvent. Nous choisissons ici pour caractériser cet illustre astronome, quelques-unes de ses découvertes qui ont le plus de célébrité. Car on pourroit former une ample énumération des choses que lui doit l'Astronomie. Nous ne pouvons que faire une chose agréable à nos lecteurs, en leur traçant ici quelques traits de la vie de cet homme célèbre.

Jean Kepler naquit le 27 décembre 1571, à Wiel, ville impériale et voisine du duché de Wirtemberg, de parens nobles, mais réduits, par le service militaire et la mauvaise conduite, à un état très-gêné. Abandonné par son père et sa mère dès les premières années de son enfance aux soins d'un aïeul attaqué successivement de maladies graves, il éprouva les plus

grandes difficultés à faire ses premières études ; et ce profond génie eut été perdu pour l'Astronomie, sans les secours du duc de Wirtemberg ; car son père ayant été absolument ruiné, et ayant été contraint de prendre pour subsister le métier de cabaretier, les études du jeune Kepler furent interrompues pendant deux années. Enfin il entra dans un de ces colléges entretenus par le duc de Wirtemberg, qui étoient comme des échelons pour arriver à l'université de Tubinge, où il fut ensuite admis et prit des grades en 1589 et 1591. Kepler ne se destinoit point encore aux mathématiques : plein d'ambition et d'ardeur pour la gloire, il ne les regardoit point alors comme capables de satisfaire ses vues. Il se destinoit alors à la théologie, et avoit même commencé à exercer quelques-unes des fonctions du ministère, lorsque Mæstlin, professeur de Tubinge, où il avoit étudié, l'engagea par ses exhortations à se livrer à l'Astronomie. Quelque temps après, savoir en 1593, il fut nommé à la chaire de mathématique et de morale, que Stadius laissoit vacante à Gratz ; cette circonstance détermina le sort de Kepler, qui de crainte d'indisposer contre lui son souverain et son protecteur, le duc de Wirtemberg, n'osa pas refuser cette place. Il fut ainsi pendant quelque temps astronome plutôt par devoir que par inclination ; mais enfin appercevant combien vaste étoit la carrière où il entroit, il s'y jetta avec goût et avec ardeur. Le premier fruit de son génie fut un ouvrage intitulé : *Prodromus dissertationum cosmographicarum, &c.* (*Tubing.* 1596, *in*-4°.), où, d'après des analogies numériques et géométriques, assez semblables à celles des Platoniciens et des Pythagoriciens, il déterminoit les rapports des orbites des planètes. Tycho néanmoins y démêla le génie du jeune auteur, et le jugea digne d'être remis sur la bonne voie. Il l'exhorta à observer, conseil que Kepler suivit, mais qui ne le guérit pas entièrement de son foible pour ces chimères pythagoriciennes. Divers endroits de son *Epitome astronomiae Copernicanae*, et son *Harmonice mundi*, sont des preuves subsistantes de ce foible, qu'il allia le plus souvent avec les plus justes et les plus sublimes conceptions.

Kepler se maria en 1597, et se prépara bien des embarras et bien des chagrins par cette démarche, qui ne convient ordinairement guères à un savant et à un homme de lettres, privé de fortune ; il mena depuis ce temps une vie assez errante. En 1598, il fut obligé de s'exiler et de passer en Hongrie, pour cause de troubles politiques ou religieux. Rappellé en 1600 à Gratz, il ne put s'y tenir long-temps ; les calamités qu'éprouvoit la Styrie, dont Gratz est la capitale, le forcèrent encore à fuir. Il alla à Prague visiter Tycho-Brahé, qui lui procura

le titre de mathématicien impérial, avec des appointemens qui lui furent toujours assez mal payés. Ce titre ne lui donnoit pas de quoi vivre, et il faillit à se brouiller avec Tycho, qui refusoit de prêter quelque argent à sa femme, pendant que retenu dix mois entiers par une fièvre intermittente, il ne pouvoit se livrer à aucun travail. Cependant il se raccommoda avec lui, et Tycho le présenta à l'empereur qui le lui attacha, avec appointemens, pour l'aider dans ses calculs. Enfin après bien des sollicitations, il parvint en 1602 à toucher quelques-uns des émolumens attachés à son titre de mathématicien impérial; titre jusqu'alors si stérile pour lui, qu'il commençoit à se tourner du côté de la Médecine, appréhendant que l'Astronomie ne le menât droit à l'hôpital.

Le sort de Kepler sembloit devenir plus agréable; mais la mort de Tycho le jetta dans de nouveaux embarras. Il fut inquiété par ses héritiers, et mal payé de ses appointemens comme aide de cet astronome, en sorte qu'il garda pour gage le trésor de ses observations, qu'on se mit peu en peine de retirer, et qui faillit par cette raison à se perdre. Il passa ainsi environ onze ans dans l'embarras de se procurer et à sa famille une subsistance un peu aisée. Enfin il reçut les arrérages de ses pensions, qui lui furent continuées, et il fut nommé à la chaire de mathématique de Lintz, en 1613. Ce fut là le temps le plus tranquille, et le seul tranquille de sa vie. Il y publia entr'autres, savoir en 1615, sa *Stereometria doliorum*, dont nous avons parlé à l'occasion des nouveaux problêmes géométriques qu'il y proposoit, et dont il tentoit la solution. Ses Tables Rudolphines furent encore l'ouvrage de ce temps de tranquillité, car il les publia en 1627. Mais vers cette époque les courses de Kepler recommencèrent. En 1629 il passa, avec l'agrément de l'empereur, au service d'Albert, duc de Frisland, et il se retira à Sagan, où il remplit une chaire de professeur. Enfin étant allé, en 1630, à la diète de Ratisbonne pour y solliciter le paiement de ses pensions, il y mourut le 5 novembre de la même année. Ce grand homme fut enterré dans le cimetière, avec cette épitaphe :

Mensus eram cœlos, nunc terrae metior umbras
Mens cœlestis erat, corporis umbra jacet.

In christo piè obiit, anno salutis 1630, *die quinto novembris, aetatis suae quinquagesimo nono.*

Telle fut la vie de Kepler; obligé à tant de courses et tant de changemens d'habitations; traversé par tant d'embarras et par les sollicitudes que lui donnoit une famille nombreuse,

car il eut plusieurs femmes et nombre d'enfans, qui croiroit qu'il eût eu le temps de donner un si grand nombre d'ouvrages, et la plupart ouvrages de génie? Nous allons les parcourir sommairement; du moins, ceux qui appartiennent aux mathématiques. J'ai déjà parlé de son *Prodromus dissertationum cosmographicarum*, où Tycho trouva des marques d'un génie heureux qui n'avoit besoin que d'être remis dans le bon chemin. Il publia en 1602 un écrit intitulé : *De fundamentis astrologiae certioribus dissertatiuncula* (*Pragae*, *in*-4°.), sur laquelle nous tirerons le rideau, quoiqu'il n'y soit question que d'une astrologie fort mitigée, et presque uniquement météorologique. En 1604, il mit au jour ses *Ad Vitellionem Paralipomena*, *seu Astronomiae pars Optica*, *in*-4°., dont nous avons parlé dans le livre précédent. L'écrit qu'il donna en 1605 fut un avertissement aux astronomes sur une éclipse de soleil qui devoit arriver en octobre de la même année; il est intitulé : *Epistola ad rerum cœlestium amatores universos*, *Hispaniae potissimum*, *Galliae*, *Siciliae et Corsicae de solis deliquio mense octobri*, *ann.* 1605 (*Prag. in*-4°.).

La nouvelle étoile qui parut tout à coup en 1604 dans le pied du serpentaire, et l'étoile changeante dans le col du cygne, qu'il crut avoir jusqu'alors échappé aux astronomes, furent l'occasion de son ouvrage intitulé : *De stellâ novâ in pede Serpentarii*, *&c.* (*Pragae*, 1606, *in*-4°.), à quoi il ajouta une dissertation sur la vraie année de la naissance de J. C., où il examine un sentiment qui la fait antérieure de quatre ans à l'époque vulgaire; quant à lui, il étoit persuadé qu'elle l'étoit au moins de deux ans.

Kepler avoit cru voir en 1607 la planète de Mercure sur le disque du Soleil; il tâcha de justifier son assertion en 1608, par un écrit intitulé : *Phœnomenon singulare seu Mercurius in sole*, où il fait le récit de son observation. Mais depuis il reconnut que cette prétendue planète n'étoit qu'une forte tache sur le disque de cet astre.

Mais l'ouvrage qui illustre le plus Kepler parmi les astronomes, c'est son *Astronomia nova* αιτιολογητος, *sive physica celestis tradita commentariis de motibus stellae Martis*, *&c.* (*Prag.* 1609, *in-fol.*). C'est cet ouvrage qui a pour ainsi dire ouvert les portes de la solide Astronomie physique, par la découverte des deux fameuses lois du mouvement des planètes, dont la théorie et l'observation démontrent chaque jour de plus en plus la vérité; mais comme cet objet doit nous occuper principalement bientôt après, nous nous bornons à ce que nous venons de dire sur ce mémorable ouvrage.

Kepler donna en 1610, à Prague, sa *Narratio de observatis*

à

à se quatuor jovis Satellitibus, &c., où il confirme la découverte de ces petites planètes par Galilée.

L'invention du Télescope occasionna le traité de Dioptrique, que Kepler publia en 1611, sous le titre de *Dioptrica*, (*Pragae*, 1611, *in*-4°.). Nous en avons parlé au long dans le livre précédent, et avec l'éloge qu'il mérite ; nous nous bornons par la même raison à citer ici sa *Stereometria Doliorum*, qui parut à Lintz en 1615.

En 1616, Kepler publia des Éphémérides, qu'il continua jusques en 1636; il ne put se dispenser d'y insérer, suivant l'usage, quelques prédictions astrologiques ; il n'ajoutoit pas grande foi à cet art trompeur ; mais il disoit, en badinant, qu'il falloit que la sœur bâtarde nourrît la sœur légitime.

On vit paroître, en 1618, les trois premiers livres de son *Epitome astronomiae copernicanae* (*Lincii*, *in*-8°.), qui furent suivis en 1621 des V, VI et VII, et en 1622 du IVe. (le tout a été réimprimé à la fois en 1635). Cet ouvrage contient l'exposition du système de l'Univers, les raisons sur lesquelles Kepler l'établit, et une foule de conjectures hardies, dont les unes ont été vérifiées dans la suite, et les autres sont le produit d'une imagination ardente et exaltée. Il tenoit en effet encore à ses premières idées archétypes et harmoniques, et il en donna une preuve nouvelle en 1619, en publiant ses *Harmonices mundi libri V, geometricus, architechtonicus, harmonicus, psychologicus et astronomicus* (*Lincii*, 1619, *in-f.*), qui sont une suite et un développement de son *Mysterium cosmographicum*, et par conséquent aussi peu fondés. Mais si les écarts d'une imagination hardie et étayée d'une foule de connoissances profondes en tout genre, peuvent former un spectacle intéressant et curieux, c'est dans ce livre qu'il faut le chercher.

Kepler donna aussi cette même année ses trois livres sûr les comètes, *de cometis libri III.* (*Aug. Vind.* 1619, *in*-4°.); il y examine la nature, l'origine, le mouvement et les pronostics de ces astres. On s'étonne ici que la voie d'analogie qui le conduisit d'autres fois si heureusement, ne lui ait pas fait soupçonner la forme elliptique très-alongée de leurs orbites. Il les fait mouvoir dans des lignes droites, et en fait des productions nouvelles qui se dissipent après un certain temps ; il les place cependant, ainsi que les nouvelles étoiles dont on a parlé, savoir celles de 1572 et de 1606 beaucoup au-dessus de la sphère de la lune, et quelques années après, savoir en 1625, il prit à cet égard, dans un écrit, intitulé *Hyperaspistes Tychonis contrà Scip. Claramontium* (*Francf.* 1625, *in*-4°.), la défense de Tycho et de Galilée contre le professeur *Claramonti*, de Padoue, péripatéticien endurci, qui faisoit profession de combattre toutes

les découvertes de l'astronomie moderne, et qui avoit écrit contre Tycho.

Enfin, parurent en 1627 les fameuses Tables Rudolphines (*Tabulae Rudolphinae*, &c. *Ulmae*, 1627, *in f.*), ainsi nommées du nom de son protecteur, l'empereur Rodolphe II; ce sont de toutes les anciennes celles qui reposent sur les plus solides fondemens, et il est encore des cas où elles s'écartent peu des phénomènes.

L'année 1629 produisit encore deux écrits de Kepler; l'un est une réponse, de peu de conséquence aujourd'hui, à une lettre de Jacques Bartschius son gendre, médecin et astronome; l'autre, son *Admonitio ad astronomos, de miris ac raris, anni* 1631, *phenomenis nempe Mercuriit ac Veneris in Solem incursu*. Celui de Mercure eut lieu et fut observé par quatre astronomes, comme on le verra en son lieu; mais celui de Vénus fut attendu en vain, et l'on sait aujourd'hui qu'il n'arriva point pour aucun endroit de la terre.

Je me contente d'indiquer encore un des écrits de Kepler, qui a rapport à l'astrologie, dont il n'étoit pas parfaitement désabusé. Il est en allemand, et est intitulé *Tertius interveniens, das ist Warnung*, &c. Il y joue le rôle de médiateur entre deux personnes, dont l'une donne trop à cette vaine science, et l'autre lui paroît la mépriser trop. Quelques lettres de Kepler et sa brouillerie avec un ancien ami et condisciple dont il avoit dressé l'horoscope fort défavorable, prouvent que les plus beaux génies ne sont pas à l'abri de foiblesses et de préjugés; c'est ainsi que Tycho rentroit chez lui et n'en bougeoit plus de la journée, quand à sa première sortie de son château il avoit rencontré un lièvre.

Je ne dois pas oublier que Kepler fut le premier qui, avec son gendre Bartschius, accueillit la découverte des logarithmes, et les fit connoître à l'Allemagne; mais on a donné sur cela dans le premier livre de cette partie des détails suffisans, et qui me dispensent d'y revenir.

On a encore de lui un ouvrage sur la chronologie, sous le titre de *Eclogae chronologicae*, et enfin son *Somnium seu de astronomia Lunari*, ouvrage posthume que publia son fils Louis Kepler, en 1634; c'est une fiction où cet astronome s'occupe des phénomènes qui se présenteroient à un observateur transporté sur la lune, ou à ses habitans, s'il y en a. Ces phénomènes sont fort singuliers, et l'aspect du ciel n'y ressemble en rien à celui dont jouissent les habitans des planètes principales; en effet, la lune regardant toujours la terre par une de ses faces, elle ne fait dans le mois qu'une révolution sur son axe, ce qui fait que le jour entier ou le nicthymère y est de près d'un mois. Le soleil est quinze jours sur l'horizon d'un habitant lunaire,

et il a une nuit de quinze de nos jours ; celui qui est situé sur la partie du disque qui nous regarde, voit sans cesse la terre, elle éprouve pour lui des phases semblables à celles que nous appercevons dans la lune ; mais elle n'a sur son horizon qu'un balancement dans quelques degrés, semblable à celui d'une de nos lampes d'église ; le phénomène est même encore plus singulier pour celui qui habite les bords du disque ; car au moyen du mouvement de libration qu'elle éprouve, la terre ne fait pour lui que s'élever de quelques degrés sur l'horizon, et ensuite s'y plonger dans l'intervalle d'environ trente de nos jours. Un habitant du disque opposé de la lune ne voit jamais la terre, et si l'on y voyage comme sur notre globe, on doit y apprendre avec étonnement que les habitans de la partie opposée ont un astre que les autres n'ont point, et ne virent jamais. Sans doute dans ce cas quelques curieux ont dû faire le voyage pour jouir de ce spectacle singulier.

Kepler avoit encore laissé plusieurs autres écrits astronomiques dont il méditoit l'impression ; il en étoit un entr'autres, savoir un traité sur le *Diagramme d'Hipparque :* c'est une figure par laquelle cet astronome déterminoit, d'après les phénomènes d'une éclipse, les distances du soleil et de la lune à la terre. Tous les manuscrits de Kepler étant tombés entre les mains d'Hevelius, dont les héritiers les vendirent à M. Michel Gottlieb Hansch, ce savant projettoit en 1714 une édition complette des Œuvres de Kepler, en 22 volumes *in-fol. ;* mais cette promesse n'a pas eu d'exécution, et M. Hansch s'est borné à donner en 1718 la correspondance épistolaire de Kepler, sous ce titre, *Epistolae ad J. Keplerum &c. scriptae ; insertis ad easdem responsis Keplerianis*, *&c.* (*Lips. in-fol.*). Depuis ce temps M. Von-Mürr, savant de Nuhremberg, ayant acquis des héritiers de Hansch les manuscrits anecdotes de Kepler, s'est donné beaucoup de mouvement pour réaliser son projet, mais il n'a pu y réussir, et malgré le mérite de Kepler il est aisé de juger qu'une pareille collection auroit aujourd'hui peu d'acheteurs, et ruineroit le libraire qui l'entreprendroit. Le nom de Kepler sera sans doute immortel tant qu'on cultivera l'astronomie ; mais ses écrits trop mal digérés, trop remplis d'idées hasardées, ne sauroient le réimprimer dans ce siècle-ci. On doit néanmoins savoir beaucoup de gré à M. Hansch de nous avoir donné la collection des lettres de Kepler ; car il étoit en correspondance avec tous les astronomes ou amateurs de l'astronomie de son temps ; et elles contiennent une multitude de traits curieux, et sur le personnel de Kepler et sur ses idées, ainsi que sur ses correspondans, c'est-à-dire, presque tous les hommes de quelque mérite, ses contemporains. On trouve aussi

à la tête de cet ouvrage une vie de Kepler, très-détaillée et très-curieuse; il nous suffira d'ajouter ici, au sujet des manuscrits de Kepler, qu'ils sont aujourd'hui conservés comme un dépôt précieux dans la Bibliothèque de l'academie impériale de Petersbourg (1).

Les deux decouvertes qui ont le plus contribué à faire un grand nom à Kepler, sont celles de la forme des orbites des planètes, et des deux lois de leurs mouvemens. Nous l'allons suivre dans ses *Commentaires sur les mouvemens de Mars*, où il a pris soin de nous instruire des essais et des conjectures qui le conduisirent enfin à la première de ces mémorables découvertes.

Ce fut une espèce de hasard qui excita les recherches de Kepler sur la théorie de Mars; et ce fut un heureux hasard, parce que cette planète etant une des plus excentriques, elle étoit une de celle qui pouvoit le conduire plus facilement à la vraie cause de ses inégalites. Il étoit allé à Prague trouver Tycho qui, à l'occasion d'une opposition prochaine de Mars, travailloit à mettre en état sa théorie sur cette planète. Tycho étoit persuadé avec Copernic, que c'étoit par le lieu moyen du soleil que devoient passer les apsides des orbites des planètes, et à l'aide d'un grand échafaudage de cercles, il réussissoit assez bien à représenter le mouvement de Mars en longitude; mais son hypothèse manquoit totalement en ce qui concerne la latitude. Kepler qui avoit déjà des idées physiques qui lui persuadoient que le soleil étoit, non un centre sans action, mais le modérateur du mouvement des planètes, suspecta d'abord l'hypothèse de Tycho de fausseté à cet égard. D'idées en idées, (car nous serions trop longs si nous entreprenions d'en décrire ici la succession), il vint enfin à reconnoître qu'il étoit nécessaire de partager en deux l'excentricité. Il fut probablement aidé par l'observation que Ptolémée avoit déjà faite, savoir que la première inégalité des planètes supérieures étoit en partie réelle, en partie optique, raison qui lui avoit fait établir le centre de leur mouvement égal, hors de celui de leur excentrique. Les observations modernes avoient aussi convaincu de cette nécessité, et il n'y a que la terre qu'on eût exceptée de cette loi commune; mais Kepler se conduisant par analogie, jugea qu'on devoit l'appliquer de même à la terre, qui est semblable aux autres planètes. Il montra qu'il falloit rapprocher le centre de l'orbite de la moitié l'excentricité qu'on lui donnoit autrefois; et qu'en supposant le mouvement égal se faire autour du point

(1) Parmi les ouvrages inédits de Kepler, et étrangers à l'Astronomie, on en remarque un assez volumineux qui est intitulé : *De providentiâ divinâ adversùs Calvinum.*

également éloigné du centre de l'autre côté, on satisfaisoit beaucoup mieux que par l'excentrique simple à l'inégalité observée des mouvemens solaires. C'est là ce qu'on appelle la bissection de l'excentricité ; premier pas de Kepler vers sa grande découverte. Entr'autres preuves de la nécessité de partager ainsi l'excentricité, et de faire le mouvement du soleil ou plutôt de la terre, réellement inégal, il donnoit celle-ci. Si le soleil rouloit uniformément autour du centre de son orbite, la vîtesse de son mouvement suivroit exactement le rapport de ses diamètres apparens, ce qui n'est cependant pas. En effet, le diamètre du soleil dans son apogée, n'est que d'un trentième environ moindre que dans son périgée ; ce qui designe que sa distance, dans le premier de ces points, est plus grande d'environ un trentième que dans le second. Mais son mouvement est dans l'apogée d'un quinzième plus lent ; si donc on attribue à la différence d'éloignement l'effet qu'elle doit produire, savoir un trentième de retardement, l'autre trentième sera une retardation réelle. Or on satisfait à ces deux conditions en faisant mouvoir la terre uniformément, non autour du centre C de son orbite circulaire (*fig.* 87.), mais à l'égard d'un point D, éloigné de ce centre de la moitié de l'excentricité, et en plaçant le soleil au point opposé S, en sorte que CD et CS soyent égales. Un pareil expédient étant appliqué à l'orbite de Mars, Kepler trouvoit que ses mouvemens étoient mieux représentés que d'après toute autre hypothèse.

Tel fut le premier pas de Kepler vers sa grande découverte, et cette hypothèse eût contenté bien des astronomes ; nous trouvons en effet que plusieurs s'en sont tenus là. Mais Kepler qui aspiroit à une plus grande perfection, apperçut bientôt qu'elle ne satisfaisoit pas encore entièrement aux mouvemens hors des aphélies et des périhélies. Conduit par un raisonnement plus heureux qu'exact et concluant, il tenta de faire croître dans cette hypothèse circulaire les secteurs autour du point excentrique S uniformément. Ceci l'approcha en effet beaucoup de la perfection ; il trouva seulement à cette hypothèse le défaut de donner les lieux calculés trop avancés dans le premier quart de cercle de l'aphélie, et trop peu dans le dernier ; il trouva aussi que hors l'aphélie et le périhélie, les distances calculées étoient plus grandes que les distances observées, et cela d'autant plus que la planète étoit plus voisine des lieux moyens. Ces deux observations lui apprirent que l'excentrique qu'il avoit d'abord supposé, n'avoit que le défaut d'être trop renflé vers les distances moyennes, et que la vraie orbite rentroit au dedans en forme d'ovale, et avoit le même axe.

Mais quelle sera l'espèce d'ovale qu'il faudra adopter au lieu du cercle ? car on peut concevoir sur le même axe une infinité

de courbes plus applaties les unes que les autres, et décrites par certains procédés géométriques. Ceci ne fut pas une des moindres occasions de travail pour Kepler. Prévenu de certain mouvement composé, par lequel il croyoit que cet ovale étoit décrite, il en imagina une différente de l'ellipse ordinaire, qu'il ne soupçonnoit pas encore ; il croyoit Mars subjugué, lorsqu'il s'apperçut qu'il lui échappoit de nouveau. Les paroles de Kepler sont remarquables, et méritent d'être rapportées comme décelant une imagination vive, qui en eût facilement fait un poëte, s'il n'eût été astronome. *At dùm de motibus martis in hunc modum triumpho, eique ut planè devicto tabularum carceres aequationumque compedes necto, diversis nuntiatur locis, futilem victoriam, ac bellum totâ mole recrudescere; nam domi quidem captivus, ut contemptus, rupit omnia aequationum vincula, carceresque tabularum effregit. Jamque parùm obfuit quin hostis fugitivus sese cum rebellibus suis conjungeret, meque in desperationem adigeret, nisi raptim nova rationum physicarum subsidia, fusis et palantibus veteribus, submisissem, et quà sese captivus proripuisset, vestigiis ipsius, nullâ morâ interpositâ inhaesissem, &c.* En effet, pour me servir de l'expression figurée de Kepler, il ne cessa point de poursuivre son prisonnier échappé, qu'il ne l'eût atteint et entièrement subjugué. Il remarqua que le défaut de son ovale étoit d'être trop rentrante dans le cercle, et trop applatie; il en conclut que l'ellipse ordinaire qui tenoit un milieu entre cette ovale fictice et le cercle, étoit la véritable trace du mouvement de la planète. Son prisonnier, dit-il, content de cette capitulation, se rendit de bonne grace, et ne fit plus d'efforts pour s'échapper. Depuis ce temps ont tient pour principe des mouvemens célestes, que les planètes parcourent des orbites elliptiques, dont l'un des foyers est occupé par le soleil ou la planète principale, et qu'elles s'y meuvent de telle manière que les aires décrites par la ligne tirée du foyer où est la planète centrale, sont proportionnelles aux temps. Si l'orbite d'une planète (*figure* 88.) est représentée par l'ellipse AEPG, dont AP est la ligne des apsides, le soleil S en occupe l'un des foyers, et la planète s'y meut, de sorte que les secteurs AST, A S*t*, sont comme les temps employés à arriver aux lieux T, *t*. C'est sur ce principe que sont calculées les tables qu'emploient aujourd'hui les astronomes. On a pris l'aire entière de l'ellipse, ou celle du cercle ADPA, pour 360°; ensuite on a supposé les secteurs DSA au foyer S, croître uniformément de degré en degré, c'est-à-dire, de 360e en 360e de l'aire entière, et ayant trouvé l'angle DSA de ce secteur circulaire excentrique, on en a conclu l'angle TSA, ce qui a donné l'anomalie vraie

répondante à chaque anomalie moyenne croissante de degré en degré ; car il est évident que le secteur ASD réduit en degrés, représente l'anomalie moyenne, et que l'angle correspondant AST est l'anomalie vraie. On a enfin soustrait l'anomalie vraie de la moyenne, ou au contraire, et l'on a inscrit la différence avec le signe convenable d'addition ou de soustraction, à côté de l'anomalie moyenne, afin d'avoir, suivant la forme des tables anciennes, l'équation, c'est-à-dire, la partie à ajouter ou à soustraire du lieu moyen pour avoir le lieu vrai.

D'après ce qu'on vient de dire, il est aisé de sentir que le fondement du calcul des tables astronomiques dans l'hypothèse elliptique, est la solution du problême de trouver l'anomalie vraie d'après l'anomalie moyenne. Ce problême est bien plus difficile qu'on ne se l'imagineroit ; heureusement on peut avec une exactitude suffisante le résoudre comme le faisoit Kepler, d'une manière indirecte, et comme par une règle de fausse position. Mais cela n'étoit pas assez satisfaisant pour l'esprit géométrique ; on a cherché à le résoudre d'une manière directe, ou à abréger considérablement les calculs prolixes qu'exige la solution même indirecte, ce qui a donné une célébrité à ce problême. Nombre de géomètres y ont essayé leurs forces et leur talent ; nous avons tâché de donner une idée de leurs efforts dans une note particulière qu'on trouvera à la fin de ce livre.

Telle est la première loi du mouvement des planètes découvertes par Kepler ; il en est une seconde qui concerne les mouvemens respectifs de plusieurs planètes qui tournent autour du même point. Celle-ci consiste en ce que dans ce cas les quarrés des temps employés dans leurs révolutions, sont comme les cubes de leurs distances à ce point ; ou, ce qui est la même chose, que ces distances sont comme les quarrés des racines cubiques des temps périodiques. Kepler en fait la remarque dans son *Epitome Astronomiae Copernicanae* (1), et il la prouve d'abord par la comparaison des mouvemens des planètes supérieures. En effet, si nous comparons la terre avec Saturne, nous trouvons que le temps périodique de la terre est à celui de Saturne, comme 1 à $29\frac{4}{7}$, dont les racines cubiques sont 1 et $3\frac{1}{10}$; faisons-en les quarrés, ce seront 1 et $9+\frac{61}{100}$. C'est là en effet le rapport de leurs distances au soleil, tiré des théories qui répondent le mieux à leur mouvement. Que si l'on prend plus exactement les temps périodiques de deux planètes principales, on trouvera le rapport de leurs distances avec plus d'exactitude, et plus approchant de celui que donnent les observations des meilleurs astronomes.

(1) *Epit. Astron. Cop.* p. 500, 530, 554.

Ce que nous venons d'observer entre les planètes principales, s'observe aussi entre les quatre satellites de Jupiter, comme le remarque Kepler, qui en tire une nouvelle preuve de sa découverte. On voit enfin cette loi régner entre les cinq satellites de Saturne. Si, comme ces deux planètes, nous eussions été avantagés de plusieurs lunes, nous aurions sans doute le plaisir de la voir régner entr'elles.

Si nous pouvions nous étendre ici à notre gré, nous nous livrerions volontiers à donner quelqu'idée de la physique de Kepler; car il ne se borna pas aux faits, il tenta aussi d'en assigner les causes, et presque toujours il fait marcher la physique à côté de l'astronomie. Mais nous ne le dissimulerons point, cette partie des écrits de Kepler n'est pas la plus brillante, et quoiqu'elle décèle l'homme de génie, elle a beaucoup besoin de l'indulgence des lecteurs. Ceux qui voudront cependant en prendre une idée, sans recourir à ses ouvrages, doivent consulter les *Élémens d'Astronomie* du docteur Gregori, où ils en trouveront un précis très-succinct et très-bien fait.

Il y a néanmoins dans la physique de Kepler diverses conjectures heureuses, et tout-à-fait conformes aux découvertes modernes. On le voit, dans ses *Commentaires sur Mars*, soupçonner que les irrégularités particulières à la lune, sont l'effet des actions combinées de la terre et du soleil sur elle (1). Il y conjecture que les aphélies des planètes sont tantôt directes, tantôt rétrogrades, mais qu'étant plus long temps directes que rétrogrades à chaque révolution, elles paroissent, après un certain nombre de révolutions, avoir avancé. Cela se vérifie à l'égard de la lune, et il est très-probable que cela arrive aux planètes qui tournent autour du soleil, quoique la lenteur du mouvement de leurs apsides, ne permette pas de s'en assurer. L'attraction universelle de la matière est clairement énoncée dans le même ouvrage (1). « La gravité, dit Kepler, n'est » qu'une affection corporelle et mutuelle entre des corps sem» blables pour se réunir. Les corps graves, ajoute-t-il, ne » tendent point au centre du monde, mais à celui du corps » rond dont ils font partie; et si la terre n'étoit pas ronde, » les corps ne tomberoient point perpendiculairement à sa sur» face. Si la lune et la terre n'étoient pas retenues dans leurs » distances respectives, elles tomberoient l'une sur l'autre, la » lune faisant environ les $\frac{1}{14}$ du chemin, et la terre le reste, » en les supposant également denses. » Il pense aussi qu'on ne doit attribuer qu'à cette attraction de la lune, le phénomène

(1) C. 37. *Ep't. Astron. Cop.* L. IV, §. 5, l. VI.

(2) *Ibid. in Introd.*

du

du flux et du reflux de la mer. « L'attraction de la Lune, dit-il, » s'étend jusques sur la erre; Telle attire les eaux de l'Océan » dans la zone torride, sous l'endroit dont elle occupe le » zénith, &c. La lune, continue t-il, passant rapidement le » zénith, et les eaux ne la pouvant suivre avec la même vîtesse, » il se forme un courant continuel d'Orient en Occident, qui » va frapper sans cesse les rivages opposés, et qui se réfléchit » sur les côtes. Delà l'origine du courant d'air continuel qu'é» prouvent ceux qui navigent sous la zone torride, et la cause » de la naissance ou de la destruction de divers bancs de sables » ou Isles, &c. de l'excavation du golfe du Mexique et de la » côte orientale de l'Asie ». Il paroît reconnoître aussi la gravitation des planètes vers le soleil (1); car il lui compare celle des corps pesans sur la terre, et quoique dans son *Abrégé de l'Astronomie Copernicienne*, il ne veuille pas que l'attraction des planètes et du soleil soit réciproque, de crainte que le soleil ne soit ébranlé de sa place, il ne laisse pas de la reconnoître ailleurs. Car il prévient cette objection en disant que la masse et la densité du soleil sont telles, qu'il n'y a aucun sujet de craindre qu'il puisse être déplacé par l'action réunie de toutes les autres planètes (2). Kepler enfin avoit conjecturé le mouvement du soleil autour de son axe, et il en avoit fait un des points fondamentaux de sa physique céleste (3); chacun sait que sa conjecture a été vérifiée peu de temps après par la découverte des taches du soleil. Il fait ici une remarque digne d'attention, savoir que c'est à l'équateur solaire, ou au cercle que cet équateur prolongé marque parmi les fixes, que devroient se rapporter les orbites des planètes, et non à notre écliptique; en effet, notre écliptique est un cercle avec lequel ces orbites n'ont aucune relation physique, et par cette raison il doit nécessairement arriver, comme le remarque encore Kepler (4), que leur inclinaison à l'écliptique soit changeante, à moins que les nœuds de l'orbite de la terre et de celles des autres planètes, n'ayent un mouvement précisément égal à l'égard de l'équateur solaire. Or comme ce mouvement est inégal, ce n'est qu'à sa lenteur extrême que nous devons attribuer de ne nous être point encore apperçus de cette variation.

Après tant de traits de génie, on devroit, ce semble, s'attendre que Kepler reconnût le vrai système des Comètes, système si satisfaisant, et qui avoit droit de lui plaire à tant de titres;

(1) *Epit. Astron. Cop.* l. V, §. I.
(2) *Comm. de Mot. Mart.* Ibid.
(3) *Comm. de Mot stellae Martis*, P. IV, cap. 34. *et alibi passim*.
(4) Ibid. c. 60.

mais les hommes les plus clairvoyans ne le sont pas également partout, et cette vérité sublime lui échappa. Loin de soupçonner que ces astres sont des planètes fort excentriques, comme les observations modernes le confirment de plus en plus, il en fait des générations nouvelles, et il les regarde comme des épaississemens de l'éther capables de nous renvoyer la lumière (1). Il leur donne un mouvement rectiligne, et en quelque sorte malgré les observations; car elles devoient au contraire le porter à composer leurs trajectoires de plusieurs portions de droites diversement inclinées, et successivement de plus en plus dans un même sens; ce qui indiquoit une orbite curviligne, au lieu qu'afin de ne point abandonner son hypothèse, il attribue à ces astres un ralentissement de vîtesse à mesure qu'ils s'éloignent de leur périhélie. A l'égard des queues des comètes, Kepler eut une opinion qui a paru probable à divers physiciens modernes. Il pensa que ce pouvoit être une partie de leur atmosphère entraînée par les rayons solaires, et qui nous les réfléchit.

Il nous faudroit donner au seul Kepler une partie considérable de la place que revendiquent tant d'autres astronomes, si nous entreprenions de faire connoître toutes ses découvertes. Nous nous bornerons par cette raison à une briève énumération du reste de ce que lui doit l'astronomie. Telles sont d'abord diverses méthodes pour la détermination des orbites des planètes, de leurs dimensions et de leurs positions; une multitude d'observations qu'il fit pour suppléer à celles de Tycho; la remarque de la forme elliptique du soleil et de la lune dans le voisinage de l'horizon, remarque dont on fait ordinairement honneur au père Scheiner, mais que Kepler déduisit avant lui, et *à priori*, de la théorie des réfractions (2).

La méthode dont se servent aujourd'hui les astronomes pour calculer les Eclipses de soleil lui est encore due; elle consiste à regarder ces sortes d'éclipses comme des éclipses de la Terre par l'ombre de la lune, et elle a non-seulement l'avantage d'affranchir de quantité d'embarras auxquels la methode ancienne étoit sujette, mais encore celui de montrer comme dans un tableau dans quelles régions de la Terre une éclipse sera visible, de quelle quantité elle sera, &c. Nous lui avons déjà fait honneur de quelques remarques d'astronomie-optique (2). Les astronomes lui dûrent enfin les célèbres *Tables Rudolphines* qu'il publia en 1626; elles seront à jamais mémorables, comme les premières qui ayent été calculées sur les véritables hypothèses

(1) *De Com.* lib. 3.
(2) *Ad Vitellionem Paralipomena.* p. 131.
(3) Liv. précéd. art. I.

des mouvemens célestes ; et l'industrie des astronomes postérieurs n'a trouvé de changemens à y faire que dans quelques détails, comme les excentricités, les positions et les mouvemens des apsides, &c. L'état de l'astronomie pratique au temps de Kepler, ne lui permettoit pas d'approcher davantage de la vérité, qu'il l'a fait.

II.

Il seroit fort naturel de penser que rien n'est moins sujet au changement que ces régions immenses où les étoiles fixes sont dispersées. Le spectacle qu'elles nous présentent, est depuis si long-temps le même, qu'il est difficile de se défendre de cette opinion ; mais, comme le remarque M. de Fontenelle, ce spectacle, n'est parfaitement le même que pour des yeux peu éclairés ou peu attentifs. Depuis qu'il y a de toutes parts des observateurs qui ont les yeux tournés vers les cieux, on trouve, pour me servir encore des expressions de cet écrivain célèbre, qu'ils ont leur part des changemens qu'on croyoit n'être que sublunaires.

L'apparition d'une étoile nouvelle, qui arriva en 1572 dans Cassiopée, étoit déjà un exemple mémorable qui prouvoit ce que nous venons de dire. On vit en 1604 se renouveller ce phénomène ; il parut tout à coup dans la constellation du Serpentaire, une étoile de la première grandeur, qui après avoir duré quelques années, a disparu, et n'a plus été vue depuis. Ce fut le 10 octobre de cette année que les disciples de Kepler l'apperçurent, et il est très-certain que quelques jours auparavant elle ne paroissoit point encore ; car elle n'auroit pas échappé à Kepler, qui étoit alors occupé à suivre les mouvemens de Saturne, Jupiter et Mars, en conjonction tout près de cet endroit. Elle fut observée par divers autres astronomes, comme Juste Byrge, Fabricius, Galilée, qui, quoique placés à des distances considérables, lui donnèrent à si peu près la même place entre les fixes, qu'il en résulta que ce n'étoit point un météore sublunaire, mais qu'il falloit la ranger au nombre des étoiles. Sa durée fut d'environ quinze mois ; après s'être affoiblie par degrés, elle disparut entièrement au commencement de l'année 1606 (1).

L'année 1600 nous offre un phénomène également digne de notre attention et de notre surprise ; c'est celui d'une étoile périodique, placée dans la poitrine du Cygne, qui paroît et disparoît successivement : elle n'avoit point été apperçue par Tycho, qui avoit apparemment dressé son catalogue des étoiles de cette

(1) Voyez Kepler, *de stellâ novâ in pede Serpentarii*. 1606, *in*-4°.

constellation, pendant le temps d'une de ses occultations. On la remarqua, comme nous avons dit, pour la première fois en 1600, et Bayer la marqua dans son *Uranometria*, ou les cartes célestes qu'il publia en 1603 ; elle étoit, en 1605 ou 1606, de la troisième grandeur ; elle diminua ensuite pendant quelques années, et elle disparut tout-à-fait. M. Cassini la revit en 1655, de la même grandeur, et elle diminua par degrés jusqu'en 1662 qu'on la perdit de vue ; M. Hevelius l'observa de nouveau en 1666, lorsqu'elle recommençoit à se montrer. De ces observations et des autres qu'on a faites dans la suite, on a conclu que cette étoile a une période d'environ quinze ans, qu'elle reste environ dix ans apparente, et cinq ans invisible.

Le second phénomène de cette nature (car les cieux nous en offrent plusieurs semblables), est l'étoile changeante du col de la Baleine. David Fabricius l'avoit vue en 1596, sans la connoître pour ce qu'elle étoit, et l'avoit ensuite perdue de vue sans pouvoir la retrouver (1). Bayer l'apperçut vers l'an 1600, et la marqua dans son *Uranometria*, comme omise par Tycho : enfin en 1638, Phocylide Holwarda la vit disparoître, et renaître neuf mois après ; et plusieurs autres à son exemple firent la même observation les années suivantes. Depuis ce temps on a remarqué qu'elle paroît et disparoît tous les ans, anticipant chaque fois d'environ un mois (2), et que lorsqu'elle est dans son plus grand éclat elle va quelquefois, mais rarement, jusqu'à égaler celles de la seconde grandeur, plus ordinairement celles de la troisième. M. Bouillaud (3) fixe la durée de sa période, entre ses deux plus grandes phases, à trois cent trente-trois jours, ce qui fait une anticipation annuelle d'environ trente-trois jours ; M. Cassini, fondé sur une plus longue suite d'observations, l'a déterminée de trente-cinq jours et demi.

La constellation du Cygne seroit déjà suffisamment remarquable, en ce qu'elle contient une étoile de l'espèce que nous venons de décrire. Mais elle l'est encore à un nouveau titre ; car on y en a découvert une seconde en 1670. On doit, ce semble, cette découverte à M. Hevelius, et au P. Anthelme, chartreux et observateur de Dijon. L'étoile changeante dont nous parlons, est situé dans le col près du bec ; elle disparut la même année, et reparut en 1671, après quoi elle se cacha de nouveau, et l'on attendit vainement pendant plusieurs années une nouvelle apparition ; elle a néanmoins reparu dans la suite,

(1) Kepl. *Ast. pars Optica*. p. 446.

(2) *J. Hevelii, historiola mirae stellae in collo Ceti.*

(3) *Ad Astron. monita duo. Primum de novâ stellâ in collo Ceti. Secundum de nebulosâ in cingulo Andromedae ante biennium iterum ortâ.* Par, 1665.

et l'on a reconnu qu'à quelques irrégularités près, sa période est de treize mois. M. Kirch l'a fixée plus exactement à quatre cent quatre jours et demi (1).

M. Maraldi a découvert en 1704 dans l'Hydre une étoile semblable aux précédentes (2); elle avoit été vue, à la vérité, par Hevelius et Montanari en 1662 et 1672, mais sans qu'ils crussent voir une étoile particulière. Ce que celle-ci a de remarquable, c'est que le temps de son apparition n'est guères que de quatre mois; elle en reste environ vingt sans paroître, de sorte que sa période entière est précisément de deux ans; elle ne surpasse pas les étoiles de la quatrième grandeur, lorsqu'elle est dans son plus grand éclat.

La constellation d'Andromède a aussi ses singularités : on y observe une étoile nébuleuse, d'un genre différent de celui des autres de cette espèce, qu'on sait n'être que des amas de petites étoiles très-voisines. Celle-ci ressemble à un petit nuage apparent à la vue simple, et au milieu duquel on apperçoit, à l'aide du télescope, une partie plus lumineuse. Simon Marius remarqua cette étoile vers l'an 1612, et la description qu'il en donne est très-conforme à la vérité. M. Bouillaud (3) nous apprend cependant que Marius n'est pas le premier qui l'ait vue; il cite un manuscrit anonyme rapporté d'Hollande par M. de Thou, et dont l'auteur, qui vivoit près d'un siècle avant Marius, avoit été témoin de ce phénomène. M. Bouillaud observe que cette étoile n'ayant été marquée, ni dans les catalogues anciens, ni dans celui de Tycho, ni dans l'*Uranometria* de Bayer, et ayant pourtant été vue dans des temps intermédiaires, il y a beaucoup d'apparence qu'elle est sujette à des apparitions et des occultations périodiques; ce que M. Godefroi Kirch a confirmé par son suffrage et ses observations. Quant à la cause de cette nébulosité, nous ne saurions en assigner de plus vraisemblable que celle que soupçonne M. de Mairan dans son *traité de l'Aurore boréale*. Il pense que cet éclat foible pourroit bien être occasionné par une immense atmosphère, semblable à celle qui environne notre soleil, et qui cause la lumière zodiacale dont la découverte est due, comme l'on sait, à M. Cassini; cette conjecture me paroît tout-à fait heureuse et satisfaisante.

Après avoir vu dans le ciel des étoiles qui ont paru et disparu, d'autres qui ont des périodes d'occultations et d'apparitions, il n'y aura plus de quoi s'étonner, si nous y en trouvons qui paroissent avoir été inconnues à l'antiquité, et d'autres qui semblent être éteintes depuis quelques siècles. A la vérité,

(1) *Miscell. Berol.* tom. III, ad ann. 1710.

(2) *Mém. de l'acad.* 1706, 1707.

(3) *Ad Astron. monita duo, &c.*

on n'a pas des preuves bien complettes de ce dernier fait; mais si l'on rapproche tous les soupçons que divers astronomes ent ont formés, en comparant d'anciens catalogues aux nôtres, il en résultera une espèce de corps de preuves qui rendra ces faits assez vraisemblables. Comme il seroit long de les rassembler ici, nous nous contentons de renvoyer au catalogue des étoiles australes de M. Hallei, qui conjecture plusieurs de ces apparitions nouvelles ou de ces obscurcissemens d'étoiles. Mais afin de ne point anticiper sur les époques, nous reprendrons ce sujet dans la partie suivante de cet ouvrage, où nous ferons connoître les travaux remarquables de plusieurs astronomes sur ce genre de phénomène.

III.

Pendant que Kepler faisoit en Allemagne les découvertes qu'on a exposées plus haut, le célèbre Galilée fleurissoit en Italie, et par des travaux d'un autre genre ne contribuoit pas moins aux progrès de la solide astronomie. Aidé du télescope, il découvroit dans le ciel de nouveaux phénomènes, et quoique dans un pays où certaines circonstances redoublent l'empire des préjugés, il tiroit de ces phénomènes de légitimes conséquences en faveur du vrai système de l'univers. Avant que de faire le récit des découvertes de Galilée, disons un mot de sa personne et de sa naissance.

Galilée naquit à Pise le 18 février 1564, de Vincenzio *Galilei*, noble Florentin, et de Julie *Ammanati*, d'une ancienne et noble famille de Pistoye. Son père étoit un homme versé dans les sciences mathématiques, et surtout dans la théorie de la musique, sur laquelle il a écrit un ouvrage que nous possédons (1). Galilée reçut une éducation proportionnée à sa naissance et aux lumières de son père. Il étoit destiné à la médecine, mais l'impulsion de la nature en fit un mathématicien, et dès l'année 1589 il obtint une chaire de professeur à Pise. Il n'y resta pas long-temps; quelques expériences contraires à la doctrine d'Aristote sur la chute des graves, soulevèrent contre lui toute la faction péripatéticienne, et l'obligèrent de quitter Pise pour Padoue où son mérite le faisoit désirer. Il y professa jusqu'en 1609 ou 1610, que ses brillantes découvertes le firent rappeler à Pise par le grand duc de Toscane, qui ne voulut pas qu'un Etat étranger possédât un de ses sujets aussi propre à illustrer le sien; il l'établit comme chef et directeur des études à Pise, où il passa le reste de sa vie à faire main-basse sur des erreurs

(1) *Dialoghi della Musica antica è nova. Fiorenza*, 1581, *in-fol.*

philosophiques de toute espèce, et à perfectionner les mathématiques et la physique par diverses découvertes.

Quoique la jeunesse de Galilée ait été marquée de même que son âge mûr, par divers traits de génie, ce n'est cependant qu'à l'année 1609 qu'on doit fixer l'époque de sa grande célébrité. Étant cette année à Venise, il y apprit par le bruit public l'invention du télescope; et après divers essais, il s'en fit un qui grossissoit environ trente-trois fois en diamètre. Son premier soin fut de le tourner vers le ciel, et le premier objet qu'il considéra fut la Lune; elle venoit alors de passer la conjonction, et il remarqua que le confin de la lumière et de l'ombre étoit terminé fort irrégulièrement, et paroissoit comme dentelé; il apperçut aussi à quelque distance de la lumière des parties déjà éclairées. Comme il étoit fort dégagé des préjugés de l'école sous la nature des corps célestes, il n'en fallut pas davantage pour lui persuader que la Lune étoit un corps semblable à la Terre, et hérissé d'inégalités qu'on ne peut mieux comparer qu'à des montagnes. Il fit plus, il conçut l'idée de mesurer la hauteur d'une de ces éminences, et il démontra par un procédé géométrique qu'elle étoit beaucoup plus élevée qu'une de celles de notre globe; les étoiles fixes ne lui présentèrent pas des phénomènes moins nouveaux. Il vit la voie lactée parsemée d'une multitude d'étoiles excessivement petites, comme l'avoient soupçonné d'anciens philosophes; il en trouva plus de quarante dans l'espace étroit du groupe des pleïades, et de plus de cinq cent dans Orion. La nébuleuse de cette constellation lui parut composée de vingt étoiles très-voisines, et celle du Cancer, connue sous le nom de *Presepe Cancri*, lui en montra plus de quarante.

La découverte des Satellites de Jupiter suivit de près les précédentes; le 8 janvier de l'an 1610, Galilée observant Jupiter, apperçut auprès de lui trois étoiles, dont deux étoient d'un côté, et la troisième de l'autre. Il les prit d'abord, ce qui étoit fort naturel, pour quelques-unes de ces étoiles fixes, qu'on ne peut appercevoir qu'à l'aide du télescope. Heureusement il s'avisa le lendemain de considérer de nouveau cette planète, et il reconnut alors par leur configuration nouvelle et les circonstances du mouvement de Jupiter, qu'il falloit nécessairement qu'elles eussent changé de place. Il découvrit peu après la quatrième qui lui avoit échappé jusque-là, et continuant ses observations pendant deux mois entiers, il se démontra que Jupiter étoit environné de quatre petites planètes, qui font leurs circonvolutions autour de lui, comme la lune autour de la terre. Il les nomma *Astres de Médicis*, en honneur de l'illustre Maison qui le protégeoit. Il publia ces découvertes et ces observations au

commencement du mois de mars suivant, sous le titre de *Nuncius Sidereus*; époque mémorable, et qu'on peut regarder comme celle du triomphe de la saine astronomie-physique, sur les préjugés de l'ancienne philosophie. Galilée ne se borna pas là, à l'égard de ces nouvelles planètes; curieux de reconnoître les bizarreries de leurs mouvemens, il les observa autant qu'il put les années suivantes; il s'en forma une sorte de théorie, et il osa au commencement de 1613 prédire leurs configurations pour deux mois consécutifs (1).

Galilée devoit se savoir trop de gré d'avoir tourné son télescope sur la lune et Jupiter, pour ne pas passer de même en revue les autres planètes. Celle de Vénus lui offrit un spectacle non moins concluant contre l'ancienne philosophie; ce que Copernic avoit autrefois dit être nécessaire, savoir que Vénus eût des phases semblables à celles de la lune, le télescope le démontra à Galilée. Il la vit en croissant dans les environs de sa conjonction inférieure, demi-pleine vers ses plus grandes élongations du soleil, pleine enfin ou presque pleine, dans le voisinage de la conjonction supérieure. Comme il s'attendoit à ce phénomène, il en fut plus satisfait que surpris; mais celui que lui offrit Saturne le frappa d'étonnement; son télescope n'augmentant pas assez les objets pour distinguer les anses de l'anneau qui environne, comme l'on sait, cette planète, elle lui parut accompagnée de deux globes, qu'il prit pour deux satellites immobiles. Sa surprise fut bien plus grande, lorsqu'après deux ans d'observations, il vit disparoître ces prétendues planètes; il n'étoit pas possible à Galilée d'entrevoir la cause de ce bizarre phénomène. Nous en rendrons compte en expliquant les découvertes d'Huygens sur ce sujet.

La découverte des taches du soleil n'a pas moins contribué que les précédentes à la célébrité de Galilée; elle lui est, à la vérité disputée, tant par Jean Fabricius que par le P. Scheiner; mais c'est une discussion qui nous occupera dans un des articles suivans: c'est pourquoi nous nous bornons ici à ce peu de mots sur cette brillante découverte.

Galilée étoit trop dégagé des préjugés de l'ancienne philosophie pour ne pas tirer de ces découvertes les fortes preuves qu'elles fournissent en faveur du vrai système de l'univers. Il établit la ressemblance des corps célestes avec la terre, par les inégalités de la lune, par les altérations qu'on observe sur la surface du soleil, et par les satellites de Jupiter. Ces quatre planètes subordonnées à une autre, et qui l'accompagnent dans toute sa révolution, lui fournirent une réponse sans replique à

(1) *Lett.* 3a. *al S. Velsero.*

à ceux qui trouvoient une absurdité à faire suivre la Terre par la Lune, pendant qu'elle-même tourne autour du soleil; les phases de Vénus lui servirent à établir qu'elle fait sa révolution autour du soleil. Quel eût été le transport de Copernic, s'il eût pu alléguer de pareilles preuves de son système; quel eût été celui de Galilée même, si muni d'instrumens plus parfaits, il eut pu appercevoir les révolutions de toutes les autres planètes sur des axes inclinés au plan de leurs orbites, comme l'est celui de la terre à l'écliptique dans l'hypothèse de Copernic, s'il eut pu voir les taches nombreuses dont elles sont couvertes, les nouveaux satellites de Saturne, &c.

Nous ne dirons ici qu'un mot et en passant sur une des circonstances principales de la vie de Galilée; il s'agit de la condamnation qu'il essuya à l'occasion de ses découvertes et des conséquences qu'il en tiroit. Ce sera l'objet d'un article particulier qui suivra celui-ci; il suffira de dire ici que l'Europe savante ne vit dans ce jugement que l'ouvrage d'un tribunal passionné et incompétent, et les pays protestans triomphèrent de voir Rome compromettre ainsi son autorité. Ce fut tout le fruit de cette condamnation, qui ne suspendit presque pas d'un moment le triomphe de la vérité; nous revenons aux travaux astronomiques de Galilée.

Un des principaux et dont il s'occupa une grande partie de sa vie, fut d'observer les satellites de Jupiter, et de fonder une théorie de leurs mouvemens; on ne sait point précisément quel progrès il y avoit fait; il avoit conçu l'idée de les appliquer à la résolution du problême des longitudes. Les Etats de Hollande qui s'intéressoient beaucoup à la perfection de l'art de naviger, lui promirent de grandes récompenses, s'il y réussissoit. Hortensius devoit partir pour s'aboucher avec lui, et entendre la solution de quelques difficultés qu'on opposoit à son invention; mais la mort de Galilée fit échouer ce projet. Après cet événement, un de ses disciples, nommé Vincent Reyneri, auteur des *Tables Médicées*, fut chargé par le grand-duc de continuer à observer les satellites de Jupiter, et de dresser des tables de leurs mouvemens. Reyneri en effet y travailla, et dix ans après, savoir en 1647, il étoit, dit-on, sur le point de les mettre sous presse, lorsqu'une mort imprévue frustra les astronomes de cet ouvrage. Tous les papiers de Reyneri, aussi-bien que les observations de Galilée, qui lui avoient été confiées, disparurent, sans que les perquisitions du grand-duc en ayent pu rien faire retrouver. Il est au reste assez douteux que Reyneri fût parvenu à quelque chose de digne d'être regretté, et l'on soupçonne qu'il supprima habilement son travail par cette raison.

Galilée étoit occupé à démêler les phénomènes de la libra-

tion de la lune, qu'il avoit le premier remarquée, lorsqu'il perdit la vue. Un accident si triste, et qui l'est bien plus pour un observateur curieux de la nature, que pour un homme ordinaire, ne lui ôta rien de son enjouement. Aidé de quelques disciples, entr'autres de Viviani et Torricelli, dont le premier passa avec lui les trois dernières années de sa vie, il continua à cultiver les sciences qu'il avoit toujours chéries, autant que sa vue pouvoit le lui permettre. Il mourut en 1642, dans sa maison de campagne d'Arcetri, que dans ses *Lettres familières* il appeloit sa prison. Le célèbre géomètre M. Viviani, a montré pour la gloire de ce grand homme un zèle qui n'a pas d'exemple; le fils le plus tendre ne témoigna jamais plus d'affection et de reconnoissance pour son père, que ce disciple de Galilée pour son illustre maître. Il fit toujours gloire de se nommer son dernier disciple; et lorsque Louis XIV lui donna une pension, et le nomma associé étranger de l'académie des Sciences, il fit construire à Florence une maison qui, à la principale inscription près qui montre sa reconnoissance envers le monarque françois, est un monument consacré à la gloire de Galilée. On y voit son buste en bronze, fait d'après son portrait sculpté en 1610, et la plupart de ses inventions y sont figurées par des bas reliefs, accompagnés d'inscriptions magnifiques. Viviani en a donné la représentation dans *sa Divination sur les lieux solides d'Aristée*.

Les Œuvres de Galilée ont été recueillies et imprimées à Florence en 1655, en deux volumes *in*-4°.; il y en a eu depuis, savoir en 1718, à Milan, une nouvelle édition en trois volumes *in*-4°.; et enfin en 1754 à Padoue, une en quatre volumes, qui contient beaucoup de pièces qui ne sont point dans les premières. La vie de Galilée fut écrite dans le siècle dernier par Viviani; on la trouve dans les *Fasti consolari dell'acad fiorentina*, ainsi que dans le premier tome des Œuvres de Galilée des éditions de 1718, 1754, et dans les *Acta philosophica* d'Heuman, tome III. Le savant P. Frisi en a écrit une, sous le titre d'*Elogio del Galileo*, qui parut en 1765, et qui est fort intéressante par les détails où entre son auteur sur les diverses découvertes, inventions ou projets de cet homme célèbre.

On est naturellement curieux de savoir si des hommes qui ont joué un si grand rôle dans le monde savant, ont laissé une postérité encore subsistante. Galilée eut un fils, nommé *Vincenzio Galilei*, qui fut versé dans les mathématiques, et le coopérateur de son père dans plusieurs expériences, et en particulier dans ses tentatives pour appliquer le pendule à régler les horloges. Vincenzio Galiléi eut lui-même deux fils; mais l'un, prêtre bigot ou imbécille, ou tous les deux à la fois, supprima

une grande partie des écrits de son illustre aïeul ; l'autre disparut jeune, sans qu'on en ait jamais eu aucune nouvelle. Ainsi ce nom est aujourd'hui éteint dans sa patrie, et ne subsiste plus que dans les fastes des sciences.

Malgré l'attentat imbécille de ce petit-fils de Galilée sur les manuscrits de son aïeul, il n'a pas laissé d'en échapper une certaine quantité ; ils furent soustraits à sa mort par Viviani, qui les avoit soigneusement cachés, et ils tombèrent enfin dans la possession du savant M. Nelli ; ce noble florentin annonçoit vers 1760 avoir dessein de les publier, et en particulier quelques centaines de lettres de la correspondance de Galilée avec les plus savans hommes de son temps, ainsi qu'une nouvelle vie de cet homme célèbre, qui eut été bien curieuse ; car M. Nelli a fait ses preuves en ce genre, par son *Saggio dell'historia litteraria fiorentina ;* mais ce projet n'a pas eu d'exécution. M. Nelli en la possession duquel étoit tombée la maison de Viviani, a néanmoins rempli les intentions de ce disciple et commensal de Galilée, en faisant élever dans l'église de Sainte-Croix de Florence un tombeau à cet homme célèbre. Il consiste en trois figures de marbre, dont l'une représentant le buste de Galilée est accompagnée de celles de la Géométrie et de l'Astronomie, en attitude de pleurer sa mort.

I V.

Avant de raconter l'histoire de la condamnation fameuse de Galilée, il est à propos de parler d'une petite persécution qu'il éprouva de la part des philosophes de Bologne. Ils se distinguèrent surtout à cet égard, et parmi eux le vieux péripatéticien Chiaramonti, qui ne cessa d'écrire contre Galilée, Kepler et Tycho. Mais ils ne se bornèrent pas à cela, ils y joignirent ces trames secrètes qui ne partent que d'ames basses et viles : en voici un trait peu connu et propre à figurer ici.

Il y avoit alors en Italie une espèce de protégé de Kepler, qui l'avoit même recommandé à Galilée ; il se nommoit Martin Horky. Les professeurs de Bologne le gagnèrent à eux, et l'engagèrent à écrire contre lui : il publia en effet contre sa personne et ses découvertes un petit écrit fort virulent, sous le titre de *Peregrinatio*, dans lequel il assuroit que ses découvertes prétendues étoient de pures visions d'un homme ayant le cerveau un peu timbré, et l'esprit aussi maléficié que le corps et le visage (1). Il disoit aussi à Kepler que Galilée étoit venu à

(1) Galilée, soit par effet de son tempéramment, soit à cause de ses veilles et de la contention habituelle de son esprit, avoit le visage fort couperosé.

Bologne pour convaincre ses professeurs par leurs propres yeux, mais qu'il n'avoit rien pu leur faire voir, ni à lui; qu'il avoit eu son télescope à sa disposition des nuits entières, qu'il les avoit passées à observer divers objets, et qu'il s'étoit assuré qu'il les représentoit infidellement, qu'il doubloit les étoiles; enfin, que ce que l'on voyoit par son moyen étoit pure illusion. Il finissoit par dire que Galilée tout honteux s'étoit enfui un beau matin de Bologne sans prendre congé, quoique Magin lui eût préparé un grand dîner. Ces calomnies impudentes avoient conduit Kepler à douter, et l'écrit d'Horky où étoient insérés quelques lambeaux de ses lettres, faillit le compromettre avec Galilée; mais il ne tarda pas à reconnoître que son protégé étoit un petit coquin. Il lui écrivit une lettre foudroyante, dont il envoya copie à Galilée pour en faire l'usage qu'il voudroit; cependant quelque temps après, il l'engagea à mépriser une si vile attaque. Horki étant à son retour allé voir Kepler, celui-ci le traita comme il le méritoit, et tira de lui l'aveu qu'il avoit été gagné par les professeurs de Bologne pour publier contre Galilée ce petit libelle (1).

Cet écrit de Horky ne resta cependant pas long-temps sans réponse; Galilée trouva un défenseur dans un anglois ou allemand, probablement un de ses disciples, nommé *Woodebern*, qui réfuta les quatre difficultés proposées par Horky, sous la forme de problêmes, contre la possibilité des quatre nouvelles planètes ou satellites de Jupiter (2). Quant à Horky, il mourut sans doute de honte, lorsqu'il vit les découvertes de Galilée adoptées comme par acclamation par toute l'europe.

Mais cette espèce de persécution ne peut être regardée que comme une petite tracasserie philosophique, en comparaison de celle qu'essuya bientôt après notre philosophe. Ce fut en 1615 qu'elle commença, à l'occasion suivante.

Un religieux carme, nommé le P. Foscarini, homme judicieux, et dont les écrits de Galilée avoient fait un Copernicien, en fut la cause innocente; il avoit fait paroître en 1615 une lettre, adressée à son général le P. Fantoni, où il examinoit la manière dont on devoit entendre les passages de l'écriture qui paroissent contraires à Copernic, et sans s'écarter en aucune manière du respect dû aux livres saints, il avoit proposé une voie de conciliation sage et ingénieuse. Il y avoit aussi quelque temps qu'un théologien espagnol (*Didace à Stunica*), dans un Commentaire sur Job, avoit embrassé le systême de Copernic, et avoit dit

(1) *J. Kepleri epistolae*, &c. pag. 490 et suiv.

(2) *Quatuor problematum à M. Horky contra novos planetas propositorum confutatio*, &c. *Pat.* 1610, *in*-4°.

que, dans les matières de discussion philosophique, l'esprit-saint s'étoit énoncé conformément au langage et à l'opinion vulgaire des hommes; c'étoit la doctrine qu'avoient enseignée avant lui plusieurs savans docteurs et commentateurs de l'écriture, respectés dans les écoles. Mais ces autorités ne le purent préserver, non plus que le P. Foscarini, de la censure. Leurs ouvrages déférés à la congrégation des cardinaux préposés à veiller sur les livres nouveaux, y furent condamnés; et celui de Copernic qui y avoit donné lieu, fut enveloppé dans la condamnation. Il fut ordonné que dans les nouvelles éditions qui s'en feroient, on retrancheroit ou changeroit les endroits où il donne son système comme une réalité, et surtout ces deux chapitres où il parle avec une sorte de mépris de ceux qui pourroient penser qu'on doit prendre à la lettre les endroits contraires de l'écriture, et où il discute les raisons d'Aristote pour le repos de la terre. L'opinion enfin qui met le soleil immobile au centre de l'univers, fut déclarée formellement hérétique, fausse et absurde en philosophie, et celle qui plaçant la terre en ce centre lui donne une rotation sur son axe, fut seulement qualifiée d'erronée dans la foi et dangereuse. J'avoue ne pas trop voir les raisons de cette distinction; car la supposition de la terre mobile seulement sur son axe, et sans autre déplacement, contrarie autant le passage de l'écriture concernant Josué que celle qui la fait mouvoir autour du soleil.

Galilée avoit trop de réputation et ses découvertes avoient trop servi à accréditer le système de Copernic, pour qu'il pût échapper aux censures de l'inquisition. On n'eut pas plutôt déféré à ce tribunal la nouvelle hérésie du mouvement de la terre, que ce grand homme fut cité comme celui qui contribuoit le plus à l'étendre; ce fut vers la fin de 1615. Il ne jugea pas à propos de s'exposer à une longue prison ou à quelque chose de pis, par un attachement trop opiniâtre à son sentiment; il le désavoua sans contrainte, et on le renvoya au commencement de 1616.

Quoique l'Italie fût alors un des pays où l'autorité met le plus d'entraves à la raison, Copernic et Galilée y eurent néanmoins un apologiste. Ce fut le P. Campanella, dominicain, et Calabrois de naissance, deux qualités qui, quoiqu'elles le rendîssent plus justiciable de l'inquisition, ne l'empêchèrent pas de réclamer les droits de la philosophie. Son livre, qui a le même objet que celui du P. Foscarini, parut en 1616; mais il faut l'avouer, Campanella s'étoit distingué par des écrits sur des matières métaphysiques et religieuses, qui ne donnent pas un grand poids à son suffrage.

Cependant Galilée méditoit une vengeance qu'il exécuta plu-

sieurs années après. Il travailla dans le silence à ses dialogues sur les trois fameux systêmes du monde, ou à son *Systema Cosmicum*, qui est une apologie complète de celui de Copernic, à le considérer du côté de la physique Il s'agissoit de le faire imprimer; pour cela il exposa dans sa préface, que les étrangers ayant pensé et même publié que la condamnation du système de Copernic étoit l'ouvrage d'un tribunal qui ne connoissoit pas les raisons qu'on pouvoit alléguer en sa faveur, il avoit voulu montrer que les docteurs italiens n'étoient pas moins instruits des raisons pour et contre, que les plus savans ultramontains; sur cet adroit exposé, on lui permit l'impression de son livre, et il parut en 1632. C'est un dialogue entre trois interlocuteurs, dont l'un est le seigneur Sagredo, sénateur vénitien, son ancien ami; le second est lui-même, sous le nom de Salviati; et le troisième, un péripatéticien, nommé Simplicio. Le pauvre Simplicio ne paroît là que pour être battu de la manière la plus complète, quoique Galilée lui fournisse les objections les plus fortes, dont se soient jamais servis les péripatéticiens les plus aguerris; car la victoire eût été trop facile, s'il n'eût eu à combattre que celles des philosophes ordinaires de cette secte. Cet ouvrage avoit été précédé d'un autre apparemment anonyme et furtif, qui parut en 1631 : il est intitulé, *Novo antiqua SS. PP. et probat. Theologorum doctrina, de S. Script. testimoniis in conclusionibus merè naturalibus, quae experientiâ sensuum et demonstrationibus necessariis evinci possunt, temerè non usurpandis.* Ces deux ouvrages réunis forment une apologie victorieuse du sentiment de Copernic.

Il étoit difficile que l'objet des dialogues de Galilée fut longtemps caché; le succès qu'ils eurent, le ridicule qu'ils jettèrent sur les adversaires de Copernic réveillèrent l'inquisition. Il avoit eu d'ailleurs de vives querelles sur des questions d'hydrostatique, sur les comètes, &c. avec un certain P. Horatio Grassi, Jésuite, et l'on prétend que ce bon Père ne contribua pas peu à animer les inquisiteurs. Sans doute Galilée avoit compté être à l'abri du ressentiment de ce tribunal sous la protection du grand duc de Toscane, auquel il étoit attaché, et qui l'affectionnoit beaucoup; mais ce prince, soit foiblesse, soit intérêts politiques à ménager, n'osa ou ne put le soutenir. Galilée, cité pour la seconde fois devant le Saint-Office, le 23 juin 1632, fut obligé de se rendre à Rome pour comparoître, et à son arrivée il fut arrêté. On lui avoit tellement intercepté tous les moyens de faveur, que le pape Urbain VIII, qui en toute autre occasion lui avoit fait l'accueil le plus distingué et le plus amical, ne voulut pas l'écouter. Nous ne dirons cependant pas qu'il fut jetté dans d'obscures prisons, encore moins avec quelques

auteurs, qu'il eut les yeux crevés; l'intérêt de la vérité nous oblige de remarquer qu'au milieu de cette odieuse procédure on eut quelques égards pour sa célébrité; car Viviani (1) nous apprend que le lieu de sa prison ou de ses arrêts, fut le palais de l'ambassadeur de France, qui étoit un Noailles, et auquel nous devons la publication en France de plusieurs petits ouvrages de Galilée, qu'il lui avoit donné, en manuscrit. Il ne passa dans la maison de l'inquisition qu'au moment où son jugement alloit lui être signifié; mais on ne le menaça pas moins de la peine de relaps, s'il ne désavouoit une seconde fois son sentiment, et s'il osoit jamais plus enseigner de vive voix ou par écrit, le mouvement de la Terre. C'est par ces voies qu'on obtint de lui l'humiliante rétractation qu'on publia dans toute l'europe, et dont triomphèrent les ennemis de Copernic et les siens; elle est du 20 juin 1633. On la lit dans Riccioli (2) avec le décret de l'inquisition qui le précède; on ne se borna pas à exiger de Galilée cette rétractation; par une rigueur révoltante on le condamna à une prison perpétuelle en punition de sa rechute, sauf à lui faire grace, et en effet on le retint encore un an dans le lieu que nous avons dit. Enfin lorsqu'on le relâcha on prit des mesures pour qu'il restât en quelque sorte toujours sous la main de l'inquisition, en lui ordonnant de ne point sortir du territoire de Florence, où, comme on l'a rapporté plus haut, il termina sa carrière en 1642.

V.

Les écrits et la condamnation de Galilée ayant été comme le signal de la guerre qui s'alluma dans le monde philosophique, au sujet du mouvement de la Terre, guerre qui dura près d'un demi siècle, nous avons cru devoir saisir cette époque pour en tracer le tableau.

En effet, une question si intéressante dans l'astronomie-physique, et à laquelle la condamnation de Galilée donnoit encore une plus grande célébrité, ne pouvoit manquer de partager tous ceux qui couroient la carrière astronomique, ou qui avoient quelques prétentions en ce genre. Morin fut en France un des premiers qui entrèrent dans la lice; cet homme, fameux par son attachement à l'astrologie judiciaire, quoiqu'il ne fût pas sans mérite du côté des connoissances astronomiques, publia

(1) Vita di Galileo, &c. *Fasti consol. dell' acad. Fiorentina.* Heuman, *Acta philos.* tom. III.

(2) *Almag. nov.* tom. II, lib. 9.

en 1631 un livre, où prétendant avoir enfin résolu démonstrativement la question du mouvement de la terre (1), il se déclaroit contre Copernic et Galilée. Mais ce n'est qu'un réchauffé des objections péripatéticiennes déjà si souvent faites et si souvent repoussées. Comme son grand et principal argument étoit celui de la chute des corps graves, que les adversaires de Copernic prétendoient ne pouvoir se faire dans la perpendiculaire si la terre avoit un mouvement de rotation, ce fut pour Gassendi l'occasion de provoquer à une expérience simple, pour prouver que dans ce cas un corps tomberoit dans la verticale. On a parlé de cette expérience dans l'article VI du IVe. livre de la partie précédente; et ce fut un des objets de son livre, intitulé *De motu impresso à motore translato, Epistolae IV*, où quoique par ménagement Morin ne fût pas même nommé, et qu'il n'y eût que des expressions fort modérées, celui-ci ne laissa pas d'être fort affecté. C'est pourquoi rassemblant en quelque sorte toutes ses forces, comme Turnus combattant contre Enée, il lui lança et aux Coperniciens, son livre, intitulé *Alae Telluris fractae* (*Paris.* 1641, *in-4°.*), sous lequel il crut ou affecta de croire et de publier à qui voulut l'entendre, qu'il les avoit écrasés et ensevelis.

Gassendi avoit dessein d'y repliquer par un écrit, qu'il avoit intitulé *Apologia pro Petro Gassendo, &c.* qu'il avoit même déjà envoyé en Hollande pour l'impression; mais il le retira à la sollicitation de quelques amis communs, qui s'interposèrent entre eux, et les réconcilièrent; car ils avoient été anciennement amis, et Gassendi l'avoit même servi dans sa fameuse querelle sur les longitudes. Mais il étoit difficile que deux caractères aussi étrangement dissemblables pussent sympatiser longtemps ensemble; car l'un étoit l'homme le plus doux, le plus modeste, et le plus ennemi de toute querelle; l'autre l'homme le plus vain, le plus insolent dans la dispute, et ayant pardessus tout cela la manie de l'astrologie judiciaire, que Gassendi, doué d'un esprit juste et religieux, ne pouvoit sous ces aspects qu'apprécier convenablement, ainsi que celui qui en faisoit son idole.

Il s'écoula ainsi quelques années sans nouvel acte d'hostilité entre eux; mais une copie de l'apologie ci-dessus, anciennement envoyée au prieur de la Valette, astronome lui-même, et ancien ami de Gassendi, étant tombée après sa mort entre les mains de Nevré, ami de ce dernier, il la fit imprimer à Lyon en 1649; ce qui porta le dernier coup à cette amitié déjà fort

(1) *Famosi problematis de telluris motu vel quiete, hactenus optata solutio. Par.* 1631, *in-4°.*

refroidie.

refroidie. Morin en poussa de vives plaintes dans une lettre imprimée et adressée à un neveu du Prieur ; et quoique Gassendi lui eût protesté qu'il n'y avoit aucune part, Morin ne cessa depuis ce moment de lui donner des preuves de son inimitié par ses horoscopes sur sa santé et sur sa mort prochaine, vengeance aussi ridicule qu impuissante ; car ces horoscopes, quoique faits d'après les principes de son *Astrologia gallica*, furent toujours menteurs, comme ceux qu'il eut la hardiesse de faire sur la mort de Louis XIII, qui sembla ne revenir des portes du tombeau que pour lui donner le démenti le plus formel. Quant aux deux ouvrages de Morin contre Copernic, ils ne sont au jugement du P. Dechales, jésuite, et peu favorable au sentiment de la terre mobile, qu'un tissu de mauvaise physique. On peut acquiescer à cette décision non-suspecte.

Quand on considère cette dispute vive, âcre et prolongée entre Gassendi et Morin, peut-on dire avec Bailly que le premier ne fut pas bien décidément un partisan de Copernic. Il est vrai qu'il ne trancha jamais le mot, et même que dans son *Institutio astronomica*, il traite les phénomènes célestes selon les trois systêmes de Ptolémée, de Tycho et de Copernic. Ce fut sans doute par ménagement pour la cour de Rome, peut-être pour ne pas heurter la manière de penser du clergé de France qu'il en usa ainsi ; mais la manière dont il sapa les plus fortes objections des partisans de la terre immobile, prouve suffisamment son sentiment intérieur.

Copernic faillit en effet vers le même temps à essuyer en France une condamnation semblable à celle que Rome avoit lancée contre lui. Le cardinal de Richelieu, animé par les suggestions de quelques philosophes de l'Ecole, qui alarmèrent sa religion, poursuivoit cette condamnation en Sorbonne ; on étoit assemblé, et le plus grand nombre alloit à donner un décret semblable à celui de l'inquisition ; mais les réflexions d'un docteur, homme d'esprit, arrêtèrent le coup, et épargnèrent à ce corps une pareille sottise. La question du mouvement ou du repos de la terre ne fut traitée que philosophiquement, malgré les efforts de ceux qui tentèrent d'y employer la voie de l autorité.

Parmi les champions que Copernic et Galilée eurent en France, on doit distinguer l'abbé Bouillaud ; il en prit la défense hautement dans son *Philolaus* (*Amstel.* 1639, *in*-4°.), et écrivit ouvertement contre Morin, qui s'en plaint aussi beaucoup. Il eut cependant à d'autres égards des torts réels envers Morin, comme on le verra plus loin.

Pendant que cela se passoit en France, la querelle n'étoit pas moins vive dans les Pays-Bas, entre les astronomes et les

théologiens. Le D. Fromondus de Louvain publia en 1631 son *Anti-Aristarchus*, &c. où il défendoit le décret du St.-Office, donné en 1616 contre les Coperniciens ; Philippe Lansberge déduisit au contraire en 1632, dans ses *Commentationes in motum terrae diurnum et annuum*, &c., les preuves que ceux-ci donnoient de leur sentiment. En même temps le fils de Lansberge (nommé Jacques), répondit à Fromond, et celui-ci répliqua par sa *Vesta seu Anti-Aristarchi vindex*, &c. Écoutons encore un anti-copernicien, sur le mérite des écrits astronomiques de ce docteur de Louvain ; le P. Dechales, tout jésuite qu'il étoit, convient que la plus grande partie des argumens physico-mathématiques qu'il opposoit aux coperniciens ne partoit que de son peu d'intelligence en physique et en mathématiques. Nous ajouterons qu'il y en a deux d'une ridiculité extrême ; tel est celui-ci : l'*Enfer*, dit gravement ce docteur (1), *est au centre de la terre, et doit être le plus loin possible de l'Empyrée, le séjour des bienheureux, qui est sous la dernière voute de l'univers. Le centre étant donc le plus éloigné de la circonférence de tout côté; celui de la terre doit être celui de l'univers.* De pareils raisonnemens ne méritent pour réponse que des éclats de rire.

Parmi ceux qui n'ont pas admis le mouvement de la terre, un des plus raisonnables est le P. Riccioli ; ce savant astronome passant en revue tous les argumens anti-coperniciens, au nombre de plus de soixante, convient de bonne foi qu'il n'en est aucun auquel on ne donne une bonne réponse. Il en forme cependant lui-même un, tiré de l'accélération des graves, qu'il regarde comme si pressant qu'il ne craint pas de dire qu'il est d'une évidence physico-mathématique, que la terre n'est pas en mouvement ; cela nous engage à présenter ici ce raisonnement et sa réponse. Qu'on laisse tomber du haut d'une tour AB (*fig.* 89) un poids quelconque ; ce poids, suivant la doctrine de l'accélération des graves, parcourra en quatre temps égaux des espaces AC ; CD ; DE, EB, qui seront entre eux comme 1, 3, 5, 7. Si la terre tourne, et que le point B parcoure l'arc BF dans le même temps que le sommet de la tour parcoure l'arc AQ ; que cet arc soit divisé en quatre parties égales ; qu'on tire les rayons et qu'on décrive les arcs C*c*, D*d*, E*e*, le corps dans l'hypothèse du mouvement de la terre parcourra dans quatre temps égaux les espaces A*c*, *cd*, *de*, *e*F. Or l'on trouve encore par le calcul que supposant la durée entière de la chute de quatre secondes, ou la hauteur AB de 240 pieds, les lignes A*c*, *cd*, *de*, *e*F, sont à peu de chose près égales. Donc, dit Riccioli, les vîtesses

(1) *Antarist.* c. 12. *It. Vesta. tract.* 5. cap. 2.

par Ac, cd, de, eF, sont égales ; ainsi le corps porté par eF, c'est-à-dire après quatre instans de chute ne frappera pas le plan horizontal avec plus de force qu'après le premier ou le second, ce qui est entièrement contre l'expérience ; donc le mouvement de la terre n'a pas lieu.

Mais une observation fort simple suffit pour détruire ce laborieux raisonnement ; c'est que Riccioli ne faisoit pas attention que pour juger de la force du choc d'un corps contre un autre, ce n'est pas la vîtesse seule qu'il faut considérer, il faut aussi avoir égard à l'angle sous lequel se fait ce choc. C'étoit une vérité déjà enseignée par Galilée, Baliani, Torricelli, et qu'un peu d'attention suggère ; or il est visible que la ligne eF ou le chemin décrit par le corps dans le quatrième instant est bien plus direct au plan horizontal que de et de plus que cd et cd plus que Ac ; donc le choc sera plus grand dans les instans plus éloignés du commencement de la chute, comme il résulte de l'expérience. Ainsi cet argument tant vanté par Riccioli n'a aucune solidité ; c'est aussi ce que lui objecta le géomètre Etienne de Angelis (1), ce qui excita entre eux une assez vive altercation ; car Riccioli ne se tint pas pour battu, et répliqua en 1668 : il n'est pas nécessaire de lire les pièces de ce procès, pour juger lequel des deux avoit raison.

Je ne dis qu'un mot de ceux qui ont objecté, que l'accélération uniforme des graves observée par Galilée, est incompatible avec le mouvement de la terre autour de son axe. Cela est vrai dans la rigueur mathématique ; mais en combinant l'action de la pesanteur avec celle de la force centrifuge résultante de la rotation de la terre, la différence d'avec les résultats de l'accélération uniforme est si légère que l'expérience ne sauroit la faire appercevoir ; on ne peut donc rien conclure de là contre le système de la terre mobile.

Dans la vue d'abréger, je passerai légérement sur divers autres écrits, qu'on peut regarder comme les pièces de ce fameux procès. Je trouve d'abord en 1639 le *Philolaus* de M. Bouillaud ; le *Copernicus redivivus* de Lipstorp, en 1653 ; le *Copernic defended*, ou *Copernic défendu* (en 1660), ouvrage du savant D. Wilkins, évêque de Chester, en deux parties. Dans l'une, il prouve que rien ne s'oppose à ce que la lune soit habitée comme la terre, et dans l'autre que la terre peut être une planète ; il discute d'ailleurs savamment les raisons que les anti-coperniciens prétendent tirer des Ecritures. Cet ouvrage a été traduit en françois par un s^r. de la Montagne, et publié en 16...,

(1) *Consid. sopra la forza d'alcune ragioni physico-math. di* G. B. Riccioli. *Venez.* 1667, *in*-4°. Voyez aussi *Trans. Philos.* n°. 36.

sous le titre, *le Monde dans la Lune*, en deux parties. Une femme savante (Madlle. Dumée), prenoit aussi en 1680 la défense du mouvement de la terre, dans des *Entretiens sur le système de Copernic* (1). Un astronome allemand (M. Zimmermann), a plus fait, il a entrepris de prouver que l'écriture-sainte favorise le mouvement de la terre; c'est-là l'objet de son livre, intitulé, *Scriptura sacra Copernisans*, &c. qui parut en 1691. Mais c'est aussi trop, et sans l'avoir lu, je crois pouvoir dire que ses raisons ne peuvent être que fort détournées, et par là de nulle considération.

Les écrits contre Copernic, que nous offre le même siècle sont à peu près les suivans; l'*Antiphilolaus* du péripatéticien Chiaramonti, en réponse au *Philolaus* de Bouillaud; le *Tractatus syllepticus*, &c du célèbre jésuite Melchior Inchofer, dans lequel il examine ce qu'on doit penser du sentiment de Copernic, d'après les écritures et les SS. Pères; et celui de son confrère le P. Scheiner, intitulé, *Prodromus pro sole mobili et terra stabili, contra Galileum de Galileis*, &c. (On sent aisément que deux jésuites ne pouvoient qu'être contraires à Galilée); le *Dialogus Theologico-Astronomicus*, &c., de Jacques Dubois de Leyde, auquel on répondit de Rome même, par un écrit, intitulé, *Demonstratio ineptiarum Jacobi Dubois*, &c.; l'*Anti-Copernicus catholicus* d'un certain George Polac ou Polachi, Vénitien; l'*Examen Theologico-Philosophicum famosae de motu Telluris controversiae*, de J. Herbinius, qui parut en 1655. Ce J. Herbinius a donné quelques autres ouvrages, qui prouvent qu'il n'avoit pas la tête bien rassise. Un certain Alexandre Ross, Anglois, publia aussi en 1634 un livre intitulé, *Commentum de motu terrae, seu confutatio opinionis Lansbergii et Carpentarii de motu terræ circulari*, &c., qu'il réchauffa en 1646, par son livre, *The new planet no planet*, c'est-à-dire, *la nouvelle planète non planète*, &c. Le P. Grandamy, jésuite, et d'ailleurs assez versé en astronomie, entreprit en 1669 de prouver l'immobilité de la terre, dans un livre, sous le titre de *Demonstratio immobilitatis terræ petita ex virtute Magnetica*; démonstration aussi mauvaise que celle que Gilbert prétendoit donner du sentiment contraire, et qu'il tiroit des propriétés magnétiques dont la terre paroît douée. Je passe sur nombre d'autres écrits du même genre qui, ainsi que les précédens, ne sont plus que des monumens qui attestent l'opposition que la vérité éprouve souvent à s'établir dans l'esprit des hommes.

En effet, le croiroit-on, quelques multipliées et convaincantes que soient aujourd'hui les preuves physiques du mouve-

(1) *Journal des savans*. 1680.

ment de notre globe, on a encore vu, même dans ce siècle-ci, des gens qui ont écrit pour le combattre. Tel fut toujours le sort des vérités les mieux établies, qu'il est aussi toujours quelques esprits faux qui s'y refusent. Un M. Marquart attaquoit Copernic en 1734, dans un livre, intitulé, *de verò systemate mundi nunquam determinando, dissertatio Nic. Copernico et Seb. Clerico opposita* : un M. Moller, en 1726, étoit encore plus décisif dans un livre, dont le titre est *De indubio solis motu, immotaque Telluris quiete.* Tout le monde sait que l'abbé de Brancas n'a jamais voulu admettre le mouvement de la terre, et que dans ses *Ephémérides et ses Lettres cosmographiques*, il fait mouvoir les planètes dans des espèces d'épicycloïdes revenant sur elles-mêmes, et se coupant en autant de points que la terre fait de révolutions pendant que la planète en fait une. Telle seroit en effet la trace des planètes dans l'espace absolu, selon le système de Tycho Brahé; mais un des livres les plus singuliers à cet égard, c'est celui d'un M. Siegesbeck, qui porte pour titre, *De systematis Copernicani ob vacillantia nimis fundamenta mox imminente ruina* (*Helmst.*, 1731, *in*-4°.). Il faut convenir que ce M. Siegesbeck prenoit bien son temps pour annoncer l'écroulement prochain de l'édifice elevé par Copernic. Je finis par deux attaques plus récentes intentées à Copernic; l'une par M. l'abbé de Rival, plus pieux ecclésiastique que versé en physique; car il n'est rien de plus pitoyable que ses raisonnemens; l'autre par un M. ou P. Cominale de Naples, qui a ecrit deux forts volumes *in*-4°. contre Neuton et Copernic. Ce seroit peine et temps perdus que de s'occuper davantage de pareilles productions. Si l'on a vu assez récemment en Italie un médecin, professeur d'université (le docteur Bonhuomo ou Huomobono), attaquer la circulation du sang, si l'on voit tous les jours des gens entasser, sur la quadrature du cercle, ou la duplication du cube, paralogismes sur paralogismes, doit-on s'étonner qu'une vérité, telle que le mouvement de la terre, trouve dans quelques esprits une résistance opiniâtre à s'y établir; il faut les livrer à leur foible conception. Aussi de pareils ouvrages ne trouvent-ils aujourd'hui pas même de réfutateurs.

Le système du mouvement de la terre ayant été attaqué par des autorités théologiques, il entre aussi nécessairement dans notre plan de les discuter, et de faire voir le peu de fondement de leur application. Cela est même d'autant plus à propos, que de l'aveu des anti-coperniciens les plus éclairés en physique, ce sont les seules et les plus fortes armes qu'on puisse employer contre les partisans de Copernic.

Les anti coperniciens allèguent d'abord ces passages de l'Ecclésiaste : *Generatio advenit, generatio præterit, terra autem in*

æternum stat...... Oritur sol et occidit et ad locum suum convertitur, ibique renascens gyrat per meridiem et flectitur ad Aquilonem, &c.... In sole posuit tabernaculum suum et tanquam sponsus procedens de Thalamo suo exultavit ut gigas ad currendam viam, à summo cœlo egressio ejus et recursus ejus usque ad summum ejus, &c... Ils citent aussi une multitude d'autres passages, où il est parlé du lever et du coucher du soleil, de la lune et des étoiles, où il est dit que Dieu a affermi la terre sur ses fondemens, et qu'elle ne sera ébranlée en aucun temps. Mais de tous les passages, celui dont ils tirent le plus puissant argument est celui du livre de Josué, où ce chef du peuple de Dieu ordonne au soleil et à la lune de s'arrêter : *Sol contra Gabaon ne movaris et luna contra vallem Ajalon; steteruntque sol et luna donec ulcisceretur se gens de inimicis suis.*

Les objections tirées des premiers passages qu'on vient de voir méritent peu, nous l'osons dire, la peine d'une discussion. Qui ne voit dans ces expressions, *generatio præterit, &c.* que l'objet de l'Ecclésiaste est de faire une peinture de l'inconstance des choses humaines et de la petitesse de l'homme, qui semblable à une étincelle, naît et meurt un instant après. C'est le sens de tout le chapitre dont ce passage est tiré ; ainsi le mot de *Stat* ne signifie ici que *permanet, durat.* Quant au passage suivant, quel sens physique et littéral doit-on chercher dans une peinture poétique du lever et du cours du soleil? Nous ne devons pas nous étendre davantage sur ce sujet.

A l'égard du passage de Josué, et des autres où il est parlé du mouvement du soleil et des étoiles, il y a long-temps qu'on a répondu et qu'on a prouvé, par une foule d'exemples, que l'écriture s'est énoncée dans les termes communs, et suivant l'opinion vulgaire. C'est le sentiment de plusieurs docteurs et de plusieurs savans commentateurs de l'écriture. Ecoutons St. Jérôme : *Consuetudinis*, dit-il, *Scripturarum est ut opinionem multorum sic narret historicus, quomodo eo tempore ab omnibus credebatur* (1). Tel est aussi le sentiment de St. Augustin. *Le St. Esprit*, dit-il, *ayant à nous proposer des vérités plus utiles, n'a point voulu insérer celles-ci*, il veut dire celles qui concernent l'astronomie, *de crainte que les hommes suivant la corruption de leur nature, et négligeant l'essentiel, ne s'occupassent trop de vaines spéculations.* Aussi lit-on dans Isaïe (2) : *Je suis le Seigneur ton Dieu qui t'enseigne les choses utiles*, ce que les interprêtes expliquent par *non subtiles.* La conséquence de ces passages est aisée à tirer ; car si l'Esprit-Saint n'a

(1) *In Math.* c. 14.
(2) *In Genes.* l. II, c. 9.
(3) c. 48, v. 17.

pas prétendu nous apprendre des vérités astronomiques et physiques, toutes les fois qu'il a été question de certains phénomènes, comme du lever et du coucher des astres, de leur mouvement apparent, il a dû parler comme parloit et pensoit le vulgaire, qui dans son langage, n'a égard qu'aux apparences, et en aucune manière à la réalité qu'il ignore. Il n'eut pu se servir d'un autre langage, sans proposer des vérités difficiles à croire ; ce qui eut jetté ceux à qui elles auroient été annoncées, dans un étonnement et dans des spéculations capables de les détourner du but que la Divinité s'est proposé en se manifestant aux hommes par l'entremise de ses Ecritures.

On formeroit facilement un catalogue des auteurs sur l'écriture sainte, qui ont admis tacitement ou expressément le principe ci dessus, pour la concilier avec la saine physique, et nous devons peu être ébranlés de ce qu'à l'exemple de St. Augustin, plusieurs d'entre eux s'en soient écartés en bien des occasions, guidés par les préjugés ou par l'envie de soutenir une manière de penser qu'ils avoient sucée avec le lait. Les adversaires même de Copernic ne font pas difficulté de recourir à ce principe toutes les fois qu'on leur rétorque quelques-uns des passages nombreux qui sont contraires à certaines vérités établies aujourd'hui. L'écriture alors s'est énoncée, disent-ils, proverbialement, d'une manière figurée ; elle n'affecte pas une exactitude scrupuleuse, elle se contente d'énoncer les nombres ronds, &c. Ils font pitié de vouloir que sur le point contesté, on la prenne à la rigueur, et que dans d'autres cas on ne l'entende que d'une manière métaphorique et proverbiale.

Les partisans du sens rigide de l'écriture dans la question du mouvement de la Terre, auroient en effet quelque fondement de le maintenir, si c'étoit dans ce seul cas qu'il fallut s'en départir. Mais il y a une foule d'autres passages où elle s'accommode visiblement, je ne dis pas à des préjugés qui, comme celui du repos de la Terre, ont quelque fondement, en ce que le contraire est une vérité sublime et très-difficile à persuader au vulgaire, mais à des préjugés populaires, et dont il est facile de se désabuser. Dans combien d'endroits ne parle-t-elle pas des bouts de la Terre, des piliers du ciel, ou de ceux de la terre? n'y lit-on pas que Dieu a étendu les cieux comme une Tente (1) ou comme un dais? aussi voit-on d'anciens docteurs de l'église peu versés dans la physique, nier ou du moins douter que les cieux soient ronds, ou qu'ils enveloppent la terre tout à l'entour. Tels sont St. Justin, St. Ambroise, St. Chrysostome, Théodoret, Théophilacte, &c. On voit même St. Chrysostome

(1) *Isaïe*, c. XL, 20, ps. 104. 2.

s'écrier, *où sont-ils ces gens qui peuvent prouver que les cieux sont ronds* (1)? Mais St. Jérôme reprend rudement ceux qui, se fondant sur les passages ci-dessus, nioient cette vérité. *C'est*, dit-il (2), *une grande imbécillité*, (je me sers d'un terme équivalent à celui de ce St. Père, qui d'ordinaire ne ménageoit pas ses expressions), *si quelqu'un, trompé par ces paroles d'Isaïe, pensoit que le ciel est en forme de voûte*, et non tout-à fait rond. Que dirons nous encore de ce passage des Rois et des Paralipomènes, où on lit de la mer d'airain placée par Salomon dans le temple, qu'elle avoit dix coudees de diamètre et trente de circonférence. Il y a eu sûrement quelque imbécille qui se fondant sur ce passage a ri des géomètres qui cherchent encore le rapport du diamètre du cercle à la circonférence.

C'est ici le lieu de parler de la declaration donnée par le P. Fabri, grand pénitencier de Rome, concernant le système de Copernic. Ce savant jésuite, dans un écrit sous le nom d'Eustache de Divinis, écrit fait sous ses yeux, et presque son ouvrage, dit que l'église est autorisée à maintenir sa décision, tant qu'on n'aura aucune démonstration du mouvement de la Terre; que lorsqu'on en aura trouvé une, alors elle ne fera aucune difficulté de déclarer qu'on peut entendre les passages en question dans un sens figuré. Une pareille déclaration ne prouve-t-elle pas déjà qu'on a mal à propos interposé l'autorite de l'église dans cette querelle philosophique. S'il est aujourd'hui de foi, suivant la censure du St.-Office, qu'il faut entendre à la lettre les passages de l'écriture contraires au mouvement de la terre, comment peut-on dire que ce tribunal se réserve de déclarer un jour qu'on peut ne leur donner qu'un sens figuré. La verité est unique et immuable; si le tribunal dont nous parlons est infaillible, le mouvement de la terre est une erreur, et on ne sauroit jamais en trouver une démonstration. La déclaration dont nous parlons est donc un aveu que la décision dont il s'agit n'est qu'un jugement provisoire; si ceux dont il émana avoient eu plus de jugement et de savoir, ils eussent senti combien ils compromettoient leur autorité en l'interposant dans une question de ce genre; ils eussent craint qu'il ne leur arrivât ce que Kepler dit ingénieusement à ce sujet: *Dolabra in ferrum impactae nequidem lignum secat.* Mais à quoi bon aujourd'hui une pareille discussion; on sait assez que nous autres François sommes désormais assez aguerris pour qu'elle nous soit parfaitement inutile.

(1) *Hom.* 14. *ad Epist. ad Hebr.* (2) l. III, *Comm. in ep. ad Gal.* c. 3.

VI.

V I.

Quoique le mouvement de la terre soit appuyé sur un assez grand nombre de preuves, telles que les comporte le genre de la question, je veux dire, l'accord avec les phénomènes astronomiques, l'ordre et cette simplicité qui caractérise tous les ouvrages de la nature, la réponse enfin péremptoire à toutes les objections élevées par le préjugé ou l'ignorance, on n'a pas laissé de chercher une preuve positive de ce mouvement; elle résideroit dans la démonstration de la parallaxe annuelle de l'orbe terrestre, et dans la détermination de cette parallaxe. Je m'explique : si la terre est en mouvement autour du soleil, et que son orbite soit d'une grandeur comparable à la distance des fixes, une de ces étoiles étant observée en différentes saisons ne paroîtra pas précisément dans la même situation, mais elle sera tantôt plus, tantôt moins éloignée du pole ou du zénith. Car que T*t* (*fig.* 90) soit, par exemple, un diamètre de l'orbite de la terre, du Capricorne au Cancer, et A*p*PB le colure des solstices, il est évident que l'étoile A sise dans ce colure paroîtra dans un temps éloignée du pole de l'angle PTA, et dans l'autre de l'angle *pt*A, ou bien en considérant la distance au zénith, cette distance sera dans un temps l'angle ZTA, et dans l'autre *zt*A. Or il est facile de voir que l'angle PTA surpasse *pt*A de la quantité de l'angle TA*t*; il en est de même de l'angle ZAT, relativement à *zt*A. Ainsi une étoile située dans le colure des solstices du côté du septentrion devroit paroître plus voisine du zénith ou du pole vers le solstice d'hiver que vers celui d'été, si la parallaxe annuelle étoit sensible; ce sera le contraire à l'égard de l'étoile B située dans ce colure du côté du midi. Sa distance au zénith lors du solstice d'hiver, sera plus grande qu'au solstice d'été, car l'angle *zt*B est plus grand que ZTB de la quantité de l'angle TB*t*. De même que nous avons supposé le diamètre T*t* de l'orbite terrestre, être celui qui va d'un des solstices à l'autre, si c'étoit celui qui joint les points équinoxiaux, il faudroit que l'arc AZB où seroient les étoiles observées, fût le colure des équinoxes; ainsi c'est d'un équinoxe à l'autre que se fera la plus grande variation de la hauteur d'une étoile située aux environs de ce cercle. Cette attention est nécessaire pour porter un jugement sur l'accord des aberrations observées avec le parallaxe annuelle; car toute aberration ne lui est pas favorable, et faute de cette attention, on a vu d'habiles astronomes se tromper dans les conséquences qu'ils ont tirées de leurs observations.

Galilée est le premier qui ait cherché à prouver le mouvement de la terre par la parallaxe annuelle des fixes. Il décrit dans le troisième de ses dialogues sur le système de l'univers, un moyen qu'il avoit imaginé pour la rendre sensible, quelque petite qu'elle fût, et il projettoit de le mettre en pratique. Ce moyen consistoit à fixer un télescope dans une situation invariable, et à placer à une très-grande distance une petite lame qui, regardée par ce télescope, cachât une des étoiles de la grande ourse, lorsqu'elle arrive à sa moindre hauteur : si cette étoile paroissoit dans une saison, et étoit cachée dans une autre, il en devoit résulter que la parallaxe étoit sensible. Mais nous devons peu regretter que Galilée n'ait pas exécuté son projet; car l'inégalité des réfractions s'oppose entièrement à son succès. M. Wallis cherchant à rectifier la méthode de Galilée, a proposé, dans un essai sur la parallaxe des fixes (1), d'observer une étoile à l'instant où elle se couche, et d'examiner si elle reste toujours dans le même vertical; mais cette méthode me paroît sujette à divers autres inconvéniens, qui la rendent aussi peu propre que celle de Galilée, à une détermination aussi délicate que celle dont il s'agit.

M. Hook entreprit vers 1660 de déterminer la parallaxe annuelle des fixes d'une manière plus sûre que celle que Galilée avoit proposée; il fixa pour cet effet, dans une situation perpendiculaire, un télescope de trente-six pieds, et il observa pendant plusieurs années la brillante de la tête du dragon passant par le méridien fort près de son zénith; il trouva constamment que dans le solstice d'hiver elle en étoit plus proche de 27 à 30" que dans l'été. Il publia en 1674 cette observation, et il la donna comme une démonstration du mouvement de la terre (2). M. Eustache Manfredi, qui a examiné dans un ouvrage particulier (3) toutes les tentatives faites pour démontrer la parallaxe annuelle des fixes, a trouvé en effet que ces observations sont assez conformes à ce qui doit arriver, en supposant qu'elle soit sensible; mais d'autres raisons ne permettent pas de les regarder comme démonstratives.

Le célèbre M. Flamstead a fait, pendant une assez longue suite d'années, des observations dans la même vue. Il travailla depuis 1689 jusqu'en 1697 à examiner les hauteurs de l'étoile polaire, au moyen d'un quart de cercle de six pieds huit pouces de rayon, fixé dans le plan du méridien. Il y trouva en effet des variations assez sensibles, d'où il conclut que les fixes éprouvent

(1) *Trans. Phil.* n. 202.

(2) *An attempt to prove the motion of the Earth. Lond.* 1674, *in*-4°.

(3) *De annuis stell. inerrantium aberrationibus. Bon.* 1729, *in*-4°.

une parallaxe annuelle ; mais cet astronome célèbre tomboit, en concluant ainsi, dans une méprise. Le résultat de ses observations n'étoit pas celui que devoit donner cette parallaxe ; au lieu de trouver la distance de l'étoile polaire au zénith, plus grande en hiver qu'en été, il auroit fallu la trouver plus grande aux environs de l'équinoxe du printemps qu'à ceux de l'équinoxe d'automne. C'est ce que M. Cassini le fils démontra dans les mémoires de l'académie de 1699, en considérant la situation de l'étoile polaire à l'égard du petit cercle que décrit sur la surface concave de la sphère des fixes, l'axe de la terre prolongé. M. Roemer fit aussi la même remarque, et en fit part à M. Flamstead. Il y avoit même déjà quelque temps que cette aberration de l'étoile polaire avoit été observée par M. Picard, dans son voyage d'Uranibourg, et par les astronomes de l'Observatoire de Paris. Mais après avoir soigneusement examiné si ce n'étoit point une preuve de la parallaxe annuelle, il avoit conclu que non, et il avoit proposé quelques conjectures sur la cause de ce phénomène (1). M. Gregori rejette la conséquence que Flamstead tiroit de son observation par un autre motif. Il peut se faire, dit-il, que la Nutation de l'axe de la terre aux deux points solsticiaux soit inégale : cela est même probable à cause de l'éloignement inégal du soleil à la terre dans ces deux points ; ainsi, ajoute-t-il, l'on ne sauroit conclure, comme le faisoit M. Flamstead de son observation, que la parallaxe annuelle des fixes soit sensible. La remarque de M. Gregori détruiroit en effet l'induction qu'on pourroit tirer de cette observation, quand même elle ne seroit pas vicieuse d'un autre côté ; mais elle porte sur celle de M. Hook, et elle ne permet pas qu'on la regarde comme décisive en faveur de la parallaxe annuelle.

Pendant que Flamstead travailloit à déterminer la parallaxe de l'orbite de la terre, par les variations de déclinaisons des étoiles, M. Roemer qui connoissoit les exceptions qu'on peut proposer contre ce moyen, suivoit une autre voie qui lui paroissoit sujette à moins de difficultés. Il commença l'année 1692 à observer les variations des ascensions droites de deux étoiles, par la différence des intervalles de temps qui s'écoulent entre leur passage par le méridien ; et après dix-sept à dix huit ans d'observations, il crut pouvoir assurer que cette différence étoit assez sensible pour la pouvoir regarder comme une démonstration de la parallaxe annuelle des fixes. Il trouvoit en effet que la somme des parallaxes en ascension droite de Sirius et de la Lyre, alloit au-delà d'une demi-minute, et étoit moindre que trois quarts de minute. Il se préparoit en 1710 à publier ses

(1) *Voyages d'Uranibourg, et Mém. de l'acad. de 1693.*

observations et les conséquences qu'il en tiroit lorsqu'il mourut. Ce fut au mois de septembre, quelques jours avant l'équinoxe qu'il attendoit pour mettre en quelque sorte le sceau à sa démonstration. M. Horrebow, professeur d'astronomie à Copenhague, qui avoit eu part aux observations de Roemer, la publia en 1727, sous le titre de *Copernicus triumphans.* Ce livre contient aussi quantité d'observations faites par M. Horrebow, depuis la mort de Roemer. M. Manfredi les examinant dans son livre sur les *aberrations des fixes*, et dans une lettre écrite sur le même sujet quelque temps après (1), a trouvé que quelques-unes d'entre elles étoient conformes à la loi de la parallaxe annuelle, mais qu'en général elle ne la suivoit pas assez exactement, et que d'ailleurs elles étoient contraires à celles qu'il avoit faites lui-même en 1727 et 28, pour déterminer cette parallaxe. M. Horrebow a fait en quelque sorte l'apologie de ses observations dans les Mémoires de *Copenhague* (2); il y prétend qu'elles prouvent la parallaxe annuelle, et il nous y apprend que ses deux fils, MM. Pierre et Christian Horrebow, ont continué à observer dans la même vue. M. Christian Horrebow publia en 1744 un ouvrage où il confirmoit par ses observations propres celles de Roemer et celles de son père. Je crois devoir remarquer en faveur de ces observations, du moins celles de MM. Roemer et Horrebow le père (car ce sont les seules dont j'aye connoissance), que de l'aveu même de M. Manfredi (3), les principales, c'est-à-dire, celles qui ont été faites aux environs des équinoxes du printemps et de l'automne, sont favorables à la parallaxe annuelle, et sont conformes à la loi qu'elle doit suivre, si elle est sensible. Ce ne sont que les observations des temps intermédiaires qui s'en écartent, ou plutôt qui ne s'accordent pas entièrement avec elle, les différences d'ascension droite n'étant pas toujours dans le rapport où elles devroient être. Mais quand on fera attention que les plus grandes différences d'ascension droite observées n'excèdent pas en temps quatre ou cinq secondes, je ne sais si on seroit fondé à en exiger l'accord parfait avec la théorie dans tous les temps intermédiaires; ne seroit-il pas suffisant que les plus grandes différences se trouvassent aux environs du temps où elles doivent se trouver. C'est pourquoi M. Horrebow, nonobstant les raisons de M. Manfredi, resta dans la persuasion qu'il avoit démontré la parallaxe annuelle des fixes. Mais les découvertes nouvelles en astronomie-physique ont appris que le mouvement de l'axe de la terre est tellement com-

(1) *De novissimis circà stellarum aber. observationibus epistola.*

(2) T. II.

(3) *Epist. de novissimis*, &c.

pliqué de petites oscillations, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, que ce moyen est insuffisant.

On doit aussi à MM. Cassini et Maraldi, des tentatives pour déterminer la parallaxe annuelle; M. Cassini observa en 1714, la hauteur de Sirius par le moyen d'un télescope fixé dans une situation invariable, et ayant égard à la progression des fixes, il trouva que depuis le mois de juillet jusqu'à celui d'octobre, cette hauteur avoit diminué de 5″ et demie, et que de là au mois de décembre elle diminua encore d'autant, c'est-à-dire, que la différence des hauteurs de cette étoile aux environs du solstice, étoit de onze secondes. Cette observation est conforme à la loi de la parallaxe annuelle. Sirius est l'étoile B, située près du colure des solstices, que nous avons vu devoir être plus éloignée du zénith au solstice d'hiver, qu'à celui d'été.

M. Maraldi a suivi la méthode de M. Roemer; il observa en 1704 et 1705 les différences d'ascension droite de Sirius et d'Arcturus, et il en fit part à M. Manfredi, qui en a trouvé les unes conformes, les autres contraires à la parallaxe annuelle. M. Manfredi enfin a fait pendant les années 1727, 1728 et 1729, des observations dans cette même vue et de la même manière, par le moyen de la brillante de la Lyre, et de celle de la Chèvre. Il est remarquable que pendant que M. Horrebov trouvoit à Copenhague des différences d'ascensions favorables à la parallaxe de l'orbite, M. Manfredi en trouvoit de contraires à Bologne.

Si toutes les observations dont nous venons de faire l'histoire, eussent toujours été conformes à la loi de la parallaxe annuelle, c'eût été une preuve sans replique de l'existence de cette parallaxe, et en même temps une démonstration évidente du mouvement de la terre. Mais il faut en convenir, leur contrariété montre qu'on ne sauroit en rien conclure en faveur de cette parallaxe; ce sont les réflexions qu'a faites M. Bradley, et qui l'ont conduit à rechercher une autre cause de ces aberrations. Ce célèbre astronome, à l'assiduité et à la sagacité duquel les phénomènes les plus insensibles n'échappoient pas, se proposant de déterminer la parallaxe annuelle des fixes, observoit en 1725, avec un soin et des précautions qu'il seroit trop long de décrire ici, les variations de déclinaisons de diverses étoiles qui passoient fort près de son zénith; mais il apperçut bientôt qu'elles ne s'accordoient point avec cette parallaxe. Frappé de ce phénomène, il en rechercha une autre explication, et il la trouva enfin dans le mouvement de la terre sur son orbite, combiné avec celui de la lumière autrefois découvert par Roemer, et qui quoique sujet à quelques difficultés, ne laisse pas d'être plus que probable en saine physique. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans l'explication de cette savante théorie;

il me suffira de dire que la manière heureuse dont elle satisfait à tous les phénomènes de ces aberrations des fixes, observées en divers lieux et en divers temps, l'a fait adopter avec acclamation des astronomes, et nous ne craindrons pas d'ajouter, que de l'admirable accord de cette explication avec les phénomènes naît une nouvelle preuve du mouvement de la terre.

Mais que dirons-nous de la parallaxe annuelle ; est-elle absolument insensible, et l'orbite de la terre n'est-elle qu'un point à l'égard de la distance des fixes ? C'est une question à laquelle on peut seulement répondre qu'il est aujourd'hui démontré que la parallaxe de l'orbe terrestre ne sauroit être plus grande que de trois à quatre secondes. Si elle étoit plus considérable, comme de huit à dix secondes, elle eût été certainement reconnue et démontrée par les moyens que présente aujourd'hui l'astronomie pratique portée si près de la perfection. Supposons donc la parallaxe annuelle de l'orbe terrestre de huit à neuf secondes, qui est à peu près la parallaxe horizontale du soleil, nous allons d'après cette supposition, donner une idée de la distance des fixes, relativement à la totalité de notre système planétaire : la comparaison suivante nous a paru très-propre à remplir cet objet d'une manière sensible.

Qu'on se représente au milieu du jardin des Tuileries le Soleil comme un globe de neuf pouces environ de diamètre ; la planète de Mercure sera représentée par un globule d'environ $\frac{1}{3}$ de ligne circulant autour de lui à la distance d'environ vingt-huit pieds. Vénus le sera par un globe d'une ligne environ, éloigné du même centre d'environ cinquante-quatre pieds. Placez à soixante-quinze pieds un autre globule d'une ligne de diamètre circulant à cette distance autour du même centre ; voilà la Terre, ce théâtre de tant de passions et d'intrigues, dont le plus grand potentat possède à peine un point sur la surface, et cause entre les animalcules qui l'habitent tant de débats et d'effusion de sang. Mars un peu moindre que la terre circulera à la distance de cent quatorze pieds ; Jupiter, figuré par un globe de dix lignes, sera éloigné du point central de trois cent quatre-vingt-dix pieds ; et Saturne, représenté par un globe d'environ sept lignes, fera sa révolution à sept cent quinze pieds de distance. Ajoutons-y, si l'on veut, la nouvelle planète découverte par M. Herschel, elle circulera à l'entour du soleil, à la distance d'environ quinze cents pieds, et sous la figure d'un globe de quatre lignes ou environ de diamètre.

Mais de là aux étoiles voisines la distance est immense ; car du premier abord, on se figureroit que les premières seroient peut-être à deux, trois ou quatre lieues ; mais on seroit bien loin de la réalité. Cette première étoile devroit être placée à une

distance au moins égale à celle de Paris à Lyon, en supposant la parallaxe annuelle de huit secondes et demie; que seroit-ce si nous la supposions, comme elle est très-probablement, c'est-à-dire, seulement de deux à trois secondes? Une parallaxe de deux secondes recule la plus voisine des fixes à une distance qui n'est guère moindre que celle de Paris à Rome; et en la supposant d'une seconde seulement, à une distance guère moindre que de Paris à Constantinople. Ainsi donc notre système solaire, c'est-à-dire, composé de nos sept planètes principales et de leurs secondaires, est dans la première supposition à la distance des étoiles fixes les plus voisines, à peu près ce qu'est un cercle de quinze cents pieds de rayon à un de cent lieues, qui lui seroit concentrique. Qu'on juge par là de la petite place qu'y occupe notre terre, et de la petite figure qu'elle y fait; qu'elle est propre à humilier ces êtres orgueilleux qui, n'occupant eux-mêmes qu'un infiniment petit de cet atôme, pensent que l'univers a été fait pour eux.

J'avouerai qu'en considérant ces vérités trop bien démontrées, j'ai quelquefois regretté que le système ancien ne fût qu'une illusion; car au moins dans ce système l'homme placé au centre de l'univers, paroissoit être quelque chose dans les mains de son auteur. Il pouvoit s'énorgueillir un peu de ce qu'un si brillant spectacle avoit été fait pour son utilité et son plaisir; mais dans l'état réel des choses, qu'est-ce que l'homme, et qu'il a mauvaise grace de nourrir dans son cœur des sentimens d'orgueil.

VII.

C'est le sort de la plupart des inventions brillantes que d'être disputées par plusieurs prétendans; celles que nous venons d'exposer n'ont pas été exemptes de cette loi presque générale, et Galilée a trouvé plusieurs rivaux qui ont revendiqué sur lui; les uns la découverte des taches du soleil, d'autres celles des satellites de Jupiter. Mais parmi ces concurrens à l'honneur des premières découvertes faites au moyen du télescope, je n'en trouve aucun dont le droit soit mieux établi que celui de J. Fabricius. En effet son écrit intitulé, *de maculis in Sole visis et earum cum sole revolutione narratio*, *in*-4°., parut à Wittemberg au mois de juin 1611. Si l'on doit quelque foi à la date des écrits imprimés, on ne peut lui refuser l'honneur d'avoir le premier dévoilé le phénomène des taches du soleil, et la révolution de cet astre.

Ce Jean Fabricius étoit fils de David Fabricius, pasteur dans la Ost-Frise; qui étoit lui-même un astronome et un zélé obser-

vateur. Kepler fait mention avec éloge de ses observations sur Mars, et de quelques unes de ses idées astronomiques, sur la théorie de la Lune; mais il est surtout remarquable dans les fastes de l'astronomie, par la découverte qu'il fit en 1596 de l'étoile changeante du col de la baleine. Il écrivit aussi sur la comète de 1607, qu'il observa soigneusement; mais revenons aux taches du soleil.

Le second concurrent de Galilée dans cette découverte, est le P. Scheiner, jésuite; mais il nous semble que ses droits ne sont pas si bien établis que ceux du précédent. Écoutons-le lui-même dans sa première lettre au sénateur d'Augsbourg, Marc Velser, qui doit être regardée comme le récit le plus naïf et le plus exact de la part qu'il a à cette découverte. Dans cette lettre, dont la date est du 12 novembre 1611, il dit qu'il y avoit sept à huit mois que regardant le soleil au travers d'un télescope, il apperçut sur son disque quelques taches noirâtres, qu'il y fit peu d'attention alors, et que ce ne fut qu'au mois d'octobre suivant, qu'ayant de nouveau contemplé le soleil, ces taches le frappèrent lui et son compagnon d'observation, et qu'après bien des raisonnemens et des examens, ils conclurent qu'elles ne pouvoient être que sur le corps du soleil ou aux environs. Ils réitérèrent cette observation à commencer du 21 octobre, pendant le reste de ce mois et le suivant, et ils trouvèrent que ces taches avoient un mouvement progressif vers le bord du disque solaire, où elles disparurent successivement.

Quelqu'un s'égayant sans doute aux dépens des Péripatéticiens a fait le conte suivant : le P. Scheiner ayant communiqué sa découverte à son provincial, celui-ci lui répondit que cela ne pouvoit être. « J'ai lu, lui dit il, plusieurs fois mon *Aristote* » tout entier, et je puis vous assurer que je n'y ai rien trouvé » de semblable. Allez, mon fils, ajouta-t il, tranquillisez-vous, » et soyez certain que ce sont des défauts de vos verres ou de » vos yeux que vous prenez pour des taches dans le soleil. » Quoi qu'il en soit de ce trait, le provincial du P. Scheiner ne lui voulut pas permettre de divulguer sa découverte sous son nom; il lui laissa seulement la liberté d'en informer son ami, le sénateur Marc Velser, magistrat d'Augsbourg. Scheiner le fit par trois lettres, que Velser fit imprimer l'année suivante 1612, apparemment du consentement de leur auteur, qui y gardoit l'anonyme, ou s'y voiloit sous le nom d'*Appelles post tabulam*.

Velser informa Galilée dès les premiers jours de l'an 1612, de la découverte de Scheiner, et lui en demanda son avis. Les paroles suivantes de sa lettre sont remarquables, et prouvent qu'à la date de celles de Scheiner, il couroit déjà quelque bruit venant d'Italie sur les taches du soleil. « Si comme je crois, dit » Velser,

» Velser, ce n'est pas pour vous une chose entièrement nou-
» velle, j'espère du moins que vous verrez avec plaisir qu'il y a
» ici deça les monts des personnes qui marchent sur vos traces. »
Galilée lui répondit qu'en effet ce phénomène n'étoit pas nouveau pour lui, qu'il y avoit environ dix-huit mois qu'il le connoissoit, et qu'il l'avoit montré à diverses personnes distinguées; ce qui, vu la date de cette réponse, remonte vers les premiers mois de l'année 1611. Nous passerons sur ce fait difficile à avérer; mais ce qu'on ne peut refuser à Galilée, c'est de discourir bien plus judicieusement sur ce sujet que le P. Scheiner. Ce Père en effet dans les écrits dont nous venons de parler, prend les taches du soleil pour de petites planètes qui tournent autour de cet astre, qui s'accrochent et s'amassent ensemble, et ensuite se séparent. Il tenoit encore, ce semble, aux préjugés péripatéticiens sur la nature des astres, et de là venoit apparemment sa répugnance à regarder ces taches comme des altérations qui se passent sur la surface du soleil. Les lettres de Galilée à Velser sont occupées à montrer le peu de solidité de l'opinion de Scheiner, et à combattre diverses autres idées aussi peu justes. Il y établit que les taches du soleil sont contigues à sa surface, ou fort voisines, et de leur mouvement réglé il conclut que cet astre a un mouvement de rotation autour de son axe.

Remarquons ici, car nous n'aurons peut-être pas l'occasion commode de le faire dans la suite, que cette première idée de Scheiner, qu'il abandonna dans la suite, a été adoptée par un P. Malapertius, qui nomma ces planètes prétendues *Sidera Austriaca*, dans un ouvrage publié sur ce sujet en 1627. Il y avoit déjà quelques années qu'un chanoine de Sarlat, nommé Tarde, avoit eu la même idée, et avoit publié un ouvrage où il leur donnoit le nom de *Sidera Borbonia*.

Si l'on ne peut refuser à Galilée d'avoir d'abord discouru le plus judicieusement sur les taches du soleil, on doit aussi reconnoître le P. Scheiner, pour celui qui a le plus contribué par ses travaux assidus, à établir la théorie de leurs mouvemens. Il fit une prodigieuse multitude d'observations de cette espèce, et il les publia en 1630, dans son livre, bizarrement intitulé *Rosa Ursina*, à cause qu'il le dédioit au duc Orsini. Il y démêle avec beaucoup de sagacité les bizarreries singulières de leurs mouvemens; il nous faut donner ici une idée de cette théorie.

Le mouvement progressif et toujours dans le même sens, des taches du soleil, a d'abord appris aux premiers qui en firent l'observation, que cet astre a un mouvement autour d'un axe. Si cet axe étoit perpendiculaire à l'écliptique, le mouvement des taches seroit toujours rectiligne, et même parallèle à la ligne qui marque l'écliptique sur le disque du soleil. Mais il est seulement

deux saisons de l'année où cela arrive ; ce sont les fins des mois de février et d'août ; bientôt après cette trace devient curviligne, et trois mois après elle est semblable à un arc qui auroit pour corde une parallèle à l'écliptique ; à la fin de mai, la convexité de cet arc regarde le Midi, à la fin de novembre, elle regarde le Septentrion.

La considération attentive de ce phénomène a conduit à penser que le soleil a son mouvement sur un axe incliné au plan de l'écliptique. En effet, si l'on suppose cet axe tellement situé qu'à la fin des mois de fevrier et d'août, il soit au bord du disque apparent du soleil, alors la trace des taches sera rectiligne, puisque l'œil du spectateur terrestre sera dans le plan de l'equateur solaire prolongé. Mais trois mois après il sera élevé au-dessus de cet équateur, ou abaissé au-dessous, de sorte que tous ses parallèles doivent paroître curvilignes. A l'aide d'une grande quantité d'observations, on a découvert qu'à l'axe du soleil décline de la perpendiculaire au plan de l'écliptique, de $7^{\circ}.\frac{1}{2}$, et que le plan de son équateur coupe l'orbite de la terre, vers les dixièmes degrés des Poissons et de la Vierge, de sorte que les poles de la révolution solaire regardent deux points éloignés de ceux de l'écliptique de sept degrés et demi, et sont dans le cercle tiré par ces poles et les dixièmes degrés des Gémeaux et du Sagittaire. Quant à la durée de la révolution solaire, les mêmes observations montrent qu'à l'égard du spectateur terrestre, elle est de vingt-neuf jours et demi ; mais comme la terre est mobile, et va du même côté que se fait la révolution du soleil, il y a une réduction à faire, et l'on trouve que cette révolution à l'égard des fixes, ou telle qu'elle paroîtroit à la terre immobile, est d'environ vingt-sept jours et demi.

Nous terminerons cet article relatif à Scheiner, par quelques détails sur sa vie et ses ouvrages. Christophe Scheiner, né en 1575, entra chez les Jésuites en 1595, et fut long-temps professeur des mathématiques à Ingolstadt, Gratz, et Rome ; il mourut en 1650, confesseur de l'archiduc Charles. On a de lui, outre sa *Rosa Ursina*, dont on a parlé, plusieurs ouvrages ; savoir son *Oculus*, ou *fundamentum Opticum*, excellent traité d'optique directe ; *Sol ellipticus*, où il traite du phénomène de l'ellipticité apparente du soleil et de la lune, voisins de l'horizon ; *Refractiones celestes* ; *Exegesis fund. Gnomonices*, traité curieux de Gnomonique ; *Pantographia*. Dans ce dernier ouvrage, il décrit la construction, et montre les usages du Pantographe, instrument des plus ingénieux, et depuis fort connu, dont on se sert pour copier de grand en petit, ou au contraire un dessin quelconque, sans savoir même dessiner. Cet instrument seul mériteroit l'immortalité de son inventeur, tant il est

utile aux artistes. La Préface du livre du P. Scheiner est tout-à-fait curieuse.

Il nous reste à parler d'un troisième prétendant à l'honneur des mêmes découvertes que celles de Galilée ; c'est Simon Marius, mathématicien et astronome de l'électeur de Brandebourg. Marius publia en 1614 son *Mundus Jovialis anno 1609 detectus, &c.* ; il y fait à ce sujet une histoire sur la vérité de laquelle il atteste un M. Fuchs de Bimbach, conseiller intime de l'électeur, et il prétend avoir vu les satellites de Jupiter dès les derniers jours de décembre de l'année 1609. Nous ne savons ce qu'on doit croire de ces protestations ; mais ce qui est bien certain, c'est que l'hypothèse et les tables qu'il donne pour calculer les mouvemens de ces petites planètes, ne s'accordent en aucune manière avec la réalité. Galilée en prenoit occasion de douter que Marius, loin de l'avoir prévenu dans leur découverte, les eût jamais vues. Mais M. Cassini trouve cette conséquence forcée, et remarque qu'on ne peut douter par certaines circonstances, que Marius ne les ait observées, quoiqu'il ait été peu heureux dans l'invention des moyens de représenter leurs mouvemens. Cet astronome s'est mis aussi sur les rangs pour la découverte des taches du soleil, qu'il dit avoir observées dès le 3 août 1611 ; c'est une prétention sur laquelle on ne peut rien statuer.

VIII.

Quand il n'y auroit que la curiosité qui fut intéressée à la mesure de la terre, c'en seroit une bien légitime et bien raisonnable. Quoi de plus naturel à l'homme que de désirer connoître la grandeur du globe qui lui a été assigné pour habitation? Mais nous ne nous bornerons pas à ce motif pour justifier l'inquiétude que les astronomes ont montrée, surtout depuis un siècle et demi, pour parvenir à la connoissance de cette mesure ; il ne faut qu'être initié dans la géographie pour sentir que cette connoissance est de la plus grande utilité, et même qu'elle est la base d'une géographie parfaite. Quelles erreurs ne commettroit-on pas dans les distances d'une infinité de lieux dont les positions respectives ne sont déterminées que par des observations astronomiques, si l'on ne savoit quelle étendue répond à un certain nombre de degrés sur la terre. La navigation fait aussi un usage presque continuel de cette mesure ; c'est sur elle qu'est fondée l'*Estime*, qui est un des principaux élémens de cet art.

On a déjà rendu compte dans les endroits convenables des efforts que firent autrefois les Grecs et les Arabes pour mesurer

la terre. Mais les déterminations qu'ils nous ont transmises n'étoient point capables de satisfaire, dans des temps où l'on commençoit à aspirer à une grande exactitude. N'y eût-il eu que l'incertitude du rapport de nos mesures aux leurs, ce seul motif eût exigé qu'on réitérât ces opérations; à plus forte raison cela étoit-il nécessaire, lorsque par l'examen de leurs procédés, on étoit assuré qu'ils n'avoient pas mis dans cette détermination toute l'exactitude et le soin qu'elle exigeoit.

Le fameux Fernel, médecin et mathématicien du seizième siècle, est le premier des modernes qui ait entrepris de déterminer de nouveau la grandeur de la terre. Il alla de Paris à Amiens, qui est presque sous le même méridien, en mesurant le chemin qu'il faisoit par le nombre des révolutions d'une roue de voiture, et en s'avançant jusqu'à ce qu'il eût trouvé précisément un degré de plus de hauteur du pole; il détermina par ce moyen la grandeur du degré, de 56746 toises de Paris. Cette exactitude feroit beaucoup d'honneur à Fernel, si elle étoit un effet de la bonté de sa méthode; car on sait aujourd'hui que ce degré est de 57060 toises environ : mais qui ne voit que ce fut seulement un heureux hasard qui l'approcha si fort de la vérité, et à apprécier le procédé qu'il suivit, qui auroit osé le soupçonner? On lit les détails de cette opération de Fernel dans celui de ses ouvrages, intitulé *Cosmotheoria.*

On fut ainsi jusqu'au commencement du siècle passé sans mesure de la terre, sur laquelle on pût faire quelque fonds; ce motif engagea alors divers astronomes à y procéder d'une manière plus géométrique et plus exacte. Snellius commença et donna l'exemple. Il est l'auteur d'une excellente méthode pour mesurer en toises la longueur d'un grand arc du méridien. Comme elle est la base de toute cette opération, et qu'elle a été employée par les astronomes de toutes les nations, qui ont déterminé dans le dernier siècle et dans celui-ci, la grandeur et la figure de la terre, nous allons l'expliquer.

Qu'on imagine aux environs de la méridienne, et à peu près dans sa direction, une suite de lieux éminens, comme des montagnes, des tours, A, B, C, D, &c. (*fig.* 91). On relève avec un instrument fort exact, les angles que font les lignes tirées de ces objets les uns aux autres, et l'on forme par ce moyen une suite de triangles liés (c'est-à dire ayant quelque côté commun, et tous leurs angles connus), qui se termine aux extrémités de la distance à mesurer. On a aussi le soin de déterminer vers le commencement la position d'un des côtés de ces triangles avec la méridienne, d'où il est aisé de conclure celle de chacun des autres côtés. Cela fait, on mesure actuellement, c'est-à-dire avec la toise, dans quelqu'endroit commode,

comme dans la plaine, une longue base LM, et par des opérations trigonométriques on en conclut la longueur en toises d'un côté d'un des triangles voisins, comme AB. Ce côté unique étant connu, il est facile de déterminer la longueur de tous ceux de la suite des triangles, et par leur position connue avec la méridienne, les portions de cette méridienne Ab, Bc, Cd, &c. comprises entre les parallèles passant par A, B, C, &c. On a, par l'addition de toutes ces portions, la longueur de l'arc du méridien compris entre les parallèles des lieux extrêmes. Il ne reste donc qu'à mesurer leur différence en latitude, ce qui est facile, et l'on connoît par là à quelle portion du méridien répond la longueur trouvée, de sorte qu'on en conclut la longueur du degré, et celle de la circonférence. Pour plus grande certitude de l'opération, on doit déterminer à l'extrémité opposée de cette suite de triangles, comme en NO, une nouvelle base, dont on conclut la longueur d'après un des derniers côtés de la suite, comme HI; et si cette longueur cadre exactement avec la mesure actuelle qu'on en fait, on peut en conclure qu'il n'y a nulle part erreur.

Telle est la méthode que suivit Snellius; il trouva entre les parallèles d'Alcmaer et Bergopzoom, qui étoient ses lieux extrêmes, 34018 perches du Rhin, et une différence de latitude de 1°, 11′, 30″, d'où il conclut le degré de 28473 perches. Il observa aussi la latitude de Leyde, lieu moyen entre Alcmaer et Bergopzoom, et par cette opération il trouva 28510 perches; c'est pourquoi prenant un milieu, il estima le dégré terrestre à 28491 ou 28500 perches, qui reviennent à 55021 toises de Paris. Le détail de ses opérations est exposé dans son *Eratostenes Batavus*, qui est l'ouvrage qu'il publia en 1617.

M. Picard ayant mesuré la terre en 1671, et ayant trouvé par des opérations qui portent le caractère de la plus grande exactitude le degré entre Paris et Amiens, de 57060 toises, on a reconnu que Snellius s'étoit trompé (1); mais M. Muschenbroeck, jaloux de la gloire de son compatriote, nous a appris des particularités qui le justifient (2). Snellius s'étoit apperçu de son erreur, il avoit de nouveau mesuré sa base et les angles de ses triangles, et même prolongé sa méridienne du côté du Midi par Anvers jusqu'à Malines. Il se proposoit de redonner son *Erastotenes Batavus*, avec les corrections convenables, lorsqu'une mort précipitée l'enleva et fit échouer son projet. Ses manuscrits étant tombés depuis entre les mains de M. Muschem-

(1) *Mémoires de l'académie* 1702. Voyez aussi le livre de la grandeur de la terre, part. II, c. 8.

(2) *Diss. de Magnit. terrae.* Parmi ses *Diss. Physicae.*

broeck, ce savant professeur de Leyde, a calculé de nouveau tous les triangles de Snellius, d'après les corrections qu'il y avoit faites, et il y a trouvé par ce moyen la grandeur du degré de 29510 perches, ou 57033 toises, ce qui ne diffère de la mesure de M. Picard que d'une trentaine de toises.

Il n'y avoit pas encore long-temps que Snellius avoit achevé sa mesure, lorsque Blaeu en entreprit une semblable. Nous ignorons les motifs qui l'y portèrent, l'ouvrage qu'il préparoit sur ce sujet n'ayant jamais vu le jour. Peut-être soupçonnoit-il l'erreur qui s'étoit glissée dans la mesure de Snellius. Quoi qu'il en soit, il est certain qu'après les travaux de M. Picard, et des académiciens qui ont décidé la fameuse question de la figure de la terre, il ne s'est rien fait de plus exact. Blaeu mesura trigonométriquement un très-grand arc du méridien, et détermina la différence de latitude des extrémités, avec un secteur de douze degrés, portion d'un cercle de quatorze pieds de rayon (1). Aussi l'exactitude de sa mesure répond elle aux soins qu'il se donna. C'est le témoignage qu'en rend M. Picard (2) : cet exact observateur allant à Uranibourg, et passant par Amsterdam, y vit le manuscrit de Blaeu entre les mains d'un de ses descendans, et il nous apprend que sa mesure ne différoit de la sienne propre que de soixante pieds du Rhin. Ceci doit nous donner une grande idée de la dextérité de Blaeu à observer, et des attentions qu'il apporta à cette opération. Guillaume Jansen Blaeu, en latin *Caesius*, qui est le nom qu'il prend dans ses écrits latins, étoit un disciple de Tycho. Il s'est fait un nom célèbre par ses travaux géographiques ; il mourut en 1638, âgé de soixante-quinze ans. Il a eu plusieurs descendans qui ont long-temps soutenu en Hollande, la haute réputation de ce nom.

Nous trouvons vers le même temps un astronome anglois qui travailla pour la troisième fois à la mesure de la terre, avec succès (3). Richard Norwood, c'est le nom de cet astronome, eut le courage de mesurer la distance de Londres à Yorck, c'est-à-dire, plus de soixante lieues, la chaîne à la main. Voici quelle étoit sa méthode. Il mesuroit la longueur des chemins, en conservant autant qu'il pouvoit la même direction : il avoit soin de déterminer en même temps par le moyen de la boussole l'angle du chemin ou de la ligne mesurée avec le méridien, aussi-bien que les angles d'inclinaison à l'horizon à chaque fois qu'il montoit ou descendoit ; après quoi il réduisoit les longueurs trouvées au plan horizontal et au méridien.

(1) *Vossius, de Scient. Math.* p. 263.

(2) *Voyage d'Uranibourg.*

(3) *Sea-man's Practice. Lond.* 165..

Il mesura enfin, en deux jours de solstice d'été, les hauteurs du soleil à Londres et à Yorck, avec un secteur de cinq pieds de rayon, et il trouva que ces deux villes différoient en latitude de 2°. 28′, d'où il conclut que le degré étoit de 367176 pieds anglois, qui font 57300 de nos toises.

Nous devons encore ranger le P. Riccioli, et son compagnon d'observations le P. Grimaldi, parmi ceux qui se sont donné de grands soins pour la mesure de la terre; mais nous ne pouvons dissimuler en même temps, qu'ils furent bien moins heureux qu'aucun de ceux qui les précédèrent dans le même siècle. Car si Snellius se trompa de deux mille toises, Riccioli, par diverses petites erreurs accumulées, se trompa de plus cinq mille. Nous croyons en appercevoir la cause : rien n'est plus pernicieux à un observateur que d'être prévenu qu'il doit rencontrer un certain résultat. Riccioli, après avoir savamment discuté les mesures anciennes, se persuada qu'il devoit trouver le degré d'environ 81000 pas romains. En conséquence on le voit toujours adopter de préférence les observations qui lui donnent une plus grande mesure. D'ailleurs on trouve la source de l'erreur énorme de Riccioli dans la nature de la méthode qu'il a employée. Loin de choisir la plus simple, la plus exempte d'élémens incertains ou difficiles à déterminer, il en emploie une qui est la plus compliquée qu'on puisse imaginer. Ce sont, par exemple, des observations de hauteurs d'étoiles prises dans un certain vertical, et près de l'horizon, dans lesquelles la réfraction est négligée et la déclinaison tirée du catalogue de Tycho, où l'on peut, sans faire tort à ce grand homme, supposer quelque erreur d'une ou deux minutes. Il entre encore dans l'opération de Riccioli des hauteurs du pôle sur lesquelles il varie lui-même; enfin je vois des triangles extraordinairement aigus, où une erreur légère sur un angle peut en occasionner une immense sur un des côtés. Cette incertitude jointe à la préoccupation où il étoit que le degré devoit contenir environ 81000 pas romains, ou soixante-quatre à soixante-cinq mille pas de Boulogne, lui fournit en effet le moyen de prolonger sa mesure de telle manière qu'il porte enfin le degré à 64363 pas, qui reviennent à 62650 toises de Paris, c'est-à-dire, plus de cinq mille toises au-dessus de sa vraie grandeur. On peut voir dans le livre *de la grandeur et de la figure de la terre*, par M. Cassini, une ample discussion de cette mesure. Elle confirme parfaitement ce que nous venons de dire, et qui n'est que le résultat de l'examen attentif que nous en avions fait nous-mêmes sur l'ouvrage de Riccioli.

Tout le monde sait, que depuis ce temps, il y a eu de nombreuses mesures du degré du méridien sous diverses latitudes,

et en différentes parties du monde ; ce n'est pas ici le lieu d'en parler. Ces opérations célèbres exigent un article à part, que l'on trouvera dans la suite de cet ouvrage.

I X.

Il est peu d'observations plus rares que celles dont nous avons à parler dans cet article. L'une, savoir celle du passage de Mercure sous le soleil, ne peut avoir lieu qu'un petit nombre de fois dans un siècle. Depuis l'année 1631, que fut faite la première observation de cette espèce, on n'a pu la réitérer que quinze fois. Mais celle du passage de Vénus sous le soleil est bien plus rare. Un siècle est un espace trop court pour la voir répéter, et depuis l'année 1639, qu'on la fit pour la première fois, les astronomes n'avoient point eu le plaisir de la réitérer jusqu'en 1761. Donnons d'abord une idée de l'utilité de ces sortes de passages, en commençant par ceux de Mercure.

Les observations de Mercure sont si rares, et se font dans des endroits si désavantageux, que tant qu'on n'a eu que la manière ordinaire de l'observer, on ne pouvoit avoir trop de défiance sur la justesse de la théorie de cette planète. Mais son passage sous le soleil offre le moyen de déterminer avec beaucoup d'exactitude deux des élémens principaux de cette théorie, savoir la position des nœuds et l'inclinaison de l'orbite à l'écliptique. En effet, il est visible que Mercure ne peut passer sous le disque du soleil, qu'aux environs de ces nœuds. Mais tandis qu'il passera sous ce disque, et qu'il paroîtra le traverser sous la forme d'une tache noire, on pourra avoir à chaque instant, et sur-tout à son entrée et à sa sortie, sa position à l'égard de l'écliptique, c'est-à-dire, sa longitude et sa latitude. Or ces choses étant données, rien n'est plus facile que de déterminer sur l'écliptique le point où sa route prolongée la rencontre, et l'angle qu'elles forment entr'elles. On aura donc le nœud voisin du lieu de l'observation, et l'angle de l'écliptique avec l'orbite de la planète.

L'importance de l'observation qu'on vient de décrire, avoit engagé Kepler dès le commencement du siècle, à guetter, pour ainsi dire, Mercure sous le soleil, et il avoit cru l'y appercevoir le 28 mai de l'année 1607 (1). Ayant reçu ce jour-là l'image du soleil dans la chambre obscure, il y avoit vu une tache noire qu'il avoit prise pour Mercure, conformément au calcul qu'il avoit fait d'après une fausse position des nœuds.

(1) *Mercurius in sole*, &c. *Lips.* 1609, *in*-4°.

Il

Il avoit annoncé son observation en 1609; mais aussitôt après la découverte des taches du soleil, il vit qu'il s'étoit trompé, et il reconnut que ce qu'il avoit pris pour Mercure dans le soleil, n'étoit qu'une tache qui se trouvoit par hasard alors sur le disque de cet astre. C'est le jugement qu'on doit aussi porter de quelques autres observations semblables, faites dans des siècles antérieurs, comme celle que Lycosthène rapporte à l'an 778, celle de l'anonyme historien de Louis le débonnaire, faite l'an 807, et une troisième attribuée à Averroès. Kepler ayant reconnu son erreur, rectifia sa théorie sur de nouvelles observations, et enfin avertit en 1629 les astronomes, de se préparer à observer Mercure sous le soleil le 7 novembre de l'année 1631. Il annonçoit un passage semblable de Vénus pour le 6 décembre de la même année. A la vérité, ce dernier devoit arriver durant la nuit à l'égard de l'Europe; mais Kepler ne se tenoit pas assez sûr de ses calculs, pour oser prononcer qu'il ne seroit pas visible dans cette partie de la terre.

Un grand nombre d'astronomes se tinrent prêts à l'observation de Mercure; mais peu furent assez heureux pour la faire. Tous ceux qui se contentèrent d'introduire dans la chambre obscure l'image du soleil, comptant y appercevoir Mercure, furent frustrés de leur attente. Il n'y eut que ceux qui se servirent du télescope pour contempler immédiatement le soleil, ou pour former son image, qui apperçurent cette petite planète. Tels furent Gassendi à Paris; le P. Cysatus, jésuite à Inspruk; Jean Remus Quietanus, médecin et mathématicien de l'empereur Mathias, en Alsace, et un anonyme à Ingolstadt. Nous ne connoissons aucune circonstance des observations des trois derniers; ainsi nous nous bornerons au récit de celle du premier, après quelques détails historiques sur sa vie, sa personne et ses écrits mathématiques.

Le célèbre Gassendi est communément moins connu comme astronome que comme philosophe, et comme ayant tenté de ressusciter la philosophie Epicurienne; non cependant cette philosophie impie et absurde qui attribue au hasard l'origine de l'Univers et de tous les êtres, qui fait consister le bonheur dans les plaisirs des sens; mais celle qui admet les atômes, le vuide, &c. et dont plusieurs dogmes sont assez conformes à ceux de la physique moderne. Il étoit né dans le territoire de Digne, d'un père qui n'etoit qu'un bon laboureur, et qui ne le vit pas sans peine se jetter dans la carrière des sciences. Après plusieurs années de séjour, tant à Aix qu'à Digne, où ses amis, M. de Peiresc, M. Gauthier, prieur de la Valette, l'un et l'autre amateurs de l'astronomie et observateurs, lui procurèrent la première dignité de son chapitre, il vint à Paris,

où il s'étoit déja fait un grand nom, par ses divers écrits astronomiques et physiques. Le cardinal de Richelieu l'y fixa en l'engageant à accepter une chaire de professeur royal, qu'il remplit jusqu'à sa mort, arrivée en 1655. Il eut de violentes prises avec Morin, grand partisan de l'astrologie judiciaire, et ennemi enragé du dogme de la terre mobile; mais on en peut voir l'histoire dans le récit des contestations qu'éprouva le systême de Copernic.

Les principaux écrits mathématiques et astronomiques de Gassendi, sont les suivans; 1°. *De apparente magnitudine solis humilis ac sublimis* (Paris, 1642, in-4°.; *Operum*, t. 3.); 2°. *Institutio astronomica*, *anno* 1647, *edita* (Opp. t. 4.); 3°. *De rebus celestibus commentarii seu observationes*, *ab anno* 1618, *ad annum* 1652, *habitae* (Opp. t. 4). On trouve ici des observations de toute espèce, éclipses, conjonctions de planètes, appulses de la lune à des fixes, &c., &c. On y voit les noms de ses co-observateurs, tant de Paris que de province et des pays étrangers. Tels étoient le prieur de la Valette; le célèbre Peiresc; un M. Tondu, d'Avignon; un juif, Rabbi Salomon Asobi, à Carpentras; M. de Valois, trésorier de France à Grenoble, et le jardinier Feronce à Vizile; un M. Gringallet, Genevois ou Savoisien, ancien élève et calculateur de Kepler; M. l'Huillier, receveur général des finances à Paris; les P. Agathange et Michelange, capucins au Caire et à Alep, &c. 4°. *De Mercurio in sole viso et venere invisa* (Paris. 1631, in 4°. Opp. t. 3). 5°. *De motu impresso à motore translato* (Paris. 1642). 6°. *De novem stellis circa jovem visis à P. Rheita* (Paris. 1641, ibid.). 7°. *Proportio gnomonis ad umbram solsticialem Massiliae observata* (ibid.). 8°. *Ad P. Casraeum de Acceleratione gravium epistolae tres* (Paris. 1646, in-4°. Opp. t. 4). 9°. *Tychonis Brahaei vita, &c. Accessit Nic. Copernici Purbachii et Regiomontani vita* (Paris. 1654. Hag. Com. 1655, in-4°. Opp. t. 5). 10°. *Epistolae variae* (Opp. t. 6). Après cette notice sur la personne et les écrits de Gassendi, nous revenons à sa célèbre observation.

Il s'en fallut peu que le mauvais temps ne le privât du plaisir de la faire. Le ciel fut couvert tous les jours précédens; enfin celui qui étoit annoncé par Kepler, étant venu, les nuages cessèrent. Gassendi qui guettoit l'instant où le soleil se découvriroit, tourna aussitôt son télescope vers cet astre, et n'y apperçut qu'une petite tache noire et ronde, déjà assez avancée sur son disque. La petitesse de cette tache lui fit d'abord méconnoître Mercure, car on s'attendoit à lui trouver environ deux minutes de diamètre; mais peu de temps après, la rapidité de son mouvement ne lui permit plus de douter que ce ne fût Mercure, et

il se hâta de déterminer sa route sur le disque solaire, avec l'instant et l'endroit de sa sortie. Il trouva que son centre étoit sur le bord de ce disque, à dix heures vingt-huit minutes du matin, et il détermina la conjonction à sept heures cinquante-huit minutes, dans le quatorzième degré trente-six minutes du Scorpion. Il conclud le moment de l'entrée à cinq heures vingt-huit minutes du matin; et le lieu du nœud voisin au quatorzième degré cinquante-deux minutes du signe ci dessus, au lieu du quinzième degré et vingt minutes où le plaçoit Kepler. Gassendi mesura enfin le diamètre apparent de Mercure, et ne l'estima que de vingt secondes. Il forma dès lors la conjecture que celui de Vénus n'excédoit pas de beaucoup une minute, ce que l'événement vérifia en 1639. A l'égard de Vénus, dont nous avons vu que Kepler annonçoit le passage pour le 6 de décembre de la même année; il n'arriva pas. Gassendi l'attendit inutilement plusieurs jours avant et après celui indiqué par Kepler; c'est pourquoi il intitula la narration qu'il fit de son observation *de Mercurio in sole viso et Venere invisa.* Cet écrit parut en 1632, avec une réponse savante de Schickard, qui étoit lui-même un observateur adroit et assidu, professeur de mathématiques et des langues orientales à Tubinge. Ses observations ont été recueillies par Lucius Barretus ou Albert Curtius (Kurtz), et insérées dans son *Historia celestis* à la suite de celles de Tycho.

Le phénomène dont nous venons de parler, arriva de nouveau en 1651; mais il ne fut observé que d'un seul mortel. On vit à cette occasion un exemple d'un grand zéle pour l'astronomie. Jérémie Shakerley, anglois, ayant calculé le moment du passage de Mercure sous le soleil, et ayant trouvé qu'il ne seroit visible qu'en Asie, s'embarqua pour Surate, où en effet il l'observa le 3 novembre, à six heures quarante minutes du matin, c'est-à-dire, à une heure cinquante minutes du mériden de Paris. Il informa ses amis du succès de son observation, et c'est d'eux que nous la tenons; car il mourut aux Indes, victime de son amour pour l'astronomie. On a de lui des tables intitulées : *Tables britanniques*, qu'il publia vers 1647, in 8°., et qui sont calculées d'après les hypothèses et observations d'Horoxes, dont nous allons parler (1).

Depuis ce temps, les astronomes ont été témoins de plusieurs autres passages semblables de Mercure sous le soleil. Il y en a eu en 1661, 1664, 1674, 1677, 1690, 1697, 1707, 1710, 1723, 1736, 1740, 1743, 1753, 1756, 1769, 1786, 1789; et

(1) *Sherburn dans l'appendix à sa sphère de* Manilius, *en vers anglois*, p. 92.

le plus prochain que nous puissions attendre, est celui du 7 mai 1799. Comme nous nous proposons de traiter avec quelqu'étendue la théorie de ces passages, nous nous bornerons ici à ce qu'on vient de lire.

Les mêmes raisons qui faisoient désirer aux astronomes de voir Mercure sous le soleil, rendoient aussi très-important un passage de Vénus sous cet astre. Kepler l'avoit annoncé pour l'année 1631 : mais comme nous l'avons dit, il n'eut pas lieu ; et même on sait aujourd'hui qu'il n'eut lieu pour aucun endroit de la terre, Vénus ayant passé à plus de 16′ du centre du soleil. Il ne fut donc point observé, et Kepler ayant prononcé qu'il n'y en auroit point d'autre durant tout le reste du siècle, les astronomes laissoient à leurs successeurs le plaisir de ce rare spectacle.

Kepler se trompoit néanmoins, et ce fut un jeune astronome confiné dans le fond de l'Angleterre, presque destitué de secours et d'instrumens, qui s'en apperçut, et qui fit le premier cette observation si rare et si précieuse. Il se nommoit Horoxes ; né dans le comté de Lancastre de parens peu riches, il avoit pris le goût de l'astronomie vers 1633. Mais privé de secours et de livres, il commençoit à se rebuter, lorsqu'il fit connoissance avec un autre jeune astronome de son voisinage, nommé *Guillaume Crabtree*, qui éprouvoit presque les mêmes difficultés. Le commerce de lettres qu'ils lièrent sur des matières astronomiques, leur donna à l'un et à l'autre un nouveau courage. Ils se procurèrent des livres et des instrumens, et aidés des seules lumières qu'ils se communiquoient mutuellement, ils firent d'importantes corrections dans la théorie des planètes. Horoxes avoit été d'abord séduit par les magnifiques promesses de Lansberge, et les pompeux panégyriques de quelques adulateurs, qu'on lit à la tête de son ouvrage. Le premier fruit de sa liaison avec Crabtree fut de concevoir de grands soupçons contre cet astronome, et ils se tournèrent bientôt en certitude : il vit que ses hypothèses étoient vicieuses, que les observations sur lesquelles il les appuyoit, étoient ou falsifiées, ou pliées d'une manière qui approchoit de la mauvaise foi ; enfin que Kepler et Tycho Brahé étoient injustement et indignement dégradés. Il revint à ces deux restaurateurs de l'astronomie, dont il fit une excellente apologie contre Lansberge (1), et adoptant les idées de Kepler, il ne s'attacha plus qu'à rectifier sa théorie dans les points où elle étoit encore défectueuse. Il fit entr'autres diverses remarques très-importantes sur la théorie de la lune, et l'hypothèse qu'il proposa pour

(1) *Astronomia Kepleriana defensa et promota.* Voyez ses *Opera posthuma.*

satisfaire à ses mouvemens, a paru à M. Flamsteed la plus exacte qui eût encore été imaginée ; de sorte que ce célèbre astronome n'a pas dédaigné de calculer les tables qu'Horrocius n'avoit pas eu le temps de dresser d'après son hypothèse (1). On en parlera en rendant compte des efforts des astronomes pour perfectionner cette théorie. Revenons à l'observation célèbre que nous avons annoncée plus haut.

Ce fut un hasard qui donna lieu à Horoxes de s'appercevoir que la conjonction inférieure de Vénus qui devoit arriver vers la fin de 1639, seroit visible. Ayant remarqué que les tables de Lansberge, quoique fort défectueuses à d'autres égards, l'annonçoient telle, il voulut examiner ce que donnoient celles de Kepler ; et il trouva, à son grand étonnement, qu'elles l'annonçoient aussi comme visible pour le 4 décembre, nouveau style. En ayant égard à quelques corrections qu'il avoit trouvé nécessaires, il détermina le moment de la conjonction à cinq heures cinquante-sept minutes du soir du 4 décembre, avec une latitude australe de dix minutes. Il informa aussitôt son ami Crabtree de cette importante découverte, et pour lui il se mit à observer le soleil dès la veille du jour annoncé par le calcul : enfin le soir de ce jour, comme il retournoit de l'office divin, dont la décence, dit il, ne lui permettoit pas de s'absenter pour un pareil sujet, il vit Vénus qui ne venoit que d'entrér dans le disque du soleil dont elle touchoit le bord. Il étoit alors trois heures quinze minutes du soir. Il mesura aussitôt la distance de Vénus au centre du soleil, ce qu'il réitéra à diverses reprises durant le peu de temps qu'il put jouir de ce spectacle. Car le soleil se coucha à trois heures cinquante minutes, de sorte que la durée de l'observation ne fut que de trente-cinq minutes. L'ami d'Horoxes la fit aussi, et c'étoient jusqu'en 1761 les seuls mortels qui eussent vu Vénus dans ces circonstances.

Quoique le lieu où observoit Horoxes, ne lui ait permis de jouir du spectacle de Vénus sous le soleil, que bien peu de temps, l'astronomie n'a pas laissé de tirer un grand fruit de cette observation. Il détermina en effet par son moyen avec beaucoup plus d'exactitude qu'on n'avoit encore fait, la position des nœuds, et divers autres élémens du mouvement de cette planète. Il trouva d'abord que la conjonction étoit arrivée à cinq heures cinquante-cinq minutes du soir, au lieu de cinq heures cinquante sept minutes, que donnoit le calcul, et que la latitude de Vénus à ce moment n'avoit été que de huit minutes trente-une secondes, au lieu de 10′, d'où il conclut qu'il falloit placer les nœuds au 30°. 22′. 45″ du sagittaire et

(1) *Lunae theoria nova.* Voyez ses *Opera posthuma.*

des gémaux, au lieu de 13°. 31′. 13″, où les plaçoit Kepler; que l'inclinaison de l'orbite à l'écliptique étoit de 3°. 24′ ou 25′; enfin que de toutes les tables alors connues, les Rudolphines étoient celles qui approchoient le plus de la vérité. Horoxes écrivit sur ce sujet un excellent traité intitulé : *Venus in sole visa*, auquel nous renvoyons pour le surplus des conséquences qu'il tire de son observation. Il n'eut pas le plaisir de le publier; il finissoit à peine de le mettre en ordre, qu'il mourut presque subitement le 15 janvier de l'an 1641. Ce précieux ouvrage, et divers autres écrits d'Horoxes, restèrent près de vingt ans enfouis dans l'obscurité, jusqu'à ce qu'ils tombèrent dans les mains d'une personne capable de les apprécier. Huygens se procura une copie du traité ci-dessus, et en fit part à Hevélius, qui le fit imprimer en 1661, avec son observation du passage de Mercure arrivé cette année. Ce qu'on a pu tirer du reste de ces précieux écrits, a vu le jour en 1678, par les soins du D. Wallis, et de la société royale de Londres, sous le titre de *Horoccii opera posthuma* (Lond. 1678, in-4°.). On y trouve indépendamment de sa défense de Kepler, sa correspondance avec Crabtrée, et leurs observations mutuelles; sa nouvelle théorie de la lune avec deux pièces intéressantes de Flamsteed, l'une sur l'équation du temps, l'autre sur le calcul des mouvemens lunaires, d'après la nouvelle théorie de Horoxes. Quant à Crabtree, il suivit de près son ami, également à la fleur de son âge. Il périt, à ce qu'on conjecture, de même que Gascoigne auquel les Anglois attribuent la première invention du micromètre, dans les guerres civiles qui désolèrent l'Angleterre vers ce temps. Telle est l'histoire de la première observation de ce phénomène célèbre. Il a fallu attendre jusqu'en 1761, pour le voir se renouveler, et depuis on l'a vu encore en 1769. Mais n'anticipons point ici sur l'histoire de cette observation fameuse qui sera traitée dans la suite de cet ouvrage, avec l'étendue qu'exige le sujet.

X.

On peut diviser l'astronomie en deux parties, l'une purement mathématique, l'autre physique; l'une qui travaille à représenter et assujettir au calcul les mouvemens célestes, l'autre qui tâche d'en assigner les causes et le mécanisme. Il n'y a proprement que la première qui soit de notre plan, et nous pourrions par cette raison légitimement nous dispenser d'entrer dans l'examen du système Physico-Astronomique de Descartes, qui appartient tout entier à la seconde. Mais la célébrité de ce système nous impose en quelque façon la loi d'en parler et de le discuter.

Sans entrer dans le détail du Roman physique de Descartes, j'appelle ainsi la manière dont il conçoit la formation de ses trois élémens, je me borne à dire qu'il fait de notre système planétaire comme un vaste tourbillon au milieu duquel est le soleil. Les diverses parties de ce tourbillon se meuvent avec des vîtesses inégales, et entraînent les planètes qui y sont plongées, et qui y nagent dans des couches d'une densité égale à la leur. Les planètes qui ont des satellites, sont elles-mêmes placées au centre d'un tourbillon plus petit qui nage dans le grand. Les corps plongés dans ce petit tourbillon, sont ces satellites, et s'y meuvent suivant les mêmes lois que les planètes principales autour du soleil.

Tel est en peu de mots le système céleste de Descartes : rien n'est plus simple, plus intelligible, et plus satisfaisant du premier abord ; de sorte qu'on ne doit point être surpris que l'idée en ait extrêmement plu à son auteur, et qu'elle ait même encore aujourd'hui des partisans qui ayent peine à s'en détacher. Mais ce n'est pas toujours sur ce premier coup-d'œil qu'on doit se déterminer en faveur d'une opinion physique. Il faut qu'une hypothèse satisfasse aux phénomènes; c'est là la pierre de touche à laquelle il faut l'éprouver ; et nous le disons avec regret, celle de Descartes ne soutient pas cette épreuve. Les remarques suivantes vont le montrer.

1°. On sait que les mouvemens des planètes sont elliptiques; il faut donc que les couches des tourbillons le soient aussi. Mais quelle en sera la cause? Descartes l'attribue à la compression des tourbillons voisins. Si cela étoit, il faudroit que toutes les orbites des planètes fussent alongées du même côté, ce qui n'est pas. Il y a plus, il semble que le soleil devroit occuper le centre commun de toutes les orbites, et non leurs foyers. Enfin il est évident que si cet alongement des tourbillons étoit l'effet de la compression latérale des tourbillons voisins, la matière céleste qui circuleroit près du centre s'en ressentiroit le moins ; de sorte que l'orbite de Mercure seroit la moins excentrique de toutes. Or c'est tout le contraire, ainsi il est nécessaire de rejetter entièrement ce mécanisme.

2°. Quoique Descartes ne s'explique pas positivement sur ce qui entretient ce mouvement de tourbillon, il est assez évident qu'il a pensé, ou que la révolution de la planète centrale en étoit la cause, ou au contraire que ce mouvement étoit celle de la circonvolution de cette planète; mais on va faire voir qu'on ne peut dire ni l'un ni l'autre. En effet, il est d'abord facile d'appercevoir que toutes les planètes devroient faire leur révolution dans l'équateur, ou parallèlement à l'équateur de la planète centrale. Or, on sait qu'il n'y en a aucune parmi les prin-

cipales, qui n'ait son orbite incliné à l'équateur solaire ; la lune tourne aussi autour de la terre, sans paroître avoir aucun rapport physique à l'équateur terrestre. En second lieu, si la rotation de la planète centrale produisoit le mouvement de tourbillon, ou en étoit produite, la couche du tourbillon contigu à la planète auroit la même vîtesse qu'elle, ce qui ne sauroit se concilier avec la fameuse loi de Kepler. Le calcul en est facile à faire ; l'on trouve, par exemple, que pour que cette loi eût lieu, la vîtesse de la couche contigue au soleil devroit faire sa révolution en un tiers de jour environ ; cependant le soleil ne fait la sienne qu'en vingt-cinq jours et demi ; sa rotation devroit donc être accélérée, jusqu'à ce qu'il eût pris un mouvement convenable à la loi du tourbillon, ou bien il la détruiroit. Les planètes qui ont des satellites autour d'elles, comme la Terre, Jupiter et Saturne, fournissent des objections encore plus insolubles, parce qu'elles ne laissent lieu à aucun subterfuge, tel que quelque partisan obstiné des tourbillons pourroit en imaginer pour affranchir le soleil de cette communication du mouvement.

3°. Les Physiciens qui, à l'aide de la géométrie, et d'une saine théorie d'hydrodynamique, ont examiné le mouvement que pourroit prendre un tourbillon, n'ont jamais pu le concilier avec la règle de Kepler. M. Neuton a traité cette matière à la fin du second livre de ses Principes, et trouvoit que dans un tourbillon cylindrique, c'est-à-dire engendré par un cylindre tournant rapidement autour de son centre, les temps périodiques des couches devroient être comme les distances à l'axe, et que dans le tourbillon sphérique, c'est-à-dire engendré par le mouvement d'une sphère centrale, les temps périodiques des couches seroient comme les quarrés des distances aux centres, tandis que suivant la loi de Kepler, ils devroient être comme les racines quarrées des cubes de ces distances. Il est vrai que Bernoulli (1) a remarqué dans la suite, que Neuton n'avoit pas eu égard dans cette détermination à quelques élémens qui devoient y entrer, et il a cru trouver que les couches d'un tourbillon sphérique dans lequel on supposeroit la densité en raison inverse de la racine quarrée de la distance au centre, auroient des mouvemens tels que les quarrés des temps périodiques seroient comme les cubes des distances. Il explique aussi l'excentricité des planètes par un mouvement d'oscillation combiné avec le mouvement circulaire du tourbillon. Mais M. d'Alembert examinant avec soin le calcul de Bernoulli, a trouvé (2)

(1) *Nouvelles pensées sur le système de Descartes*, discours couronné par l'Académie en 1730.

(2) *Traité des Fluides*, pag. 385 et suiv.

que

que ce grand homme s'étoit trompé, en négligeant une partie constante d'intégrale, qui change totalement le résultat. Or, en ayant égard à cette constante, il montre qu'un tourbillon, soit cylindrique, soit sphérique, ne sauroit subsister, à moins que toutes ses couches ne fassent leurs révolutions dans le même temps, et qu'il ne soit infini, ou bien circonscrit par des bornes impénétrables, comme seroient les parois d'un vase. On peut encore renverser tout l'édifice de Bernoulli par une remarque qu'ont faite MM. Daniel Bernoulli et d'Alembert. C'est que pour qu'un tourbillon de matière fluide puisse subsister, il faut que la force centrifuge d'une partie quelconque de volume donné, prise dans quelque couche que ce soit, ne soit pas plus grande que celle d'une partie égale prise dans la couche supérieure. Ce ne seroit point assez, comme quelques philosophes partisans des tourbillons l'ont pensé, que l'effort total d'une couche ne l'emportât point sur l'effort total de celle qui la suit; car si l'on mettoit dans un vase des fluides diversement mélangés, suffiroit-il que la pesanteur totale d'une couche ne surpassât point celle de l'inférieure, pour que cet ordre fût permanent ? non, sans doute. Aucun hydrostaticien ne disconviendra que s'il y a inégalité dans quelqu'endroit, la portion prévalente de la couche supérieure enfoncera l'inférieure, et ne cessera de descendre, qu'elle n'ait trouvé une résistance égale; ainsi il en doit être de même dans l'hypothèse des tourbillons. Or dans celui de Bernoulli, si nous négligeons l'inégalité de densité, nous trouvons que l'effort centrifuge croît réciproquement comme le quarré du rayon; et si nous avons égard à la densité qu'il suppose en raison réciproque de la racine de la distance au centre, on trouve que cet effort centrifuge est en raison inverse de la puissance du rayon dont l'exposant est $\frac{5}{2}$; d'où il est évident que cet effort va toujours en croissant de la circonférence au centre. C'est comme si l'on prétendoit arranger dans un vase plusieurs fluides d'inégale pesanteur spécifique, de manière que le plus léger occupât le fond. Quand même les couches iroient en décroissant de volume, afin que l'effort total de chacune ne l'emportât point sur celui d'une autre, rien n'empêcheroit le mélange. La plus pesante spécifiquement iroit au fond, à moins que ce ne fussent des fluides d'une très grande ténacité.

M. Bouguer (1) nous fournit deux autres objections pressantes contre le sentiment de M. Bernoulli. La première est celle-ci : en faisant tourner une couche sphérique du tourbillon comme il le suppose, on établit une sorte d'équilibre entre les diffé-

(1) *Entretiens sur l'inclinaison des orbites des planètes.* Eclair. p. 89.

rentes parties du tourbillon dans le sens du rayon du parallèle, ou si l'on veut, du rayon même du tourbillon. Mais il n'y en a aucun dans la direction perpendiculaire à ce rayon ; toutes les parties tendent à remonter vers l'équateur sans être contre-balancées par un effort contraire et égal, ce qui ne peut manquer de mettre le désordre dans ce tourbillon, et de le détruire. Il semble même suivre de là qu'un tourbillon sphérique est absolument impossible ; aussi ce paroît être le sentiment de M. d'Alembert dans l'ouvrage que nous avons cité plus haut. La seconde des objections dont nous venons de parler, regarde la manière dont M. Bernoulli conçoit que les planètes décrivent des orbites elliptiques. M. Bouguer montre, dans un mémoire inséré parmi ceux de l'académie en 1731, que les deux portions de courbe que décriroit la planète par ses oscillations de l'aphélie au périhélie, ne sauroient être égales et semblables.

On a encore de Jean Bernoulli une autre pièce que celle que nous avons citée plus haut, et dans laquelle en admettant les tourbillons cartésiens avec les changemens imaginés dans la première, il prétend déduire l'inclinaison des orbites des planètes à l'équateur solaire, des seules lois de l'impulsion communiquée à ces planètes par le tourbillon. Mais comme il y prend pour principe, que chaque planète, la terre par exemple, est un sphéroïde alongé, et que le contraire est aujourd'hui une vérité constante, il en résulte que son tourbillon et tous ses raisonnemens, quelque spécieux qu'ils paroissent, sont plus ingénieux que solides.

M. Leibnitz, dans un écrit inséré dans les Actes de Leipsick, et intitulé *Tentamen de motuum celestium causis*, tentoit de concilier les tourbillons avec les phénomènes d'une autre manière. Il supposoit dans les différentes couches du tourbillon, une vîtesse en raison réciproque des distances, et ensuite combinant la translation circulaire de la planète dans ces différentes couches, avec sa force centrifuge et une force centrale qui la poussoit ou l'attiroit vers le soleil, il réussissoit à montrer que, si cette dernière étoit en raison inverse du quarré de la distance, la planète décriroit des aires égales en temps égaux, et une ellipse ayant le soleil à son foyer ; mais il y a contre ce système autant de difficultés à opposer que contre le précédent.

Premièrement, un tourbillon tel que le conçoit M. Leibnitz, ne sauroit subsister ; car la force centrifuge de chaque particule de matière y croîtroit à mesure qu'on s'approcheroit du centre. 2°. Ce mécanisme satisfait, à la vérité, au mouvement d'une planète seule considérée dans les diverses parties de son orbite ; mais si l'on compare deux planètes différentes, on trouvera que la loi de Kepler exige une circulation différente de celle

que suppose M. Leibnitz. Il faudroit que le tourbillon fût comme partagé en diverses couches d'une épaisseur considérable, et isolées entr'elles, dans chacune desquelles les vîtesses moyennes seroient réciproquement comme la racine quarrée de la distance, tandis que les diverses couches de chacune auroient des vîtesses réciproques aux distances elles-mêmes. Or cela ne sauroit être admis, à moins d'introduire dans la physique la licence des hypothèses les plus arbitraires. 3°. Je remarque encore que le tourbillon supposé par M. Leibnitz, est entièrement inutile. Car la seule force qu'il employe, avec ce qu'il appelle l'*effort paracentrique* de la planète, qui n'est que l'attraction neutonienne déguisée, suffit pour faire décrire des orbites elliptiques.

Nous n'accumulerons pas davantage de réflexions contre le système des tourbillons; celles que nous venons de faire ne nous paroissent laisser aucune réponse aux partisans de ce système. Quelqu'arrangement qu'on imagine dans les couches et dans les vîtesses de ces tourbillons, on ne peut venir à bout de les concilier avec toutes les lois de l'hydrostatique et de la mécanique. En vain MM. Villemot (1), de Molières (2), de Gamaches (3), et l'auteur de la *Théorie des Tourbillons* (4), partisans célèbres de ce système, ont-ils épuisé tout leur art à en combiner toutes les parties, à imaginer de nouveaux mouvemens, à se corriger les uns les autres; à prévenir enfin les objections et à y répondre, c'est un édifice que toute l'habileté de ses architectes ne peut soutenir. Tandis qu'on le répare d'un côté, il menace ruine et croule effectivement d'un autre. Nous ne pouvons même nous empêcher de témoigner ici notre étonnement de voir M. de Fontenelle, l'ingénieux rédacteur de l'Histoire de l'académie des sciences, publier ou laisser publier cette *Théorie des Tourbillons.* Car de plusieurs questions qu'il y fait, on pourroit inférer qu'il n'avoit pas même une idée du mécanisme et de la nature des forces centrales; c'étoit cependant le même homme qui avoit fait tant d'extraits agréables et excellens des mémoires de l'académie sur ce sujet. Aussi aimai je à croire que c'étoit un ouvrage de sa première jeunesse, ouvrage qu'il n'avoit pu se résoudre à condamner aux flammes, et que la suggestion de quelques amis, cartésiens incorrigibles, avoient arraché à la foiblesse de l'âge; car M. de Fontenelle avoit alors quatre-vingt-quinze ans.

Mais admettons pour quelques instans, que le système des

(1) *Nouvelle explication du mouvement des planètes. Lyon.* 1700.

(2) *Leçons de Physique. Paris.* 1733, *in*-12. *Mém. de l'Acad.* 1733.

(3) *Astron. Physique, &c. Paris,* 1740, *in* 4°.

(4) *Paris*, 1753.

tourbillons fût compatible avec les phénomènes que nous observons, et les lois connues de la mécanique, sa cause n'en seroit guères meilleure. Nous avons des preuves positives, qu'on ne sauroit admettre dans les espaces célestes aucune matière résistante, du moins sensiblement. Il est certain aujourd'hui que les comètes traversent ces espaces dans tous les sens, sans éprouver dans leur mouvement aucune altération apparente; c'est ce qu'on établira en rendant compte du système moderne sur ces astres d'une espèce singulière; et cela est si bien reconnu, que depuis presque le commencement de ce siècle, tous les partisans des tourbillons n'ont rien oublié pour ôter à la matière dont ils les composent toute résistance (1). Ils ont imaginé pour cet effet, les uns un fluide infiniment peu dense, les autres un fluide infiniment divisé, et ils ont cru satisfaire pleinement à l'objection. Mais, à notre avis, rien n'est plus foible, et plus mal combiné que cette réponse. En admettant leur supposition, savoir que ce fluide ne résistera pas, ou ne résistera qu'infiniment peu, de quel usage peut-il être, ou pour imprimer aux planètes le mouvement qu'ils en dérivent, ou pour en déduire la cause de la pesanteur? Un fluide qui ne résiste point, ou infiniment peu, n'est capable que d'une action infiniment petite. Quant à la prétention de ceux qui veulent qu'un fluide infiniment atténué, ne présentera aucune résistance aux corps qui le traverseront, indépendamment de la réponse ci-dessus, nous ne pouvons nous empêcher de remarquer que rien n'est plus gratuit et plus contraire aux lois de la mécanique. Ces lois nous apprennent que la résistance, tout le reste étant égal, est proportionnelle à la masse à déplacer, quelle que soit sa figure et sa division. Sur cela nous indiquerons, afin d'abréger, les excellentes réflexions de M. Bouguer, dans ses *Entretiens sur la cause de l'inclinaison des orbites des planètes*.

XI.

Avant que de terminer ce livre, il nous faut faire mention de quelques astronomes dont nous n'avons rien dit encore. Nous commencerons par Longomontanus (2), dont le nom est célèbre par le système mi-parti de ceux de Copernic et de Tycho, dont on le fait auteur mal à propos; car ce système est plus ancien,

(1) Voyez M. Bernoulli, *dans les Pièces citées*; M. de Molières, *Leçons Physiques*, leç. V; M. de Gamaches, *Astron. Phys. &c*, Ve. Diss.

(2) Né en 1562, à Langberg en Danemarck, d'où lui est venu son nom, et mort en 1647, professeur d'astronomie à Copenhague.

et semble être l'ouvrage de Raymard Ursus Dithmaisus, comme nous l'avons dit ailleurs (1). Longomontanus est l'auteur de divers ouvrages mathématiques, entr'autres de l'*Astronomia Danica*, imprimée pour la première fois en 1621, et de nouveau en 1640. Les hypothèses qu'il y employe sont proprement celles de Tycho, de sorte qu'on lui a l'obligation de nous avoir transmis les idées de ce célèbre astronome. Mais c'est-là son principal mérite ; car il montre assez peu de discernement en préférant ces hypothèses à celles que Kepler avoit déjà établies si solidement ; aussi cet ouvrage n'a-t-il pas joui long-temps de quelque réputation parmi les astronomes. Longomontanus, parvenu à un âge avancé, ne fit plus que délirer sur la quadrature du cercle, qu'il prétendoit avoir trouvée d'après des analogies presque mystérieuses, et qu'il défendoit avec une sorte de fureur contre ceux qui tentoient de le ramener : disons pour son honneur, qu'il étoit tombé dans une espèce d'enfance.

Jean Bayer d'Augsbourg rendit, au commencement de ce siècle, un service signalé à l'astronomie, par l'exécution d'un ouvrage important. Il publia en 1603, sous le titre d'*Uranometria*, une description des constellations célestes en plusieurs planches avec leur explication et le catalogue des étoiles qu'elles contiennent. Bayer y désigne chaque étoile par une lettre grecque ou latine, dénomination qui a depuis fait comme loi parmi les astronomes. On trouve seulement à redire dans cet ouvrage, d'ailleurs digne de l'accueil qu'il reçut, que les figures y sont à l'envers, comme si étant droites pour ceux qui seroient situés au-dedans du globe céleste, on les voyoit de dehors. La cause de ce défaut est facile à reconnoître pour ceux qui sont au fait de la gravure. Bayer ne fit pas attention qu'une figure étant gravée sur la planche de cuivre telle qu'elle doit être vue, le côté droit devient le gauche sur le papier où on l'imprime ; mais ce défaut n'est pas essentiel, et cela n'empêche pas que l'*Uranometria* de Bayer ne soit encore recherchée par les astronomes, et qu'ils ne la réputent un livre précieux.

Il y eut quelques années après un compatriote de Bayer qui forma une entreprise singulière, suggérée par Bayer lui-même ; il se nommoit Jules Schiller. Ce pieux uranographe, choqué de voir le ciel rempli de personnages et d'objets appartenans à la mythologie, proposa de les changer, et de leur substituer des figures tirées de l'ancien et du nouveau Testament. Ainsi il plaça les douze apôtres dans le zodiaque ; il tira les constellations méridionales de l'ancien Testament, et les septentrionales du nouveau. Son livre est intitulé, par cette raison, *Cœlum Stel-*

(1) Volume précédent, page 662.

latum Christianum, et parut en 1627. Mais les astronomes n'ont point adopté ce bizarre projet, qui n'auroit servi qu'à jetter de l'embarras dans l'astronomie.

Lansberge (Philippe), né à Gand en 1560, se faisoit un nom vers ce temps dans les Pays-Bas ; on ne peut lui refuser des talens, et il eût pu rendre de plus grands services à l'astronomie, si au lieu d'avoir l'ambition de fonder un corps complet de cette science sur ses hypothèses propres, et de déchirer, comme il fait Tycho et Kepler, il eût mieux jugé de ces hommes célèbres et de leurs sentimens astronomiques. Il publia en 1632 son *Uranometria*, et l'année suivante ses *Tabulae Perpetuae* ; mais ses grandes promesses, et les pompeux panégyriques qu'on lit à la tête de ce dernier ouvrage, n'en ont pas imposé longtemps. On a bientôt apperçu que ces Tables vantées, comme perpétuelles, n'étoient rien moins que dignes de ce titre : on a même relevé des traits de mauvaise foi dans l'emploi qu'il fait des observations pour établir ses hypothèses, et dans le récit de celles qu'il rapporte pour les confirmer. Horoccius l'a fort maltraité dans son apologie de Kepler et de Tycho, sous le titre d'*Astronomia Kepleriana defensa et promota.* Il y montre que Lansberge, par l'envie de contredire et de rabaisser ces deux hommes célèbres, tombe lui-même dans une multitude d'absurdités, de contradictions et d'embarras inutiles. Lansberge eut encore un vif adversaire dans un certain Phocylide Holwarda, qui ne contribua pas peu à démasquer sa charlatannerie et sa mauvaise foi. Un fils de Lansberge, nommé Jacques, cultiva aussi l'astronomie, et se distingua par son zèle à défendre le système de Copernic contre les Dubois, Fromond et quelques autres de ses ennemis. Ses défenses sont solides, et il y employe alternativement les armes du raisonnement et de la plaisanterie. Lansberge le père, pasteur à Goës en Zélande, mourut en 1635 ; tout le monde sait que sa célébrité a fait donner son nom à un almanach dont l'Europe est inondée chaque année, et qui est un recueil des plus plates inepties. Toutes les œuvres de Lansberge ont été recueillies en un volume *in-fol.*, et publiées en 1663 ; malgré ce qu'on vient de dire, on y trouve de fort bonnes choses.

L'astronomie eut vers cette époque, c'est-à-dire, vers 1620, dans la personne de M. de Peiresc, un Mécène auquel nous ne pouvons nous dispenser de donner ici une place. M. de Peiresc, né en 1580, étoit conseiller au parlement d'Aix. Les découvertes de Galilée sur les taches du soleil et sur les satellites de Jupiter n'eurent pas plutôt vu le jour, qu'il fit tous ses efforts pour se procurer les instrumens nécessaires, afin de les vérifier et d'en être lui-même un des témoins. Ce ne fut néanmoins

qu'avec beaucoup de peine qu'il en vint à bout ; car il étoit très difficile alors de se procurer un télescope. Ses occupations ne lui permettant pas de se livrer à l'observation continue de ces astres, il engagea M. Gautier, prieur de la Valette, à le suppléer ; ce que fit celui-ci, qui le premier détermina avec quelque exactitude les périodes des satellites. Peiresc conçut aussitôt combien leur observation pouvoit être utile aux géographes et à la détermination des longitudes, si l'on pouvoit représenter exactement leurs mouvemens dans une éphéméride. Il en écrivit à Hondius, géographe hollandois de réputation ; il établit chez lui une observatoire, et s'attacha un homme industrieux et savant, nommé Pierre Lombard, auquel il donna pour aides deux jeunes gens, l'un desquels étoit le célèbre Morin, dont nous parlerons bientôt ; Pierre Lombard voyagea dans la suite en Asie, aux frais de M. Peiresc, pour y faire l'essai de l'usage des satellites, afin de déterminer les longitudes ; mais on sent aisément que leur théorie n'étoit pas assez avancée pour en pouvoir tirer cet avantage. Peiresc apprenant dans la suite que Galilée avoit les mêmes vues, et ne voulant pas mettre la faulx dans la moisson de ce grand homme, se désista de travaux ultérieurs sur ce sujet.

Gassendi s'étant fait connoître à Aix par ses exercitations anti-péripatéticiennes, Peiresc l'accueillit, et lui voua aussitôt une tendre amitié ; il lui en donna des preuves, en lui procurant un canonicat à Digne, et ensuite la prévôté du chapitre, ce qui le mit en état de se livrer entièrement à la philosophie et aux sciences qu'il aimoit, et en particulier à l'astronomie.

Peiresc s'étoit, à l'exemple et d'après les exhortations de Gassendi, préparé à l'observation de Mercure sous le Soleil ; mais comme Kepler lui-même, ne se fiant pas trop à ses calculs, avoit invité les astronomes à guêter cette planète trois jours avant et trois jours après le moment annoncé de sa conjonction, Peiresc ne put, à cause des occupations de son état, saisir le moment heureux, ce qu'il regretta beaucoup.

Wendelin ayant désiré qu'on répétât à Marseille l'observation de l'ombre solsticiale du gnomon, faite anciennement par Pythéas, M. de Peiresc s'en chargea, et fit cette observation ; il se procura, au moyen de l'ouverture faite au toit d'un bâtiment fort élevé, l'équivalent d'un gnomon de cinquante-deux pieds d'élévation, et trouva que le rapport de la hauteur de ce gnomon à son ombre solsticiale au moment de midi, étoit de 120 à $42\frac{1}{5}$, Pythéas l'avoit trouvé de 120 à $41\frac{4}{5}$; il sembleroit donc que l'écliptique s'étoit éloignée depuis le temps de Pythéas du zénith de Marseille, et conséquemment que l'obliquité de l'écliptique à l'équateur a diminué depuis le temps de cet astronome et géo-

graphe ancien. Mais, il faut en convenir, nous connoissons trop peu les détails de l'observation de Pythéas, pour rien conclure légitimement de cette comparaison.

Nous ne disons rien ici des services que Peiresc rendit à tous les autres genres de connoissances; car tout étoit de son ressort, histoire naturelle, antiquités, physique, &c. Gassendi a donné une preuve de sa reconnoissance envers lui, en écrivant sa vie fort au long; on en a fait en françois un abrégé, qui a été publié à Paris en 176..; nous y renvoyons.

Jean-Baptiste Morin, né à Villefranche en Beaujolois en 1583, auroit pu être très-utile à l'astronomie, si par un travers d'esprit déplorable il ne se fut rendu comme le champion de l'astrologie judiciaire, et l'un des contradicteurs les plus opiniâtres de Copernic et de Galilée, en soutenant avec une sorte d'obstination enragée l'immobilité de la terre. Son livre, intitulé *Astronomia jam à fundamentis integre et exacte restituta*, &c. qu'il publia en neuf parties, entre les années 1636 et 1640, contient de fort bonnes choses. Ce qu'il dit sur l'équation du temps, qu'il fait dependre à la fois, et du mouvement inégal du soleil sur son orbite, et de l'obliquité de l'écliptique avec l'équateur, est tout-à-fait juste. Il convient cependant qu'en publiant la septième partie de son ouvrage où il traite ce sujet, il avoit commencé par se tromper, ce qui donna lieu à Bouillaud de le censurer vivement et aigrement; car son caractère vain et violent l'avoit brouillé avec tous les hommes de son temps. Bouillaud se livra même à des injures indécentes contre lui dans son *Astronomia philolaïca;* mais Morin fait voir qu'averti de son erreur, il avoit refondu cette septième partie, et en avoit fait une édition toute nouvelle, qu'il avoit envoyé à divers savans, pour être substituée à la première, ce que Bouillaud ne devoit ignorer en 1640.

La méthode de Morin pour observer les longitudes en mer est foncièrement bonne; il se trompoit seulement en ce qu'il supposoit que la théorie de la lune étoit facile à perfectionner. Il n'étoit ni assez observateur pour connoître ses anomalies multipliées, et encore moins assez géomètre et physicien pour les soumettre au calcul.

Trois querelles terribles, l'une sur les longitudes, où il avoit à demi-raison; celle sur le mouvement de la terre, où il avoit tort, et celle sur l'astrologie judiciaire, où il avoit plus que tort, occupèrent en quelque sorte tous les momens de sa vie. On a parlé des deux dernières, et l'on parlera quelque part ailleurs avec certaine étendue de la première. Il suffira ici de dire que Morin, condamné par le comité établi à l'Arsenal pour juger sa découverte, ne cessa de crier à l'injustice, et publia *factums* sur

sur *factums* contre ses juges. On voit par quelques-uns qu'il étoit spécialement ulcéré de ce que Van-Langren, cosmographe des Pays-Bas, qui avoit donné une méthode fort inférieure à la sienne, pour déterminer les longitudes en mer, avoit obtenu de Philippe III une forte pension, tandis que lui-même n'avoit reçu aucune récompense de ses travaux. Qu'auroit-il dit encore, s'il avoit vu que Van Langren a obtenu de Riccioli l'honneur d'un domicile dans la lune, tandis que ce distributeur des graces astronomiques l'a entièrement oublié. Les cris de Morin firent qu'il obtint enfin du cardinal Mazarin une pension de deux mille livres, somme assez forte pour le temps, comme encouragement à se livrer à la perfection de la théorie de la lune.

Morin eut encore de vives querelles sur ce sujet, avec un P. Duliris, missionnaire récollet, navigateur et astronome, qui prétendoit aussi déterminer les longitudes en mer par le moyen d'un globe construit d'une certaine manière, et qu'il appelloit le *globe hauturier*. Duliris avoit sans doute tort dans sa prétention; mais il ne laissoit pas de dire à Morin des vérités dures. Ce P. Duliris partageoit les astronomes en deux classes, l'une des astronomes observateurs, et l'autre de ceux qui ne font de l'astronomie que sur le papier, et qu'il appelle *papyracées*. Il rangeoit Morin dans la dernière classe, et avec quelque raison; car je ne sache pas que les fastes de l'astronomie citent beaucoup d'observations de Morin; ces deux hommes finirent pourtant par se réconcilier.

Ajoutons ici une particularité fort curieuse sur cet astronome; c'est ce qu'il rapporte dans la sixième partie de son ouvrage (pag. 210 et suiv.) : il y dit positivement qu'un soir du mois de mars 1635, étant occupé pour s'amuser à contempler avec une lunette le monde de Jupiter, il vit un ange descendant du ciel qui l'aborda, et lui tint ce langage : *A propos de quoi t'amuses-tu à ces bagatelles, une plus grande gloire t'attend, c'est de voir les étoiles fixes et les planètes en plein jour, et en présence du soleil même ; ce qui t'ouvrira un moyen naturel et nouveau de restituer l'astronomie.* L'ange s'évanouit aussitôt après, et Morin se mit à réfléchir avec une joyeuse confiance sur les moyens d'effectuer l'annonce de ce messager céleste; il raconte ensuite les gradations par lesquelles il y parvint, et comment il vit *Arcturus*, ainsi que d'autres étoiles, Vénus et les autres planètes, assez long-temps après le lever du soleil. Ce moyen d'observer est très-ingénieux, et a été mis dans la suite fréquemment en usage à l'Observatoire de Paris, surtout pour Mercure et Vénus, avec cette différence qu'au moyen de meilleurs instrumens on est venu à voir ces planètes, et même quelques fixes, le soleil étant au méridien.

Mais en voilà assez sur Morin, dont on peut déplorer avec justice que le talent ait été détourné et éclipsé par ses folles visions sur l'astrologie, par sa passion contre le système de Copernic et contre ses defenseurs qu'il ne cessa de harceler avec un ton insultant; mais ils le lui rendirent bien, et versèrent sur lui à grands flots la coupe du ridicule.

M. Bouilland tient un rang distingué parmi les astronomes et les mathématiciens du dix-septième siècle; il étoit né à Loudun en 1605. Il voyagea dans sa jeunesse, et étant venu à Paris, il y publia plusieurs ouvrages, comme son Traité *de Natura lucis* (1638), qui est de mauvaise physique; son *Philolaüs* ou *Dissertatio de vero systemate mundi* (1639); son *Astronomia Philolaïca*, *in-fol.*, dont nous parlons dans cet article. On a encore de lui les écrits suivans : *Calculus duarum Ecl. anni* 1652, *in*-4°.; *Exercit. Géom. de inscr. et circumscr. figuris, conicis sect. et prismatibus*, 1657, *in*-4°.; *De lineis spiralibus*, 1657, *in*-4°.; *Astr. Phil. fundamenta clariùs asserta*, 1657, *in* 4°.; *Ad astron. monita duo*, &c. 1667, *in*-4°.; *Opus novum de Arith. infinit. lib. VI compreh.*, *in-f.* 1683. M. Bouilland mourut en 1694 à l'Oratoire, dont il avoit embrassé l'institut.

L'*Astronomia Philolaïca* de M. Bouilland parut en 1645; c'est un ouvrage dans lequel il prétend représenter les mouvemens célestes par une nouvelle hypothèse. Il admet les ellipses de Kepler, mais il n'approuve pas sa manière d'y faire mouvoir ses planètes; M. Bouilland imagine son ellipse adaptée dans un cône oblique, de sorte que l'axe de ce cône passe par le foyer qui n'est pas occupé par le soleil; ensuite il conçoit que la planète se meut dans cette ellipse, de manière qu'en temps égaux elle décrive des angles égaux, non à l'égard de ce foyer, mais autour de l'axe du cône. C'est là l'hypothèse qu'il donne pour physique, par où il paroît qu'il étoit peu physicien; car tout au plus l'auroit-il pu donner comme mathématique, si elle eût représenté parfaitement les mouvemens célestes, puisqu'il n'assigne aucune cause, aucun moyen naturel et mécanique propre à engendrer ce mouvement. Il y a encore cela de remarquable dans le procédé de Bouillaud, que ses Tables ne sont point construites sur cette hypothèse. Il imagine bientôt après une manière de décrire l'ellipse par la combinaison de deux mouvemens, celui d'un épicycle sur son déférent excentrique, et celui de l'astre sur cet épicycle, en sens contraire et avec un mouvement angulaire double de celui du centre de l'épicycle. Ainsi la critique qu'en fit le docteur Seth-Ward d'Oxford est légitime (1), et Bouillaud fait de vains efforts pour se justifier. Nous n'entre-

(1) *Inquisitio in Ism. Bullialdi Astr.* 1653, *in*-4°. Oxon.

rons pas dans d'autres détails sur l'*Astronomie Philolaïque*, qui est d'ailleurs un ouvrage savant et estimable. M. Bouillaud continua durant le reste de sa vie à ramasser quantité d'observations, dont le recueil est aujourd'hui entre les mains du cit. le Monnier. Ce savant avoit aussi formé un recueil, en un grand nombre de volumes *in-folio*, d'ouvrages astronomiques grecs du moyen âge et autres copiés d'après des manuscrits de la Bibliothèque du Roi. Ils firent partie de la vente de M. de St.-Port; mais j'ignore qui en fut l'acquereur, et ce qu'ils sont devenus.

Le docteur Seth-Ward (1), dont nous venons de parler à l'occasion de Bouillaud, est regardé comme l'inventeur de l'hypothèse appellée *Elliptique simple*, si pourtant on peut appeler inventeur celui qui ne fait qu'employer une idée déjà rejettée par de bonnes raisons. L'hypothèse dont nous parlons est celle où l'on fait tourner la planète dans une ellipse, en faisant des angles égaux en temps égaux, autour du foyer qui n'est pas occupé par le soleil ou la planète principale. Nous remarquons comme une chose singulière, qu'un grand nombre d'astronomes, et même de ceux du premier mérite, n'ayent vu pendant longtemps dans l'hypothèse elliptique de Kepler, que le mouvement que nous venons de décrire. Riccioli, qui rapporte toutes les hypothèses astronomiques imaginées avant lui, semble n'avoir pas seulement soupçonné que Kepler fît croître les aires autour de la planète centrale, en même rapport que les temps. Le célèbre M. Cassini lui-même, décrivant l'hypothèse elliptique, dans un abrégé manuscrit d'astronomie que j'ai eu entre les mains, se contente de dire qu'on fait, dans cette hypothèse, du second foyer de l'ellipse le centre du mouvement égal, et c'est pour la rectifier qu'il propose une nouvelle ellipse, où les produits des lignes tirées des foyers à un point quelconque sont constans. Mais revenons à l'hypothèse elliptique simple; cette hypothèse a plu à beaucoup d'astronomes, qu'elle a séduits par la facilité qu'elle donne à tirer l'anomalie vraie de la moyenne. Elle a été employée par le docteur Ward, dans son *Astronomia Geom.*, en 1656; par le comte de Pagan, dans sa *Théorie des Planètes et ses Tables*, données en 1655 et 1658; par Stret, dans son *Astronomia Carolina*, qu'il publia en 1661; par Jean Neuton et Vincent Wing, dans leur *Astronomia britannica*, qu'ils donnèrent, l'un en 1657, l'autre en 1669; mais cette hypothèse n'est satisfaisante jusqu'à un certain point, que lorsque l'excentricité est peu considérable. C'est ce que Kepler avoit montré, et que M. Bouillaud, récriminant le docteur Ward, montra de

(1) Né en 1618; mort en 1688, évêque de Salisbury.

nouveau en 1657 (1), quoiqu'il n'en eût pas profité lui-même, puisque son hypothèse ne vaut pas mieux; c'est pourquoi Nicolas Mercator y fit dans la suite une correction (2). Il partagea la distance entre les foyers de l'ellipse en moyenne et extrême raison, de sorte que le point de section tombât au-delà du centre à l'égard du foyer occupé par la planète centrale, et ce fut ce point qu'il prit pour centre du mouvement moyen. Cela réussit un peu mieux que l'hypothèse elliptique simple, quand l'excentricité est considérable; mais il en faut toujours revenir à la véritable hypothèse, où l'on fait croître les aires autour de la planète centrale en même raison que les temps : quelle pourroit être d'ailleurs la raison physique d'une pareille division ?

L'astronomie fut dans le même temps principalement cultivée en Italie, par les PP. Riccioli et Grimaldi, qui travaillèrent de concert pendant plusieurs années. On doit au premier de ces savans jésuites divers ouvrages remarquables, entr'autres son *Almagestum novum*, où, à l'exemple de Ptolémée, il a rassemblé toutes les pensées des astronomes jusqu'à son temps, ainsi que les siennes propres, ce qui en fait un vrai trésor d'érudition et de savoir astronomique; mais c'est-là à peu près à quoi l'on doit borner le mérite de ce grand ouvrage. Le P. Riccioli publia en 1665 son *Astronomia reformata*, où il propose de nouvelles hypothèses, qui n'ont pas satisfait les astronomes. On a enfin de lui une *Chronologia* et une *Géographia reformata*, qui sont à l'égard de ces deux sciences ce que son *Almageste nouveau* est à l'égard de l'astronomie. Ce savant jésuite étoit né à Ferrare en 1592; il entra dans la Société en 1614, et après avoir long-temps enseigné la théologie, il obtint la liberté de se livrer à son goût pour l'astronomie, qu'il cultiva avec ardeur jusqu'à la fin de sa vie, qui arriva en 1671.

Quant au P. Grimaldi, nous lui devons, outre une partie des travaux du P. Riccioli, auxquels il eut beaucoup de part, une description particulière des taches de la lune, et leur dénomination aujourd'hui en usage parmi les astronomes. Il y avoit, à la vérité, déjà quelques années qu'Hévelius avoit mis au jour sa *Sélénographie*, où il donne aux taches de la lune les noms de montagnes, régions et mers de la terre; mais la dénomination de Grimaldi l'a emporté, et les astronomes ont préféré avec lui de se loger dans cette planète, en compagnie des principaux philosophes et mathématiciens de l'antiquité.

Il est juste de faire ici mention de quelques hommes, aux-

(1) *Astr. philol. fundamenta adversus Wardi impugn. asserta.* 1664, *in-fol. Instit. Astron.* Ibid. 1666, *in* 8°.

(2) *Hyp. nova Astronomica, Lond.*

quels leur état sembloit interdire le goût et la connoissance de l'astronomie, et qui néanmoins firent leur cour à la déese Uranie. Vers l'année 1625 vivoit à Vizile, petit bourg voisin de Grenoble, un simple paysan qui se livroit à l'astronomie avec assez d'assiduité; il se nommoit Eléazar Feronce, et étoit jardinier dans le château du connétable de Lesdignières; l'instrument avec lequel il observoit étoit un octant de trois pieds environ de rayon, avec les dégrés divisés en minutes par des transversales. Gassendi fait mention de cet observateur et de ses observations, qui lui étoient communiquées par un autre amateur de l'astronomie, M. de Valois, trésorier de France à Grenoble, et quelques-unes sont rapportées parmi les siennes (1).

Dirck Rembrantz Van-Nierop, fut encore un de ces hommes qui sembloient faits pour végeter dans l'exercice d'un métier mécanique des moins relevés (car il étoit simple cordonnier à Nierop, bourg peu distant de la retraite de Descartes). Lorsque les *Principes* de ce philosophe virent le jour, Rembrantz les lut, les admira, et chercha à voir leur auteur; mais ses domestiques écartèrent à plusieurs reprises l'humble cordonnier. Enfin il pénétra auprès de Descartes qui, charmé de son intelligence, l'accueillit dans la suite, et le reçut avec amitié (2). On a de lui en hollandois plusieurs ouvrages, qu'on dit marqués au coin de l'intelligence et de la saine philosophie; entr'autres un où il prend la défense de Copernic. Cela lui attira de la part d'un anti-copernicien l'injurieuse application de l'adage, *ne sutor ultrà crepidam;* mais ici le cordonnier l'emportoit sur le philosophe.

Mais c'est l'Allemagne qui paroît avoir été spécialement féconde en cette sorte de phénomène; et nous ne craindrons pas de dépasser un peu l'époque où nous sommes arrivés, pour faire connoître, d'après M. Weidler (3), ces astronomes ou amateurs de l'astronomie, qui, malgré leurs professions mécaniques et leur ignorance dans les lettres, cultivèrent cette science. Je ne dis rien de Faulhaber, qui de tisseran de la ville d'Ulm devint un mathématicien distingué; nous en avons parlé ailleurs. Mais on trouve encore dans cette classe Jean Jordan de Stuttgard, dont le métier étoit celui de pelletier; cela ne l'empêcha pas d'étudier l'astronomie dans les livres allemands (car il ignoroit le latin), et d'y faire de tels progrès, qu'il abrégea les Tables Rudolphines de Kepler, et s'en servit pour calculer des éphémérides annuelles; il étoit de plus mécanicien très-ingénieux.

(1) *Gassendi opera.* tom. IV, *passim.*

(2) *Vie de Descartes, par Baillet*, tom. II.

(3) *Hist. Astronom.* cap. XV, art. 152.

Nicolas Schmidt, paysan de Rothenacker, près de Hoff, s'étoit mis de lui-même, vers 1650, en état de calculer des Ephémérides, et en publia pendant vingt ans, depuis 1653 jusqu'en 1672, année de sa mort.

Christophe Arnold, paysan de Sommerfeld, près de Léipsick, travailla encore plus utilement; car il observa avec assiduité. Aisé apparemment dans son état, il se procura les instrumens nécesssaires; et la même main, qui le matin avoit conduit la charrue, manioit le soir le télescope et le quart de cercle. Il suivit ainsi les principaux phénomènes célestes, comme éclipses de soleil, de lune, et les satellites de Jupiter, depuis 1688 jusqu'en 1695. Ses observations, rédigées en deux volumes, furent après sa mort remises entre les mains de M. Kirch le père, d'où probablement elles ont passé dans la bibliothèque de l'académie de Berlin, dont il étoit astronome.

Parmi les astronomes de cette classe, on range enfin André Heuman, courier de Nuhremberg, qui d'abord de lui-même, ensuite au moyen des instructions de Weigelius, se mit en état de calculer le lieu des planètes.

Nous aurons encore occasion, dans la suite de cet ouvrage, de faire connoître quelques personnes, que leur sexe ou leur état sembloit éloigner de l'étude, et surtout d'une étude telle que celle de l'astronomie; mais il nous a paru plus convenable de renvoyer à un autre endroit ce qui les concerne.

Fin du cinquième Livre de la quatrième Partie.

NOTE

DU

CINQUIÈME LIVRE.

Le problême de déterminer l'anomalie vraie, la moyenne étant donnée, est devenu célèbre parmi les géomètres, à cause de sa difficulté. Il se réduit à celui-ci. *Etant donné sur le diamètre d'un cercle* ABPH (*fig.* 88), *un point* S *qui n'est pas le centre, tirer une ligne telle que* SD, *en sorte que l'aire du secteur* ASD *soit à l'aire entière du cercle en raison donnée*, ou, ce qui est la même chose, *que cette aire soit égale à une aire donnée*. Car ce problême étant résolu à l'égard du cercle, il le sera à l'égard de l'ellipse, qui est l'orbite d'une planète, parce que les secteurs ASD, AST correspondans dans le cercle et l'ellipse sont constamment dans la raison de BC à CF. Le problême étant donc résolu dans le cercle, on aura l'arc AD, et ayant cet arc, on déterminera facilement par la trigonométrie, l'angle ASD, et cet angle étant connu, on aura l'angle AST, qui est l'anomalie vraie.

Kepler résolvoit, à la vérité, ce problême, car il lui étoit indispensable pour la construction de ses tables; mais il ne le faisoit qu'indirectement et par un tâtonnement. Il prenoit d'abord l'arc AD, qu'il nomme l'anomalie de l'excentre, et d'après cela il calculoit l'aire ASD, et ensuite il augmentoit ou diminuoit cet arc jusqu'à ce que cette aire ASD fût de la grandeur donnée, c'est-à-dire de 30°., ou de la douzième partie du cercle, si l'anomalie moyenne donnée étoit de 30°. Enfin, il déterminoit l'angle ASD, et au moyen de celui-ci, l'angle AST dans l'ellipse donnée.

Mais la géométrie ayant depuis ce temps acquis des forces, on a jugé indigne d'elle de ne résoudre le problême que par cette sorte de tâtonnement, quoique suffisant pour la pratique. On a donc cherché des solutions directes, et les géomètres et astronomes se sont en quelque sorte évertués à en donner de nouvelles. Les uns l'ont considéré du côté purement géométrique; d'autres se sont bornés à des solutions de simple approximation, en y employant des méthodes analytiques, et donnant des séries plus ou moins simples, plus ou moins convergentes; d'autres enfin, consultant les besoins de l'astronomie plus que la rigueur géométrique, en ont donné des solutions fondées sur des considérations particulières.

Une solution du premier genre est celle du chevalier Wren, qui nous a été transmise par Wallis (*De cycloide*), et par Neuton lui-même (*Princip. lib. I.*); elle procède au moyen d'une cycloïde alongée. Mais cela n'est satisfaisant que dans la théorie, et le calcul astronomique n'en sauroit tirer aucune utilité.

Quelques autres géomètres ont donné de semblables solutions. M. Herman résoud le problême au moyen de la quadratrice de Tschirnhausen (1), et en

(1) *Mém. de Pétersb.* 1726.

tire même une solution arithmétique assez praticable. Le P. Vincent Riccati, jesuite, en a donné deux dans ses *Opuscula* (1); l'une emploie la cycloïde elle-même, et l'autre la courbe appellée la compagne de la cycloïde, ou la courbe des sinus. Elles sont toutes deux fort élégantes; et ce géomètre déduit de la dernière une expression approximative d'une pratique assez facile.

En général néanmoins ces solutions ont paru plus curieuses dans la théorie, qu'utiles à la pratique de l'astronomie. C'est pour cela que Neuton dans l'endroit cité de ses *Principes*, fait suivre la solution de Wren d'une autre déduite de l'analyse, et qui consiste en une suite d'arcs ou d'angles décroissans, qui sont la correction à faire à l'anomalie moyenne, pour avoir la vraie.

Cette solution a cependant paru et est en effet assez compliquée pour avoir engagé les docteurs Keil et Grégori a en proposer chacun une autre; le premier, dans ses *Prelectiones Astronomicæ*, et le dernier dans ses *Astronomiæ phys. et geom. Elementa*. En voici l'esprit.

Le problême se réduit, comme on l'a vu plus haut, à retrancher d'un cercle un espace ASD égal à un secteur donné du même cercle par une ligne droite tirée du point S autre que le centre. Or, en employant les calculs modernes, on trouve une série qui exprime la valeur du secteur formé au point S, et qui répond à l'indéterminée DE. On égale cette suite à l'espace donné, et par la méthode du retour des suites on trouve la valeur de DE exprimée par une nouvelle série qui est assez convergente quand l'excentricité est fort petite, en sorte que peu de termes donnent la valeur de DE assez exactement pour les besoins du calcul astronomique. Or, ayant la valeur de DE, qui est le sinus de l'arc AD, celle du cosinus CE sera conséquemment connue; et étant ajoutée à la demi-excentricité SC, donnera SE. On aura donc l'angle DSE; et cet angle étant connu, l'angle TSE est facile à trouver, puisque DE est à TE dans la raison connue de BC à FC. Cette solution, au reste n'a pas été inconnue à Neuton; car on la lit dans le *Commercium Epistolicum de analysi promota*.

Mais les géomètres et astronomes qui tendent toujours à la perfection n'ont pas encore trouvé que cette solution ne laissât rien à désirer; et en effet, lorsque l'excentricité est un peu grande, comme dans l'orbite de Mercure, où elle excède un cinquième du grand axe, l'emploi de la série en question est pénible, d'autant plus que la loi de ses termes est compliquée et peu apparente, comme il arrive d'ordinaire dans le retour des suites. Ainsi, d'un côté les astronomes ont cherché des approximations purement trigonométriques, et les géomètres d'autres solutions analytiques plus simples.

Pour commencer à parler de ces derniers, nous citerons d'abord un savant écrit de M. Machin, inséré dans les *Trans. philosoph.* de 1738, où il donne pour cet effet des séries extrêmement convergentes, d'où il dérive une solution très-simple et très expéditive. M. Jeaurat a aussi donné, dans les *Mémoires présentés à l'académie par divers savans, t. IV*, une solution fondée sur le calcul analytique des Sinus, et dans laquelle la correction à faire à l'anomalie moyenne est exprimée par des Sinus d'angles donnés, et de leurs multiples, multipliés par des coéfficiens déterminés. Il en fait voir l'usage par l'application à des cas les plus défavorables du calcul. Il y donne aussi par de semblables séries la longueur du rayon vecteur de la planète, qui est d'un usage si fréquent dans le calcul astronomique.

Le citoyen La Grange, enfin, a traité ce problême dans les *Mémoires de l'académie de Berlin* (*ann.* 1769), en y faisant usage de son beau théorême,

(1) *Opusculum VII.*

au

au moyen duquel étant donnée une expression telle, que $a \mp x + \varphi x$ (où φx est une fonction quelconque de x), on peut trouver la valeur d'une autre fonction quelconque de x comme Ψx en une série simple et régulière, sans avoir besoin de recourir à l'élimination ; ce qui est dans bien des cas comme celui-ci, ou impossible, ou extrêmement laborieux ; cet excellent théorème sera développé quelque part. D'après cette méthode, le citoyen La Grange a donné, dans le mémoire cité, la valeur, soit de l'anomalie de l'excentre (d'où se tire facilement l'anomalie vraie), en une série régulière formée de l'anomalie moyenne et d'une suite d'angles rapidement décroissans. Il y fait voir aussi la manière de tirer directement, par une pareille série, l'anomalie vraie de l'anomalie moyenne, ou le rayon vecteur de la planète, ou enfin le logarithme de l'un et de l'autre. Ainsi, par exemple, nommant n la demi-excentricité de l'orbite (ou la demi-distance du foyer au centre, exprimée en parties du demi-grand axe supposé l'unité) ; t, l'anomalie moyenne ; x, l'anomalie de l'excentre, on aura $x =$ à cette serie $t - 2n\,A\,sin.\,t + 2n^2 B\,sin.\,2t - 2n^3 C\,sin.\,3t$, &c., où la loi de la progression est évidemment apparente. Il est vrai que dans cette série les coëfficiens A, B, C, D, &c. sont un peu compliqués et donnés eux-mêmes par des séries. Mais comme ces séries sont formées de puissances de l'excentricité qui est constante pour chaque orbite et toujours une fraction assez petite de l'unité, il suffit que ces coëfficiens soient une fois calculés pour chacune ; et l'on aura une série suffisamment convergente pour le besoin. Il faut remarquer ici que dans ce calcul l'excentricité doit être réduite en minutes et secondes, d'après cette proportion. Comme la distance moyenne est à l'excentricité, ainsi le nombre des secondes contenues dans le rayon qui est 206264, à celui de l'excentricité.

On trouve aussi une solution de ce genre, qui est du citoyen Bossut, dans le volume des prix de l'académie, de 1766, ainsi qu'une de M. Klugel, professeur de mathématiques à Helmstadt ; dans l'*Astronomisches Yahr-Buch*, ou l'Annuaire astronomique de Berlin, pour l'année 1789.

Voici maintenant les principales solutions du troisième genre. Elles sont la plupart fondées, ou sur une règle de fausse position plus ou moins abrégée, ou sur ce qu'un arc circulaire fort petit peut être regardé comme une ligne droite partie de sa tangente. Telles sont les solutions de M. Horrebow et de M. Cassini ; la première insérée dans les *Actes de Leipsik* (*suppl. du tom. VI*), et la seconde dans les *Mémoires de l'académie des sciences*, de 1729. M. Thomas Simpson en a donné plusieurs de cette nature et de la précédente dans un de ses ouvrages (1), et il en déduit des règles de pratique fort commodes. L'abbé de Lacaille s'est proposé le même objet dans un mémoire donné à l'académie des sciences, en 1750. La démonstration que cet astronome avoit supprimée a été donnée par Lalande, dans les mémoires de 1755. On trouve aussi cette méthode et sa comparaison avec celle de M. Simpson dans le second volume des Tables de Halley, publié par cet astronome en 1759.

Pour ne rien omettre enfin de ce qui est venu à ma connoissance sur ce sujet, je citerai une solution du même genre, très-bonne et très-adaptée au calcul, donnée par M. Lorgna, célèbre géomètre Italien, et professeur de mathématiques à Vérone ; elle fait partie de quelques opuscules qu'il publia en 1770 (2).

M. Trembley, dont nous avons un excellent ouvrage intitulé : *Essai de Trigonométrie sphérique* (*Neuchâtel*, 1783, *in-8°.*), a donné une solution de ce problême adaptée aux calculs astronomiques, et d'un usage facile.

(1) *Essays on several curious and useful subjects, &c. Lond.* 1740, *in-4°.*

(2) *Opuscula math. et phys. auth. A. M. Lorgna, &c. Veronæ*, 1770, *in-4°.*

J'ajouterai encore que M. Cagnoli a résolu ce problême d'après une méthode qui lui est propre, dans son excellent traité de *Trigonométrie rectiligne et sphérique*, publié à Paris en 1786. Il peut se faire qu'il y ait plusieurs autres solutions du même problême ; mais leurs auteurs m'excuseront de n'en pas parler, parce qu'il n'est pas possible qu'il ne m'ait rien échappé de ce qui mériteroit une mention.

Fin de la Note du Livre cinquième de la quatrième Partie.

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE SIXIÈME,

Où l'on rend compte de l'accroissement de la Géométrie, et en particulier de la naissance et des progrès des nouveaux calculs, durant la dernière moitié du dix-septième siècle.

SOMMAIRE.

I. *Wallis applique le calcul à la Géométrie des Indivisibles, et fait par ce moyen diverses découvertes. Manière dont il considère la quadrature du cercle, et expression qu'il en tire.* II. *Découvertes auxquelles la méthode de Wallis donne lieu. Première rectification de courbe par Neil. Expression que donne Milord Brouncker pour la mesure du cercle. Première Suite ou Série pour la quadrature de l'hyperbole découverte par le même Géomètre. Mercator en donne aussi une qu'il avoit trouvée avant que celle de Brouncker eût vu le jour.* III. *Du docteur Barrow, et en particulier de sa méthode des tangentes.* IV. *De Neuton. Précis de la vie de cet homme célèbre. Ses premières découvertes géométriques. Il découvre la théorie générale*

des Suites, le developpement des puissances, et son calcul des Fluxions et Fluentes, appellé, dans le continent, calcul différentiel et intégral. V. *Exposition du principe géométrique des Fluxions, et des premiers fondemens de leur calcul et de leur application.* VI. *Le Géomètre Jacques Grégori s'élève le premier au principe de Neuton, et ajoute par ce moyen diverses découvertes aux siennes.* VII. *Histoire de ce qui s'est passé vers 1676, entre Neuton et Leibnitz, au sujet de ces découvertes analytiques.* VIII. *Leibnitz publie son calcul différentiel dans le continent. Exposition de ses principes.* IX. *De quelques théories particulières qui prennent naissance vers ce temps, celle des Caustiques et celle des Epicycloïdes.* X. *Progrès que fait le nouveau calcul de Leibnitz entre ses mains et celles de Jacques Bernoulli. Jean Bernoulli, son frère, entre dans la même carrière, et fait en France des prosélytes au nouveau calcul. Du calcul Exponentiel, inventé par Jean Bernoulli.* XI. *Première attaque qu'éprouve le calcul de Leibnitz. De M. Nieuwentiit, auteur d'un livre contre ce calcul. De quelques autres détracteurs de cette découverte.*

I.

La nouvelle Géométrie, nous voulons dire celle qui emploie dans ses recherches le calcul algébrique, peut être divisée en deux parties ; l'une qui a pour objet l'analyse des équations, et les affections des courbes ; nous pourrions la nommer l'analyse finie des grandeurs curvilignes ; l'autre qui s'occupe de la dimension de ces grandeurs, et qui fait usage de la considération de leurs élémens infiniment petits. Nous nous sommes principalement occupés de la première, et nous en avons exposé avec soin les progrès dans le second livre de notre ouvrage. Nous avons réservé pour celui-ci de rendre compte de ceux de la seconde, et c'est ce dont nous allons maintenant nous acquitter.

L'époque de l'*Arithmetica infin.* (1) de Wallis est celle à laquelle on doit fixer le commencement des progrès remarquables de cette partie de la Géométrie moderne. Quelques détails sur la vie et les écrits de ce géomètre célèbre ne sauroient être déplacés ici.

Jean Wallis naquit à Ashfort dans le comté de Kent, le 23 novembre 1616, v. st. Après ses premières études, il s'adonna successivement à la théologie, à la morale et aux mathématiques, dans lesquelles il a principalement déployé son génie. Il

(1) *Arithmetica infinitorum sive novâ methodus inquirendi in curvili- neorum quadraturam, &c.* Oxonii, 1655, in-4°.

fut nommé en 1649 à la chaire de Géométrie, fondée dans l'Université d'Oxford par le chevalier Savile et qu'on appelle par cette raison *Savilienne*, place qu'il occupa jusqu'en 1703 (28 octobre), date de sa mort. Il a publié en divers temps un grand nombre d'ouvrages mathématiques, qui ont été rassemblés en trois volumes *in-fol.*, dont le dernier vit le jour en 1699, sous le titre de *J. Wallisii*, *&c.*, *opera Mathematica.* Il y a de lui un grand nombre d'ouvrages dans les *Trans. philosoph.*, de la société royale de Londres, dont il fut un des instituteurs et des premiers membres. Je ne dis rien de ses autres ouvrages théologiques, moraux ou philosophiques, parmi lesquels on doit néanmoins distinguer sa *Grammaire angloise*, son *Art d'apprendre à parler aux sourds et muets*; *&c.* Il possédoit supérieurement, comme Viète, l'art de déchiffrer les lettres en chiffre, quelque compliquée qu'en fût la clef. Il étoit doué d'une mémoire si prodigieuse, qu'il lui est arrivé d'extraire de tête dans le silence de la nuit la racine quarrée d'un nombre de cinquante chiffres, et d'être en état de le dicter ou l'écrire le lendemain matin; il fut toujours peu favorable, pour ne rien dire de plus, aux François et à Descartes en particulier. Cette disposition paroît venir des querelles qu'il avoit eues, tant avec Pascal, qu'avec Fermat et d'autres géomètres françois, qui n'y avoient pas mis, à dire vrai, cette honnêteté que méritoit le rang qu'il tenoit déjà parmi les géomètres. On peut voir au surplus un article considérable et fort curieux sur ce savant, dans le dernier Supplément de Bayle, par M. de Chauffepié. Nous revenons à l'Arithmétique des infinis de Wallis.

Cet ouvrage, qui vit le jour en 1655, est une application plus spéciale du calcul à la méthode, appellée des *indivisibles* par Cavalleri, et de l'infini par quelques géomètres françois. Je dis une application plus spéciale du calcul à cette méthode; car on a vu que Cavalleri, Fermat, Descartes, Roberval, avoient déjà donné des exemples de cette application, en quarrant d'une manière générale les paraboles de tous les ordres; mais ce n'étoit encore là que quelques rayons échappés d'une lumière plus grande, que Wallis dévoila dans l'ouvrage cité ci-dessus. A l'aide d'une induction habilement ménagée, et du fil de l'analogie dont il sut toujours s'aider avec succès, il soumit à la Géométrie une multitude d'objets qui lui avoient échappé jusqu'alors. Ce fut, par exemple, l'analogie qui le conduisit à cette invention si utile, savoir de regarder les dénominateurs des fractions comme des puissances à exposans négatifs. En effet, si l'on prend cette suite de puissances, x^3, x^2, x^1, x^0 (ou 1,) $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$, &c., qui sont en progression géométrique continue, les exposans

seront en progression arithmétique. Ceux des premières étant donc 3, 2, 1, o, il faut que ceux des suivantes soient — 1, — 2, — 3, &c. Ainsi $\frac{1}{x}$ n'est autre chose que x^{-1}, et $\frac{1}{x^m}$ est x^{-m}. Cette remarque heureuse mit Wallis en possession de la mesure de tous les espaces, soit plans, soit solides, dont les élémens sont réciproquement comme quelque puissance de l'abscisse ; dans l'hyperbole ordinaire, par exemple, l'ordonnée est réciproquement comme l'abscisse, et dans celles des ordres supérieurs, elle est réciproquement comme une puissance de cette abscisse, c'est-à-dire, que l'équation de toutes ces courbes est $y = \frac{1}{x^m}$, ou $y = x^{-m}$. Or on a vu que dans les courbes dont l'équation est $y = x^m$, le rapport général de l'aire au parallélogramme de même base et de même hauteur, est $1 : m + 1$; et cela est vrai, quelle que soit la grandeur de m. Cela sera donc encore vrai, suivant les lois de l'analyse et de la continuité, même lorsque m deviendra négatif ou $-m$. Ainsi le rapport ci dessus sera dans ce cas celui de $1 : -m + 1$, ou en général de 1 à $m + 1$, en prenant m avec le signe qui l'affecte. Dans l'hyperbole où les ordonnées sont réciproquement comme les racines de l'abscisse, m est $\frac{1}{2}$, et par conséquent $-m = -\frac{1}{2}$. Ainsi l'espace hyperbolique AH (*fig.* 92), est au rectangle CB, comme 1 à $-\frac{1}{2} + 1$, ou 1 à $\frac{1}{2}$. Si $m = 1$, ce qui est le cas de l'hyperbole ordinaire ; ce rapport est $1 : -1 + 1$, ou $1 : 0$; ce qui montre que l'hyperbole ordinaire a son espace asymptotique infini.

Il se présente ici une difficulté dont Wallis, malgré sa sagacité, n'apperçut pas le dénouement. Lorsque l'exposant négatif m, est un nombre entier 3, par exemple, qui surpasse l'unité, le rapport ci-dessus est $1 : -2$; c'est-à-dire, celui de l'unité à un nombre négatif. Or on sait, et il est facile de montrer que $1 : 0$, exprime un rapport infini : que désignera donc cette autre expression, peut-on se demander ? Wallis imagina qu'elle désignoit un espace plus qu'infini ; paradoxe singulier, dont on doit la solution à M. Varignon. Ce que Wallis a pris pour un espace plus-qu'infini, n'est qu'un espace fini pris négativement ou en sens contraire. Il arrive dans ce cas, ce dont l'analyse fournit des exemples fréquens. On trouve la grandeur, non de l'espace CABGHC qu'on demandoit, mais celle du reste de l'espace hyperbolique CKIBL qu'on ne demandoit pas. Il est facile de s'en convaincre ; car en cherchant la mesure de cette partie CLBIK, par son équation rapportée à l'axe CL, on trouve la même chose que ci-devant, mais d'une manière positive. Nous remarquons à cette occasion une propriété de toutes les hyper-

boles de dégrés supérieurs ; c'est qu'elles passent d'un côté au dedans de l'hyperbole ordinaire, c'est-à-dire, entre la courbe et l'asymptote, et de l'autre au dehors ; et elles ont leur espace asymptotique infiniment grand d'un côté, et de l'autre égal à un espace fini.

La méthode de Wallis s'applique avec facilité à des cas plus composés, par exemple, à ceux où l'ordonnée de la figure est exprimée par une puissance complexe, comme $aa \pm 2ax \pm xx$, $aa - xx$, $\sqrt{a} - \sqrt{x}$, &c. Car il est évident qu'on peut regarder cette ordonnée comme la somme de plusieurs, dont l'une seroit constamment aa ; l'autre $\pm 2ax$, et la troisième $\pm xx$. Ainsi suivant la règle donnée ci-dessus, l'aire sera composée de plusieurs parties, dont la première sera aax, la seconde $\pm axx$, et la troisième $\frac{x^3}{3}$. Wallis examine de même la mesure des courbes dont les ordonnées seroient comme les fonctions (1) triangulaires, pyramidales, &c. de l'abcisse ; ces fonctions ne sont que des composés de puissances de l'abscisse ; c'est pourquoi elles tombent sous les règles données ci-dessus. Les bornes étroites où nous sommes resserrés ne nous permettent pas d'entrer dans de plus grands détails ; nous renvoyons à l'ouvrage même, dont nous tâchons de donner une idée.

Wallis tira de ces considérations une manière fort ingénieuse d'envisager la quadrature du cercle, qui fut, peu d'années après, le germe des diverses inventions de Neuton. Il observa qu'on avoit la quadrature absolue de toutes les figures dont les ordonnées seroient exprimées par $(1 - xx)^0$; $(1 - xx)^1$; $(1 - xx)^2$, $(1 - xx)^3$, &c. ; ou si l'on veut $(aa - xx)^0$, $(aa - xx)^1$, $(aa - xx)^2$, $(aa - xx)^3$, &c. Mais il est plus simple de supposer a égal à l'unité, et cela ne change en rien ni le raisonnement, ni le résultat. Or la première est suivant les règles de l'*Arithmétique des infinis*, l'équation d'une figure égale à l'unité, ou au parallélogramme circonscrit. La seconde en est les $\frac{2}{3}$; la troisième, les $\frac{8}{15}$; la quatrième, les $\frac{48}{105}$, lorsque $x = 1$. Voilà donc une suite de termes 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{48}{105}$, &c., dont chacun exprime le rapport qu'a au parallélogramme de même base et de même hauteur, la figure dont l'expression de l'ordonnée tient un rang correspondant dans la suite des grandeurs $(1 - xx)^0$; $(1 - xx)^1$, &c. Mais les exposans des termes de cette dernière suite, sont en progression arithmétique, 0, 1, 2, &c. Si donc on vouloit introduire un nouveau

(1) Nous appellons ici *fonction* avec les géomètres de nos jours, toute expression composée d'une manière quelconque, de grandeurs constantes et invariables ; ainsi $\sqrt{(aa \pm xx)}$, $aa + xx$, $mx + m.m - 1.xx$, &c. sont des fonctions de x.

terme entre chacun de ceux-là, celui qui tomberoit entre $(1-xx)^0$, $(1-xx)^1$, seroit $(1-xx)^{\frac{1}{2}}$, qui est l'expression de l'ordonnée du cercle. On auroit par conséquent la quadrature du cercle, si dans la suite 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{48}{105}$, &c., il étoit également facile de trouver le terme moyen entre 1 et $\frac{2}{3}$. Cette manière de raisonner en Géométrie, a été nommée *Interpolation.* C'est insérer dans une progression de grandeurs qui suivent une certaine loi, un ou plusieurs termes intermédiaires qui s'y conforment autant qu'ils peuvent le faire. Cela est facile dans les progressions arithmétiques et géométriques, dans celle des nombres figurés quelconques; mais il n'en est pas ainsi dans le cas que se propose Wallis, et il y a bien du génie et de l'adresse dans la manière dont il recherche ce terme. Nous nous contenterons de dire que, ne pouvant le trouver en termes finis, il l'exprime par une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont infinis, et sont formés d'une suite de multiplicateurs qui suivent une progression très-élégante. Cette expression est celle-ci $\frac{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times 8 \times \&c.}{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 9 \times \&c.}$ de sorte que le rapport du quarré circonscrit au cercle, est celui de l'unité à l'expression ci-dessus, ou de l'unité, à $\frac{8}{9} \times \frac{24}{25} \times \frac{48}{49} \times \frac{80}{81}$, &c. ou bien à $\frac{2}{3} \times \frac{16}{15} \times \frac{36}{35} \times \frac{64}{63}$, &c.; ce qui approche d'autant plus de la vérité que l'on prend un plus grand nombre de termes. M. Euler a depuis fait voir l'identité de cette expression avec la Suite si connue pour la longueur du quart de cercle, le rayon étant l'unité, savoir $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$, &c., ce qui est une preuve sensible de la vérité de l'expression dont il s'agit. On la réduit aussi facilement à cette forme $\frac{2}{3} + \frac{1}{15}A + \frac{1}{35}B + \frac{1}{63}C$, &c. dans laquelle A, B, C, &c. représentent chacune le terme précédent.

Une ample moisson de découvertes est ordinairement la récompense de l'invention d'une méthode nouvelle; ce succès étoit dû à Wallis. Son *Arithmétique des infinis* contenoit bien des nouveautés géométriques, elles ne sont cependant qu'une fort petite partie de celles qu'il découvrit dans la suite, en faisant usage de sa méthode. Les célèbres problêmes de M. Pascal sur la cycloïde en fournissent une preuve. M. Wallis les résolut presque tous, et en peu de temps, comme on l'a dit en faisant l'histoire de cette courbe. Bientôt après il donna la mesure de la surface de la Cyssoïde et de la Conchoïde, aussi-bien que des solides formés par leurs circonvolutions; il démontra l'égalité de la longueur de la parabole et de la spirale, et que leur rectification dépendoit de la quadrature de l'hyperbole; il détermina des espaces plans égaux aux surfaces courbes des conoïdes paraboliques, elliptiques et hyperboliques. Ces recherches et une multitude

multitude d'autres font l'objet de son Traité *De curvarum rectificatione et complanatione*, qui vit le jour en 1659, avec son Traité sur la cycloïde. Il donna en 1669 celui *De centro gravitatis*, qui semble contenir tout ce que la Géométrie peut dire sur ce sujet. Toutes les figures dont la considération avoit occupé jusqu'alors les géomètres, et diverses autres, y sont soumises à l'examen ; leurs aires, leurs solides de circonvolution, leurs centres de gravité et ceux de leurs segmens y sont déterminés ; chaque chapitre enfin renferme la substance d'un volume entier. Remarquons encore que Wallis s'y sert fort souvent d'expressions et de calculs qui, à la notation près, sont les mêmes que dans les méthodes modernes. C'est avec regret que nous nous voyons obligés de nous borner à une indication aussi légère des excellentes choses que contiennent ces différens ouvrages.

I I.

Il est tout à-fait glorieux pour Wallis que la plupart des découvertes analytiques qui se firent vers ce temps ne soient, à quelques égards, que des développemens des nombreuses vues qu'il avoit proposées dans son *Arithmétique des infinis.* Cet ouvrage donna d'abord lieu à la première rectification de courbe, qui ait été trouvée. Wallis avoit jetté les fondemens de cette découverte, en remarquant que si l'on ajoutoit le quarré de chaque différence des ordonnées consécutives d'une courbe avec celui de l'intervalle commun entre ces ordonnées, et qu'on en prît la racine, il en naissoit une expression analogue à celle de l'ordonnée d'une autre courbe, dont l'aire avoit même rapport au rectangle de même base et même hauteur, que la longueur de la première courbe à une ligne droite donnée. Il s'étoit alors borné là, mais ce peu de paroles ne resta point sans fruit. Un jeune géomètre, nommé M. Guillaume Neil, réfléchissant davantage sur ce sujet, alla plus loin ; il remarqua qu'afin que la seconde courbe que nous venons de décrire fût absolument quarrable, il falloit que les différences des ordonnées de la première fussent comme les ordonnées d'une parabole ordinaire ; et qu'alors la nouvelle courbe qui en résultoit étoit un tronc de parabole, d'où il concluoit que la première courbe étoit absolument rectifiable.

Cette découverte communiquée aux plus habiles géomètres de l'Angleterre, comme Wren, Brouncker, &c. les surprit beaucoup, et ils la confirmèrent à l'envi par de nouvelles démonstrations. Cependant aucun d'eux ne s'étant apperçu de la nature de cette courbe remarquable, il étoit juste que Wallis, qui avoit fait les premiers frais de la découverte, y eût une part plus

marquée que les autres. Il reconnut que la courbe en question étoit une des paraboles cubiques, savoir celle où le cube de l'ordonnée est toujours proportionnel au quarré de l'abscisse. Peu de temps après, M. Wren déconvrit la rectification de la Cycloïde, mais par une méthode indépendante de celle de Wallis, qui ne s'y applique pas; ainsi voilà deux courbes, l'une géométrique, l'autre mécanique, susceptibles de rectification absolue, quoiqu'un grand géomètre, le célèbre Descartes, n'eût pas osé penser qu'on en trouvât jamais aucune; c'étoit pour un philosophe désespérer un peu trop vîte des ressources de l'esprit humain.

On fit fort peu de temps après, dans le Continent, la même découverte que Neil avoit faite en Angleterre. M. Van-Heuraet en fut l'auteur, et alla même plus loin que les géomètres anglois; car il détermina plusieurs autres paraboles absolument rectifiables. On peut voir dans le livre II, article VIII, la méthode de Van-Heuraet, ainsi que les raisons qui nous font croire qu'il n'étoit pas même informé de ce qui s'étoit passé peu auparavant en Angleterre.

La manière dont Wallis avoit envisagé la quadrature du cercle, donna encore naissance à une découverte remarquable. Nous avons vu qu'en cherchant à interpoler dans une certaine progression un terme qui devroit lui donner l'aire du cercle, il avoit seulement trouvé une Suite infinie de termes de plus en plus convergens vers la vraie valeur. Peu satisfait de ce résultat, et ne désespérant pas de quelque chose de mieux, il consulta Milord Brouncker, l'invitant à le seconder de ses forces; ce seigneur, qui étoit doué d'un vrai génie pour la Géométrie, trouva effectivement quelque chose de plus parfait à certains égards que ce que Wallis avoit trouvé. C'est une sorte de Suite, qui a la forme d'une fraction, mais d'une fraction dont le dénominateur est un entier plus une fraction, celle-ci de même et ainsi à l'infini; ce qui lui a fait donner le nom de fraction continue. Suivant Milord Bronncker, le quarré étant 1, le cercle est égal à cette expression

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\&c.}}}}}$$

prolongée à l'infini; mais lorsqu'on la terminera, on aura alternativement des limites par excès et par défaut. Au reste, milord

Brouncker observe que ponr avoir une approximation plus juste en terminant la Suite, il faut augmenter la dénomination de la fraction où l'on s'arrête, de la racine du numérateur; on trouve par ce moyen, dès les septième et huitième termes, des limites plus resserrés que celles d'*Archimède*. Wallis en nous communiquant cette invention, nous a fait part de la manière dont son auteur y est parvenn. Gnillaume Brouncker, vicomte de Castellyons en Irlande, étoit né vers 1620; il fut chancelier de la cour de la Reine, garde de son sceau, et dans les dernières années de sa vie un des commissaires de la Tour. Lorsque la Société royale prit naissance, il en fut établi le président, et il fut continué annuellement environ quinze ans. Il mourut en 1684.

La Géométrie est redevable à milord Brouncker d'une autre invention remarquable; c'est la première Suite infinie qui ait été donnée pour exprimer l'aire de l'hyperbole. Il en étoit en possession dès l'année 1657, car Wallis l'annonçoit dès-lors dans la dédicace d'un écrit contre Meibomius; mais distrait par d'antres occupations, Brouncker différa de la publier jusqu'en 1668, que Mercator ayant trouvé de son côté nne Suite semblable, et étant sur le point de mettre au jour sa *Logarithmotecnia*, lni arracha son secret; il le dévoila dans les *Transac. Philos.* n°. 34. Voici cette Suite, C étant le centre d'une hyperbole équilatère (*fig.* 93), et CA le quarré inscrit entre ses asymptotes $= 1$, que BD soit égale à CB; Milord Brouncker montre que l'espace ABDEGA est égal à cette Suite infinie de fractions décroissantes, $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{9.10}$, &c., que l'espace AGEF est $\frac{1}{2.3} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{6.7}$, &c.; enfin que le segment AGEA $= \frac{1}{2.3.4.} + \frac{1}{4.5.6.} + \frac{1}{6.7.8.}$, &c. La manière dont Brouncker démontre ceci est trop simple, pour la passer sous silence. Il commence par prendre le plus grand rectangle BE, inscrit dans l'espace hyperbolique, il partage ensuite la base BD en deux également, et il calcule la valeur du rectangle 2. Il continue à partager chacune des deux moitiés BH, HD, en deux également, et chacune des portions BI, IK, &c. ce qui lui donne les rectangles 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. Or l'on trouve facilement que le rectangle 1 est $\frac{1}{2} = \frac{1}{1.2}$; que le rectangle 2 est $\frac{1}{1.2}$, ou $\frac{1}{3.4}$; que les deux suivans 3, 4, sont respectivement $\frac{1}{5.6}$, $\frac{1}{7.8}$; que les quatre qui viennent après, 5, 6, 7, 8, sont $\frac{1}{9.10}$, $\frac{1}{11.12}$, $\frac{1}{13.14}$, $\frac{1}{15.16}$, &c. donc cette Suite de fractions continuée à l'infini, épuisera tous les rectangles inscrits de la manière

qu'on vient de voir, et par conséquent sera l'aire de l'espace hyperbolique AGEDB. C'est en calculant de la même manière les rectangles continuellement inscrits dans l'espace AFLG, ou les triangles inscrits dans le segment AEG, qu'il trouve les deux dernières Suites. On peut, par le moyen de chacune d'elles, calculer en plusieurs décimales la valeur de l'aire hyperbolique entre les asymptotes : Brounker en donne des exemples, et trouve par cette méthode les logarithmes hyperboliques de 2 et de 10.

C'est enfin à l'*Arithmétique des infinis* de Wallis que nous devons à certains égards la découverte brillante par laquelle le géomètre Nicolas Mercator s'illustra quelques années après. Ce géomètre étoit du duché de Holstein, et son nom propre étoit *Kauffmann*, qui en allemand signifie la même chose. Il vint s'établir en Angleterre vers l'an 1660. Il y demeura le reste de sa vie, et fut un des premiers membres de la société royale de Londres. On a de lui plusieurs ouvrages, dont le principal, celui qui a donné à son nom la célébrité dont il jouit, est sa *Logarithmotechnia. Lond.* 1668, *in*-4°.; les autres sont une *Cosmographia. Dantisci*, 1651, *in*-8°., une *Astronomia sphérica*, *ibid.* 1651, *in*-8°., ouvrage où la Trigonométrie, la Gnomonique, &c. sont traitées avec une concision singulière; son *Hypothesis astronomica nova*, *Lond.* 1664, *in*-4°.: on en a parlé à la fin du livre cinquième; *Institutiones astronomicae*, *Lond.* 167..... Les dates de sa naissance et de sa mort nous sont inconnues. On est fâché d'apprendre qu'après la mort de Mercator, on trouva parmi ses papiers un Traité d'Astrologie, de sa main. C'est au surplus sans fondement qu'on lit dans la continuation du Dictionnaire de Bayle, par M. de Chauffepié (au mot Neuton), que Wallis l'avoit prévenu dans sa découverte. On ne voit rien de semblable dans l'*Arithmetica infin.* de Wallis, du moins, dans l'édition de 1655. Revenons à l'invention de Mercator.

On a dit que c'est à l'*Aritmétique des infinis* de Wallis que nous devons cette invention. En effet, ce fut en cherchant à appliquer à l'hyperbole les règles de cette Arithmétique, qu'il trouva une Suite pour exprimer l'aire hyperbolique entre les asymptotes. Voici de quelle manière il y parvint.

Il suivoit de ce que Wallis avoit démontré dans l'ouvrage cité tant de fois, que si l'ordonnée d'une courbe étoit exprimée par une Suite quelconque de puissances de l'abscisse, comme $1 + x + x^2 + x^3 + x^4$, &c. l'aire de cette courbe étoit $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}$, &c. Wallis avoit aussi remarqué que prenant l'origine de l'abscisse sur l'asymptote (*fig.* 94), à une distance

du centre égale à BC, ou l'unité, de sorte que BD fût $= x$, l'ordonnée étoit $\frac{1}{1+x}$; mais cette expression ne tomboit point sous ses règles, et il avoit tenté en vain de l'y soumettre.

Ce fut Mercator qui en vint à bout. Il eut l'idée heureuse, et néanmoins fort simple, de diviser, par la méthode usitée, 1 par $1+x$, et il trouva, au lieu d'un quotient fini, cette Suite infinie $1-x+x^2-x^3+x^4$, &c. La vérité de cette expression, et son identité avec la première, est facile à montrer lorsque x est moindre que l'unité : car alors la Suite dont nous parlons est la différence des deux progressions géométriques décroissantes $1+x^2+x^4+x^6$, &c. et $x+x^3+x^5+x^7$, &c. qui sommées par la méthode connue, et soustraites l'une de l'autre, donnent précisément $\frac{1}{1+x}$. La Suite $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}$, &c. sera donc égale, comme on l'a vu plus haut, à l'aire hyperbolique entre les asymptotes, répondante à l'abscisse x. Que si l'on suppose au contraire x négatif, c'est-à-dire, pris de B en δ, la Suite précédente sera $x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}$, &c. Mercator publia sa découverte dans sa *Logarithmotechnia*, qui parut vers la fin de 1668. Il donna ce titre à son ouvrage, parce qu'il y applique principalement sa Suite à la construction des logarithmes qui dépendent, comme on l'a dit tant de fois, de la quadrature de l'aire hyperbolique entre les asymptotes.

L'invention de Mercator fournit en effet un moyen commode de calculer les aires hyperboliques, tant que x est moindre que l'unité. Car supposons que x soit $\frac{1}{5}$, alors la Suite en question se transforme en celle-ci $\frac{1}{5}-\frac{1}{2.25}+\frac{1}{3.125}-\frac{1}{4.625}$, &c. dont les termes décroissent rapidement, de telle sorte qu'ils arriveront bientôt à un degré de petitesse qui les rendra de nulle considération. Il suffira donc d'en additionner un certain nombre, ce que l'on fera commodément, par le moyen des fractions décimales dont nous supposons la doctrine connue au lecteur. Ainsi l'on trouvera par la Suite ci-dessus que le logarithme hyperbolique de $\frac{5}{6}$, est 0.1823215. On trouvera de même ceux de tous les nombres pareils qui excèdent peu l'unité, et par leur combinaison mutuelle on tirera ceux de la plupart des nombres entiers. Car, par exemple, ayant le logarithme de $\frac{9}{8}$, et celui de $\frac{4}{3}$, on aura celui de 2, en ajoutant à celui de $\frac{9}{8}$ le double de celui de $\frac{4}{3}$, ou celui de $\frac{16}{9}$. Car $\frac{9}{8}\times\frac{16}{9}=2$. Maintenant ayant le logarithme de 2, et celui de $\frac{5}{4}$, on aura facilement celui de 10; car $\frac{5}{4}\times 8$, ou $\frac{5}{4}\times 2^3=10$: ainsi il faudra au logarithme de $\frac{5}{4}$, ajouter le triple de celui de 2. Avec le logarithme de $\frac{4}{3}$, et celui de $\frac{9}{4}$, ou le double de celui de $\frac{3}{2}$, on aura celui de 3, car $\frac{4}{3}\times\frac{9}{4}=3$. En ajoutant ceux de 10 et de $\frac{11}{10}$, on a celui

de 11. Il est facile de concevoir, d'après ces divers exemples, comment on peut calculer les logarithmes des nombres entiers par le moyen de ceux des fractions peu différentes de l'unité.

On a dit qu'il falloit supposer dans la Suite ci-dessus x moindre que l'unité. En effet, à mesure que x approche davantage de cette valeur, le calcul de la Suite est plus laborieux, parce qu'elle converge plus lentement, c'est-à-dire, que ses termes décroissent moins rapidement. L'inconvenient est encore plus grand, si x surpasse l'unité; car alors les termes de la Suite, au lieu d'être décroissans, vont en croissant de plus en plus, ce qui la rend inutile. Mais il y a à cela divers remèdes, entr'autres celui-ci : par exemple, si BD est supposé 17, et qu'on ait déjà le logarithme de 2, et par conséquent ceux de 4, de 8, de 16, il n'y a qu'à diviser 17 par 16, ce qui donnera $\frac{17}{16}$, ou $1\frac{1}{16}$. Alors en faisant $x = \frac{1}{16}$, on aura, par la Suite ci-dessus, le logarithme de $1\frac{1}{16}$, ou $\frac{17}{16}$; à quoi si l'on ajoute le logarithme de 16, qui est quadruple de celui de 2, on aura celui de 17. Telle est la manière dont on pourra parvenir à trouver les logarithmes des nombres premiers, pourvu qu'on ait ceux des 10 premiers de la Suite naturelle.

Il faut remarquer que les logarithmes qu'on trouve par cette méthode ne sont pas ceux des Tables ordinaires. On les nomme par cette raison *hyperboliques;* mais ils sont aux *Tabulaires*, c'est-à-dire, à ceux des Tables ordinaires, dans un rapport constant, savoir celui de 2. 3025850 à 1. 0000000. Cela vient de ce que dans la construction des logarithmes ordinaires, on a supposé d'abord que celui de 10 étoit 1. 0000000; mais par le calcul fondé sur la méthode ci-dessus, on le trouve de 2. 3025850. Les logarithmes appellés hyperboliques, sont ceux qui résultent du calcul des aires de l'hyperbole équilatère entre les asymptotes : les tabulaires représentent les aires d'une hyperbole dont les asymptotes font entr'elles un angle de 25°. 44'. $\frac{1}{2}$. Mais comme les aires de ces deux hyperboles sur mêmes abscisses sont entr'elles dans un rapport constant, qui est celui du parallélogramme inscrit dans leurs asymptotes, les logarithmes hyperboliques et tabulaires sont dans un rapport constant, savoir de 2. 3025850 à 1. 0000000, ou de 1. 0000000 à o. 4342944 : ainsi l'on réduira facilement les uns aux autres; les hyperboliques aux tabulaires, en divisant les premiers par 2. 3025850, ou les multipliant par o. 4342944, ou au contraire les tabulaires aux hyperboliques, en multipliant ceux-là par 2. 3025850, ou les divisant par o. 4342944.

III.

Parmi les géomètres contemporains de Wallis, et un peu antérieurs à Neuton, qui ont principalement contribué à l'avancement de la Géométrie, on doit une place au docteur Barrow. Ce mathématicien célèbre, sur la vie et la personne duquel nous avons donné une notice dans le premier livre de cette partie, publia en 1669 ses *Lectiones Geometricae*, ouvrage rempli de recherches profondes sur la dimension et les propriétés des figures curvilignes. Nous nous en tiendrons à cet éloge ; car nous ne pourrions, sans tomber dans des détails prolixes, donner une idée plus développée de ce livre savant. Il ne falloit rien moins que les nouveaux calculs pour effacer tant d'inventions excellentes. Nous nous arrêterons seulement à une, savoir sa méthode des tangentes, à cause de sa liaison avec le calcul différentiel ou des fluxions.

Il faut se rappeller ici ce qu'on a dit sur la méthode de Fermat ; car celle de Barrow n'est que cette méthode simplifiée. Le géomètre anglois considère le petit triangle formé par la différence des deux ordonnées infiniment proches, leur distance et le côté infiniment petit de la courbe (*fig.* 95). Ce triangle est semblable à celui qui se forme par l'ordonnée, la tangente et la soutangente. Il cherche donc par l'équation de la courbe le rapport qu'ont ensemble ces deux côtés ba, aB du triangle Bba, lorsque la différence des ordonnées est infiniment petite ; ensuite il fait comme ba est à aB, ainsi l'ordonnée à la soutangente cherchée. Si la courbe est, par exemple, une parabole dont le paramètre soit p, l'abscisse et l'ordonnée x et y, et conséquemment l'équation $yy=px$; l'abscisse accrue de Pp sera $x+e$, en nommant e l'accroissement Pp, et y deviendra $y+a$, en nommant a l'accroissement respectif ab de l'ordonnée. Ainsi l'équation pour l'ordonnée pb deviendra $yy+2ay+aa=px+pe$. Ôtons de part et d'autre les quantités yy et px égales, nous aurons $2ay+aa=pe$, où Pp étant infiniment petit, ainsi que ab, on pourra absolument négliger aa. Ainsi l'équation se réduira à $2ay=pe$; donc $a:e$, ou $ba:a$B comme $p:2y$, ou $p:2\sqrt{px}$. Or $ba:a$B comme l'ordonnée à la soutangente, d'où il suit que $p:2\sqrt{px}::\sqrt{px}$: à la soutangente ; ce qui donne cette soutangente égale à $2x$.

Cette règle, si peu différente de celle de Fermat, ne diffère, comme il aisé de le voir, de celle du calcul différentiel, que par la notation. Ce que Barrow nomme e, a, on le nomme

dans le calcul differentiel dx, dy, les co-ordonnées étant x et y. Il y a aussi une grande ressemblance entre la manière dont on prend la différentielle, ou la fluxion d'une grandeur, et celle qu'emploie Barrow pour trouver le rapport des lettres e, a. Il ne lui étoit même pas absolument impossible d'appliquer sa méthode aux expressions irrationnelles, de sorte qu'il toucha de fort près au calcul différentiel, et qu'il n'est guère besoin de recourir ailleurs qu'à ses ouvrages pour y trouver l'origine de ce calcul.

I V.

Tel étoit l'état de la Géométrie et de l'Analyse, lorsque parut M. Neuton. Cet homme immortel à tant de titres, naquit le 25 decembre 1642 (vieux style), à Woolstrop, dans la province de Lincoln, d'une famille noble qui possédoit depuis deux siècles la seigneurie de ce nom, et qui étoit originaire de New-Town, ville de la province de Lancastre. Il fit ses premières études dans l'école de Grantham, où il fut envoyé à douze ans. Lorsqu'elles furent finies, sa mère crut devoir le rappeller dans la maison paternelle, pour qu'il commençât à prendre connoissance de ses affaires domestiques. Mais il n'y apporta qu'un esprit si éloigné de ce genre d'occupation et si porté à l'étude, qu'il fallut le renvoyer à Grantham, d'où il passa au collége de la Trinité de Cambridge. Ce fut alors qu'il commença à étudier les mathématiques. Un génie si sublime ne devoit pas suivre la route ordinaire; Neuton ne fit, dit-on, que jetter les yeux sur Euclide, et passa aussitôt à des ouvrages de géométrie sublime, tels que la *Géométrie* de Descartes, et l'*Arithmetica infinitorum* de Wallis. En les lisant, il ne se bornoit pas à les entendre, mais portant déjà ses vues au-delà de celles de l'auteur, il faisoit dès-lors comme par occasion une ample moisson de découvertes. C'est ainsi que s'offrirent à lui ses premières inventions analytiques, comme on le verra dans le récit que nous en ferons.

Le mérite de Neuton ne tarda pas à se faire jour. Le docteur Barrow, si bon juge en ces matières, le connut, l'admira, et quittant sa place de professeur à Cambridge, la lui procura. Il n'avoit encore que vingt-sept ans, mais il étoit déjà en possession, et même depuis quelques années, de deux de ses plus belles découvertes, sa théorie de la lumière, et son calcul des fluxions; car il est prouvé, par des écrits qui subsistent encore, qu'il avoit trouvé ce dernier dès 1666, c'est-à-dire, étant dans sa vingt-quatrième année. Il commença alors à dévoiler la première dans ses *Lectiones Opticae*, ouvrage sublime, soit par les

les recherches d'optique et de géométrie mixte qui y sont répandues, soit par cette nouvelle théorie, qui en est l'objet principal. Il mettoit en ordre dans le même temps son traité intitulé : *Méthode des Fluxions*, se proposant de le publier incessamment avec le précédent. Mais les objections précipitées qui lui vinrent de divers côtés contre ses découvertes optiques, sitôt qu'il en eut publié le précis dans les *Transactions*, le détournèrent de son dessein. Plus flatté de la tranquillité que de la gloire, il les supprima l'un et l'autre. Des découvertes sans nombre et divers écrits sont l'ouvrage de ce temps où il professoit les mathématiques à Cambridge, entr'autres ses *Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle*, ce livre immortel qui fera à jamais l'admiration de tous les siècles éclairés. On en rendra ailleurs un compte si étendu, que pour ne point nous répéter inutilement, nous nous bornerons ici à cet éloge, encore trop foible expression de l'estime due à cette sublime production de l'esprit humain.

Un mérite tel que celui de Neuton étoit digne d'un autre théâtre que celui où nous l'avons vu jusqu'ici. On le sentit en 1696. Milord Montague, comte d'Halifax, lui procura la place de directeur des monnoies de Londres ; Neuton la remplit en homme de génie, et fit dans certaines circonstances difficiles, des opérations également savantes et utiles. En 1705, il fut créé chevalier par la reine Anne. La princesse de Galles, depuis la reine Caroline, épouse de Georges Ier., lui fit souvent l'honneur de s'entretenir avec lui sur des sujets philosophiques, comme elle avoit fait avec Leibnitz, pendant son séjour à Hanovre.

Neuton jouit d'une santé heureuse jusqu'à près de quatre-vingts ans : elle commença alors à s'affoiblir, et au commencement de 1727, il fut attaqué de la pierre. Il montra dans cette circonstance autant de fermeté qu'il avoit déployé de sagacité durant le cours de sa vie. Au milieu des cruels accès qui terminèrent ses jours, on ne le vit jamais proférer une plainte ; et si les gouttes d'eau qui couloient le long de son front n'eussent été des marques de la violente douleur qu'il éprouvoit intérieurement, on l'eut cru dans un état tranquille. Il mourut enfin le 20 mars 1727 (vieux style), âgé de quatre-vingt-quatre ans et trois mois. La Grande-Bretagne crut devoir montrer qu'elle étoit sensible à l'honneur d'avoir produit un homme si supérieur. Son corps fut transféré à l'abbaye de Westminster, et déposé sur un lit de parade. Il fut conduit delà au lieu destiné pour sa sépulture, avec une suite nombreuse des plus grands seigneurs. Le grand chancelier d'Angleterre, les ducs de Montrose et de Roxbury, les comtes de

Penbrock, de Sussex et de Maclesfield se firent un honneur de porter le drap mortuaire. Sa famille lui a depuis élevé un monument où on lit cette épitaphe :

H. S. E. *ISAACUS NEWTONUS, eques auratus, qui animi vi propè divinâ, planetarum motus, figuras, cometarum semitas, Oceanique aestus, suâ Mathesi lucem preferente, primus demonstravit. Radiorum lucis dissimilitudines, colorumque indè nascentium proprietates, quas nemo antè suspicatus erat, pervestigavit. Naturae Antiquitatis, S. Script. sedulus, sagax, fidus, interpres, Dei O. M. Majestatem Philosophiâ aperuit, Evangelii simplicitatem moribus expressit. Sibi gratulentur mortales tale tantumque extitisse humani generis decus.*

Natus XXV. *decemb.* A. D. MDCXLII ; *obiit martii* XX. MDCCXXVI (1).

Les ouvrages de Neuton sont en grand nombre : les voici sommairement rassemblés par ordre des dates de leur impression. Nous passons legèrement sur les notes dont il enrichit l'édition de la *Géographie* de Varenius, donnée en 1672, pour nous arrêter à ses *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Ce sublime ouvrage parut pour la première fois à Londres, en 1687 (*in*-4°.), et a eu plusieurs éditions. La seconde est de 1713 (à Londres), et fut aussitôt répétée à Amsterdam en 1714. La troisième parut à Londres en 1726. Ce livre a été savamment commenté par les PP. Jacquier et le Seur, religieux minimes françois établis à Rome, et savans géomètres (2). Il a été aussi traduit, en 174.., en anglois, par les soins de Benjamin Motte, un des secrétaires de la société royale de Londres, et M. Machin y joignit sa nouvelle théorie de la lune, qui est à certains égards un commentaire de la partie des *Principes* qui concerne cette planète. J'ai ouï parler d'une autre traduction angloise, dont j'ignore la date et l'auteur. Nous en avons aussi une traduction françoise, avec un commentaire sur les endroits les plus difficiles, ouvrage de la marquise du Châtelet, auquel présida M. Clairaut, qui en a fourni les matériaux, conjointement avec quelques autres célèbres géomètres. Je parle ailleurs (3) des ouvrages qui ont eu pour objet de rendre plus facile l'intelligence des *Principes*.

(1) A cette époque l'année, du moins pour les actes publics, ne commençoit en Angleterre qu'au 25 mars. Ainsi, cette date revient au 20 mars 1727, vieux style, ou le 31 mars, nouveau style.

(2) *Philosophiae naturalis Principia, &c. Perpetuis commentariis illustrata, communi studio* PP. le Seur *et* Jacquier, &c. (*Genevae*, 1739, *in*-4°. 3 vol.).

(3) Article XII du huitième livre de cette partie.

M. Neuton publia en 1704, à Londres, son Optique en anglois, avec deux traités latins, *De quadratura curvarum*, et *Enumeratio linearum tertii ordinis*, qui reparurent en 1706, avec la traduction latine de l'Optique, par Samuel Clarck (*in*-4°.). Cet ouvrage, je veux dire l'Optique de Neuton, a été aussi traduit en françois, et publié en 1720 à Amsterdam, et de nouveau à Paris en 1726 (*in*-12.). Il en a été donné à Paris une nouvelle traduction en 1787 (*in*-8°. 2 vol.), qui mérite la préférence sur toutes les autres. Je ne doute point qu'il n'y en ait dans toutes les autres langues de l'Europe.

Quant aux deux traités, *De quadratura curvarum*, et l'*Enumeratio curvarum tertii ordinis*, ils ont été réimprimés en 1711, avec deux autres traités de Neuton, savoir son *Analysis per quantitatum Series, Fluxiones ac differentias, &c.*, et sa *Methodus Differentialis.* Les deux premiers ont été depuis commentés, l'un par M. Stewart, savant géomètre écossois, et l'autre par le célèbre M. Stirling, sous le titre de *Illustratio tractatus domini Neutoni, de Enumeratione curvarum tertii ordinis.* (*Oxon.* 1717, *in*-8°.). On vient de réimprimer ce commentaire avec l'ouvrage de Neuton (1).

Nous revenons pour quelques momens sur nos pas, afin de ne pas oublier l'*Arithmetica universalis*, qui vit le jour en 1707. Nous en avons donné ailleurs l'idée convenable, et nous y renvoyons.

Après la mort de Neuton ont encore paru divers ouvrages qu'il n'avoit pas eu le temps, ou qu'il avoit négligé de publier; telles sont :

1°. Ses *Lectiones opticae*, ouvrage en grande partie différent de son Optique, qui parurent en 1728, en anglois (*Lond. in*-4°.), et qui ont été ensuite traduites en latin, et insérées, tant dans les *Opuscula Neutoni, tom. II*, que dans un recueil imprimé à Padoue en 1749 (*in*-4°.), et qui comprend toutes les pièces neutoniennes relatives à la lumière.

2°. Son livre *De systemate mundi* a vu le jour en 1731, par les soins de M. Halley. C'est un précis du troisième livre des *Principes*, destiné par Neuton pour en rendre la doctrine plus accessible aux lecteurs.

3°. Sa *Méthode des Fluxions et des Suites infinies*, un des premiers et des plus anciens de ses ouvrages, n'a paru néanmoins qu'en 1736, en anglois, par les soins de M. Colson (*Lond.* 1736, *in*-4°.). Nous en avons une traduction françoise, donnée en 1740 (*Paris*, *in*-4°.), par M. de Buffon, avec une

(1) Paris, 1797, *in*-8°. Chez Duprat, libraire, quai des Augustins.

préface très-curieuse. Je n'en connois d'édition latine que celle qui est insérée dans les *Opuscula Neutoni.*

Nous devons au moins dire un mot de sa *Chronologie des anciens royaumes, corrigée*, ouvrage aussi posthume, qui parut en 1728 (en anglois), et dont l'abrégé, confidentiellement communiqué au P. Souciet, fut publié en 1725; ce que Neuton trouva fort mauvais, et traita d'infraction à la bonne foi. Si le système chronologique que Neuton tâche d'y établir n'est pas vrai, il est du moins séduisant, et prouve la profonde érudition que son auteur joignoit à son génie mathématique. Nous glissons sur ses *Observations concernant les prophéties de Daniel et l'Apocalypse.* Peut-être que partout ailleurs qu'à Genève et à Londres on eut cru l'honneur de Neuton intéressé à ce que ces observations ne vissent pas le jour; mais je n'y trouve nulle part, qu'à force de commenter l'Apocalypse, il ait cru y avoir découvert que notre système devoit nécessairement être composé de sept planètes, comme le dit M. de Paw (1); car d'abord Neuton ne pouvoit pas admettre sept planètes, puisqu'on n'en connoissoit de son temps véritablement que six. Mais ce qu'il y a de plaisant, c'est que ce que M. de Paw appelle une huitième planète, qui dément l'assertion de Neuton, savoir *Herschel* ou *Uranus*, ne fait réellement que la septième de notre système, en sorte qu'il se trouveroit que Neuton, loin d'avoir rêvé, auroit réellement deviné l'existence de cette septième planète. Au surplus, on ne trouve dans les écrits de Neuton aucune trace de cette conjecture ou assertion, qui lui est gratuitement prêtée par M. de Paw, très-sujet à de pareilles inexactitudes, sans doute parce qu'il s'en fie un peu trop à sa mémoire.

Tous les écrits de Neuton, à l'exception de ses *Principes*, de son *Arithmétique universelle* et de son *Optique*, furent rassemblés en 1744, sous le titre d'*Opuscula*, et publiés à Genève en trois volumes *in*-4°.; c'est un vrai présent que fit au monde savant M. Castillion. On y trouve aussi quantité de pièces extraites des *Transactions philosophiques*, du *Commercium epistolicum*, &c. L'énumération en seroit trop longue.

Il manquoit cependant encore à la mémoire de Neuton une édition complète de ses Œuvres. Elle a enfin été donnée par M. Horsley, de la société royale de Londres, savant aussi versé dans la Géométrie ancienne, que dans toutes les découvertes de la moderne. Elle est en cinq volumes *in*-4°. (2), et comprend

(1) *Recherches sur les Grecs.*

(2) Isaaci Neutoni, *Opera quae extant omnia. Commentariis illustrabat.* Samuel Horsley, LL. D. R. S. S. *Lond.* 1779 — 178.., *in*-4°. 5 vol.

tout ce qu'on a pu recouvrer de Neuton, avec les notes de l'éditeur. C'est un monument durable élevé à la gloire de ce grand homme, et un présent précieux fait à tous ceux pour qui les connoissances mathématiques ont des attraits. Nous revenons enfin au développement de ses découvertes géométriques et analytiques.

Les idées de Wallis sur les interpolations furent l'occasion des premières découvertes de Neuton. Lorsqu'il commença à se jetter dans la carrière des mathématiques, ce qui fut vers la fin de 1665, un des premiers livres qu'il lut fut l'*Arithmétique des infinis*, dont nous avons si souvent parlé. Il n'avoit guère lu alors que les *Elémens* d'Euclide, dont les propositions n'avoient fait que le frapper comme des axiômes d'une évidence soudaine, et la *Géométrie* de Descartes, qui ne lui avoit pas coûté de fortes méditations. La lecture de l'*Arithmétique des infinis* le frappa d'une lumière vive. On doit se ressouvenir que Wallis y montroit la manière de quarrer toutes les courbes, dont (x étant l'abscisse) l'ordonnée étoit exprimée par $\overline{1-xx}^{m}$, tant que m étoit un nombre entier positif ou zéro, et qu'en supposant m successivement 0. 1. 2. 3. 4. &c. les aires répondantes à l'abscisse x, étoient respectivement x ; $x - \frac{1}{3}x^3$; $x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$; $x - \frac{3}{3}x^3 + \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7$, &c. Ainsi, disoit-il, tout comme l'exposant de $\overline{1-xx}^{\frac{1}{2}}$, qui est l'expression de l'ordonnée dans le cercle, est le terme moyen entre zéro et 1, de même dans la suite x ; $x \pm \frac{1}{3}x^3$, &c., la valeur de l'aire circulaire doit être le terme moyen entre ces deux premiers. Mais il ne put trouver ce terme, du moins sous une forme semblable : cela étoit réservé à un des premiers efforts de Neuton. Voici, d'après lui-même (1), l'histoire de ses méditations sur ce sujet.

Pour rendre sensible ce que nous avons à dire ici, il nous faut exposer d'une manière plus distincte la suite des expressions entre les deux premières desquelles il en faut interpoler une autre. Nous les réduirons pour cet effet en une espèce de table, qui comprendra les quatre ou cinq premières ; ce sont :

$$x$$
$$x - \frac{1}{3}x^3$$
$$x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$$
$$x - \frac{3}{3}x^3 + \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7$$
$$x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{6}{5}x^5 - \frac{4}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9.$$

Considérons maintenant cette table, et nous y remarquerons :

(1) *Comm. epistol.* p. 67. *Neut. Opuscula*, t. I. p. 328.

1°. Que tous les premiers termes sont x ;
2°. Que les signes sont alternativement positifs et négatifs ;
3°. Que les puissances de x y croissent par degrés impairs.

Ce doivent donc être là des conditions communes à l'expression cherchée et aux précédentes ; et comme il est facile de s'y conformer, il n'y a que les coéfficiens qui fassent de la difficulté. Pour les trouver, remarquons encore avec Neuton que le dénominateur de chaque fraction qui forme le coéfficient de chaque terme, est l'exposant même de la puissance de x dans ce terme ; à l'égard des numérateurs, on voit, avec un peu de sagacité, que dans la seconde colonne, ils croissent par des différences égales ; dans la troisième, ce sont les nombres triangulaires 1. 3. 6., &c. ; dans la quatrième, les nombres pyramidaux, 1. 4. 10., &c.

Ce fut sans doute par cette considération que Neuton parvint à reconnoître que m étant l'exposant de la puissance de $1-xx$, ou qu'ayant à développer en général $\overline{1-xx}^m$, la suite des numérateurs étoit en général $1.m.\frac{m.m-1}{1.2}:\frac{m.m-1.m-2}{1.2.3}$, &c. En effet, m exprimant un nombre entier quelconque, $\frac{m.m-1}{1.2}$ est l'expression générale de la suite des nombres triangulaires ; $\frac{m.m-1.m-2}{1.2.3}$ celle des nombres pyramidaux, &c. Il est aisé d'en faire l'épreuve sur les termes déjà connus. Puis donc que ces expressions sont vraies à l'égard de m, tant qu'il est un nombre entier, elles le seront de même s'il est un nombre rompu, comme $\frac{1}{2}$ dans le cas présent. Ainsi les numérateurs cherchés pour le terme moyen entre le premier et le second de la Suite ci-dessus seront $1 ; \frac{1}{2} ; -\frac{1}{8} ; +\frac{1}{16} ; -\frac{5}{128}$, &c. qui multipliant respectivement les termes que nous avons vu devoir être $x ; -\frac{x^3}{3} ; +\frac{x^5}{5} ; -\frac{x^7}{7} ; +\frac{x^9}{9}$, &c., donnent pour la Suite cherchée, $x-\frac{1}{6}x^3-\frac{1}{8.5}x^5-\frac{1}{16.7}x^7-\frac{5}{128.9}x^9$, &c. C'est-là la valeur de l'aire du segment circulaire répondant à l'abscisse x, prise à commencer du centre. M. Neuton s'apperçut bientôt après qu'il y avoit une manière plus simple de trouver la même Suite ; c'est d'extraire par la méthode ordinaire la racine de $1-xx$, et de continuer l'opération jusqu'à ce qu'on ait un assez grand nombre de termes pour appercevoir la loi de la progression. On trouve par cette voie que $\sqrt{1-xx}$, est $x-\frac{xx}{2}-\frac{x^4}{8}-\frac{x^6}{16}-\frac{5}{128}x^8$, &c. ce qui étant traité suivant les règles de l'*Arithmétique des infinis*, donne la même Suite que ci-dessus.

Cette découverte mit Neuton en possession d'une autre non moins intéressante, et qui auroit dû naturellement précéder

celle qu'on vient de voir, si le génie inventeur suivoit toujours le chemin le plus facile. C'est le développement de la puissance $\overline{1 - xx}^m$ (m étant un nombre quelconque) en expression rationnelle. Il remarqua qu'il n'y avoit qu'à omettre dans la formule précédente les dénominateurs 3. 5. 7. et abaisser chaque puissance d'une unité, &c. Ainsi $\overline{1 \pm xx}^m$. n'est autre chose que $1 \pm mxx + \frac{m.\overline{m-1}}{1.\ 2} x^4 \pm \frac{m.\overline{m-1}.\overline{m-2}}{1.\ 2.\ 3} x^6$, &c.; ce qui donne aussi l'expression générale de $\overline{a \pm b}^m$; car $\overline{a \pm b}^m = a^m \times (1 \pm \frac{b}{a})^m$. Mais $(1 \pm \frac{b}{a})^m$ est $1 \pm m.\frac{b}{a} + \frac{m.\overline{m-1}}{1.\ 2}.\frac{b^2}{a^2} \pm \frac{m.\overline{m-1}.\overline{m-2}}{1.\ 2.\ 3}.\frac{b^3}{a^3}$, &c.: on a donc, en multipliant tout cela par a^m, on a, dis-je, $(a \pm b)^m = a^m \pm m.\ a^{m-1}\ b + \frac{m.\overline{m-1}}{1.\ 2}.\ a^{m-2}\ b^2$, &c. Ce peu de termes suffit pour montrer la loi de la progression. Elle se terminera si m est un nombre entier et positif; car alors il arrivera que m moins un nombre de la progression naturelle deviendra zéro, ce qui rendra ce terme nul, ainsi que chacun des suivans. Si m est négatif ou un nombre rompu, cette Suite aura un nombre infini de termes. C'est-là la fameuse règle nommée communément le Binome de Neuton, règle d'un usage infini dans l'analyse ordinaire, pour l'extraction approchée et expéditive des racines, de même que dans le calcul intégral.

M. Neuton étoit déjà parvenu à ces découvertes et à diverses autres, plusieurs années avant que Mercator publiât sa *Logarithmotechnie*, qui ne comprend qu'un cas particulier de la théorie ci-dessus. Mais par un excès de modestie et d'indifférence pour ces fruits de son génie, il ne se pressoit point de se faire connoître en les mettant au jour. Sur ces entrefaites parut l'ouvrage de Mercator : c'eût été pour tout autre un motif puissant de se hâter de prendre part à la gloire attachée à ces découvertes brillantes; mais bien au contraire, cela ne servit qu'à confirmer Neuton dans sa résolution. Il pensa que Mercator ayant trouvé la Suite pour l'hyperbole, comme on l'a dit, il ne tarderoit pas d'étendre sa méthode au cercle et aux autres courbes, ou que si Mercator ne le faisoit pas, cette invention n'échapperoit pas à d'autres. En effet, il est surprenant que Mercator, ayant résolu par la division ordinaire l'expression $\frac{1}{1+x}$ en une Suite infinie, n'ait pas eu l'idée de tenter l'extraction de la racine sur celle-ci $\sqrt{1 \pm xx}$. M. Neuton enfin ne se croyoit pas encore d'un âge assez mûr pour oser rien mettre au grand jour (1), rare exemple de modestie, et

(1) *Neutoni Epist. posterior in comm. Epistol.*

qui mérite bien d'être mis en contraste avec la confiance de ces écrivains que nous voyons si souvent écrire sur des matières avant que de les avoir étudiées.

Neuton vint alors à être connu du docteur Barrow ; ce savant géomètre sentit aussitôt tout le prix de cet homme extraordinaire : il l'exhorta à ne pas enfouir davantage tant de trésors, et il le détermina à lui permettre d'envoyer à un de ses amis de Londres, un écrit qui étoit le précis sommaire de quelques-unes de ces découvertes. Cet écrit est celui qui a paru depuis sous le titre de *Analysis per aequationes numero terminorum infinitas.* Outre l'extraction des racines de toutes les équations, et la méthode de réduire les expressions fractionnaires ou irrationnelles en Suite infinie, il contient l'application de toutes ces inventions à la quadrature et à la rectification des courbes, avec diverses Suites pour le cercle et l'hyperbole. On y trouve aussi la méthode du retour des Suites, c'est-à-dire, la manière de dégager l'indéterminée qui entre dans tous les termes d'une Suite, et d'en trouver la valeur par une autre, qui ne contient que des quantités connues, ou bien la manière de revenir à l'abscisse ou à l'ordonnée, ayant une Suite qui exprime l'aire, ou l'arc par cette abscisse, ou cette ordonnée. Neuton ne s'y borne pas aux courbes géométriques, il donne quelques exemples de quadratures de courbes mécaniques ; il y parle d'une méthode des tangentes dont il étoit en possession, méthode qui n'étoit point arrêtée par les irrationnalités, et qui s'appliquoit aussi bien aux courbes mécaniques qu'aux géométriques. On y voit enfin le principe *des Fluxions* et *des Fluentes* assez clairement expliqué et démontré, de sorte qu'il est incontestable que Neuton étoit dès-lors en possession de cet admirable calcul. Car les éditeurs de cet écrit, dans le *Comm. Epistolicum*, nous attestent qu'il a été fidèlement publié d'après la copie que Collins en avoit tirée sur le manuscrit envoyé par Barrow. Ce qui n'est présenté que sommairement et avec une précision extrême dans cet écrit, Neuton sollicité par Barrow, travailla bientôt après à l'étendre davantage ; ce qui donna lieu à l'ouvrage intitulé *Methodus Fluxionum*, et *Serierum infinitarum.* Il avoit dessein de le faire imprimer à la suite d'une traduction de l'Algèbre hollandoise de Kinckuysen, qu'il avoit enrichie de ses notes. Mais à la vue des chicanes qu'il commença d'essuyer à l'occasion de ses découvertes sur la lumière, il prit le parti de le supprimer, ainsi que ce qu'il proposoit d'imprimer sur l'Optique ; ce sont-là les causes pour lesquelles cet excellent Traité a été si long-temps enseveli dans l'oubli par son auteur, au grand détriment de la Géométrie.

V.

V.

Nous ne devons pas différer davantage à donner une idée distincte du principe sur lequel est établie la méthode dont nous parlons ; car quoique pour l'effet elle soit la même que celle du calcul différentiel, la manière dont M. Neuton envisage la sienne est bien plus lumineuse. Il y a plus, cette manière a l'avantage de prévenir toutes les difficultés qu'on a élevées contre le calcul de Leibnitz, du moins en ce qui concerne les secondes différences. Ces difficultés ne sont, il est vrai, que des chicanes ; mais c'est toujours un mérite que de présenter les choses sous un point de vue si lumineux, que la chicane même ne puisse trouver à s'y attacher.

La méthode Neutonienne des fluxions et des fluentes est fondée sur les notions évidentes du mouvement. Lorsqu'un corps se meut uniformément, la vîtesse qu'il a à chaque instant est la même ; mais il en est autrement d'un corps qui se meut d'un mouvement accéléré ; qui tombe, par exemple, en vertu de sa pesanteur. Ce corps a une vîtesse différente à chaque instant, et cette vîtesse est celle avec laquelle il continueroit de se mouvoir, si la pésanteur ou la force qui l'accélère cessoit d'exercer sur lui son action. Il en est de même du mouvement retardé ; la vîtesse à chaque point de l'espace parcouru par un mouvement semblable, est celle avec laquelle le corps continueroit à se mouvoir, si la cause retardatrice cessoit d'agir. La vîtesse d'un corps mu d'un mouvement, soit accéléré, soit retardé, pourroit être mesurée par l'espace que ce corps parcourroit dans un certain temps donné, son mouvement cessant d'être altéré par l'action de la cause qu'on a dit ci dessus.

Ceci s'applique avec une clarté lumineuse à la théorie des fluxions. Toute ligne courbe peut être conçue décrite par deux mouvemens ; l'un est celui de l'ordonnée transportée parallèlement à elle-même le long de l'abcisse, l'autre celui d'un point qui parcourt l'ordonnée en s'éloignant de l'axe ou de l'extrémité de cette ordonnée. On suppose pour simplifier les idées, que le premier est uniforme ; mais le second est varié, sinon la courbe dégénéreroit en une ligne droite, comme il est aisé de voir. S'il est accéléré, cette courbe sera convexe vers son axe, et ce sera le contraire s'il est retardé. Mais à chaque point où est parvenu le mobile C (voy. *fig.* 96, n°. 1 et n°. 2) ; la vîtesse avec laquelle il flue ou se meut le long de BC, ce que M. Neuton appelle la fluxion de l'ordonnée, sera exprimée non par l'espace E*c*, qu'il parcourra dans le temps, pendant lequel

l'ordonnée parcourra B*b*, mais par l'espace E*e*, qu'il parcourroit avec la vîtesse acquise au point C, conservée sans augmentation ni diminution. Car ce point décrivant ne parvient en *c* qu'en vertu de l'accélération ou de la retardation qu'il éprouve durant le temps que l'ordonnée met à parcourir B*b*, puisque s'il n'eût pas été accéléré ou retardé, l'espace qu'il eût parcouru eût été la ligne E*e*, interceptée entre la parallèle CE et la tangente au point C.

Ce que nous venons de dire montre déjà le principe de la règle des tangentes dans ce calcul. Sans faire aucune supposition dure, comme celle-ci, que les parties infiniment petites de courbe sont des lignes droites, et que les tangentes sont leurs prolongations, on peut prendre l'intervalle entre deux ordonnées quelconques BC, *bc*, si grand qu'on voudra ; et si FC*e* est tangente au point C, et CE parallèle à l'axe, CE sera la fluxion de l'abscisse, et E*e* la fluxion correspondante de l'ordonnée, de sorte qu'il est évident que la fluxion de l'ordonnée est à celle de l'abscisse, comme l'ordonnée à la soutangente. On verra dans la suite comment, par l'expression analytique de la courbe, on trouve le rapport de ces deux fluxions. De même c'est la ligne C*e* qui est la fluxion de la ligne courbe AC ; ainsi l'on voit encore que le quarré de la fluxion de la courbe, est égal à la somme de ceux des fluxions des coordonnées, ce qui est le principe des rectifications.

Il n'est guère plus difficile de déterminer, à l'aide des principes ci-dessus, quelle est la fluxion d'une aire curviligne. Ce n'est pas l'espace CB*bc*, dont croît réellement cette aire, mais le rectangle BE, formé de l'ordonnée par la fluxion de l'abscisse. Car, pour prendre l'exemple le plus simple, dans le triangle où l'abscisse flue uniformément, l'aire croît ou flue d'un mouvement accéléré, puisqu'en temps égaux les accroissemens sont de plus en plus grands. Or il est évident que le petit triangle CE*e*, est ce qui est produit en vertu de cette accélération. Il faut donc le rejeter ; et la vraie vîtesse de l'aire croissante AB*c*, quand elle est parvenue à cette grandeur, est le rectangle CB*be*. Ce qu'on vient de dire du triangle s'applique facilement aux autres courbes ; ainsi la fluxion d'une aire quelconque est le produit de l'ordonnée par la fluxion de l'abscisse. Celle d'un solide est le produit de la fluxion de l'abscisse par la surface génératrice, qui sera, par exemple, le cercle décrit du rayon BC, si ce solide est le cône ou le conoïde produit par la circonvolution de la figure ABC autour de AB.

Cette manière d'envisager l'accroissement des figures, nous conduit naturellement aux fluxions des fluxions, et aux fluxions de tous les ordres, sans qu'on puisse leur opposer aucune des

difficultés qu'on a élevées contre les secondes, troisièmes différences, &c. du calcul différentiel. Car imaginons sur le même axe AB (*fig.* 97), une courbe D*d*D, dont chaque ordonnée BD sont comme la fluxion de BC, ou la vîtesse qu'a le point décrivant C sur BC. Cette vîtesse est-elle uniforme, la ligne D*d*D ne sera qu'une parallèle à l'axe, et BD n'aura conséquemment aucune fluxion, il n'y en aura aussi aucune seconde pour l'ordonnée BC. Mais la vîtesse du point C est-elle continuellement accélérée ou retardée, l'ordonnée BD croîtra ou décroîtra; cette ordonnnée aura par conséquent une première fluxion qui sera évidemment la seconde de l'ordonnée BC, ou sa fluxion de fluxion. Cet exemple nous servira encore à montrer ce que sont les fluxions des ordres ultérieurs; car si la courbe D*d* n'est pas une simple ligne droite inclinée à l'axe, l'ordonnée BD aura elle-même une seconde fluxion, qui sera conséquemment la troisième de l'ordonnée BC. On peut de même prouver et rendre sensibles les fluxions des ordres quatrième, cinquième, &c. En général, une courbe d'un degré m, ne sauroit avoir de fluxions d'un ordre plus élevé que celui qui est dénommé par m; mais une courbe mécanique peut en avoir de tous les degrés à l'infini Cela arrive à la logarithmique, parce que la courbe, sur le même axe qui désigne le rapport des premières fluxions, est elle-même une logarithmique; d'où il est évident que celle qui désigneroit le rapport des fluxions de celle-ci, en seroit encore une, et ainsi à l'infini.

Après avoir fait connoître en quoi consiste la méthode des fluxions, il nous faut entrer dans l'exposition sommaire de leur calcul; car ce seroit peu que d'être en possession des principes qu'on vient d'établir, si l'on n'avoit le moyen de trouver le rapport des fluxions des différentes espèces de grandeurs, dans les divers cas, et suivant les diverses équations des courbes. Il faut d'abord désigner la fluxion d'une quantité simple, comme x, par quelque signe. M. Neuton le fait tantôt par $\dot{x}$, tantôt par $o\,x$, quelquefois par X, ou par quelqu'autre lettre, comme p. Mais le premier signe est celui qui a été adopté en Angleterre dans l'usage ordinaire, tandis que la plupart des géomètres du continent se servent dé celui-ci dx. Lors donc qu'on aura une quantité simple et variable, comme x, il sera facile de trouver sa fluxion; et au contraire ayant une fluxion comme $\dot{x}$, on verra aussitôt que sa fluente, ou la quantité dont elle est la fluxion, est x. De même la fluxion de $m\,x$, (m étant une grandeur constante ou invariable) est $m\,\dot{x}$. Après ce cas, le plus simple et le premier de tous, vient celui où on a le produit de deux grandeurs, comme xy. Pour avoir leur fluxion, qu'on se représente (*fig.* 98), un rectangle comme AC, dont les côtés

sont x et y. De même qu'on a montré que la fluxion de l'aire d'un triangle, comme ABC, est simplement BE, et non l'aire entière BCcb, de même il est facile de prouver que la fluxion du rectangle AC, n'est que la somme des fluxions BE, DF, c'est-à-dire $y\dot{x} + x\dot{y}$; & *vice versâ*, si l'on a une fluxion de cette forme, on pourra dire que la quantité dont elle provient est xy. Delà il est facile de tirer par la seule analyse, et sans aucune considération immédiate du principe des fluxions, le rapport de celles de toutes les autres sortes de grandeurs, quelle que soit leur forme et leur composition. Il est superflu d'en donner des exemples, parce que c'est là le premier pas qu'on fait dans la lecture des livres élémentaires de ce calcul.

Ce que nous venons de dire sur la nature des fluxions, c'est le précis de l'excellent livre de M. Maclaurin, qui a pris un soin particulier de développer l'idée de Neuton, et d'écarter toutes les difficultés qu'on pourroit élever à ce sujet. M. Neuton conçoit encore ses fluxions d'une autre manière, savoir comme les dernières raisons des accroissemens simultanés de deux grandeurs qui dépendent l'une de l'autre. Nous allons éclaircir ceci ; qu'on conçoive une courbe comme ACc (*fig.* 99), et deux ordonnées à une distance indéterminée Bb, avec la parallèle CD. Les côtés CD, Dc, représentent les accroissemens respectifs et simultanés de l'abscisse AB, et de l'ordonnée BC. Que Cb se rapproché de BC, la sécante Cc tournant sur le point C, et se rapprochant de plus en plus de la tangente. Il est visible que le petit triangle CDc, approchera de plus en plus d'être semblable avec celui que forment la tangente CF, et les lignes FB, BC. Donc la raison des côtés FB, BC, est la limite vers laquelle s'approche continuellement celle des côtés CD, Dc, et qu'elle atteint à l'instant où ils s'anéantissent. Pour trouver donc cette raison, supposons l'abscisse égale à x, et l'ordonnée représentée par une fonction de x, comme x^n. Que l'accroissement de x soit désigné par $\dot{x}$, tandis que x deviendra $x + \dot{x}$, x^n deviendra $(x+\dot{x})^n$, ou $x^n + nx^{n-1}\dot{x} + \frac{n.\overline{n-1}}{2}x^{n-2}\dot{x}^2$, &c. suivant la formule connue. Les accroissemens respectifs seront donc comme $\dot{x}$, et $nx^{n-1}\dot{x} + \frac{n.\overline{n-1}}{2}.x^{n-2}\dot{x}^2$, &c., ou comme 1, et $nx^{n-1} + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2}.x^{n-2}\dot{x}$, &c. Donc à l'instant où $\dot{x}$ deviendra zéro, cette raison sera celle de 1 à nx^{n-1}, ou enfin celle de $\dot{x}$ à $nx^{n-1}\dot{x}$, qui est la même. Ainsi la fluxion ou l'accroissement évanescent de x^2 sera $2x\dot{x}$; celui de x^3, $3x^2\dot{x}$, &c. comme il est aisé de le conclure du raisonnement ci-dessus.

On voit encore par là d'une autre manière que ci dessus, ce que sont les fluxions de fluxions, ou les accroissemens d'accrois-

semens; car suivant les différens points de la courbe A C *c*, la raison des côtés F B, B Ç du triangle tangentiel F B C varie; par conséquent cette raison étant la même que celle des derniers accroissemens de l'abscisse et l'ordonnée, celle-ci varie: on pourra donc exprimer cette raison par l'ordonnée d'une courbe, qui sera elle-même susceptible d'accroissement ou de diminution. Les fluxions de ces ordonnées seront les secondes fluxions, ou les secondes différences suivant Leibnitz. Il est superflu d'en dire davantage sur la nature des fluxions, que nous croyons avoir suffisamment éclaircie; passons à donner une idée de leur application.

La première application de la théorie des fluxions concerne la manière de trouver les tangentes des courbes. Il est facile de voir, par tout ce qu'on a dit ci-dessus, que dans toute courbe à ordonnées parallèles, la fluxion $\dot{y}$ de l'ordonnée est à celle de l'abscisse $\dot{x}$, comme l'ordonnée y est à la soutangente, de sorte que celle-ci est égale à $\frac{\dot{x}y}{\dot{y}}$. Si donc on cherche par l'équation de la courbe la valeur de $\dot{y}$, ce qui sera toujours facile, il en résultera une expression qui, mise à la place de $\dot{y}$, donnera un dénominateur et un numérateur tout affecté de $\dot{x}$. Ainsi en divisant l'un et l'autre par $\dot{x}$, restera une expression en termes ordinaires, et par conséquent susceptible de construction; ce sera le rapport de la soutangente et de l'abscisse.

La méthode des fluxions s'applique avec une grande facilité à la recherche des plus grandes et des moindres ordonnées des courbes. Lorsqu'une ordonnée de courbe, de croissante qu'elle étoit devient décroissante, ou au contraire, le point décrivant, qui est transporté sur l'ordonnée, revient en quelque sorte sur ses pas; sa vitesse ou la fluxion de l'ordonnée devient donc de positive négative, ou au contraire. Ainsi dans l'instant du passage elle doit être zéro; car une quantité ne sauroit de positive devenir négative, ou au contraire, qu'elle ne passe par l'état de zéro. Pour trouver les *maxima* et *minima*, il faut donc prendre la fluxion de la grandeur dont on cherche le *maximum* ou le *minimum*, et l'égaler à zéro. Cette supposition permettra toujours de retrancher le signe de fluxion $\dot{x}$ ou $\dot{y}$, qui affectera tous les termes, de sorte qu'il ne restera qu'une équation en termes finis, qui donnera la valeur de l'abscisse à laquelle répond la plus grande ordonnée. On aura par-là les points comme M *m*, où la tangente est parallèle à l'axe. Ceux au contraire où la tangente est perpendiculaire à l'axe, se trouveront en faisant la fluxion de l'abscisse égale à zéro, ou ce qui revient au même, en égalant à zéro tous les termes qui sont affectés de la fluxion de l'ordonnée, ou de $\dot{y}$. Toutes ces choses

sont d'une extrême facilité dès qu'on a bien conçu les principes de ce calcul. Nous ferons seulement une observation importante sur ce sujet, après avoir parlé de points d'inflexion.

On a suffisamment expliqué dans le livre second la nature des points d'inflexion ; ce qui les caractérise, c'est que la courbe y est à la fois touchée et coupée par une ligne droite ; et que cette ligne fait avec l'axe le plus grand ou le moindre angle qu'elle puisse faire. On conclut delà, en employant le principe des fluxions, que dans un point de cette nature, la seconde fluxion de l'ordonnée, ou $\ddot{y}$ est égale à zéro. En effet, puisqu'alors le rapport de l'ordonnée à la soutangente est un *maximum* ou un *minimum*, et que ce rapport est le même que celui de $\dot{y}$ à $\dot{x}$, il s'ensuit que $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ est un *maximum* ou un *minimum*. Conséquemment $\ddot{y}$ est égal à zéro, en supposant $\dot{x}$ invariable. On le démontre encore de cette manière. Lorsqu'une courbe de convexe vers un certain côté devient concave, elle perd de plus en plus sa courbure, et dans le passage du convexe au concave, elle est une ligne droite, coincidente dans un espace infiniment petit avec la tangente. Elle participe donc dans cet endroit de la nature de la ligne droite ; or dans une ligne droite inclinée à un axe, les secondes fluxions sont nulles ; ainsi cela doit arriver au point d'inflexion. Il faudra donc prendre la seconde fluxion de la valeur de l'ordonnée ; en faisant $\dot{x}$ constante, il en résultera une expression toute affectée de $\dot{x}^2$, qu'on égalera à zéro. Les $\dot{x}^2$, comme multiplicateur commun seront supprimés, et il ne restera qu'une expression en termes finis.

L'observation que nous avons promise plus haut est celle-ci : il ne suffit pas, pour avoir un *maximum* ou un *minimum*, que la première fluxion $\dot{y}$ de l'ordonnée soit zéro ; il faut que la seconde ne le soit pas dans ce point. Car si cela arrivoit, ce point auroit à la vérité sa tangente parallèle à l'axe, mais ce seroit en même temps un point d'inflexion, et la courbe continueroit à s'éloigner ou à s'approcher de cet axe.

Nous pourrions développer ici de même la manière dont le calcul des fluxions s'applique à la théorie des développées ; mais comme nous ne le saurions faire sans entrer dans des détails trop peu convenables à la nature de cet ouvrage, nous préférons de passer à donner une idée de l'usage de ce calcul pour la mesure des aires des courbes, pour leur rectification et la dimension des solides curvilignes.

En examinant la nature des fluxions, nous avons jetté les fondemens de ce que nous avons à dire ici ; car nous avons montré que la fluxion d'une aire est le produit de l'ordonnée par la fluxion de l'abscisse, c'est-à-dire, qu'elle est $y\,\dot{x}$. Or l'é-

quation de la courbe donne toujours la valeur de y en x. On aura donc une fluxion toute en $\dot{x}$ et x; si donc on remonte à sa fluente, procédé dont on trouvera quelques exemples dans la note qui suit ce livre, on aura l'aire de la courbe. Dans la parabole, par exemple $y=(ax)^{\frac{1}{2}}$. Ainsi $y\dot{x}$ sera $a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}\dot{x}$, dont la fluente, par ce qu'on dit dans cette note, est $\frac{2}{3}a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}$, ou $\frac{2}{3}yx$. Mais dans le cercle y étant $=\sqrt{aa-xx}$, on aura $y\dot{x}=\dot{x}(aa-xx)^{\frac{1}{2}}$. Comme on ne sauroit en trouver la fluente en termes finis, on tire la racine de $aa-xx$, en la réduisant en une Suite, qui est $a-\frac{xx}{2a}-\frac{x^4}{8a^3}-\frac{x^6}{16a^5}$, &c. Ainsi multipliant chacun de ces termes par $\dot{x}$, et prenant ensuite la fluente de chaque terme, on a pour la valeur de l'aire répondante à l'abscisse x, on a, dis-je, $ax-\frac{x^3}{6a}-\frac{x^5}{40a^3}-\frac{x^7}{112a^5}$, &c. qui approche d'autant plus de la vérité qu'on prend un plus grand nombre de termes, ou que x est plus petit.

Le principe des rectifications est aussi contenu dans ce que nous avons dit plus haut. La fluxion de l'arc Cc est la racine de la somme des quarrés des fluxions de l'abscisse x, et de l'ordonnée y. Ce sera donc $\sqrt{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)}$; mais l'équation de la courbe donne la valeur de $\dot{y}$, en x et $\dot{x}$, de sorte que cette valeur étant mise à la place de $\dot{y}$, le signe $\dot{x}$ sort du signe radical, et l'on a une expression dont la fluente, si on peut la trouver en termes finis, est la grandeur de l'arc. Si l'on cherche une surface de circonvolution, la fluxion de cette surface est la petite zone formée par la fluxion de l'arc tournant autour de l'axe; cette fluxion sera donc $(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{1}{2}}$ multipliée par la circonférence dont le rayon est y. Ainsi r et c désignant le rayon et la circonférence, la fluxion de cette surface sera $\frac{c}{r}y(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{1}{2}}$, où mettant à la place de y et $\dot{y}$ leurs valeurs en x et $\dot{x}$, on aura une expression toute en x et $\dot{x}$, dont la fluente sera la surface cherchée. Il n'est pas moins aisé de voir que si l'on multiplie le cercle que décrit une ordonnée, par la fluxion de l'abscisse, ce sera la fluxion du solide produit par la circonvolution de la courbe. Ainsi cette fluxion sera $\frac{cy^2\dot{x}}{2r}$, où mettant au lieu de y^2, sa valeur en x, et prenant la fluente, on aura la grandeur du solide. Mais il faut nous borner ici à cette légère esquisse de l'usage des fluxions dans la Géométrie. Nous renvoyons les lecteurs qui désirent s'en instruire plus à fonds aux livres sans nombre qui traitent de ce calcul; nous allons reprendre le fil de notre histoire.

V I.

Le premier des géomètres qui ajouta quelque chose aux inventions de M. Neuton, fut Jacques Grégori, dont nous avons parlé ailleurs avec éloge (1). C'étoit sans contredit un des meilleurs génies qu'eût alors l'Angleterre, un homme propre à seconder Neuton, si la mort ne l'eût enlevé presque à la fleur de son âge. Il l'avoit, en effet, déjà prévenu dans l'invention du télescope à réflection ; nous l'allons voir marcher de près sur ses traces, et pour ainsi dire sur ses talons, le dévancer même quelquefois dans la nouvelle carrière qu'il venoit d'ouvrir.

Vers le temps où Neuton se disposoit à se rendre aux instances de Barrow, c'est-à-dire en 1668, Jacques Grégori publioit ses *Exercitationes*, dans lesquelles il traitoit divers sujets de Géométrie sublime. Il y démontroit d'une manière neuve la quadrature de l'hyperbole donnée par Mercator ; il y réduisoit à cette quadrature la figure des sécantes, dont dépend le vrai accroissement des parties du méridien dans les Cartes réduites. Il y donnoit enfin une Suite pour exprimer la circonférence circulaire, que nous ne croyons pas devoir rapporter, comme étant d'un usage très-difficile.

Les découvertes de Neuton ayant été communiquées à Collins, celui-ci en informa divers géomètres, parmi lesquelles fut Grégori. Il lui envoya une des Suites que Neuton avoit trouvées pour le cercle ; elle fut, à la vérité, d'abord suspecte à Grégori, qui, prévenu pour la sienne, pensoit qu'elles devoient se ressembler et se déduire l'une de l'autre (2). Mais il ne tarda pas de rendre à Neuton la justice qu'il méritoit ; et réfléchissant profondément sur cette matière, il parvint à découvrir l'origine de l'expression qui lui avoit été communiquée. Outre la remarque qu'on en fait dans le *Commercium Epistolicum* (3), on en a des preuves qui ne permettent pas d'en douter. Car répondant à Collins, il rétracte les soupçons qu'il lui avoit témoignés sur la Suite de Neuton, et il lui en envoye la continuation, avec celle qui exprime l'arc par le sinus, qu'il avoit trouvée de lui-même. Peu de temps après, Collins lui en ayant envoyé quelques autres, Grégori en réponse lui en envoya plusieurs, auxquelles Neuton n'avoit point songé (4). Parmi elles, est d'abord celle qui donne l'arc par la tangente. Le rayon étant r, et la

(1) Livre I, vers la fin.
(2) *Comm. Epist.* p. 22, 23, édit. in-4°.
(3) Ibid. 29, 48, 71.
(4) Ibid. 25.

tangente

tangente t, l'arc, dit Grégori, est $t-\frac{t^3}{3r^2}+\frac{t^5}{5r^4}$, &c. à l'infini, de sorte qu'en supposant le rayon $=1$, et la tangente égale au rayon, l'arc qui est alors de 45°, ou $\frac{1}{8}$ de circonférence, est $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}$, &c. M. Grégori donne dans la même lettre la tangente et la sécante par l'arc; ce qui prouve qu'il s'étoit mis en possession de la méthode du retour des Suites. Il fait plus : il donne aussi deux Suites pour trouver immédiatement le logarithme de la tangente et de la sécante, l'arc étant donné, ou au contraire, et une troisième pour la rectification de l'ellipse, où il remarque fort bien qu'il n'y a que quelques signes à changer pour avoir celle qui convient à l'hyperbole. Il avoit écrit un Traité sur cette méthode; mais comme Neuton se proposoit vers ce temps de publier lui-même ses découvertes, par égard pour lui, il ne voulut pas le prévenir. Dans la suite, Neuton se désista de son projet, de sorte que l'ouvrage de Grégori est resté manuscrit.

V I I.

Il faut convenir, et c'est un fait dont le *Comm. Epist.* fournit les preuves, que toutes ces brillantes nouveautés d'Analyse et de Géométrie prirent naissance en Angleterre; ce ne fut que quelques années après que le continent commença à y prendre part. Nous touchons à la discussion de la fameuse querelle sur la part qu'a Leibnitz à l'invention de son calcul différentiel. Nous nous bornerons cependant ici à faire le récit de quelques faits préliminaires passés vers l'époque de 1673 à 1677; et comme cette querelle n'a pris naissance que vers le commencement de ce siècle, nous renverrons à cette époque une discussion plus approfondie des droits de Leibnitz à cette découverte.

M. Leibnitz fit au commencement de 1673 un voyage à Londres, à la suite d'un ambassadeur de son souverain, le duc d'Hanovre. Il convient qu'il ne s'étoit point encore beaucoup attaché à la Géométrie, et qu'il ne s'occupoit que d'Arithmétique savante. On ne peut même disconvenir que les deux inventions qu'il donne dans une lettre à Oldembourg ne fussent déjà connues. Mais on doit aussi remarquer que Leibnitz avoit été bien plus loin que ceux qui l'avoient prévenu; car il dit dsns cette lettre qu'il peut assigner la somme de toutes les Suites infinies de fractions, dont le numérateur étant l'unité, les dénominateurs sont les nombres triangulaires, ou pyramidaux, ou triangulo-triangulaires, comme seroient celles-ci : $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}$, &c., ou $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$, &c. En effet,

la première continuée à l'infini est égale à $1\frac{1}{2}$, la seconde à 2, &c. Cette invention ingénieuse disculpe Leibnitz du soupçon de plagiat, que jette sur lui l'éditeur du *Commercium Epistolicum*.

Ce fut seulement après son retour à Paris que Leibnitz commença, dit il, à s'occuper de haute Géométrie. La conversation de M. Huygens, qu'il fréquentoit, lui en fit naître le goût; et comme il avoit apporté d'Angleterre la *Logarithmotechnia* de Mercator, il se mit à la lire, de même que l'ouvrage de Grégoire de St.-Vincent, dont Huygens lui avoit fait l'éloge. Tout à coup, ajoute-t-il, ses yeux se désillèrent, de nouvelles idées se présentèrent à lui, et il trouva, vers la fin de 1673, sa quadrature du cercle par une Suite rationnelle, qu'il communiqua à M. Huygens, qui l'approuva fort. Sa méthode consistoit, comme on le voit par une de ses lettres écrite en 1676, en une transformation par laquelle il changeoit le cercle en une autre figure égale, dont l'ordonnée étoit une fraction rationnelle, de sorte qu'il pratiquoit sur elle ce que Mercator faisoit sur l'ordonnée de l'hyperbole entre les asymptotes. Cette succession d'idées est tout à fait probable, et le livre de Mercator excitoit naturellement cette tentative.

La méthode de Leibnitz nous a été transmise par quelques auteurs, savoir par l'abbé de Catelan, qui la lui attribue expressément (1), et par Ozanam (2), qui ne dit point de qui il la tient, mais qui n'en étoit sûrement pas l'inventeur. Comme elle est ingénieuse, et qu'elle sert à éclaircir quelques imputations des adversaires de Leibnitz, la voici. Une courbe quelconque étant proposée, un cercle, par exemple, AHB (*fig.* 100); si l'on prend sur l'ordonnée PH une ligne égale à la tangente AI, retranchée par la ligne qui touche ce cercle en H, et qu'on fasse cette construction dans tous les autres points, on aura une nouvelle courbe dont l'aire APG, retranchée par l'ordonnée PG, sera double du segment ALHA. Il trouve par ce moyen une équation entre les co-ordonnées AI, IG, telle que l'ordonnée IG est représentée par une fraction rationnelle. Il la réduit en Suite par la division; ensuite traitant cette Suite, suivant les règles de l'*Arithmétique des infinis*, il trouve la valeur de l'aire AGI, qui étant retranchée du rectangle GA, donne l'aire PGA, et le reste divisé par 2 donne le segment ALHA. On lui ajoute le triangle HPA, et voilà le segment APHLA représenté par une Suite. Si l'on suppose AI devenir

(1) *Logist. univ. et Méthode pour les tangentes.* 1692, *in-4°. Paris*, pag. 68 et 112.

(2) *Geom. Prat.*

égale à AF, ou au rayon, et ce rayon $= 1$, on trouve pour le quart de cercle la Suite $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$, &c. Si au contraire au segment ALH donné en x, on ajoute le triangle ACH, et qu'on divise le tout par 2, on aura le secteur ACL, répondant à la tangente AI; et si on divise ce secteur par $\frac{1}{2}$, on aura la valeur de l'arc AL égale à cette Suite $x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7$, &c. Tout cela s'applique à l'hyperbole avec la même facilité, et l'on trouve le secteur hyperbolique, dont la tangente est x, égal à la moitié de cette Suite $x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$, &c.

Leibnitz communiqua, dit il, sa découverte aux géomètres de Paris, au commencement de 1674, et quelques mois après il l'annonça à Oldembourg par deux lettres; dans la seconde, il parle de sa Suite avec beaucoup de complaisance, la regardant comme la première qui ait été donnée pour le cercle. Il ajoutoit que par la même méthode, il pouvoit assigner l'arc, le sinus étant donné. Il observe enfin que sa quadrature fournit une analogie tout à fait remarquable entre le cercle et l'hyperbole.

A cette lettre, Oldembourg répondit d'une manière qui fait beaucoup en faveur de Leibnitz. Il l'informe seulement des progrès de Neuton et Grégori dans cette partie de la Géométrie. Leibnitz en demande la communication. Collins et Oldembourg conjointement lui envoient les diverses Suites trouvées par les deux géomètres anglois, et entr'autres celle qui exprime l'arc par la tangente. Mais si Leibnitz eut tenu cette Suite d'Oldembourg ou de Collins, l'un ou l'autre auroit-il manqué de le lui rappeller? Soupçonnera-t-on Leibnitz d'une hardiesse assez grande pour se vanter d'une découverte auprès de ceux mêmes qui la lui auroient communiquée?

Cette correspondance entre Leibnitz et Oldembourg dura jusques vers le milieu de 1676, que, sur les instances de l'un et de l'autre, Neuton décrivit dans deux longues lettres sa méthode pour les quadratures des courbes. Dans la première, il expose sa formule pour l'extraction des racines, et il l'applique à divers exemples. Il donne diverses Suites pour le cercle, pour l'hyperbole, pour la rectification de l'ellipse, la quadrature de la quadratrice, &c. Enfin, il termine sa lettre par certaines méthodes pour déduire des Suites infinies, des approximations graphiques et commodes.

Leibnitz répond à cette première lettre de Neuton, en lui faisant part de la méthode par laquelle il transforme une courbe à ordonnées irrationnelles, en une où elles sont rationnelles; ce qui lui permet d'y appliquer la division à la manière de Mercator, pour la transformer en Suite infinie; au reste, cette méthode, quoiqu'ingénieuse, est fort au-dessous de

celle de Neuton, et même dans certains cas elle peut présenter des difficultés insurmontables, de sorte qu'on ne sauroit la regarder comme générale, ni comme suffisante. Dans cette lettre, Leibnitz remarque particulièrement l'analogie du secteur circulaire avec le secteur hyperbolique, en ce que t étant la tangente au sommet, et 1 le demi-diamètre, celui-là est $\frac{1}{2}(t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7}, \&c)$, au lieu que celui-ci est $\frac{1}{2}(t + \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + \frac{t^7}{7}, \&c.)$; ou pour conserver l'homogénéité des termes, $\frac{1}{2}(at - \frac{t^3}{3a} + \frac{t^5}{5a^3} - \frac{t^7}{7a^5}, \&c.)$ et $\frac{1}{2}(at + \frac{t^3}{3a} + \frac{t^5}{5a^3} + \frac{t^7}{7a^5}, \&c.)$; car ce seroit ce qu'on auroit trouvé, si l'on eut supposé dans l'analyse précédente le rayon $= a$, que nous observons ici, pour prévenir les difficultés que cette forme d'expression pourroit élever dans l'esprit de quelques lecteurs. C'est cette dernière Suite qu'il avoit probablement en vue, lorsqu'il annonçoit à Oldembourg l'analogie remarquable qu'il avoit découverte entre le cercle et l'hyperbole. Le reste de la lettre est employé à exposer quelques nouvelles vues sur la résolution des équations.

Neuton répondit à cette lettre par une autre, qui contient une multitude de choses remarquables; telles sont la manière dont il parvint d'abord à la méthode des Suites, l'application qu'il en faisoit dès l'an 1665, à la quadrature de l'hyperbole, et à la construction des logarithmes; divers théorèmes généraux pour les quadratures, qui les donnent en termes finis quand elles sont possibles, ou en Suites infinies, par la seule comparaison des termes de l'équation; la rectification de la cyssoïde réduite à la quadrature de l'hyperbole. Il y annonce sa méthode pour trouver par approximation l'aire d'une courbe lorsque les Suites qui l'expriment sont trop compliquées, ou trop peu convergentes. C'est cette invention qu'il a expliquée dans son Traité intitulé *Méthodus differentialis*. On y voit aussi des formules d'expressions d'ordonnées de courbes, dont les aires se réduisent à la quadrature des sections coniques; diverses Suites pour le cercle, et leur usage pour trouver des approximations en grand nombre de chiffres; l'usage de son parallélogramme pour la résolution des équations; deux méthodes pour le retour des Suites, avec quelques théorèmes généraux pour cet effet. Il finit par dire qu'il est en possession du problême inverse des tangentes, et d'autres plus difficiles; et qu'il y emploie deux méthodes qu'il ne veut pas dévoiler : c'est pourquoi il les cache sous des lettres transposées, dont l'explication a depuis été donnée dans le *Commercium Epistolicum*.

Il faut bien remarquer, d'après les extraits que nous venons

de donner de ces lettres, qu'il y est presque uniquement question de la méthode des Suites et de la quadrature des courbes, de sorte que Leibnitz avoit quelque raison de se plaindre de ce que tandis qu'il s'agissoit du calcul différentiel, ses adversaires prenoient sans cesse le change, et se jettoient sur les séries, en quoi il ne disconvenoit point que M. Neuton ne l'eût précédé. En effet, la question est fort différente. Un géomètre eut pu être en possession de la méthode des Suites, et s'en servir à quarrer une foule de courbes, sans être en possession du calcul des fluxions et fluentes. Car l'expression de l'ordonnée d'une courbe étant réduite en série, si le cas l'exige, les méthodes de Wallis, de Mercator, que dis-je, de Cavalleri et de Fermat, suffisent pour trouver l'aire. Quant au principe des fluxions, trois endroits seuls du *Commercium Epistolicum* y ont trait, d'une manière assez claire pour prouver que M. Neuton l'avoit trouvé avant Leibnitz, mais trop obscurément, ce semble, pour ôter à celui-ci le mérite de la découverte : l'un est une lettre de M. Neuton à Oldembourg, qui lui avoit marqué que Sluse et Grégori venoient de trouver une méthode des tangentes d'une simplicité extrême : Neuton lui répond qu'il soupçonne bien ce que c'est, et il en donne un exemple qui est effectivement la même chose que ce que ces deux géomètres avoient trouvé. Il ajoute que cela n'est qu'un cas particulier, ou plutôt un corollaire d'une méthode bien plus générale, qui s'étend à trouver, sans calcul laborieux, les tangentes de toutes sortes de courbes, géométriques ou mécaniques, et sans être obligé de délivrer l'équation des irrationnalités. Il répète la même chose, sans s'expliquer davantage, dans sa seconde lettre, dont nous avons parlé plus haut, et il en cache le principe sous des lettres transposées. Le seul écrit où M. Neuton ait laissé transpirer quelque chose de sa méthode, est son *Analysis per aequationes numero term. infinitas.* Il y dévoile d'une manière fort concise et assez obscure, son principe des *Fluxions* ; il y nomme *momentum* l'incrément instantané de l'aire qu'il fait proportionnel à l'ordonnée, tandis que celui de l'abscisse est représenté par une ligne constante égale à l'unité. Il applique ensuite ce principe à trouver l'expression du *momentum* d'un arc de cercle, qu'il exprime par $\frac{1}{\sqrt{2x-xx}}$, d'où il tire par une Suite la valeur de l'arc même. Plus loin, il nomme l'abscisse x et son *momentum* o et celui de l'aire oy ; et par un procédé ressemblant à celui qu'employoit souvent Fermat dans sa règle des tangentes, il démontre que si l'aire z est exprimée par cette équation $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}=z$, il faut que l'ordonnée y soit égale à $x^{\frac{1}{2}}$, d'où il conclut, *vice versâ*, que si $y=x^{\frac{1}{2}}$,

l'aire sera $\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$. On ne peut disconvenir que le principe et la méthode des fluxions ne soyent exposés dans cet endroit de l'écrit dont nous parlons, mais on n'a aucune certitude que Leibnitz l'ait vu : il ne lui a jamais été communiqué par lettres; ses adversaires ne l'ont pas même avancé, et ils se sont contentés de donner à soupçonner que Leibnitz, dans l'entrevue qu'il eut avec Collins lors de son second voyage à Londres, avoit eu communication de cet écrit. A la vérité, ce soupçon n'est pas entièrement destitué de vraisemblance, d'autant que Leibnitz convient d'avoir vu dans cette entrevue une partie du *Commerce Epistolaire* de Collins. Je crois cependant qu'il seroit téméraire de prononcer là-dessus. Si Leibnitz s'étoit borné à quelques essais de son calcul nouveau, ce soupçon seroit fondé ; mais quand on voit ce calcul prendre entre ses mains l'accroissement qu'attestent tant de pièces insérées dans les *Acta Eruditorum*, on doit ce semble reconnoître qu'il dût probablement à son génie et aux efforts qu'il fit pour deviner une méthode qui mettoit Neuton en possession de tant de belles vérités, l'invention de la sienne. Cela est d'autant plus vraisemblable, que du calcul de Barrow, il n'y a pas bien loin au calcul différentiel. Le pas n'étoit pas bien grand pour un génie tel que celui dont Leibnitz a donné tant de preuves.

VIII.

L'Angleterre, quoique le pays natal des calculs que nous nommons différentiel et intégral, n'est cependant pas celui où ils ont d'abord pris leur accroissement. Nous faisons abstraction de Neuton, qui les appliqua dès-lors avec tant de succès à la découverte des vérités les plus sublimes, et qui étoit en possession de quantités de méthodes excellentes. Mais à l'exception de ce qu'il en dévoila dans ses *Principes* en 1687, et de ce qui en put transpirer d'après ses lettres et ses manuscrits, c'étoit un trésor précieux dont lui seul avoit encore la clef ; de manière que c'est en quelque sorte du continent que l'Angleterre reçut la connoissance de ce calcul. Craig, qui le premier le cultiva, et qui l'appliqua à la dimension des grandeurs curvilignes (1), le tenoit des pièces insérées par Leibnitz dans les Actes de Leipsick. Il en fait l'aveu de plusieurs manières, soit en appellant cette méthode le calcul de Leibnitz, soit en adoptant sa notation. Ainsi, c'est à l'époque de la connoissance qu'en donna M. Leibnitz au monde savant, qu'on doit à certains

(1) *De fig. curvil. quad. et locis. Geom. Lond.* 1693, *in*-4°.

égards fixer sa naissance et ses développemens. Nous en ferons bientôt l'histoire avec étendue ; mais quelques traits de la vie d'un homme à qui les Mathématiques ont de si grandes obligations, ne sauroient suspendre qu'agréablement l'attente de nos lecteurs.

Le célèbre M. **Leibnitz** (Godefroi - Guillaume) , naquit à Leipsick , le 23 juin , vieux style , de l'année 1646. Il fit ses premières études dans sa patrie ; et dès l'âge de quinze ans , il commença à embrasser avec une ardeur incroyable tous les genres de connoissances. Poésie , Histoire , Antiquités , Philosophie , Mathématiques , Jurisprudence , soit civile , soit politique , tout fut dans peu d'années de son ressort , et il n'est aucun de ces genres dans lequel il n'ait signalé son génie ou son savoir. Nous passerions bientôt les bornes que nous prescrit l'étendue de cet ouvrage , si nous entreprenions de faire connoître M. Leibnitz sous tous ces différens aspects. Le lecteur curieux nous pardonnera si nous nous bornons à le représenter ici comme mathématicien.

Les Mathématiques furent du nombre des connoissances que M. Leibnitz , avide de toute espèce de savoir , acquit dans sa jeunesse. Lorsqu'il prit des grades en Philosophie , il soutint une thèse sur un sujet à demi-mathématique , et tenant à l'art des combinaisons. Cette thèse fut le premier germe d'un Traité *de Arte combinatoriâ*, qu'il donna en 1668 , et qui a été réimprimé en 1690. On ne doit cependant pas mettre cette nouvelle édition sur le compte de M. Leibnitz : il la vit au contraire avec déplaisir , ne jugeant plus cet ouvrage digne de son nom , quoiqu'il lui eut autrefois fait honneur. Il donna aussi en 1671 un ouvrage intitulé *Hypothesis Physica nova*, *&c.* ou *Theoria motus* , dont il désapprouva la doctrine lorsqu'il fut parvenu à un âge plus mûr.

M. Leibnitz vint à Paris en 1673 , et s'y fit connoître avantageusement de Huygens et des autres membres de l'académie des sciences. Ce fut dans ce temps-là qu'il fit diverses découvertes analytiques , entr'autres celle de sa Série pour le cercle , sujet sur lequel il composa dès-lors un Traité qu'il se proposa long-temps de mettre au jour , mais il s'en désista dans la suite. Il imagina vers le même temps sa machine arithmétique , machine plus parfaite et plus commode que celle de Pascal (1). L'idée en fut communiquée à M. Colbert , et valut à Leibnitz d'être aggrégé à l'académie des sciences.

Leibnitz retourna en Allemagne vers la fin de 1676 , rappellé par l'électeur d'Hanovre , à qui il s'étoit attaché. Les affaires

(1) Voyez *Miscell. Berol.* tom. I.

nombreuses dont il fut chargé par ce prince ne lui permirent guère plus alors de s'adonner aux Mathématiques. Cependant lorsque les Actes de Leipsick parurent, il ne laissa pas de les enrichir de quantité d'écrits, soit physiques, soit mathématiques, écrits qui sont tous marqués au coin du génie, et qui font regretter que leur auteur n'ait pas eu le loisir de suivre davantage ses idées, et de se livrer à un travail plus réglé sur ces matières. M. Leibnitz se le proposa souvent, et il a été pendant plusieurs années question d'un ouvrage *de Scientiâ infiniti*, dont son nouveau calcul, et surtout le calcul intégral auroit fait la principale partie; mais distrait par des entreprises laborieuses, et encore plus par son penchant vers la Métaphysique la plus déliée, il ne trouva jamais le temps de remplir l'attente dont il avoit flatté le monde savant. On ne sauroit trop regretter l'inexécution de cet ouvrage. Car à qui appartenoit-il mieux qu'à Leibnitz d'exposer les principes et les usages d'un calcul dont il étoit un des inventeurs ? Quelle ample moisson d'idées sublimes, neuves et fécondes n'eut pas présenté un ouvrage auquel il eut mis d'autant plus de soin, que c'étoit la plus forte réponse qu'il pût faire à ceux qui lui contestoient la part qu'il avoit dans l'invention de ces nouveaux calculs? Peu avant sa mort, il écrivoit à Wolf qu'il avoit encore à donner sur ce sujet quelque chose d'inespéré, et qui n'avoit rien de semblable aux inventions de Neuton et des géomètres anglois.

L'attention de Leibnitz se portoit sur tout ce qui peut contribuer à l'accroissement et à la propagation des sciences. L'établissement d'une académie en Allemagne lui parut propre à cela, et il le sollicita auprès de Frédéric Ier., roi de Prusse et électeur de Brandebourg. Ce prince entrant dans ses vues, fonda en 1701 à Berlin, sa capitale, cette académie, émule de celles de Paris et de Londres, qu'on y voit fleurir aujourd'hui. M. Leibnitz en fut nommé président, et remplit cette place jusqu'à sa mort; elle arriva le 14 novembre 1716, et elle fut causée par un accès de goutte remontée, qui le suffoqua presque subitement. Il étoit un des associés étrangers que l'académie choisit lors des nouveaux réglemens qu'elle reçut en 1699. Il entretenoit depuis plusieurs années avec M. Jean Bernoulli un commerce de lettres, qui a été mis au jour en 1745, sous le titre de *Leibnitii ac Bernoullii Comm. Phil. et Math.* 2 vol. *in*-4°. Rien de plus intéressant que ce recueil pour celui qui est suffisamment versé dans la Géométrie et l'Analyse. Qu'on se représente deux hommes d'un génie transcendant, se communiquant de confiance leurs vues; comme le choc d'un caillou contre un autre fait jaillir l'étincelle, ainsi les idées de l'un excitent celles de l'autre. C'est surtout dans ce recueil qu'il faut chercher

chercher les preuves de ce que l'on vient de dire du génie incomparable de Leibnitz. C'est-là qu'on le voit à chaque pas et malgré ses occupations et ses voyages sans nombre, jetter en avant une vue nouvelle, donner la solution d'un problême des plus difficiles, imaginer une nouvelle méthode pour y parvenir, &c. Enfin l'on y trouve, indépendamment de ce qu'on vient de dire, mille traits curieux sur l'histoire des géomètres et des mathématiciens de ce temps, c'est-à-dire depuis 1694 jusques vers 1728.

On désiroit depuis long-temps un recueil complet des écrits de Leibnitz, dispersés pour la plupart dans une foule de journaux. M. Dutens a rempli cette tâche, à la satisfaction du monde littéraire et savant, par l'édition complette qu'il en a publiée en 1768, à Genève, en sept volumes *in-4°*. Nous nous bornons à observer ici que les pièces mathématiques sont principalement contenues dans les second et troisième volumes.

Leibnitz a conçu son calcul d'une manière moins géométrique que Neuton. Il suppose qu'il y a des grandeurs infiniment petites à l'égard d'autres grandeurs, de telle sorte qu'on peut négliger les premières, eu égard aux secondes, sans erreur sensible. Il ne se borne pas là; il y a, dans ce systême, des infiniment petits d'infiniment petits, ou du second ordre, qui sont de même négligibles à l'égard de ceux du premier. Ainsi, en prenant dans une courbe trois ordonnées infiniment proches, la différence de chacune avec sa voisine est un infiniment petit du premier ordre, ce qui forme deux différences infiniment petites et successives; or ces deux infiniment petits diffèrent entr'eux d'une quantité infiniment petite à leur égard : voilà, suivant Leibnitz, un infiniment petit du second ordre; c'est ce qui a fait donner à ce calcul le nom d'*infiniment petits* : mais ce que ce principe et ses idées ont, au premier abord, de dur aux oreilles géométriques, est seulement dans les termes. Ce n'est qu'une manière de s'énoncer adoptée pour éviter les circonlocutions, et qui ne sauroit conduire à l'erreur. On le montrera après avoir donné une idée de la manière dont on raisonne dans le calcul différentiel.

Une quantité variable x étant proposée, on désigne son accroissement infiniment petit ou sa différentielle, par dx. Cela supposé, qu'on demande l'accroissement infiniment petit de x^2, par exemple, tandis que x devient $x+dx$, il est visible que x^2 deviendra $(x+dx)^2$, ou $x^2+2xdx+dx^2$. L'accroissement de x^2 sera donc $2xdx+dx^2$; mais, dit M. Leibnitz, dx^2 est infiniment petit, comparé à $2xdx$, puisque le premier est un rectangle de deux dimensions infiniment petites, tandis que le second n'en a qu'une de cette espèce. On peut

donc négliger dx^2, sans erreur ; ainsi l'accroissement de x^2 est $2xdx$. On démontre de même que la différentielle de xy est $ydx+xdy$, et non $ydx+xdy+dxdy$; car $dxdy$ est infiniment petit, eu égard à ydx ou xdy. Tout cela, quoiqu'en apparence contre la rigueur géométrique, ne laisse pas d'être vrai, ainsi que nous allons le voir.

En effet Leibnitz, en négligeant certaines grandeurs, n'a rien fait qui ne fut déjà familier aux analystes et aux géomètres. Toute quantité qui dans certaines circonstances devenoit moindre qu'aucune grandeur assignable, quelque petite qu'elle fut, étoit réputée nulle dans ces circonstances. C'est ainsi qu'en doublant continuellement le nombre des côtés d'un polygone inscrit au cercle, on regardoit le cercle et le polygone comme se confondant enfin, sans avoir égard aux petits segmens, qui sont la différence de l'un et de l'autre ; car on démontroit que la somme de tous ces segmens décroissoit au point de devenir moindre qu'aucune quantité assignable. C'est-là précisément le cas des infiniment petits de Leibnitz. A mesure que dx diminue dans l'exemple précédent, la raison de dx^2 à $2xdx$ diminue et devient enfin moindre qu'aucune raison assignable, lorsque dx devient moindre qu'aucune quantité donnée. On ne peut donc regarder dx^2, que comme nul comparé à $2xdx$, et par conséquent dx et $2xdx$, expriment respectivement les accroissemens de x et de x^2, lorsque ces accroissemens sont infiniment petits, c'est-à-dire dans l'instant où ils s'anéantissent.

Mais que seront, suivant ce système, les différens ordres d'infiniment petits, ou de différences de différences ? Nous conviendrons ingénuement qu'il n'en donne pas une notion aussi distincte et affranchie de difficultés que celle de Newton. Quelque effort qu'ait fait un bel esprit géomètre, le célèbre secrétaire de l'Académie, pour établir l'existence de ces différens ordres d'infinis et d'infiniment petits, c'est, à notre avis, un édifice plus hardi que solide. Pour mettre cette partie du calcul de M. Leibnitz à l'abri de toute difficulté, il est nécessaire de recourir aux notions qu'en donne M. Newton, et que nous avons expliquées dans un des articles précédens. Au reste, tout est de même dans le calcul différentiel que dans celui des fluxions. Ils ne diffèrent que dans la notation et dans la manière dont leurs auteurs ont envisagé leur principe fondamental. Ainsi tout ce qu'on a dit dans l'article V, sur l'application du calcul des fluxions à la méthode des tangentes, à l'invention des *maxima* et *minima*, à la quadrature et à la rectification des courbes, &c., doit s'entendre également du calcul de M. Leibnitz. Il n'y a qu'à changer les $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\ddot{x}$, &c. en dx, dy, ddx, &c., et l'on aura les mêmes conséquences, les mêmes règles de calcul.

M. Leibnitz donna le premier essai public de son nouveau calcul dans les Actes de Leipsick de l'année 1684 (1), et il en montra l'usage pour trouver les tangentes, les *maxima* et *minima*, et les points d'inflexion. Un des problêmes qu'il se proposoit en exemple, étoit bien propre à faire éclater les avantages de sa méthode. Il suppose une courbe dont la nature est telle, que la somme des lignes tirées de chacun de ses points à tant d'autres qu'on voudra pris sur son axe, fasse une même somme, et il demande la manière d'y mener les tangentes. Ce problême, qui éluderoit dans certains cas toutes les ressources des méthodes de Fermat, de Barrow, &c., reçoit une solution facile du calcul différentiel, quel que soit le nombre des points ou des foyers donnés.

I X.

Il nous faut suspendre ici pour quelques momens le récit des progrès du calcul de l'infini, afin de rendre compte de quelques théories particulières de Géométrie sublime, qui prirent naissance vers ce temps. L'une est celle des Caustiques, nouveau genre de courbes inventé par M. de Tschirnhausen, et doué de propriétés très-remarquables ; l'autre celle des Epicycloïdes, qui ont aussi des propriétés intéressantes, soit à les considérer du côté de la théorie, soit à les considérer du côté des usages mécaniques. Nous commençons par les caustiques de M. de Tschirnhausen, sur la vie et la personne duquel voici quelques détails.

M. de Tschirnhausen (Ehrenfried Walter), seigneur de Killingswald, étoit né à Killingswald, dans la Lusace supérieure, le 10 avril 1651. Après avoir fait quelques campagnes dans les troupes de Hollande, vers l'année 1672, il se mit à voyager, et il parcourut en observateur curieux la plupart des contrées de l'Europe. Il vint à Paris pour la troisième fois en 1682, et il fut aggrégé à l'académie royale des sciences. Il se retira ensuite dans ses terres, où il passa la plus grande partie de sa vie, occupé de l'étude et des Mathématiques. Propriétaire d'une grande verrerie, il profita de cette circonstance pour exécuter des lentilles de verre, ou miroirs ardens dioptriques d'une grandeur qu'on n'avoit point encore vue ; on en parlera en son lieu. Il y a dans les Actes de Leipsick quantité de pièces de sa façon ; elles montrent que M. de Tschirnhausen étoit un

(1) G. G. L. *Nova methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus, &c.*

homme de beaucoup de génie, mais en même temps d'un caractère un peu précipité, qui l'engagea plus d'une fois dans des promesses qu'il ne réalisoit pas toujours. C'est aussi avec peine qu'on le voit affectant peu d'estime pour le calcul différentiel. Il s'en falloit cependant beaucoup que sa méthode, qui n'est proprement que celle de Barrow, eut la même perfection, bien loin de lui être préférable. M. Tschirnhausen mourut vers la fin de 1708. Le principal livre qu'on ait de lui est sa *Medicina mentis et corporis*, ouvrage dans le genre de celui de *la Recherche de la Vérité*, du P. Malebranche, mais plus étendu, comme l'annonce son titre. Il parut pour la première fois en 1687, et il y en eut une seconde édition augmentée en 1695. *Voyez* l'Histoire de l'Académie, de l'année 1709. Après ces détails sur la personne de M. de Tschirnhausen, je reviens à ses caustiques.

Tout le monde sait que les rayons de lumière réfléchis par une surface concave se réunissent vers un certain point qu'on appelle foyer, à cause de l'incendie qu'y produit ordinairement cette réunion. Mais ce foyer n'est que rarement un point indivisible, et ce n'est ordinairement que le lieu vers lequel se rendent le plus de rayons réfléchis. Il se fait une sorte de foyer continu, dont on peut facilement se procurer le spectacle. Qu'on ait un vase cylindrique dont la surface intérieure soit fort polie. Si l'on en approche un flambeau, on voit se projetter sur le fond deux traits de lumière curvilignes, qui sont d'autant plus brillans que le flambeau est présenté plus obliquement. C'est-là la caustique des rayons réfléchis de dessus cette surface. Le foyer proprement dit dans les miroirs ardens, n'est que l'environ du point où se touchent les deux branches de la caustique; ce qui fait que la plupart des rayons se croisent dans le petit espace voisin de ce point, et y produisent une chaleur considérable.

Pour concevoir la génération de ces courbes, il faut se représenter une suite de rayons parallèles et à égales distances. On verra facilement (*fig.* 101) que chaque rayon réfléchi coupera le suivant, et que de tous ces points d'intersection, et des parties de rayons réfléchis qu'ils interceptent, naîtra un polygone, comme on a vu dans la théorie des développées, s'en former un des portions des perpendiculaires à la courbe, lorsqu'elles étoient en nombre fini. Mais qu'on suppose les rayons incidens en plus grand nombre et plus serrés, on verra diminuer ces petits côtés, et enfin le polygone se changer en une courbe que touchera chacun des rayons réfléchis. Chaque point de la caustique peut aussi être considéré comme le foyer de deux rayons infiniment proches, de même que nous avons vu chaque

point de la développée être le concours de deux perpendiculaires à la courbe, infiniment voisines.

Le docteur Barrow avoit déjà considéré dans ses *Leçons Optiques* ces sortes de concours de rayons ; et il est surprenant que, porté comme il l'étoit à envisager les choses du côté purement géométrique, il n'ait pas eu l'idée d'examiner quelles courbes forment ces points de concours suivant les divers cas. Cette idée vint à M. de Tschirnhausen, le premier, qui en donna (en 1682) à l'académie des sciences une esquisse sur la caustique du cercle formée par des rayons incidens parallèles. Cette courbe, dont on voit la représentation dans la figure 102, se décrit en supposant le diamètre BB perpendiculaire aux rayons incidens, et en prenant partout le rayon réfléchi EG égal à la moitié de l'incident ED ; de sorte qu'elle se termine au point F, qui partage le rayon AC en deux également. Elle est susceptible de rectification absolue ; chaque partie comme BG, est égale à la somme des rayons incident et réfléchi DE, EG ; propriété au reste commune à toutes les caustiques formées par des rayons parallèles, et qui s'étend, à quelques modifications près, à toutes les autres. Enfin la courbe BGF n'est autre que celle que décriroit un point de la circonférence d'un cercle qui rouleroit sur un autre comme FK décrit du rayon CF. C'est une remarque nouvelle que fit M. de Tschirnhausen en 1690, de même que celle ci, savoir que cette courbe a la propriété de se reproduire par son développement, comme l'on sait que fait la cycloïde. Il y a néanmoins cette différence, que la cycloïde a pour développée une cycloïde précisément égale, au lieu que la courbe dont nous parlons a bien pour développée une courbe semblable, mais seulement moins grande de moitié. Nous devons rendre ici à M. de la Hire la justice de remarquer qu'il démêla quelques-unes des propriétés ci dessus avant M. de Tschirnhausen ; car ce géomètre, un peu précipité, s'étoit trompé en quelque chose, lorsqu'il annonça sa découverte à l'académie des sciences. Il prétendoit que pour trouver chaque point de la caustique, il n'y avoit qu'à décrire sur le rayon CB un demi-cercle, et partager le restant de chaque ordonnée, comme HE en deux également en I, et que le point I étoit dans la caustique. Cette prétention ne lui fut point passée par M. de la Hire ; mais Tschirnhausen, entier dans ses sentimens, après avoir fort contesté, ne se rendit pas. Il ne reconnut son erreur que plusieurs années après, sur la nouvelle observation que lui en fit Bernoulli. Cependant M. de la Hire, considérant cette courbe, trouva que le rayon réfléchi étoit la moitié de l'incident, et il démontra aussi qu'elle étoit

le frottement des unes contre les autres, et rendre l'action de la puissance plus égale ; ce fut-là le motif qui le porta à les considérer. M. de La-Hire néanmoins, dans son *Traité des Epicycloïdes*, imprimé en 1694, garde un profond silence sur Roemer, et semble s'attribuer le mérite de cette invention géométrique et mécanique. Mais outre le cri public qui en fait honneur à Roemer, on a le témoignage exprès de Leibnitz (1), qui étant à Paris en 1674 et les deux années suivantes, dit que l'invention des épicycloïdes, et leur application à la mécanique, étoient l'ouvrage de ce mathématicien danois, et qu'il en passoit pour auteur auprès de Huygens, sans qu'il fut en aucune manière question de La-Hire.

Je ne trouve personne qui ait rien publié sur les épicycloïdes avant M. Neuton. Ce grand homme donne, dans le premier livre de ses *Principes*, leur rectification d'une manière fort générale et fort simple. Après lui Jean Bernoulli, pendant son séjour à Paris, s'adonna à déterminer, à l'aide du calcul différentiel et intégral, encore naissant, leur aire, leur rectification, leur développée, &c.; plusieurs de ses *Leçons du calcul intégral* sont occupées de cet objet. En 1694, M. de La-Hire publia son *Traité des Epicycloïdes*, dont il revendique les principales vérités, comme des découvertes faites depuis long-temps. C'est un ouvrage excessivement embrouillé ; mais on a, dans les Mémoires de l'académie de 1706, un écrit du même M. de La-Hire sur les épicycloïdes, qui forme un traité de ces courbes, fort étendu et assez élégant.

Il y auroit dans les écrits qu'on vient d'indiquer une ample moisson de vérités curieuses à étaler ici, mais nous nous bornerons à quelques-unes des plus dignes d'attention. C'est d'abord une propriété remarquable des épicycloïdes circulaires, qu'elles sont souvent géométriques, tandis que la cycloïde ordinaire, d'autant plus simple en apparence que la ligne droite l'est davantage que la courbe, n'est que mécanique ou transcendante. Ce cas où les épicycloïdes sont géométriques est celui où il y a un rapport comme de nombre à nombre entre les circonférences du cercle qui sert de base, et du générateur ; car si ce rapport est incommensurable, alors l'épicycloïde est mécanique. La raison en est sensible : dans le dernier cas, le cercle générateur continuant à l'infini de tourner sur sa base, jamais le point décrivant ne peut retomber sur un de ceux d'où il est parti au commencement de quelque révolution ; ainsi la courbe ne rentrera jamais en elle-même, mais fera une infinité de circonvolutions différentes et de replis. Elle seroit par conséquent

(1) *Comm. Phil. Leibnitii et Bernoulli*, Tom. I, pag. 347.

coupée en une infinité de points par une ligne droite, ce qui ne sauroit arriver à une courbe géométrique. Ceci nous donne la solution de l'espèce de paradoxe remarqué plus haut. La cycloïde ordinaire n'est qu'une épicycloïde formée par un cercle fini roulant sur un cercle infini. Mais le fini et l'infini sont incommensurables. Ainsi elle est dans le cas des épicycloïdes à base incommensurable avec le cercle générateur, et elle doit être transcendante comme elles.

C'est encore une propriété remarquable des épicycloïdes, soit géométriques, soit transcendantes, qu'elles sont absolument rectifiables, du moins dans le cas où le point décrivant est sur la circonférence du cercle générateur. On démontre en effet que la circonférence de l'épicycloïde GEF (*fig.* 103) est au quadruple du diamètre du cercle générateur BE, comme la somme des diamètres des deux cercles est à celui de la base; mais si l'épicycloïde est intérieure ou décrite par un cercle roulant intérieurement, comme *feg* dans la même figure, alors au lieu de la somme ci-dessus, ce seroit la différence. Ainsi, dans le premier des cas énoncés, le cercle générateur étant supposé avoir son diamètre égal à la moitié de celui de la base, on trouvera que l'épicycloïde FHEG est égale à 6BE. Et dans le second cas, où FI est un quart de FG, la courbe F*eg* se trouvera égale à 3FI.

Remarquons, comme une singularité assez curieuse, que lorsque le cercle générateur est la moitié du cercle base, comme dans la figure 104, alors l'épicycloïde dégénère dans une ligne droite, savoir le diamètre même de la base; c'est au surplus une conséquence de la formule.

Veut-on voir reparoître ici la cycloïde ordinaire et sa propriété célèbre d'avoir sa circonférence égale à quatre fois le diamètre du cercle générateur, il n'y aura qu'à supposer le cercle base infini; alors la raison ci-dessus se changera en une raison d'égalité; car l'infini, augmenté ou diminué d'une quantité finie, est toujours le même.

Remarquons encore que lorsque le point décrivant de l'épicycloïde est pris au dedans ou au dehors de la circonférence du cercle générateur, la longueur de l'épicycloïde est égale à une circonférence d'ellipse facile à construire.

A l'égard des aires des épicycloïdes, elles se déterminent par l'analogie suivante : comme le rayon du cercle de la base : à trois fois ce rayon, plus deux fois celui du cercle générateur, ainsi le segment circulaire *b*H, au secteur épicycloïdal *b*HF, ou tout le cercle générateur, à l'aire entière de l'épicycloïde FEGB. Je ne dis rien des tangentes : on sait depuis le temps de Descartes que la ligne H*b*, tirée d'un point quelconque H,

à

à celui de la base que touche le cercle, tandis que ce point est décrit, est perpendiculaire à la courbe, par conséquent à la tangente.

Je finis cet article en donnant une idée de la méthode ingénieuse que M. de Maupertuis a suivie en traitant ce sujet (1). Il conçoit un polygone roulant sur un autre dont les côtés sont égaux aux siens. La trace d'un des angles décrit une courbe dont le contour est formé d'arcs de cercles, et l'aire composée de secteurs circulaires et de triangles rectilignes. Il détermine le rapport de l'aire et du contour de cette figure avec ceux du polygone générateur. Il suppose ensuite ces polygones devenir des cercles, la figure décrite devient une épicycloïde, et le rapport ci-dessus, modifié comme il convient par cette supposition, lui donne l'aire et le contour de l'épicycloïde.

X.

Les premiers germes du nouveau calcul jettés par Leibnitz dans le monde géométrique ne fructifièrent pas d'abord, et il s'écoula encore quelques années avant qu'on reconnût le mérite de cette nouvelle méthode. La plupart des géomètres, les plus habiles même, s'obstinèrent pendant quelque temps à ne la regarder que comme celle de Barrow perfectionnée, en quoi ils n'avoient pas entièrement tort ; mais c'étoit précisément ce degré de perfection donné par Leibnitz à ce calcul, qui l'étendoit à des questions sur lesquelles il n'auroit autrement point eu de prise.

Le premier géomètre qui commença à revenir de son erreur et à seconder Leibnitz, fut M. Jacques Bernoulli. Ce fut le problême de la courbe isochrone, proposé en 1687, qui lui ouvrit les yeux ; car son premier essai de la méthode nouvelle regarde ce problême, dont il publia l'analyse en 1690. Ses progrès dans ce genre étoient déjà profonds dès ce temps, puisqu'il osa proposer à son tour le fameux problême de la Chaînette, c'est-à-dire, de déterminer la courbure que prend une chaîne ou un fil pesant et infiniment flexible, qui est suspendu par ses deux bouts. Peu de temps après, savoir au commencement de 1691, il donna dans les Actes de Leipsick un essai de calcul différentiel et intégral. C'est, en quelque sorte, un petit Traité de ce calcul, où, à l'occasion d'une espèce particulière de spirale, il donne toutes les règles pour déterminer les tangentes, les points d'inflexion, les rayons de la développée, les aires, et les

(1) *Mém. de l'acad.* ann. 1727.

rectifications, dans toutes les courbes à ordonnées, soit parallèles, soit convergentes. Cet essai fut suivi d'un autre sur la spirale logarithmique, sur la courbe loxodromique, ou celle que décrit sur la surface de la mer un navire qui suit constamment le même rhumb de vent, sur les aires des triangles sphériques, &c. Aidé des mêmes secours, il s'enfonça bientôt dans d'autres recherches profondes, en considérant les courbes qui naissent de leur roulement les unes sur les autres, et en étendant la théorie des caustiques, découverte récente de Tschirnhausen. Chemin faisant, il rencontra une propriété remarquable de la spirale logarithmique; c'est que non-seulement sa développée, mais encore ce qu'il appelle son anti-developpée, sa caustique, soit par réflection, soit par réfraction, le point rayonnant étant au centre, sont de nouvelles spirales logarithmiques égales et semblables à la première. Cette espèce de renaissance perpétuelle de la logarithmique lui fit autant de plaisir qu'en avoit fait autrefois à Archimède la découverte du rapport de la sphère avec le cylindre; et de même que le géomètre ancien avoit souhaité qu'en mémoire de cette découverte on mît pour toute épitaphe sur son tombeau une sphère inscrite à un cylindre, M. Bernoulli désira qu'on gravât sur le sien une spirale logarithmique, avec ces mots: *Eadem mutata resurgo*, allusion heureuse à l'espérance des chrétiens, en quelque sorte figurée par la propriété de cette courbe continuellement renaissante. Il signala enfin son habileté dans le nouveau calcul par divers autres morceaux insérés dans les Actes de Leipsick, et qui concernent les questions les plus épineuses de la Géométrie et de la Mécanique. Ce nom, qui figurera encore fréquemment dans divers endroits de cette histoire, est trop célèbre pour qu'on ne voye pas avec plaisir des détails sur la vie et la personne de ce grand géomètre.

M. Bernoulli (Jacques) naquit à Bâle le 27 décembre 1654. Il eut à vaincre les oppositions de sa famille, qui le destinoit à toute autre chose qu'aux mathématiques; mais son goût l'emporta sur les difficultés, et fut, comme dit M. de Fontenelle, son seul précepteur. Après avoir voyagé, il retourna dans sa patrie, où il publia, en 1681, son *Conamen novi systematis planetarum*, ouvrage qui n'est pas tout-à-fait digne de son nom; et en 1682, sa dissertation *De gravitate aetheris*. Mais c'est principalement des mathématiques que M. Bernoulli tire son lustre et sa célébrité; il est inutile de répéter ici ce qu'on a déjà dit sur les obligations que lui ont la Géométrie et les nouveaux calculs. L'académie des sciences, lors de son renouvellement, ne manqua pas de s'aggréger, en qualité d'associé étranger, un homme d'un mérite aussi éclatant. Sa patrie se

l'étoit aussi attaché, en lui donnant la place de professeur de mathématiques dans l'université de Bâle. Il mourut le 16 août de l'anné 1705, n'ayant encore que cinquante ans et quelques mois. Outre le recueil de ses OEuvres, c'est-à-dire des diverses pièces insérées dans les Actes de Leipsick, ou trouvées dans ses papiers, recueil précieux pour tous les amateurs de la Géométrie transcendante, on a de M. Bernoulli un ouvrage posthume, intitulé : *De Arte conjectandi*, avec un morceau sur les Suites infinies. On en doit l'édition à M. Nicolas Bernoulli son neveu, qui le publia en 1713. Nous en parlerons ailleurs avec plus d'étendue, et avec les éloges qu'il mérite. Tous les écrits de Jacques Bernoulli (à l'exception de ce dernier) ont été réunis dans un recueil précieux, intitulé : *Jacobi Bernoulli, Basileensis Opera. Genevæ*, 1744, *in-4°.* 2 vol. Nous payerons en temps et lieu un semblable tribut à la mémoire de son frère, mort long-temps après lui.

M. Jean Bernoulli, l'illustre frère de celui dont nous venons de parler, ne tarda pas à entrer dans la même carrière, et à y marcher avec la même rapidité. Il eut part, aussi-bien que lui, à la solution des plus beaux problêmes qui furent agités vers ce temps parmi les géomètres, et il en proposa plusieurs lui-même. Les Actes de Leipsick sont pleins d'écrits de ce savant géomètre, qui renferment une foule de découvertes et d'artifices ingénieux qui perfectionnent beaucoup le calcul intégral. Nous aurons occasion d'en mettre dans la suite sous les yeux une partie. Nous nous bornerons ici à donner une idée d'un nouveau genre de calcul, dont il publia les premiers essais en 1697.

Ce calcul est celui qu'on nomme Exponentiel. Nous avons vu jusques ici des puissances dont l'exposant étoit constant, comme y^n, n étant un nombre quelconque et invariable. Mais on peut concevoir des grandeurs dont l'exposant même soit variable. Rien n'empêche, par exemple, d'imaginer une courbe de telle nature (*fig.* 105), que chaque ordonnée BC ou y soit égale à x^x, c'est-à-dire à la puissance de l'abscisse, dont l'abscisse même représentera l'exposant. Alors, en supposant $AB = 1$, l'ordonnée BC seroit $= 1$; au point b, ou $Ab = \frac{1}{2}$, elle seroit $\sqrt{\frac{1}{2}}$. En β, où l'abscisse est 2, cette ordonnée seroit 2^2. On pourroit même, pour plus de généralité, supposer une courbe $dD\delta$, dont les ordonnées bd, BD, &c., fussent z, et que celles de la courbe AcC fussent exprimées par cette équation $y = x^z$. Quelles seront les propriétés des courbes de cette nature, leurs tangentes, leur aire, &c.? Voilà l'objet du calcul dont nous parlons. Bernoulli le nommoit d'abord *parcourant*,

à cause que les quantités de cette espèce parcourent en quelque sorte tous les ordres. Mais le nom d'*exponentiel*, que lui a donné Leibnitz, a prévalu, et c'est aujourd'hui le seul qui soit en usage.

Tout le calcul exponentiel est fondé sur cette considération, que le logarithme de x^n, est n log. x, et que la différentielle d'un logarithme, par exemple, du log. de x, est $\frac{dx}{x}$. Cela supposé, si l'on a une quantité comme $x^z = y$, et qu'on cherche sa différentielle ou la valeur de dy, il n'y aura qu'à faire attention que puisque ces grandeurs sont égales, leurs logarithmes seront égaux ; ainsi z log. $x =$ log. y, et prenant les différences, dz log. $x + z\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$, d'où l'on tire en multipliant par y, ou par sa valeur x^z, $dy = x^z dz$ log $x. + z x^{z-1} dx$. Le dernier membre de cette équation montre ce qu'il faut faire pour avoir la différentielle d'une quantité telle que x^z. Il est aussi facile de voir que lorsqu'on aura la valeur de z en x, en substituant au lieu de dz, sa valeur en x et dx, on n'aura plus que des quantités finies et données, multipliées par dx; de sorte qu'on pourra appliquer à ces courbes toutes les règles ordinaires du calcul différentiel pour l'invention des tangentes, des *maxima* et *minima*, &c. Nous en donnerions volontiers des exemples, de même que de la manière de déterminer les aires de ces courbes, mais nous sommes contraints de nous en tenir à cette esquisse de ce calcul. Nous renvoyons aux écrits de Bernoulli, et à son commerce épistolaire avec Leibnitz, qui contient des choses très-intéressantes sur ce sujet.

C'est à M. Jean Bernouilli que la France doit les premières connoissances qu'elle eut du calcul différentiel et intégral. En 1691, il vint à Paris, et durant le séjour qu'il y fit, il connut le marquis de l'Hôpital, qui plein d'ardeur et d'estime pour la nouvelle Géométrie, désiroit fort pénétrer dans ce pays nouvellement découvert.

Le marquis de l'Hôpital étoit né en 1661 ; l'attrait seul de la Géométrie l'avoit rendu géomètre, et il avoit donné dès l'âge de quinze ans des preuves de sa sagacité, par la solution de quelques problêmes sur la cycloïde, proposés chez le duc de Roannèz. Après avoir servi pendant quelques années dans la cavalerie, la foiblesse de sa vue l'obligea de renoncer à un état, où à l'exemple de ses ancêtres il pouvoit courir une carrière brillante ; il se livra alors avec toute liberté à son goût pour la Géométrie, et fut le premier en France qui accueillit avec transport les nouveaux calculs. Il fut membre de l'Académie des Sciences dès 1690, et Jean Bernoulli étant venu à Paris, il lui

fit l'accueil que méritoit un homme de ce talent extraordinaire, le seul encore, avec son frère et Leibnitz, qui possédât la nouvelle analyse dans le Continent; ainsi M. Bernoulli lui servit de guide, et ce fut pour son usage qu'il écrivit les *Leçons de calcul différentiel et intégral*, qu'on lit en latin dans le troisième volume de ses OEuvres. Il eut le plaisir de voir fructifier ses instructions; le marquis de l'Hôpital devint bientôt un des premiers géomètres de l'Europe, et on le vit figurer parmi ceux qui résolurent les fameux problèmes de mécanique transcendante, ceux de *la courbe de la plus courte descente, des Ponts-levis, &c.* M. Bernoulli fit en même temps un autre prosélite au nouveau calcul, en la personne de M. Varignon, qui l'employa depuis avec succès à quantité de recherches des plus curieuses, et que nous verrons défendre savamment la cause de ce calcul contre ceux qui entreprirent d'en infirmer la certitude.

Cependant le calcul différentiel et intégral étoit encore une sorte de mystère pour la plupart des géomètres. Il étoit facile de compter dans le Continent ceux qui en avoient quelque connoissance. Ils se réduisoient presque à M. Leibnitz, aux deux frères Jacques et Jean Bernoulli, au marquis de l'Hôpital et à Varignon; enfin à l'exception de quelques pièces dispersées dans les actes de Leipsick, il n'y avoit aucun ouvrage où l'on pût s'instruire de cette méthode. M. de l'Hôpital sentit que les mathématiques étoient intéressées à ce que cette espèce de secret n'en fût plus un; c'est dans ces vues qu'il publia son *Analyse des infiniment-petits*, livre également bon et bien fait, qualité assez rare jusqu'alors et même encore à présent, dans les ouvrages de mathématiques, où le manque d'ordre et de méthode nuit souvent au mérite du fond. On pourroit seulement trouver à redire que M. de l'Hôpital ne fait pas assez connoître les obligations qu'il avoit à M. Bernoulli, de l'invention duquel sont les principales méthodes qu'on trouve dans ce livre, et ce qu'il contient de plus subtil dans ce genre d'analyse. M. Bernoulli en fut un peu indisposé lorsque parut l'ouvrage de M. de l'Hôpital, et ce ne furent que des motifs de considération et de reconnoissance pour la manière dont il en avoit été reçu à Paris qui étouffèrent ses plaintes; il se contenta de les faire confidentiellement à Leibnitz.

Cet ouvrage de M. de l'Hôpital, quoiqu'en général assez clair pour tout homme qui a quelqu'ouverture pour la Géométrie et le Calcul, a eu pour ainsi dire les honneurs du commentaire. M. Varignon en a éclairci les endroits un peu difficiles par des *notes et éclaircissemens sur l'analyse des Infiniment-petits*, (Paris 1725, *in-4°.*); M. de Crouzas avoit donné en 1721 un

X I.

Pendant que la plupart des géomètres travailloient avec empressement à s'instruire du nouveau calcul, il y en eut d'autres qui lui déclarèrent la guerre, et qui firent leurs efforts pour le renverser. Ce sera peut-être pour quelques esprits un sujet d'étonnement que de voir s'élever des querelles dans le sein d'une science dont la nature devroit l'en rendre exempte. Mais ceux qui connoissent l'histoire de l'esprit humain, savent qu'il est peu d'inventions brillantes qui n'ayent éprouvé des contradictions, et que souvent la jalousie, secondée d'un peu de prévention, a élevé contre des nouveautés très-utiles, des hommes assez estimables d'ailleurs. Nous osons dire que quand nous aurons rendu compte de cette querelle, il n'y aura plus que des esprits incapables d'apprécier les objections et les réponses, pour qui elle puisse être un sujet de scandale, et un motif de suspecter la certitude de la Géométrie.

Il y eut d'abord des géomètres qui, sans attaquer directement la nouvelle méthode, cherchèrent à en obscurcir le mérite; tel fut entr'autres l'abbé de Catelan, Cartésien zélé jusqu'à l'adoration, et qui s'étoit déjà signalé par une mauvaise querelle intentée à Huygens, au sujet de sa théorie du centre d'oscillation. Cet abbé donna en 1692 un livre intitulé *Logistique universelle*, & *Méthode pour les tangentes*, &c. Il y disoit dans un petit avertissement, que cet essai étoit propre à montrer qu'il valoit mieux s'attacher à pousser plus loin les principes de M. Descartes sur la Géométrie, qu'à chercher de nouvelles méthodes. Mais on ne peut guère se refuser à une sorte d'indignation, quand on voit que tout ce Traité n'est que le calcul différentiel déguisé mal-adroitement sous une notation moins commode et moins avantageuse. Aussi cet auteur ne marche-t-il qu'à travers des embarras sans nombre, et ce qui, traité suivant la méthode du calcul différentiel, est clair et ne demande que quelques lignes, suivant la sienne est obscur, embrouillé, et occupe des pages entières. D'ailleurs le livre n'est pas sans erreurs, et M. le marquis de l'Hôpital vengea le calcul différentiel, en les relevant; ce qui excita une querelle, dont retentit à diverses reprises le Journal des Savans, de 1692.

Parmi les adversaires du calcul différentiel, on distingue encore M. Nieuwentiit; c'étoit un homme qui avoit donné quelques ouvrages sur la Morale, et sur l'existence de Dieu, prouvée par ses ouvrages. Il étoit un peu géomètre; ce fut lui qui entra le premier dans la lice, en publiant un livre où il

attaquoit le nouveau calcul (1). Il le taxoit de fausseté, en ce qu'on y considère comme égales des grandeurs qui n'ont qu'une différence infiniment petite, à la vérité, mais néanmoins réelle. Il falloit, suivant lui, que ces différences fussent absolument nulles ; et comme alors il ne sauroit plus y avoir entr'elles aucun rapport, il rejettoit entièrement les secondes différences, et celles des ordres ultérieurs. Peu après il publia un autre ouvrage, où il prétendoit consolider le calcul de Leibnitz ; il employoit pour cela un nouveau principe métaphysique, dont il tiroit des conséquences fort singulières, et qui le menoient à expliquer le mystère de la création.

Leibnitz répondit à Nieuwentiit (2). Il faut convenir que sa réponse ne présente pas d'abord une solution complète de la difficulté ; car en réduisant ses différences ou infiniment-petits, à des incomparables, comme seroit un grain de sable comparé à la sphère des fixes, il portoit atteinte à la certitude de son calcul. Mais l'addition qu'il fit bientôt après à cette réponse, est plus satisfaisante. Il y montre que ce qu'il appelle les différences respectives de l'abscisse et de l'ordonnée, ne sont que des rapports entre des quantités finies, rapports qui peuvent être représentés par les ordonnées d'une courbe ; et comme celles-ci, (si cette nouvelle courbe ne dégénère pas en une ligne parallèle à l'axe), auroient leurs différences, ces différences seront les secondes des ordonnées de la première courbe, et ainsi des troisièmes et quatrièmes, &c., si par la nature de cette première courbe elles ont lieu. Cela ne satisfit cependant pas Nieuwentiit ; il répliqua par un nouvel écrit (3) qui, de même que les précédens, n'est qu'un tissu d'absurdités. Elles furent relevées par M. Bernoulli et M. Herman, qui montrèrent que cet adversaire du calcul différentiel ne savoit ce qu'il disoit.

Il y avoit dans le même temps un M. Dettleff Cluver, qui attaqua indirectement le nouveau calcul ; ce M. Cluver avoit des idées fort singulières, car d'abord il trouvoit la quadrature du cercle, et le réduisoit à ce problême facile, *construere mundum divinae menti analogum* (4). D'un autre côté, il déquarroit la parabole, c'est-à-dire, qu'il disoit qu'il étoit faux qu'elle fût absolument quarrable, et qu'Archimède étoit un rêveur. Leibnitz fit son possible pour le commettre avec M. Nieuwentiit ; ç'eut été en effet quelque chose de fort amusant

(1) *Considerationes circa Analysis ad quant. inf. parvas applicatae principia.* Amstel. 1694 *in*-8°. *Analysis infinitorum seu curvil. proprietates ex naturâ polyg. deductae.* Ibid. 1695.

(2) *Act. Lips.* 1694.

(3) *Considerat secundae circa calc. diss. usum.* Amstel. 1696, *in*-8°.

(4) *Act. Lips.* ann. 1694.

que

que de voir ces deux hommes aux prises ; mais malheureusement cette petite méchanceté ne réussit pas.

Le calcul différentiel en France, et celui des fluxions en Angleterre ont encore éprouvé quelques attaques dans le courant de ce siècle, d'abord de la part de M. Rolle, et ensuite de celle du célèbre évêque de Cloyne, le docteur Berkley ; mais nous avons jugé devoir renvoyer l'histoire assez curieuse de ces démêlés à la partie suivante de cet ouvrage.

Fin du Livre sixième de la quatrième Partie.

NOTE

DU

SIXIÈME LIVRE.

Contenant quelques développemens élémentaires du calcul des Fluxions et Fluentes.

Quoique nous ayons renvoyé (page 372) aux livres élémentaires de ce calcul, il nous a paru qu'il ne seroit pas entièramant inutile d'antrer dans quelquas détails sur les premières opérations qu'il présente.

Ayant démontré (paga susdite) que la fluxioo de xy est $y\dot{x}+x\dot{y}$, il est facile de démontrer qua celle da xyz ast $yz\dot{x}+zx\dot{y}+yx\dot{z}$; car si l'on suppose $xy=u$, on aura $xyz=uz$, dont la fluxion sera $u\dot{z}+z\dot{u}$: or l'on a $\dot{u}=y\dot{x}+x\dot{y}$. Ainsi, mettant à la place de u et $\dot{u}$ leurs valaurs dans l'axpression ci-dessus, oo trouvera la fluxion de $xyz=yz\dot{x}+zx\dot{y}+yx\dot{z}$; d'où il est facile de tirer la règla générale pour tous les cas semblables.

Cela montre eocore qua la fluxion d'un quarré xx est $2x\dot{x}$; que celle d'un cuba x^3 est $3x^2\dot{x}$; que celle anfin d'une puissance de x, comme x^m, est $mx^{m-1}\dot{x}$.

Ainsi la fluenta, ou la quantité dont provient une fluxion comma $y\dot{x}+x\dot{y}$, sera yx (nous faisons abstractioo de la quantité constante qui paut, suivant lea circonstances, être ajoutée à yx); car il est évident que si l'on avoit la quantité $yx+a$, où a est une quantité invariable, sa fluxion seroit également $x\dot{y}+y\dot{x}$. Mais oo verra ailleurs comment cette constante, si elle doit avoir liau, peut être déterminée.

Ainsi eocore la fluente de $2x\dot{x}$ sara xx, et conséquemment celle de $x\dot{x}$ sera $\frac{xx}{2}$; celle de $x^2\dot{x}$ sera $\frac{x^3}{3}$, &c.; d'où l'on conclurra que cella da $x^m\dot{x}$ sara $\frac{x^{m+1}}{m+1}$.

Et cala sera vrai, quelle que soit la valeur de m, entière ou fractionnaire, positive ou oégative. Ainsi $\dot{x}\sqrt{ax}$, c'est-à-dire $a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}\dot{x}$, aura pour fluante $\frac{2}{3}(a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}})$, c'est-à-dire $\frac{2}{3}x\sqrt{ax}$; ce qui donne la quadrature de la parabole ordinaire.

Tout ce que nous venons da dire est également applicable aux quantités complexes, comme seroit $(aa+xx)^n$; sa fluxion seroit $2nx\dot{x}(aa+xx)^{n-1}$. Et si nous supposons $n=\frac{1}{2}$, c'est-à-dire $(aa+xx)^n=\sqrt{aa+xx}$, on aura pour sa fluxion $\frac{2x\dot{x}}{2\sqrt{aa+xx}}$; et *vice versâ* la fluanta da cetta quantité sera $(aa+xx)^{\frac{1}{2}}$. Tout cala, au surplus, quoique déduit ici par simple induction, peut se démootrer rigoureusement par de simples subtitutions.

Si l'on avoit enfin une quantité comme $\frac{y}{z}$, sa fluxion seroit $\frac{z\dot{y}-y\dot{z}}{zz}$, ce qu'on démontre, soit en regardant $\frac{y}{z}$ comme yz^{-1}, soit en supposant $\frac{y}{z}=u$; ce qui donne $y=zu$ et $\dot{y}=z\dot{u}+u\dot{z}$; ou mettant à la place de u sa valeur $\frac{y}{z}$, on trouve $\dot{u}$ (ou la fluxion de $\frac{y}{z}$) égale à $\frac{z\dot{y}-y\dot{z}}{zz}$; et l'on voit par là que si l'on avoit une quantité comme $z\dot{y}-y\dot{z}$, elle ne sauroit venir de zy (car sa fluxion est $z\dot{y}+y\dot{z}$), mais de $\frac{y}{z}$; car supposons $\frac{y}{z}+a=0$: sa fluxion sera $\frac{z\dot{y}-y\dot{z}}{zz}=0$, et le dénominateur zz disparoîtra.

Le calcul des fluxions du second ordre est absolument semblable. La fluxion de $\dot{x}$ est $\ddot{x}$; celle de $\dot{y}$ est $\ddot{y}$; celle de $\dot{y}\dot{y}$ est $2\dot{y}\ddot{y}$, &c. ; et *vice versâ* la fluente de $2\dot{y}\ddot{y}$ est $\frac{\dot{y}\dot{y}}{2}$.

Mais il faut remarquer que le plus souvent dans les équations des courbes on suppose la première fluxion d'une des variables (ordinairement celle de l'abscisse ou $\dot{x}$), constante ou invariable ; ce qui rend dans le calcul la seconde fluxion de x nulle ou zéro, et fait disparoître plusieurs termes.

Tout ce que nous venons de dire, au surplus, se rapporte également au calcul appellé différentiel dans le continent ; il suffira de changer $\dot{x}$ en dx. La notation est différente : les principes sont absolument les mêmes.

Fin de la Note du sixième Livre de la quatrième Partie.

HISTOIRE
DES
MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE SEPTIÈME,

Qui contient les progrès de la Mécanique pendant la dernière moitié de ce siècle.

SOMMAIRE.

I. *Les lois du choc des corps et de la communication du mouvement, méconnues par Descartes, sont enfin découvertes, et par qui. Exposition de ces lois, et de la manière dont on les établit. Vérités et principes remarquables qui en découlent. Elles sont confirmées par l'expérience en divers lieux.* II. *Huygens enrichit la Mécanique de diverses théories nouvelles. Précis de la vie de cet homme célèbre. Il applique le pendule à régler le mouvement des horloges. Belle propriété qu'il découvre dans la cycloïde à cette occasion.* III. *De la théorie des centres d'oscillation.*

Elle n'est qu'ébauchée par Descartes et Roberval. Huygens la traite le premier suivant ses vrais principes. Différence des centres d'oscillation et de percussion. Contestation élevée entre M. Huygens et l'abbé Catelan, sur le principe employé par le premier dans cette recherche. MM. Jacques Bernoulli et le marquis de l'Hôpital prennent le parti d'Huygens. Sa théorie est confirmée de diverses manières par les géomètres qui le suivent. IV. *Des forces centrifuges ; ancienneté de leur remarque. Découverte d'Huygens sur leur sujet. Nouveau pendule qu'elles lui donnent lieu d'imaginer, et ses propriétés.* V. *Neuton étend à toutes les courbes la théorie des forces centrales. Loi générale qui règne dans tous les mouvemens curvilignes autour d'un centre. Découverte du rapport des forces centrales propres à faire décrire à un corps projetté obliquement, des sections coniques. Exposition des principes de cette théorie. Des chutes perpendiculaires, la force accélératrice étant variable. Du problême des trajectoires. Autres recherches de Géométrie et de Mécanique mixtes que nous offre l'ouvrage de Neuton.* VI. *De la résistance des milieux au mouvement. Wallis et Neuton traitent les premiers ce sujet. Vérités principales qu'ils découvrent. De la courbe de projection dans un milieu résistant.* VII. *Histoire de divers problêmes célèbres de Mécaniques, qui furent proposés vers la fin du dix-septième siècle.* VIII. *De quelques inventions et recherches particulières de Mécaniques dues à la fin de ce siècle.*

I.

Nous ne pouvions commencer cette partie de notre histoire par un sujet plus intéressant que celui que nous avons à traiter dans cet article. Si quelque effet naturel a dû piquer la curiosité des mécaniciens, c'est sans doute le choc des corps et la communication du mouvement qui en est la suite. Il n'est rien de plus commun, rien qui se passe plus fréquemment sous nos yeux ; et quand on y fait réflexion, l'on diroit volontiers avec Fontenelle, qu'il est presque honteux à la philosophie de s'être avisée si tard de s'en occuper.

Le célèbre Descartes semble avoir senti le premier qu'il y a des lois fixes et constantes qui président à cette communication du mouvement. Il fit aussi les premiers efforts pour les déterminer ; mais préoccupé d'un trop vaste objet, nous voulons dire de son systême général, unique cause de la plupart de ses méprises, il manqua le but, et ses tentatives ne nous offrent

presque que des erreurs. Les physiciens qui le suivirent de plus près ne furent pas plus heureux ; le P. Fabri, qui se proposa le même objet dans son traité *De motu*, ne fit que substituer erreurs à erreurs ; que pouvoit-on attendre d'un physicien presque toujours opposé à Galilée, et qui combattit la plupart des belles découvertes faites de son temps ? Borelli réussit un peu mieux dans son livre *De vi percussionis* ; mais faute de notions assez exactes du mouvement, il se trompa encore dans la plupart des lois qu'il prétendit assigner.

C'est au zèle de la société royale de Londres que nous devons, à certains égards, les premières découvertes solides sur les lois du choc des corps. Après avoir agité plusieurs fois ce sujet dans ses assemblées, elle le proposa à ceux de ses membres qui s'étoient le plus adonnés à la Mécanique, les invitant à l'examiner particulièrement, et à lui faire part de leurs réflexions. Les trois géomètres illustres, Wallis, Wren et Huygens, s'en occupèrent avec succès (1), et participent à l'honneur de la même découverte. Wallis communiqua le premier son écrit, ensuite Wren, et peu de temps après arriva celui de Huygens, qui étoit alors dans le continent, et à qui l'on rend la justice de remarquer qu'il n'avoit pu avoir connoissance de ceux des deux géomètres anglois. On reconnoît même qu'il n'eût tenu qu'à lui de prévenir ses deux concurrens, et qu'ils ne partagèrent avec lui l'honneur de cette découverte, qu'à cause de sa lenteur à la dévoiler ; car on convient qu'il en étoit en possession dès le temps de son second voyage à Londres, c'est-à-dire en 1663. On se borne à prétendre qu'il n'en communiqua rien alors, et qu'il n'en donna que des indices par les solutions de quelques problêmes sur le mouvement.

Avant de présenter le développement des lois de la communication du mouvement d'après ces trois savans mathématiciens, nous devons cependant faire mention d'un homme à peine connu dans ces pays, et qui a singulièrement préludé à cette découverte ; son nom est J. Marc Marci de Crownland ; il étoit médecin à Prague, et très-adonné aux mathématiques et à la physique. On en parlera encore dans l'histoire de l'optique, parce qu'il paroît avoir entrevu quelques-unes des découvertes de Neuton sur la lumière. Marci publia en 1639, à Prague, un ouvrage intitulé : *De proportione motus seu regula sphymica, &c. in-4°.*, dans lequel il examine l'effet du choc des corps, et la manière dont s'y répartit le mouvement. Il commence par les diviser en mous, fragiles et durs, ou conservant leur figure après le choc. C'est de ceux-ci qu'il s'occupe princi-

(1) *Trans. Phil.* ann. 1669, n°. 43. 46.

palement, et les règles qu'il donne à cet égard sont précisément les mêmes que celles données communément pour le choc des corps élastiques, que quelques modernes ont aussi nommé *durs*. Il dit, par exemple, et fait voir que si un corps de cette espèce en choque un autre égal en repos, il doit s'arrêter, tandis que l'autre acquérera un mouvement égal à celui du premier; que si deux corps égaux, avec des vîtesses égales, se choquent directement, ils rebrousseront chacun en arrière avec la même vîtesse; que si un corps mu d'une certaine vîtesse en atteint un autre allant du même côté avec une vîtesse moindre, il continuera son chemin, ou s'arrêtera, ou sera réfléchi en arrière, suivant que sa masse aura, avec celle du corps qui précède, un rapport qu'il détermine. Enfin, que si au-devant d'un corps en repos, on en interpose un égal, celui-ci étant choqué par un corps égal avec une vîtesse quelconque, restera en repos, tandis que le second partira avec une vîtesse égale à celle du corps choquant, ce qui lui donne l'idée de proposer ce problême paradoxal : faire en sorte qu'un corps, par exemple un boulet de canon, étant mis sur un plan horizontal, et frappé d'un autre boulet de canon tiré contre lui, reste en repos; il n'y a, dit-il, qu'a mettre en contact avec lui et après lui un second boulet égal, le boulet de canon lancé contre le premier le laissera en repos, et le second acquérera la vîtesse du boulet lancé; ce qui est conforme à la théorie du choc des corps élastiques. Il y a dans cet ouvrage bien d'autres choses que nous pourrions remarquer, mais nous nous bornons à cela. Nous laissons au lecteur la liberté entière de juger jusqu'à quel point les mathématiciens qui ont depuis établi les lois du choc des corps, ont pu être aidés des vues et des raisonnemens de Marci.

La méthode du docteur Wallis est la plus directe, et par cette raison c'est celle que nous nous attacherons principalement à développer. A la vérité, il ne traite dans son premier écrit que les lois du choc entre les corps absolument durs ou mous; mais ensuite il a étendu sa théorie aux corps élastiques, dans son traité *De motu*, qui parut en 1670.

Pour établir les lois de la communication du mouvement, il faut d'abord distinguer deux sortes de corps : les uns à ressorts, c'est-à-dire doués de cette faculté de se rétablir avec effort dans leur figure primitive, lorsqu'ils l'ont perdue par le choc de quelqu'autre corps; les autres qui en sont privés. Cette distinction est très-nécessaire, car les lois du choc et de la communication du mouvement sont bien différentes dans les uns et dans les autres. La détermination de celles des derniers est la plus facile, et c'est le premier pas à faire pour la solution générale du problême.

Wallis prend pour premier principe de cette solution, qu'une force appliquée à mettre un corps en mouvement, lui donne une vîtesse d'autant moindre, qu'il est plus grand. Il suppose aussi tacitement que la réaction est égale à l'action, c'est-à-dire qu'un corps choqué détruit dans le corps choquant autant de mouvement que celui-ci lui en communique.

Ces principes, qui sont très-conformes à la raison, et qu'on ne sauroit nier, pour peu qu'on les pèse attentivement, étant admis, qu'on suppose, dit Wallis, un corps porté d'une certaine vîtesse, en choquer un autre en repos : la même force qui étoit employée dans le mouvement du corps choquant est maintenant employée à mouvoir les deux corps. La vîtesse commune doit donc être diminuée en même raison que la somme des masses est augmentée. Le corps choquant est-il double de l'autre, la vîtesse commune sera les deux tiers de ce qu'elle étoit auparavant.

On peut démontrer cette même loi du choc des corps sans ressort d'une autre manière, plus lumineuse à mon gré, et encore moins sujette à contestation. Lorsqu'un corps de cette nature en choque un autre en repos, ils doivent après le choc aller ensemble ; car il n'y a aucune cause de réflection, ni dans l'un, ni dans l'autre, comme on l'a suffisamment établi ailleurs. D'un autre côté, la réaction du corps choqué sur le choquant étant égale à l'action de celui-ci sur le premier, autant le corps choqué acquérera de mouvement, autant le corps choquant en perdra. Il subsistera donc après le choc la même quantité de mouvement, et conséquemment les deux corps allant ensemble, la vîtesse sera diminuée en même raison que la masse est augmentée.

Qu'arrivera-t-il maintenant lorsqu'un corps en choquera un autre qu'il suit et qu'il atteint ? Il sera facile de le déterminer par un raisonnement semblable à celui que nous venons de faire. Il est visible que le corps choquant n'agit sur l'autre et ne le frappe qu'avec l'excès de vîtesse qu'il a sur lui. Cet excès de vîtesse, multiplié par la masse du corps choquant, exprime donc la force ou la quantité de mouvement avec laquelle il le frappe. Or suivant ce qu'on a déjà fait voir, cette quantité de mouvement se répartit sur les deux masses, la vîtesse diminuant à proportion que leur somme augmente. Cette vîtesse est donc celle dont sera accéléré le corps qui va le plus lentement, et dont sera retardé celui qui alloit le plus vîte. Ainsi il faudra multiplier celui des corps qui va le plus vîte par sa vîtesse respective, c'est-à-dire par sa vîtesse absolue, moins celle du corps qu'il suit ; ce produit étant divisé par la somme des masses, donnera la vîtesse à ajouter au corps le plus

plus lent, ou à soustraire du plus vîte, et l'on aura leur vîtesse commune.

Faisons enfin choquer deux mobiles avec des directions contraires ; celui qui aura la plus grande quantité de mouvement détruira tout celui de son antagoniste, et par l'effet de celui-ci, en perdra autant qu'il en a détruit. Il restera donc avec le surplus, s'il y en a, comme si cet autre eût été en repos, et qu'il l'eût choqué avec ce surplus de force ou de mouvement. Ainsi il l'entraînera avec lui, en partageant ce reste proportionnellement à l'augmentation de la masse. Pour trouver la nouvelle vîtesse commune aux deux corps, il faudra donc multiplier chaque corps par sa vîtesse propre, et ôter l'un des deux produits de l'autre, enfin diviser cette différence par la somme des masses, on aura la vîtesse après le choc dans la direction du plus fort.

De la connoissance des lois du choc dans les corps sans ressort découle celle des lois du choc entre les corps élastiques ; quelques considérations de plus vont nous en mettre en possession. Il n'y a qu'à examiner attentivement ce qui se passe dans le choc de ces sortes de corps.

Lorsqu'un corps élastique est choqué par un autre, le premier effet du choc est de commencer à bander leur ressort. Au même instant le corps choqué commence à prendre un peu de mouvement. Cependant le corps choquant continue à le presser ; car il a une vîtesse plus grande que la sienne : le ressort continue à se bander, le corps choqué est de plus en plus accéléré, et l'autre retardé. Enfin l'un et l'autre ayant la même vîtesse, le ressort cesse d'être bandé davantage ; les deux corps se meuvent ensemble de la même manière qu'ils feroient s'ils eussent été sans ressort. Mais à cet instant le ressort étant parvenu à son plus grand état de tension, commence à agir. Or appuyé comme il l'est, en quelque sorte, sur les deux corps, il doit les repousser en leur distribuant également la force avec laquelle il agit. Il leur imprimera donc des degrés de vîtesse en raison réciproque de leurs masses ; le corps choqué qui, avant que le ressort se débandât, avoit déjà la même vîtesse qu'il auroit eue si les deux corps eussent été sans ressort, sera accéléré d'autant si la vîtesse, effet du ressort, est dans la même direction ; le corps choquant, qui dans le même instant avoit la même vîtesse, sera retardé par la soustraction de la vîtesse que lui a imprimé le ressort en sens contraire.

Il ne s'agit donc plus que de connoître quelle est la force avec laquelle le ressort des deux corps est bandé et se restitue. Or il est aisé de voir que cette force est proportionnelle à la vîtesse respective des deux corps avant le choc ; car le ressort

sera doublement comprimé, si cette vîtesse est double; trois fois autant, si elle est triple, &c. Ainsi ce sera cette vîtesse respective qui, lorsque le ressort se débandera, sera distribuée aux deux corps en raison reciproque de leurs masses. Voilà tout le mécanisme du choc et de la communication du mouvement dans les corps élastiques. Appliquons ceci à quelques exemples.

Si les deux corps sont égaux et mus l'un contre l'autre avec des vîtesses égales, ils seront réfléchis avec des vîtesses égales. La raison en est évidente : à l'instant où leur ressort est autant bandé qu'il peut l'être, ils sont en repos; mais leur ressort se débandant, leur distribue la vîtesse respective, c'est-à-dire la somme de leurs vîtesses, également, puisqu'ils sont égaux. Ils seront donc réfléchis avec leur même vîtesse. Il en arrivera de même, si deux corps inégaux se choquent avec des vîtesses contraires réciproquement proportionnelles à leurs masses. A l'instant où le ressort est dans son état de tension, ils sont en repos. Le ressort en agissant leur distribue la somme de leurs vîtesses en raison réciproque de leur masse. Ainsi chacun recevra celle qu'il avoit auparavant.

Mais qu'un corps aille en choquer un autre qui lui est égal, et qui est en repos, on trouvera, en faisant le même raisonnement que ci-dessus, que le corps choqué prendra la vîtesse du premier, et que celui-ci sera réduit au repos. Si deux corps égaux se choquent avec des vîtesses inégales et contraires, ils rejailliront l'un de l'autre en faisant échange de leurs vîtesses. Si au contraire l'un poursuit l'autre et l'atteint, il lui donnera sa vîtesse, et prendra la sienne. Il seroit trop prolixe de détailler de même tous les différens cas. Nous nous bornerons à un seul, qui tiendra lieu de tous les autres. Que deux corps ayant l'un 6, l'autre 4 de masse, se rencontrent avec des vîtesses contraires, celle du premier étant 3, et celle du second 2. S'ils eussent été sans ressort, leur vîtesse commune après le choc dans la direction du plus gros, eût été 1. Maintenant si l'on divise 5, la vîtesse respective avec laquelle ils se choquent, en deux parties proportionnelles aux masses, ce seront 3 et 2. La première sera la vîtesse du plus petit. Or il avoit déjà un degré de vîtesse dans la même direction, ce seront donc quatre degrés qu'il aura après le choc. Au contraire, si l'on ôte de la vîtesse un, restante au premier, deux de vîtesse en sens contraire que lui a imprimé le ressort, il restera un degré de vîtesse en sens contraire. Ainsi ils rejailliront l'un de l'autre, le plus gros avec 1 de vîtesse, et le moindre avec 4. Comme il seroit fatiguant de faire à chaque occasion un pareil raisonnement, on a dressé des formules générales, dans lesquelles, au lieu des masses et

des vîtesses, substituant leurs valeurs données, on trouve aussitôt ce qui doit arriver après le choc. Ces formules sont faciles à trouver pour ceux qui auront bien saisi les principes ci-dessus, et qui sont un peu versés dans l'analyse. On peut au surplus recourir à divers auteurs modernes qui ont traité cette théorie (1).

L'écrit du chevalier Wren s'accorde entièrement avec la théorie que nous venons d'établir ; il y a seulement cette différence, qu'il n'y est question que des corps élastiques. Son exposition de leurs lois est surtout remarquable par sa brièveté et sa généralité. Que A et B (*fig.* 106), dit Wren, soient portés l'un contre l'autre, le premier avec la vîtesse et dans la direction AD, l'autre avec la vîtesse et dans la direction BD. Que C soit leur centre de gravité, et qu'on fasse CE égale à CD ; le corps A après le choc se mouvra avec la vîtesse EA, et dans la direction de E en A, et le corps B avec la vîtesse EB, et dans la direction de E en B. Il est facile de voir que cette exposition renferme tous les cas imaginables. Car si le point D est placé entre A et B, on a le cas où deux corps viennent se choquer avec des directions contraires ; s'il est placé au-delà de l'un des deux, c'est le cas où l'un des corps poursuit l'autre et l'atteint ; lorsqu'il est placé sur un des points A ou B, c'est le cas du repos de l'un des deux corps. La situation du point E désigne de même les directions des corps après le choc. Tombe-t-il entre A et B, ils sont réfléchis l'un de l'autre, puisqu'ils marchent avec les directions EA, EB. S'il tombe hors de la ligne AB, les corps se suivront l'un l'autre. L'un des deux enfin sera réduit au repos, lorsque ce point tombera sur A ou sur B. Nous laissons au lecteur intelligent le soin de démêler tous ces cas.

L'écrit de M. Huygens n'est pas moins élégant que celui de Wren. Sa manière d'exposer les lois du choc est absolument la même. Il y a aussi cette conformité entre ces deux écrits, que leurs auteurs n'ont considéré que les corps élastiques. M. Huygens les nomme *durs*, apparemment par opposition aux corps mous, qui n'ont aucune force pour résister au changement de leur figure, ou pour la reprendre ; car on ne sauroit croire que, quoique sectateur de Descartes en plusieurs points, il pensât comme ce philosophe, qu'une dureté parfaite est une cause suffisante de réflection.

La méthode qu'a suivi Huygens en établissant ces lois du

(1) Voyez *Mém. de l'acad.* 1706. s'Gravesande, *Elementa Philos. Nat.* Desaguliers, *Cours de Physique*, t. II, et surtout M. Wolf, *Elem. univ. Math.* t. II, c. 12.

choc, n'est pas aussi directe que celle qu'on a exposée plus haut. On la trouve dans son traité posthume, *De motu corporum ex percussione.* Il semble qu'il ait craint d'entrer dans l'analyse physique de ce qui se passe dans le choc des corps. Au lieu de suivre cette méthode, il part de quelques vérités d'expériences qu'il combine ingénieusement, et dont il tire ses démonstrations. Voici une esquisse de sa manière de raisonner.

Que deux corps égaux (et élastiques) se choquent avec des vîtesses égales, on sait par l'expérience qu'ils se réfléchissent avec leurs mêmes vîtesses; mais que ces deux mêmes corps viennent à se choquer avec des vîtesses inégales, qu'arrivera-t-il? Pour le trouver, qu'on imagine, dit Huygens (*fig.* 107), un homme dans un bateau, tenant de ses deux mains les fils *a*A, *b*B, auxquels sont suspendus les corps A et B, et que tandis que ce bateau est porté d'un mouvement égal, de A en B, il rapproche ces deux corps avec une égale vîtesse à son égard; ils auroient parcouru chacun la moitié de leur distance respective, si le bateau eût été immobile. Mais en le supposant se mouvoir, le corps A aura parcouru seulement AD, et l'autre BD. Tel est effectivement leur mouvement réel, et celui qu'ils paroîtroient avoir à quelqu'un qui les considéreroit, placé sur le rivage. Mais personne n'ignore que lorsque plusieurs corps ont un mouvement commun, leurs mouvemens particuliers s'exécutent tout de même que si ce mouvement commun n'existoit pas. Les deux corps égaux A et B, étant donc portés l'un contre l'autre avec des vîtesses égales à l'égard du bateau, ils se réfléchiront l'un contre l'autre au point D, avec leurs mêmes vîtesses; et si le bateau étoit rendu immobile au moment du choc, en faisant DF et DH égales à CA, ils arriveroient en même temps en F et en H; donc le bateau continuant à avancer d'une quantité DE égale à CD, le corps A arrivera de D en G, et le corps B de D en I, en même temps. Or $DI = AD$, et $DG = BD$; ainsi les corps A et B égaux auront fait échange de leurs vîtesses. Tous les autres cas du choc entre des corps égaux, se démontrent de la même manière. A l'égard de ceux de masses inégales, M. Huygens commence par démontrer que s'ils se choquent l'un l'autre avec des directions contraires, et des vîtesses réciproquement proportionnelles à leurs masses, ils se réfléchiront l'un de l'autre avec ces mêmes vîtesses. Il fait usage pour cela d'un principe particulier; savoir, que si l'on conçoit que les corps qui vont se choquer aient acquis leurs vîtesses par une chute perpendiculaire, et qu'après leur choc ils soient réfléchis en haut avec leurs vîtesses nouvelles, leur centre de gravité ne sauroit remonter à une plus grande hauteur que celle dont il est tombé. La proposition ci-dessus étant démon-

trée, le reste ne fait plus de difficulté, et se démontre facilement, à l'aide de la méthode qu'on a développée à l'égard des corps égaux.

En voilà assez sur le tour de démonstration employé par Huygens. Notre attention doit maintenant se porter sur diverses vérites remarquables que nous offre cette théorie, et qu'il observa le premier. Il suit d'abord des lois du choc que nous venons d'exposer, que Descartes s'est trompé en pensant qu'il y avoit toujours la même quantité de mouvement avant et après le choc. On observe au contraire que dans les chocs de corps sans ressort, toutes les fois qu'il y a des directions opposées, il se fait une perte de mouvement. Mais l'uniformité avec laquelle agit toujours la nature, se retrouve en ce que, non-seulement dans ce cas, mais encore dans tous les autres, le centre de gravité commun, ou est immobile, ou se meut avant et après le choc, avec une vîtesse uniforme. Ainsi ce n'est point, comme Descartes le prétendoit, la quantité absolue de mouvement qui reste invariable, c'est seulement la quantité de mouvement vers un même côté. Cette loi, la nature l'observe aussi dans le choc des corps élastiques. Huygens le remarqué dans l'écrit qu'il donna à la société royale en 1669. Il ne s'y borne même pas au cas de deux corps qui se choquent centralement ; il dit qu'il peut démontrer que cela arrive quelle que soit la manière dont ils se choquent, et quel que soit leur nombre. Les démonstrations des mécaniciens modernes ne laissent aucun doute sur la vérité de cette proposition.

Dans les corps sans ressort, il ne se fait jamais aucune augmentation dans la quantité absolue du mouvement. Elle peut seulement diminuer ; mais dans les corps élastiques, quelquefois elle est moindre, quelquefois plus grande après le choc qu'auparavant.

Il arrive dans le choc des corps élastiques un autre phénomène bien remarquable, et observé pour la première fois par Huygens. C'est que la somme des produits de chaque masse par le quarré de sa vîtesse, est la même avant et après le choc. Cette loi a été appellée par quelques physiciens, *la conservation des forces vives*, parce que le célèbre Leibnitz mesura la force des corps en mouvement par le produit de la masse et du quarré de la vîtesse, et qu'il nomme cette force, *force vive*, à la différence de la force *morte*, ou de la simple pression, qui n'est que comme le produit de la masse par la vîtesse qu'elle auroit si le mouvement s'effectuoit. Mais les mécaniciens qui évitent d'entrer dans la querelle qu'a excité le sentiment de Leibnitz, appellent cette loi, *la loi des forces ascensionnelles*, parce que de cette égalité de somme entre les produits des masses par

les quarrés des vîtesses avant et après le choc, il suit que le centre de gravité d'un systême de corps a la puissance de remonter à la même hauteur que celle d'où il est descendu.

M. Huygens termine son écrit par une remarque curieuse, qui mettra aussi fin à ce que nous avons à dire sur ce sujet. La voici : lorsqu'un corps en choque un autre en repos par l'entremise d'un tiers d'une grandeur moyenne, il lui communique toujours plus de mouvement, que s'il le frappoit immédiatement; et ce mouvement est le plus grand qu'il puisse être, lorsque le corps intermédiaire est moyen géométrique entre l'un et l'autre. Il y a plus, ce mouvement sera encore plus grand si le corps dont nous parlons est choqué par l'entremise de deux autres, qui avec les deux extrêmes fassent une proportion géométrique continue. Enfin, plus il y aura de moyens proportionnels entre l'un et l'autre, plus grande sera la vîtesse du dernier comparée avec celle du premier. Si l'on supposoit, par exemple, cent corps en proportion double, le plus grand choquant le moindre par l'entremise de quatre-vingt-dix-huit autres, lui imprimeroit une vîtesse 2338492188000 fois plus grande que la sienne, au lieu que s'il l'eût choqué immédiatement, il ne lui eût donné qu'une vîtesse un peu moindre que double.

Dans tout ce que nous venons de dire sur le choc des corps à ressort, nous avons supposé que ce ressort étoit parfait, c'est-à-dire, qu'il se restituoit avec la même force que celle par laquelle il avoit été comprimé. Mais comme il n'est rien dans la nature qui soit doué de la perfection mathématique, on doutera avec raison qu'aucun corps ait un ressort parfait. La Mécanique cependant ne sera pas ici en défaut ; il est aisé d'appliquer aux corps à ressort imparfait la théorie précédente ; car supposons un corps dont le ressort ne se rétablit qu'avec les $\frac{15}{16}$ de la force avec laquelle il a été bandé, il ne rendra que les $\frac{15}{16}$ de la vîtesse avec laquelle il a été choqué. Ainsi au lieu de distribuer aux corps qui se choquent la vîtesse respective entière en raison réciproque des masses, ce seront seulement les $\frac{15}{16}$ de cette vîtesse qu'il leur faudra distribuer de cette manière.

La théorie précédente n'est pas seulement appuyée sur le raisonnement et sur l'examen attentif de ce qui se passe dans le choc des corps ; elle est aussi fondée sur l'expérience. Les écrits de Wallis, de Wren et Huygens, ne furent pas plutôt publics, que les physiciens imaginèrent divers moyens de l'éprouver et de la rendre sensible aux yeux. Wren s'en étoit déjà assuré par des expériences qui n'ont pas été publiées. M. Mariotte, qui cultivoit dans le même temps avec grand soin la physique expérimentale, se proposa le même objet. La première partie de son

Traité *de la Percussion* (Paris 1677), est occupée à démontrer les lois du choc données ci-dessus.

Comme la nature n'offre point de corps parfaitement durs, on est obligé dans ces expériences de s'en tenir aux corps mous et aux corps à ressort. Pour les premiers, on prend des balles d'argille molle et fraîche, et pour ceux à ressort des balles d'yvoire ou de marbre. On les suspend à des fils de manière qu'étant dans la perpendiculaire, elles se touchent, et qu'elles se choquent centralement. Alors, pourvu qu'on ne leur fasse pas décrire des arcs de plus d'une dixaine de degrés, leurs vîtesses, quand elles sont arrivées à la perpendiculaire, sont sensiblement comme les arcs d'où elles sont tombées. Il est donc facile de les faire choquer avec tels degrés de vîtesse que l'on veut, et de remarquer quels degrés de vîtesse elles acquièrent dans le choc; car cette nouvelle vîtesse est aussi sans erreur sensible, comme l'arc qu'elle leur fait parcourir en remontant On trouve par ce moyen un accord satisfaisant entre la théorie ci-dessus et l'expérience. On voit toujours les boules, soit molles, soit élastiques, s'élever sensiblement aux hauteurs que la théorie a déterminées d'avance. La plupart des écrivains de physique expérimentale ont imité Mariotte; et donnent à la preuve des lois de la communication du mouvement, quelque partie de leur ouvrage. On peut voir sur ce sujet Desaguliers, s'Gravesande et l'abbé Nollet. Le suffrage unanime de ces physiciens, fait de ces lois des vérités d'expérience qu'il n'est plus permis de révoquer en doute.

II.

Il n'est personne dans le dix-septième siècle, si nous en exceptons Galilée et Neuton, à qui la Mécanique ait des obligations plus nombreuses qu'à Huygens. On vient de le voir concourir à l'honneur de la découverte de la loi du choc des corps. Nous lui devons encore l'application du pendule aux horloges; la curieuse découverte de l'isochronisme des chutes dans la cycloïde; la théorie des centres d'oscillation, l'une des plus délicates et des plus subtiles de la Mécanique; les premiers traits enfin de celle des forces centrales. Comme c'est ici l'endroit de notre histoire, où Huygens joue le plus grand rôle, c'est celui où nous avons remis de donner le précis de sa vie.

Huygens (Christian), Seigneur de Zélem et de Zulichem, reçut le jour à la Haye, le 14 avril 1629, de Constantin Huygens, secrétaire et conseiller des princes d'Orange. M. Constantin Huygens, étoit non-seulement homme de lettres, comme le témoignent les poésies latines qu'on a de lui, mais encore

versé dans la physique et les mathématiques. Il fut le premier maître de son fils, qui commença dès l'âge de treize ans à donner des indices de ce génie profond, qui devoit un jour le guider dans les recherches les plus obscures.

Le jeune Huygens, destiné par son père à l'étude du Droit, fut envoyé en 1645, à l'université de Leyde. Il y prit les leçons du professeur Vinnius, mais en même temps il y trouva Schooten, le commentateur de Descartes, qui fortifia son goût pour les mathématiques. Aidé des secours de cet habile homme, et plus encore de son propre génie, il fit des progrès rapides dans tout ce que la géométrie de Descartes a de plus difficile. Schooten a donné place dans son Commentaire à diverses observations utiles, ouvrage de ce temps de la vie d'Huygens.

Le fameux livre du P. Grégoire de Saint-Vincent fut l'occasion du premier ouvrage d'Huygens. Il le réfuta en 1651, par un petit écrit, qui ne laisse lieu à aucune réponse solide, et auquel les partisans de Grégoire de Saint-Vincent ne répondirent effectivement que par des traits de mauvaise humeur; il publia la même année ses *Theoremata de circuli et hyperbolae quadraturâ*, et en 1654, son ingénieux Traité, intitulé *De circuli magnitudine inventa nova*, dont nous avons parlé ailleurs. Mais ce ne sont là que des essais de la jeunesse de Huygens; ils ne peuvent entrer en comparaison avec les inventions dont il enrichit depuis la géométrie et l'analyse. Telles sont entr'autres la théorie des développées, dont nous avons déjà rendu un compte étendu (1); et ses découvertes de Géométrie et de Mécaniques mixtes, qui doivent nous occuper une partie de cet article et de quelques-uns des suivans. On lui doit conjointement avec MM. Pascal et de Fermat, les premiers traits de la nouvelle science de calculer la probabilité; il en dévoila les principes en 1657, dans son écrit intitulé *De ratiociniis in ludo Aleae*.

Les autres parties des mathématiques n'ont pas de moindres obligations à Huygens. Nous avons déjà annoncé au commencement de cet article, celles que lui a la Mécanique. L'astronomie lui est redevable de la mesure exacte du temps dont elle est aujourd'hui en possession; de la découverte de l'anneau de Saturne; de celle d'un des satellites de cette planète; de la première remarque de l'applatissement de la terre, depuis si heureusement confirmée par l'observation. Personne enfin ne porta plus loin que lui l'art de travailler les verres de télescope, soit pour la longueur des foyers, soit pour l'excellence. Nous nous bornons à ce tableau succinct et imparfait des travaux d'Huy-

(1) Voyez liv. I, art. VIII.

gens;

gens ; tous ces différens objets doivent trouver leurs places ailleurs, et y seront exposés avec l'étendue convenable.

Huygens s'étoit acquis dès l'année 1665, une telle réputation, que Louis XIV voulant fonder dans sa capitale une académie des sciences, le fit inviter, sous des conditions honorables et avantageuses, à venir s'établir en France ; il les accepta, et il vint résider à Paris, en 1666. Durant le séjour qu'il y fit, il fut un des principaux ornemens de l'académie royale des sciences, dont il enrichit les registres d'une multitude d'écrits profonds. Il eût peut-être terminé sa carrière en France, sans la révocation de l'édit de Nantes. En vain tenta-t-on de l'y retenir, en l'assurant qu'il y jouiroit de la même liberté qu'auparavant ; il ne put se résoudre à vivre davantage dans un pays où sa religion alloit être proscrite, et ses frères persécutés ; il prévint l'édit fatal, en se retirant dans sa patrie, en 1681.

De retour en Hollande, Huygens continua de cultiver ses sciences favorites et de les enrichir de divers ouvrages. Tels furent son *Astroscopia compendiaria a tubi molimine liberata*, son Traité *de Lumine*, et celui *de Gravitate*. Il eut part aux solutions de quelques-unes des questions célèbres que proposèrent vers ce temps les géomètres qui faisoient usage du nouveau calcul de Leibnitz, telles que celle de la courbe isochrone, et principalement celle de la chaînette. Ce n'est pas un des traits les moins glorieux de la sagacité de M. Huygens, d'avoir pu, presque destitué des secours de ce nouveau calcul qui lui étoit peu familier, surmonter des difficultés de cette nature.

Huygens promettoit encore plusieurs années d'une vie utile aux mathématiques, lorsqu'il fut saisi de la maladie qui termina ses jours. Sa mort arriva le 5 juin 1695. Il légua par son testament tous ses papiers à la Bibliothèque de Leyde, priant Burcher de Volder et Fullenius, mathématiciens habiles, de faire un choix de ce qui étoit en état de voir le jour et de le publier. Ils s'en acquittèrent en 1700, qu'ils publièrent un volume posthume des ouvrages d'Huygens. Depuis ce temps, M. s'Gravesande nous a procuré une édition complète des Œuvres de cet homme célèbre. Les deux premiers volumes de cette intéressante collection parurent en 1724, *in*-4°., et les deux derniers en 1728.

Parmi les découvertes Mécaniques d'Huygens, nous en remarquons une principale, et qui semble avoir été le motif et l'occasion de toutes les autres ; c'est celle de l'application du pendule à régler le mouvement des horloges. Cette circonstance nous prescrit l'ordre que nous avons à suivre dans l'exposition de ces découvertes.

L'égalité de durée entre les oscillations du pendule étoit un

phénomène déjà fort connu, lorsqu'Huygens entra dans la carrière des mathématiques. Galilée qui en avoit fait la première observation, avoit aussi eu l'idée de l'appliquer à la mesure du temps; et aidé de son fils, il avoit ébauché une machine à cet effet. On a discuté, en parlant de Galilée, la part qu'il eut à cette invention, et nous croyons avoir victorieusement repoussé l'imputation que nous avons éprouvée sur ce sujet. Ce qu'on peut ajouter ici à l'égard de Galilée, c'est que faute des moyens commodes pour perpétuer et compter les vibrations de sa machine, cette idée n'avoit encore apporté aucun avantage à l'astronomie. L'horlogerie, il faut en convenir, n'avoit point encore fait de progrès suffisans pour en tirer des secours propres à la mettre en exécution.

Huygens ne s'adonna pas plutôt à l'astronomie, que sensible aux avantages que cette science pouvoit tirer du pendule, et aux inconvéniens qui s'y opposoient, il travailla à les lever. Le succès répondit à ses désirs. Egalement doué du génie de la Mécanique et de la Géométrie, il imagina une construction d'horloge où le pendule servant de modérateur au rouage, ne lui permet qu'un mouvement très-uniforme. Voici une idée de ce mécanisme. Le pendule, qui est une verge de fer au bas de laquelle le poids est suspendu, communique par sa partie supérieure un mouvement alternatif à un aissieu garni de deux petites palettes tellement disposées, qu'à chaque vibration elles ne laissent passer qu'une dent de la roue avec laquelle elles s'engrènent Cette roue ne peut donc avoir qu'un mouvement aussi uniforme que celui du pendule même, et puisque de son mouvement dépend celui de tout le rouage, dont les parties s'engrènent mutuellement, et enfin avec elle, ce rouage est contraint de marcher avec la même uniformité que le pendule. Il y a plus : ce rouage, par l'action du poids ou du ressort qui le met en mouvement, fait un petit effort contre le pendule, et lui communique à peu près la même quantité de mouvement qu'il en perd à chaque vibration par la résistance de l'air, de sorte qu'au lieu de rester vingt-quatre heures en mouvement, comme il pourroit faire sans cela, il ne peut plus s'arrêter que lorsque le poids ou le ressort de la machine cessera d'agir. M. Huygens fit cette belle découverte vers la fin de l'année 1656, et vers le milieu de 1657 il présenta aux Etats une horloge de sa nouvelle construction. Il la dévoila bientôt après par un écrit particulier, et elle a été si universellement adoptée, que les petites horloges d'appartemens en ont pris le nom de pendules.

Il y avoit dans les premiers succès de cette invention de quoi satisfaire Huygens; mais l'envie de la porter à une plus grande

perfection ne lui permit pas d'en rester là. C'est à cette savante inquiétude que nous devons les profondes et subtiles recherches qu'il mit au jour en 1673, dans son fameux ouvrage intitulé : *Horologium oscillatorium*.

Huygens considéra qu'il pouvoit arriver par diverses circonstances que les oscillations de son pendule ne fussent pas toujours égales en étendue. Or dans ce cas leur durée n'auroit plus été parfaitement la même, car, nous l'avons déjà remarqué, cette égalité de temps entre les oscillations d'étendue inégale n'est pas entièrement parfaite ; elle n'est que sensible, et même il faut pour cela qu'elles soient assez petites. Huygens craignit que ces petites différences accumulées ne fissent à la fin une somme sensible ; cette considération lui inspira l'idée de faire ensorte que quelle que fût l'étendue des oscillations de son pendule, elles fûssent géométriquement égales ; or ce problême se réduit à déterminer le long de quelle courbe un poids doit rouler, afin que de quelque point que sa chute commence, il arrive dans le même temps au plus bas. Il le rechercha, et il trouva que c'étoit la cycloïde qui jouissoit de cette propriété. Pour nous expliquer plus clairement, qu'on suppose une demi-cycloïde telle que ABS renversée, ou le sommet en bas (*fig.* 108), de quelque point A, B, ou C, qu'on laisse tomber un corps, il arrivera en S dans le même temps.

Cette belle vérité, dont la découverte étoit très-difficile, peut être néanmoins facilement démontrée. Elle est fondée sur cette proposition préliminaire, dont tout lecteur versé dans la science du mouvement verra bientôt la démonstration. *Si un corps est poussé et accéléré vers un point* S, *par une force qui soit toujours proportionnelle à la distance où il est de ce point, de quelqu'endroit qu'il parte, il arrivera à ce point* S *dans le même temps*. Or c'est-là précisément le cas d'un corps qui roule le long d'une cycloïde ; car la force avec laquelle le corps placé en B tend vers le point S est toujours comme l'arc BS, qui est l'espace à parcourir. En effet, la tangente en B est parallèle à la corde *b*S : or puisque toutes les cordes DS, *b*S, *c*S sont parcourues en temps égaux, la force avec laquelle un corps placé au commencement d'une corde quelconque tend à rouler, est comme cette corde. Mais les arcs de cycloïde AS, BS, CS, &c. sont doubles des cordes correspondantes. Par conséquent la force accélératrice à un point quelconque est comme l'arc qui reste à parcourir.

Les géomètres, cherchant à abréger le discours, ont depuis donné à cette propriété le nom de *Tautochronisme*, comme qui diroit l'*identité* ou l'*égalité du temps* entre les chutes. Par la même raison, on nomme *Tautochrones* les courbes qui jouissent

de la même propriété dans certaines circonstances, et suivant les différentes hypothèses. La cycloïde est la courbe *Tautochrone* dans le vuide et dans l'hypothèse de l'accélération uniforme des graves et des directions parallèles. Mais si nous supposons ces directions convergentes à un point, et la force de la pesanteur varier comme la distance au centre, ce sera une épicycloïde. Cette élégante et curieuse vérité est due à M. Neuton.

M. Huygens ayant montré qu'il falloit que le poids du pendule décrivit une cycloïde, afin que ses oscillations quelconques fussent d'égale durée, il lui restoit à exécuter ce mécanisme. Il imagina pour cela avec beaucoup de sagacité que toute courbe pouvoit être décrite par le développement d'une autre, de sorte qu'afin que le centre du pendule décrivît une cycloïde, il falloit déterminer cette autre courbe, et faire que le fil du pendule s'appliquât sur elle dans ses mouvemens. Ce fut-là l'origine de sa célèbre théorie des développées, dont nous avons rendu un compte suffisamment étendu (1). Nous nous bornons ici à remarquer qu'il trouva que la courbe sur laquelle se devoit appliquer le fil du pendule, étoit encore une cycloïde égale, et posée seulement en sens contraire, comme on voit dans la figure 108. En conséquence, il suspendit la verge ou la barre de son pendule à des fils de soie, et il plaça vers le point de suspension deux arcs de cycloïde, afin que ces fils s'appliquassent sur ces arcs pendant les oscillations. Rien de plus ingénieux que tout ce mécanisme ; mais quelque agréables que soient pour l'esprit ces subtilités de Géométrie et de Mécanique, on s'est apperçu dans la suite qu'elles étoient superflues pour la pratique. On a même trouvé dans la suspension proposée par Huygens, des inconvéniens qui l'ont fait rejetter, et l'on s'en est tenu à ne faire décrire aux pendules que de fort petits arcs. L'expérience a appris qu'il n'en falloit pas davantage pour donner aux horloges une régularité suffisante pour les usages les plus délicats.

Ne terminons pas cet article sans faire connoître une proposition utile et remarquable que nous offre encore cette théorie de M. Huygens. C'est que le temps d'une oscillation entière d'un poids décrivant une cycloïde, est au temps qu'il employeroit à tomber de la hauteur de l'axe de cette cycloïde, comme la circonférence au diamètre. Cette vérité mit M. Huygens en état de déterminer avec bien plus de précision qu'on n'avoit encore fait, un élément des plus importans de toutes les théories où il est question de la chute des corps, savoir la grandeur de l'espace qu'ils parcourent en vertu de leur pesanteur dans un temps donné, comme celui d'une seconde. La chose est facile,

(1) Liv. II, art. VIII.

d'après la proposition ci-dessus ; car suivant la théorie des développées, l'axe DS (*fig.* 108) de la cycloïde est la moitié de la longueur du pendule. Or l'on peut connoître avec beaucoup d'exactitude la longueur du pendule à secondes. Il est, par exemple, sous la latitude de Paris, de trois pieds huit lignes et demie. On aura donc par le rapport du diamètre à la circonférence, le temps qu'employeroit un corps à tomber de la moitié de la longueur précédente, c'est-à-dire de 18 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$. Ce temps se trouve de 19''' $\frac{1}{10}$. Enfin connoissant qu'un corps tombe dans cet intervalle de temps de la hauteur ci dessus, la théorie des mouvemens uniformément accélérés enseigne à déterminer quelle hauteur parcourra ce corps en une seconde précise. Le calcul que nous venons d'indiquer le donne de quinze pieds, un pouce de Paris.

On doit encore à Huygens une invention fort utile dans l'horlogerie : c'est l'application du ressort spiral à régler le mouvement du balancier des montres. Ce fut le sujet d'un procès qu'il essuya contre l'abbé d'Hautefeuille. Cet abbé étoit un homme qui ne manquoit pas de génie, mais qui, à l'instar d'autres mécaniciens que j'ai connus, n'avoit pas plutôt imaginé et publié quelqu'ébauche grossière d'une invention, qu'il passoit tout de suite à un autre objet, annonçant d'ailleurs, souvent d'après des idées incomplettes et peu réfléchies, des choses qu'il eût eu sans doute grande peine à réaliser. M. Huygens ayant obtenu un privilége pour l'emploi de son ressort spiral, Hautefeuille s'opposa à son entérinement, sur le fondement qu'il avoit lui-même trouvé pareille chose. J'ai eu la curiosité de lire le *factum* de cet abbé contre M. Huygens, et je puis dire que son invention, toute différente de celle d'Huygens, n'étoit qu'une grossière ébauche de l'application du ressort à l'isochronisme des montres. L'affaire néanmoins s'accommoda. Huygens renonça noblement à son privilége. Depuis son temps l'horlogerie jouit de sa découverte, et l'infatigable abbé d'Hautefeuille, abandonnant son ébauche à qui pourroit en tirer parti, passa, selon sa coutume, à une autre idée.

I I I.

C'est une chose connue de tout le monde, que la durée des oscillations d'un pendule dépend de sa longueur. Si le poids dont il est formé étoit sans étendue, que le fil auquel ce poids est suspendu fût infiniment délié, cette longueur seroit facile à déterminer. Mais un pendule de cette sorte n'est qu'un être mathématique. Le poids est réellement un solide, la verge à

laquelle il est suspendu a elle-même de la pesanteur et des dimensions en largeur et en épaisseur. Quel sera dans ce cas le point de son axe, qui déterminera sa longueur, et par conséquent la durée de ses vibrations? Voilà un problême que présente naturellement le mouvement des pendules, et dont la considération a donné lieu à une des plus délicates et des plus profondes théories de la Mécanique moderne, savoir celle des centres d'oscillation.

Pour se former une idée juste de cette théorie, on doit se représenter plusienrs poids distribués le long d'une verge inflexible. Le plus voisin du point de suspension feroit, s'il étoit seul, ses oscillations dans moins de temps que le plus éloigné; mais attachés comme ils sont par un lien inflexible, ils sont contraints de se mouvoir ensemble, de sorte qu'ils tempèrent mutuellement leurs vîtesses. Le plus vîte hâte l'autre, et celui-ci retarde le premier. Ainsi il est un point moyen, où étant attachés ils feroient leurs oscillations dans le même temps qu'ils mettent à les faire, placés comme ils sont à des distances inégales du point de suspension. C'est ce point auquel on a donné le nom de *centre d'oscillation*, par une raison semblable à celle qui a fait donner celui de centre de gravité au point où toute la masse du corps concentrée produiroit sur un appui fixe la même pression que dispersée. Cette recherche offre à l'esprit géométrique un vaste champ de spéculations; mais ce n'est pas là son seul mérite. La détermination des centres d'oscillation est nécessaire pour reconnoître sans tâtonnement la durée des vibrations d'un pendule quelconque de forme assignée, ou pour lui donner la longueur convenable, afin que ses vibrations soit de la durée qu'on demande. Sans la connoissance de ce centre, on ignoreroit même la longueur précise du pendule qui bat les secondes, longueur importante à connoître, puisqu'elle sert de base à toutes les déterminations de ce genre. Enfin ce que le centre de gravité est dans la Statique, le centre d'oscillation l'est à plusieurs égards dans la Dynamique, ou la science du mouvement actuel. Une infinité de questions sur le mouvement des corps exige la connoissance de ce centre.

On ne parvient du moins ordinairement à résoudre une question dans son entier, qu'en s'élévant en quelque sorte par degrés des cas les plus faciles aux plus difficiles. C'est pour cela qu'avant de considérer les centres d'oscillation des solides, les géomètres commencent par examiner ceux des grandeurs plus simples, comme les lignes et les surfaces. Nous ne pouvons mieux faire que de suivre le même ordre dans le récit de leurs recherches et de leurs découvertes en ce genre.

On peut mettre une figure plane en vibration de deux manières différentes. Prenons pour exemple un triangle suspendu par son sommet. On pourra en premier lieu le faire mouvoir de manière que ses ordonnées restent parallèles à l'horizon, aussi-bien qu'à la ligne indéfinie passant par le point de suspension, et que nous nommerons par cette raison *axe de suspension*. Cette sorte d'oscillation est la plus simple, et on la nomme *in planum*, en plan. Mais on peut encore faire balancer ce triangle de manière que restant toujours dans un même plan, un des angles de sa base s'abaisse pendant que l'autre s'élève. Cette espèce d'oscillation se nomme *in latus*, de côté. Remarquons dès à présent qu'il y a une grande différence entre ces deux manières de faire osciller une figure. Dans la première, le centre d'oscillation tombe toujours au dedans. Dans la seconde, il peut tomber au dehors, c'est-à-dire que le pendule simple d'égale durée peut être beaucoup plus long que l'axe de la figure. Il est facile de s'en convaincre par la considération suivante. Plus un triangle suspendu par le sommet et mu *de côté* devient obtus, plus ses oscillations doivent devenir longues; car s'il étoit infiniment obtus, ce ne seroit plus qu'une ligne droite suspendue par le milieu, et en lui donnant un mouvement, elle ne cesseroit de tourner du même côté. Ainsi ses vibrations seroient infinies en durée, et par conséquent le pendule isochrone seroit d'une longueur infinie. Il en doit être de même de certains solides, d'un cône, par exemple, d'un conoïde, suspendus par le sommet : car s'ils sont infiniment obtus, ils ne différeront plus d'un cercle suspendu par son centre, dont les oscillations seroient aussi d'une durée infinie.

La théorie des centres d'oscillation doit sa première origine aux questions que le P. Mersenne proposoit aux mathématiciens de son temps. Il leur demanda, vers l'an 1646, de déterminer la durée des oscillations de plusieurs figures suspendues de différentes manières, et mues, soit *en plan*, soit *de côté*. Descartes, Roberval, Huygens même, quoiqu'encore fort jeune, furent particulièrement invités à cette recherche.

Le problême étoit d'une nature encore trop supérieure à la Mécanique de ce temps-là, pour être traité avec beaucoup de succès. Descartes, Roberval s'y appliquèrent néanmoins; et quoiqu'il s'en faille beaucoup qu'ils aient résolu suffisamment le problême, on ne laisse pas d'appercevoir dans leurs tentatives des traits de sagacité. Descartes donna la vraie solution du cas où une figure plane fait ses oscillations *in planum*. Elle s'accorde avec celle de M. Huygens; mais il se trompa en ce qui concerne les centres d'oscillation des solides, et même des

figures planes qui oscillent *de côté* : cas bien plus difficiles que le premier qu'il avoit résolu (1).

Roberval fut ici contre sa coutume un peu plus heureux, et alla plus loin que Descartes ; car non-seulement il assigna le centre d'oscillation dans les figures mues *en plan*, mais il réussit encore à le trouver dans quelques figures mues de côté, comme le secteur suspendu par son centre, et la circonférence circulaire. Mais destitué d'une méthode générale et assez sûre, il se trompa dans les autres figures, soit planes, soit solides (2). Ce problême éleva entre Roberval et Descartes une contestation dans laquelle celui ci n'eut pas autant la raison de son côté que dans les autres disputes qu'ils avoient déjà eues ensemble (3). A dire vrai, ils avoient tort tous deux, car ils se trompoient l'un et l'autre dans les règles générales qu'ils donnoient pour la détermination de ce centre dans les solides et les figures oscillant de côté.

Il est à propos de remarquer, avant que d'aller plus loin, au sujet des ces premières tentatives pour résoudre le problême des centres d'oscillation, qu'on ne l'avoit point encore envisagé sous son vrai point de vue. Descartes, Roberval, Mersenne, Fabri (4), au lieu du centre d'oscillation qui leur étoit proposé, recherchèrent le centre de percussion, supposant tacitement qu'ils étoient la même chose. Le centre d'oscillation est bien, à la vérité, au même point que celui de percussion, mais l'une et l'autre question sont fort différentes, et doivent être traitées d'après des principes qui n'ont rien de commun.

Le centre de percussion est le point autour duquel tous les efforts des parties d'un corps mis en mouvement sont en équilibre, de sorte que de même qu'un appui qui soutient un corps par son centre de gravité, en supporte tout le poids, ainsi le point sur lequel est appuyé le centre de percussion reçoit tout le choc du corps. Or il est aisé de voir que ce problême est bien plus facile que l'autre ; car supposons plusieurs poids enfilés par une verge tournant autour d'un centre, il est visible que la quantité de mouvement de chaque poids, ou l'impression qu'il est capable de faire contre l'obstacle qu'il rencontre, est le produit de sa masse par sa vîtesse qui est comme la distance au point de rotation. Ainsi les impressions de deux poids placés à différentes distances de ce point, seront comme les produits de leur masse par leur distance à ce point de rotation. Mais

(1) *Lettres de Descartes*, tom. III, pag. 487 et suiv.

(2) *Mersenni*, *Refl. Physico-Math.* c. 11 et 12.

(3) *Lettres de Descartes*, ibid.

(4) *Tract. De motu*, *Append. Physico-Math. De centro percussionis.*

le

le centre de percussion est à l'égard de ces impressions, ce que le centre de gravité seroit à l'égard des poids eux-mêmes. Puis donc que pour avoir le centre de gravité, on multiplie chaque poids par sa distance au point d'appui, qu'on fait une somme de tous ces produits, et qu'on la divise par la somme des poids, il faudra, pour trouver le centre de percussion, multiplier chaque impression par sa distance au point d'appui (ce qui revient au même que de multiplier chaque poids par le quarré de sa distance à ce point), faire une somme de tous ces produits, et la diviser par la somme de toutes les impressions, c'est-à-dire de tous les produits des poids par leur distance au point de rotation. Or celle-ci ne diffère point du produit de la somme de tous les poids par la distance de leur centre de gravité à celui de rotation. On aura conséquemment le centre de percussion en faisant la somme des produits de chaque poids par le quarré de sa distance au centre de rotation, et le divisant par le produit de la somme de tous les poids, et de la distance de leur centre de gravité commun à ce point.

Il nous sera maintenant facile de déterminer les centres de percussion dans toutes sortes de figures mues *en plan* : car soit la figure SBA (*fig.* 109), mue autour de l'axe *Ss*, et que sur cette figure on conçoive un coin ou un onglet cylindrique formé par un plan incliné de 45°, et passant par l'axe de rotation ; chaque élément de ce solide, comme FI, représentera le produit de l'élément de la figure HF, multiplié par sa distance à l'axe de rotation : tous les élémens de ce solide seront donc analogues et proportionnels aux impressions que feroient ceux de sa base, et par conséquent le centre de gravité de ce solide représentera le centre de percussion ; et si l'on conçoit de ce point tomber une perpendiculaire sur la base, elle y marquera ce centre. Ainsi voilà le problême des centres de percussion réduit à la Géométrie pure. C'est maintenant à elle à déterminer la grandeur et les centres de gravité de ces solides. On verra par ce moyen que le centre de percussion d'une ligne droite est éloigné du point de rotation des deux tiers de sa longueur, aussi-bien que celui du rectangle tournant autour d'un de ses côtés ; car l'onglet cylindrique de la figure se réduit dans le premier cas à un triangle, et dans le second à un prisme triangulaire, dont les centres de gravité sont placés de manière que les perpendiculaires qui tombent sur la base la rencontrent en des points éloignés du sommet des deux tiers de l'axe. Un triangle isocèle tournant autour de son sommet, aura son centre de percussion aux trois quarts de son axe, parce que le coin en question devient une pyramide dont le centre de gravité a une semblable position. On découvrira aussi facilement par ce moyen quelle

est la position du centre de percussion dans le triangle tournant autour de sa base. On le trouvera au milieu de l'axe ; car c'est le point où tombe le centre de gravité du coin retranché par un plan passant par la base de ce triangle.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que les centres de percussion des figures mues *en plan*. Si on les supposoit se mouvoir *de côté*, la détermination de ces centres seroit plus difficile. La raison s'en présente sans peine. Dans ce nouveau cas, chaque partie de l'ordonnée de la figure a une vîtesse différente, et par conséquent fait un effort différent qui doit être estimé, et par sa distance au point de suspension, et par l'angle que fait son bras de levier avec l'axe d'équilibre. Ainsi le problême devient plus compliqué : on en verra la solution lorsque nous traiterons des centres d'oscillation. En attendant, voici une remarque qui peut servir à résoudre quelques cas de ce problême. Si l'on a plusieurs poids A, B, C (*fig.* 110), &c. dans un même plan et mus de côté, ils agiront de même que s'ils étoient transportés sur l'axe d'équilibre aux points *a*, *b*, *c*, &c. où cet axe est rencontré par les perpendiculaires A *a*, B *b*, &c. aux bras de levier SA, SB, SC, &c. On peut conclure aussitôt de là que la circonférence d'un cercle, tournant *de côté* autour d'un de ses points, à son centre de percussion à l'extrémité diamétralement opposée. Mais en voilà assez sur le centre de percussion. Il est facile de voir, par ce que nous venons d'en dire, combien il diffère dans le fonds de celui d'oscillation, et combien se trompoient ceux qui, ayant trouvé le premier, pensoient avoir légitimement déterminé l'autre. C'est une faute qu'ont commise Carré, Stone, et divers autres, sans en excepter le docteur Wallis, dans son traité *De motu*, où même il se trompe doublement ; car par sa méthode il détermine d'une manière erronée le centre de percussion des solides.

Il étoit réservé à Huygens de considérer pour la première fois la question des centres d'oscillation du vrai côté. Il avoit été consulté par Mersenne, lorsque ce Père la proposa. Mais trop jeune encore, et ne faisant que d'entrer dans la carrière des mathématiques, il la trouva au dessus de ses forces, et ne sachant par où l'attaquer, il y renonça. Dans la suite, ayant imaginé son application du pendule à régler le temps, ce problême se présenta de nouveau à lui. Il s'y appliqua avec de nouvelles forces, et ce qui lui avoit d'abord échappé ne se refusa plus à ses efforts. Il découvrit un principe propre à la détermination de ces centres, ce qui le mit en possession de la belle théorie qu'on lit dans la quatrième partie de son *Horoll. oscillatorium*.

Le principe fondamental de la théorie d'Huygens est celui-ci.

Si un pendule chargé de plusieurs poids fait une partie de vibration, et qu'alors ces poids dégagés de la verge qui les astreint à se mouvoir ensemble, soient réfléchis perpendiculairement en haut avec leurs vîtesses acquises, leur centre de gravité remontera précisément à la même hauteur que celle d'où il est tombé. Ce principe, au reste, M. Huygens ne se contente pas de le supposer, comme semblent l'avoir pensé ceux qui l'ont trouvé trop obscur et trop éloigné pour servir de base à une théorie aussi délicate. Il le démontre d'après une hypothèse beaucoup plus claire et moins sujette à contestation, du moins auprès de ceux qui sont initiés dans les solides principes de la Mécanique. C'est que lorsque plusieurs corps tombent, soit librement, soit agissans les uns sur les autres par l'action de leur pesanteur, et qu'ensuite ils remontent, de quelque manière qu'ils agissent les uns sur les autres, leur centre de gravité ne sauroit s'élever plus haut que le point d'où il est descendu. S'il en étoit autrement, le mouvement perpétuel, cette chimère de la Mécanique n'en seroit plus une. On pourroit imaginer tel mécanisme qui élèveroit de plus en plus le centre de gravité d'un système de corps par leur action propre; ce que les mécaniciens seront toujours fondés à regarder comme absurde.

Les lecteurs à qui l'Analyse et la Mécanique sont familières, peuvent déjà entrevoir comment, à l'aide du principe ci-dessus, Huygens est parvenu à déterminer le centre d'oscillation d'un pendule composé. Pour cela il suppose, suivant les loix ordinaires de l'analyse, la longueur du pendule simple et isochrone, indéterminée; et d'après cette supposition, et les principes connus de la Mécanique, il calcule la hauteur dont tombe le centre de gravité durant une demi-vibration, et celle à laquelle ce centre s'éleveroit en supposant les poids libres et remontant avec leurs vîtesses acquises. Cette seconde hauteur égalée à la première, lui donne une équation qui détermine la longueur isochrone. Il trouve par ce procédé, que cette longueur est celle qui proviendroit en faisant la somme des produits de chaque poids par le quarré de sa distance de l'axe de suspension, et divisant cette somme par celui de tous ces poids multipliés par la distance de leur centre de gravité à ce même axe. Il n'est pas besoin que nous insistions beaucoup à remarquer que s'il y a des poids situés de côtés différens de l'axe de suspension, il faut ôter la somme des produits des uns, de celle des autres, au lieu de les ajouter ensemble. Le plus médiocre analiste est en état d'en voir la nécessité et la raison. Nous avons au reste développé davantage toute cette théorie avec ses applications dans des notes qu'on trouvera à la suite de ce livre.

Cette règle générale pour les centres d'oscillation étant trou-

vée, on peut facilement les déterminer dans toutes sortes de figures; ce sera le même procédé que pour le centre de percussion. Sur la figure que nous supposons d'abord osciller *in planum*, qu'on conçoive un cylindre, coupé par un plan incliné à la base de 45°, et passant par l'axe de suspension (*fig.* 109), ce sera de l'invention du centre de gravité de ce coin que dépendra la détermination du centre d'oscillation de la figure qui lui sert de base; car si l'on cherche par la méthode générale des centres de gravité, celui de ce coin, ou plutôt le point de la figure SBA, où tombe la perpendiculaire abaissée sur elle de ce centre, on aura précisément la même expression. On trouvera qu'il faut multiplier chaque élément de la figure par le quarré de sa distance à l'axe de suspension, et diviser la somme de ces produits par celle des momens des poids, qui n'est autre chose que le produit de la somme des élémens de la figure par la distance de son centre de gravité au même axe. Ainsi le centre d'oscillation de la ligne droite est éloigné de l'axe de suspension des deux tiers de sa longueur. Celui du triangle suspendu par le sommet, et oscillant *in planum*, sera éloigné du point de suspension des $\frac{3}{4}$ de son axe. On en a vu la raison dans ce que nous avons dit plus haut sur le centre de percussion. Le cercle, suspendu par un point de sa circonférence, a son centre d'oscillation aux $\frac{5}{8}$ du diamètre. La parabole suspendue par son sommet, l'a aux $\frac{5}{7}$ de son axe, &c.

Mais faisons osciller une figure plane de côté, ou de manière qu'elle reste toujours dans le même plan (*fig.* 112). La règle de M. Huygens va nous donner aussi son centre d'oscillation avec guère plus de difficulté que dans le cas précédent; car cette règle veut qu'on prenne la somme des produits de chaque particule, comme P, par le quarré de sa distance PS à l'axe de suspension, et qu'on divise cette somme par le *moment* de toutes les particules réduites à leur centre de gravité. Mais le quarré de PS est égal à ceux de SR et PR. Conséquemment le premier produit se réduira à deux, dont l'un sera la somme des produits de toutes les parties multipliées par les quarrés de leurs distances à l'axe de suspension, et l'autre celle des produits de ces mêmes particules par les quarrés de leurs distances PR à l'axe de la figure. Or nous avons vu que la première somme est représentée par le *moment* du coin formé sur la figure par un plan incliné de 45°, et passant par la tangente au sommet; la seconde est pour la moitié de la figure, comme SBV, le *moment* du coin formé sur cette moitié par un plan semblablement incliné, et passant par l'axe; et conséquemment pour la figure entière, ce sera le double de ce *moment*. Ainsi l'un et l'autre étant donnés ou devant être donnés par la Géométrie,

on aura le centre d'oscillation de la figure mue de côté. En suivant cette méthode, on trouvera que le centre d'oscillation du triangle isocèle, mu de côté autour du sommet, est éloigné du point de suspension des $\frac{3}{4}$ de son axe, plus la huitième partie d'une troisième proportionnelle à l'axe et à la base. Dans le triangle rectangle suspendu par le milieu de la base, il se trouve au sommet; dans le cercle suspendu par un point de sa circonférence, on le trouvera aux $\frac{3}{4}$ du diamètre.

Il nous faudroit entrer dans des détails trop embarrassans pour suivre M. Huygens dans l'application qu'il fait de sa méthode à l'invention des centres d'oscillation dans les solides. C'est pourquoi nous l'abandonnerons ici, nous réservans de faire connoître ailleurs une méthode plus simple, et qui fatigue moins l'imagination. Nous nous bornons à indiquer d'après lui les centres d'oscillation de quelques solides dans le cylindre suspendu par le centre d'une de ses bases, il est éloigné du point de suspension, des $\frac{2}{3}$ de son axe, plus de la moitié d'une troisième proportionnelle à cet axe et au demi-diamètre. Dans le cône suspendu par le sommet, il est aux $\frac{4}{5}$ de l'axe, augmentés de la moitié d'une troisième proportionnelle à cet axe, et au demi-diamètre de la base. Celui de la sphère suspendue par un point de sa surface, est au-dessous de son centre, des $\frac{2}{5}$ du rayon. Voici seulement encore quelques vérités remarquables que M. Huygens déduit des principes ci-dessus.

1°. Si autour du centre de gravité d'une figure plane, et de ce point comme centre, on décrit un cercle d'une grandeur quelconque; cette figure suspendue d'un point quelconque de ce cercle, aura ses oscillations *de côté* isochrones.

2°. Le point de suspension, et celui d'oscillation sont réciproques dans toute figure; c'est-à-dire, que si une figure (*fig.* 112) ayant son point de suspension en S, a son centre d'oscillation en O; suspendue du point O, elle aura ce centre en S.

3°. Si une figure quelconque suspendue du point S a son centre de gravité en G, et celui d'oscillation en O, et qu'ayant prolongé l'axe OGS, on prenne un autre point de suspension comme *s*, le nouveau centre d'oscillation sera en *o*, de sorte que le rectangle SGO, sera égal à *sGo*. Ainsi le centre d'oscillation s'approche toujours de celui de gravité en même raison que le point de suspension s'en éloigne.

Cette dernière proposition est utile pour déterminer sans un nouveau calcul le centre d'oscillation d'un corps, lorsqu'on en connoît une fois la position à l'égard d'une certaine suspension. Par exemple, la sphère suspendue par un point de sa surface a son centre d'oscillation au-dessous de son centre de figure et de cavité, des $\frac{2}{5}$ du rayon. Qu'on veuille maintenant la suspendre

au bout d'un long filet, pour en former un pendule, et qu'on demande quel sera son centre d'oscillation ; il n'y aura qu'à faire cette analogie ; comme la longueur de ce filet est au rayon de la sphère, ainsi les $\frac{2}{5}$ du rayon, à une quatrième proportionnelle ; ce sera la quantité dont le centre d'oscillation sera au-dessous du centre de figure. Par conséquent lorsqu'on connoîtra le diamètre de la sphère qu'on veut mettre en vibration, et la longueur précise que doit avoir un pendule pour battre, par exemple, les secondes, il sera facile de trouver la distance du centre de la sphère au point de suspension ; ou au contraire ayant la distance du centre de la sphère mise en vibration, et battant les secondes, on connoîtra facilement la longueur précise du pendule simple et mathématique, qui exécute ses vibrations dans une seconde.

Quoique les découvertes de M. Huygens sur les centres d'oscillation soient très-conformes à la vérité, il faut cependant convenir qu'elles portent sur un principe qui, du premier abord, ne présente pas cette évidence qui arrache le consentement. Il est vrai que plus on y réfléchit, et mieux on connoît les loix que la nature suit dans la communication du mouvement, plus on le trouve raisonnable et digne d'être admis. Mais enfin l'on peut dire qu'il n'est pas démontré en toute rigueur, de sorte qu'il prête matière à la contradiction ; aussi en essuya-t-il quelques-unes d'un géomètre contemporain, que je vois dans quelques endroits décorer du titre d'habile. Je ne sais sur quel fondement ; car cette querelle ne me paroît rien moins que propre à le lui confirmer ; le récit suivant va mettre à portée d'en juger.

Il y avoit environ neuf ans que l'ouvrage d'Huygens jouissoit de l'approbation générale des habiles gens, lorsque l'abbé de Catelan s'avisa de l'attaquer. Il accusa de fausseté sa proposition fondamentale, savoir que si dans un pendule les poids à la fin d'une demi-vibration, par exemple, se détachoient et remontoient en haut avec leurs vîtesses acquises, leur centre de gravité s'éleveroit à la même hauteur d'où il étoit tombé. Il prétendoit même qu'il y avoit impossibilité analytique dans ce principe, d'où il concluoit que le Traité de M. Huygens, bâti sur erreur, ne pouvoit être qu'une erreur continuelle.

Après avoir ainsi ruiné à son avis de fond en comble la théorie d'Huygens, l'abbé de Catelan prétendoit édifier à son tour, c'est-à-dire, assigner le centre d'oscillation par une méthode plus certaine. Mais à son seul début, on voit, pour peu qu'on soit instruit de la nature du problême, qu'il va se tromper ; car ce problême lui paroît peu difficile, et en effet moyennant deux faux principes qu'il propose avec autant de confiance que

des axiomes métaphysiques, il l'expédie avec une grande facilité. L'un de ces principes est, que *dans un pendule composé, la somme des vitesses des poids est égale à celle des viteses qu'ils auroient eues séparément, s'ils eussent formé chacun un pendule à part.* L'autre, non moins hasardé, étoit que *le temps des vibrations du pendule composé, étoit moyen arithmétique entre les temps des vibrations de ses poids formant chacun séparément un pendule simple.*

Le problême des centres d'oscillation eût été effectivement d'une grande facilité, s'il n'eût pas fallu plus d'efforts pour le résoudre; mais malheureusement ces deux prétendus principes sont faux. Il suivroit de l'un et de l'autre, que le centre de gravité des poids du pendule, détachés à la fin d'une demi-vibration, remonteroit plus haut que le point d'où il est descendu, ce qu'Huygens avoit droit de regarder comme contraire aux loix de la nature, et que son adversaire ne lui contestoit pas. Il y a plus, ces deux principes se contrarient; ils donnent le centre d'oscillation à différens points, et ils font remonter le centre de gravité à des hauteurs différentes. Ils ne s'accordent que dans l'absurdité de le faire remonter plus haut, que d'où il est descendu, ainsi que le remarquoit Huygens dans ses réponses. Il eût encore pu remarquer que, suivant le premier des principes proposés par l'abbé de Catelan, le centre d'oscillation ne différeroit pas de celui de gravité; erreur tout-à-fait contraire à l'expérience, et dont surent se préserver les premiers même qui ébauchèrent la théorie des oscillations.

A l'égard de l'impossibilité que l'abbé de Catelan objectoit contre la proposition fondamentale d'Huygens, elle n'étoit fondée que sur la préoccupation où il étoit que la somme des vîtesses des poids oscillant séparément, devoit rester la même lorsqu'ils formeroient un pendule composé. Mais il n'y a aucune nécessité que cette somme de vîtesses soit constamment la même. Cet adversaire d'Huygens ne devoit pas ignorer, à cette époque, qu'il y a une infinité de cas où une partie de la vîtesse absolue et de la quantité de mouvement, s'absorbe dans l'action mutuelle des corps. Ainsi rien n'étoit plus frêle que son prétendu principe, et que l'objection qu'il en tiroit. Les différentes pièces de cette petite querelle se trouvent dans les journaux des Savans de 1682 et 1684; elles sont rassemblées dans les Œuvres d'Huygens.

Huygens ne fut pas seul à soutenir sa cause, contre les mauvaises objections de ce mathématicien; il eut deux seconds illustres, Jacques Bernoulli, et le marquis de l'Hôpital. Le premier entreprit d'assigner par les principes ordinaires de la statique, la cause pour laquelle, dans le pendule composé, la somme des vîtesses des poids est moindre qu'elle ne seroit s'ils

faisoient leurs oscillations séparément (1). Il ébaucha ici la résolution qu'il donna dans la suite du problême des oscillations par la nature du levier. Mais s'étant trompé dans quelques circonstances, faute d'une application assez réfléchie d'un principe qui est très-vrai, cela donna lieu à M. de l'Hôpital de le développer davantage. Son raisonnement est si propre à éclaircir cette matière, que nous croyons devoir en donner une idée.

M. de l'Hôpital imagine (*fig.* 113) une verge horizontale SB chargée de deux poids quelconques A, B, et dans l'instant où elle commmence à tomber par l'action de la pesanteur de ces poids. Tout le monde sait que des poids égaux ou inégaux, tombent avec des vîtesses égales. Dans le premier instant de la chute, les corps A, B, tendent donc à tomber avec la même vîtesse, et s'ils étoient libres, ils parcourroient des espaces égaux, par exemple, AC, BD; mais liés comme ils sont l'un et l'autre, ils sont contraints de parcourir des espaces A*a*, B*b*, proportionnels à leurs distances au point d'appui ou de suspension S. Ainsi le poids B, qui resteroit en arrière de la quantité D*b*, est accéléré par le poids A, qui agit sur lui par le bras de levier SB. Or lorsqu'un corps agit sur un autre par un bras de levier, il y a une partie de la force qui est perdue dans la résistance du point d'appui. De même le corps B réagit contre les corps A par un bras de levier, et une partie de sa force est perdue contre la résistance du même point d'appui. Ainsi il y a une partie de la force et par conséquent de la somme des vîtesses qui est perdue dans l'action mutuelle de ces poids pour se mettre en vibration; et c'est là la raison pour laquelle le centre d'oscillation est toujours plus bas que celui de gravité à l'égard du point de suspension.

Mais allons plus loin, et examinons d'après ces principes quelle vîtesse doit prendre le pendule. Le point A ne tombant point avec toute sa vîtesse naturelle, la force avec laquelle il pressera le poids B sera le produit de sa masse par l'excès de sa vîtesse naturelle sur celle qu'il prendra. Or un corps doué de la même force agit sur un autre avec d'autant moins d'avantage, que celui-ci est plus éloigné du point d'appui. Ainsi il faudra, conformément aux règles de la statique, faire cette analogie, comme SB est à SA, ainsi la force du corps A, à l'augmentation de mouvement qu'il produira dans le corps B, augmentation qui n'est autre chose que le produit de la masse du corps B par l'excès de vîtesse qu'il prendra par-dessus sa vîtesse naturelle. En suivant cette route, et en employant l'analyse, on

(1) *Narratio controv. inter Hug. et Abb. Catel.* Act. Lips. ann. 1686.

trouve

trouve la même vîtesse pour l'un ou l'autre des poids A ou B, que par la formule d'Huygens.

On peut aussi appliquer ce raisonnement à trouver immédiatement cette formule, et c'est ce qu'a fait Jacques Bernoulli, dans les actes de Leipsick de l'année 1691. Mais comme il n'étoit encore question dans son écrit que des poids suspendus le long d'une ligne droite, il a ensuite davantage étendu sa méthode, dans un mémoire qu'on lit parmi ceux de l'académie de l'année 1703. Il y embrasse le problême dans une plus grande généralité. Il suppose deux poids suspendus aux deux côtes inégaux d'un angle qui fait ses vibrations *de côté;* en suivant la même méthode, et en analysant avec beaucoup de subtilité l'action d'un corps sur l'autre, il parvient à une formule équivalente à celle d'Huygens. Comme il seroit trop long de le suivre dans cette pénible route, il nous suffira d'inviter le lecteur à lire son mémoire. Dans une suite de ce mémoire, insérée parmi ceux de l'année 1704, il justifie pleinement Huygens de l'accusation ou des doutes élevés contre lui, et il montre que le principe qui sert de base à sa théorie, est fort vrai. On y trouve enfin une démonstration fondée sur les mêmes principes, de l'identité des centres d'oscillation et de percussion; identité plutôt soupçonnée jusque là que démontrée.

C'est un des caractères de la vérité, que d'être accessible par plusieurs voies différentes. La découverte d'Huygens, déduite par Jacques Bernoulli et de l'Hôpital, d'un principe différent du sien, a été démontrée de quantité de manières par divers géomètres postérieurs. Une des plus ingénieuses, est celle de Jean Bernoulli (1), et nous croyons par cette raison devoir en donner une idée.

Soit un pendule, dit Bernoulli, chargé de plusieurs corps tels que A, B, et suspendu par le point S (*fig.* 114). Que X soit un point pris à volonté; il n'y aura rien de change dans le mouvement de ce pendule, si au lieu du corps A, nous substituons en X une force qui produise dans ce point la même vîtesse qu'y produisoit le corps ou la force A. Concevons donc ce corps A anéanti, et qu'on ait mis à sa place au point X la force ci-dessus que nous déterminerons bientôt; qu'on en fasse autant du poids B, et de tous les autres. Nous aurons un pendule simple SX isochrone au pendule composé SAB, et qui nous servira à trouver le centre d'oscillation d'une manière fort facile.

Pour déterminer présentement quelle force placée en X équivaut à celle du poids A, il faut considérer que cette dernière n'est autre chose que la masse A, animée ou mise en mouve-

(1) Voyez *Act. Lips.* et *Mém. de l'Académie*, ann. 1714.

ment par la force de la gravité ; force qui produit, comme l'on sait, dans tous les corps une vîtesse initiale constante. Nous la nommerons 1 par cette raison. Au lieu du poids A, nous pouvons donc concevoir le point A entraîné par une masse A, mue avec la vîtesse r; or les loix de la statique nous apprennent que la force appliquée au point X, et y produisant la même vîtesse que la force A, doit être une masse telle que $\frac{A \times SA^2}{SX^2}$, animée ou mise en mouvement avec une vîtesse $\frac{SX}{SA}$. La masse à substituer en X, au lieu du poids A, est donc $\frac{A \times SA^2}{SX^2}$, mue avec la vîtesse $\frac{SX}{SA}$. De même celle qui équivaudra au poids B, sera la masse $\frac{B \times BS^2}{SX^2}$, animée de la vitesse $\frac{SX}{SB}$. Ainsi voilà notre pendule composé, transformé en une espèce de levier, au point X duquel sont appliquées diverses puissances agissant chacune avec leur vîtesse propre, et tendant à y produire une certaine vitesse résultante de leurs effets réunis. Or l'on sait que dans pareil cas, il faut, pour trouver cette vitesse résultante, diviser la somme des momens des puissances, par celles des puissances elles-mêmes. Cela donnera ici pour la vitesse du point X, cette expression $\frac{A \times SA + B \times SB, \&c.}{A \times SA^2 + B \times SB^2, \&c.} SX$. Mais si le point X est le centre d'oscillation, ce que nous ne pouvons supposer, puisque SX a été prise indéterminée, la vîtesse de ce point sera égale à celle que la gravité imprime à tous les corps, c'est-à-dire à 1 ; d'où l'on voit qu'en égalant à l'unité la vîtesse ci-dessus, on déterminera la ligne SX à être la distance du centre d'oscillation, et on trouvera précisément la même formule que celle de M. Huygens. Cette méthode, M. Bernoulli l'applique aussi aux pendules dont les poids auroient des pesanteurs qui ne seroient pas proportionnelles à leurs masses. Tel seroit un pendule dont on supposeroit les poids de différentes gravités spécifiques, et plongés dans un fluide. En supposant que ces poids fussent dans le vuide A, B, C, et que le fluide les réduisit à mA, nB, &c. Le centre d'oscillation seroit $A \times SA^2 + B \times BS^2$, &c. divisé par ($mA + nB$, &c.) SG. Il faut remarquer ici que G est, non le centre de gravité des masses A, B, C, &c. mais de mA, nB, &c. Cela se déduit facilement de la méthode précédente. Il n'y a qu'à supposer chaque masse animée par une force qui soit à celle de gravité comme m ou n, &c. à l'unité : tout le reste est absolument semblable.

Pendant que Jean Bernoulli annonçoit cette manière de résoudre le problême des centres d'oscillation, Tailor y parvenoit de son côté par une méthode semblable, qu'il publia dans les

Trans. Phil. du mois de mai de l'année 1714. Cette date est importante pour former un jugement sur l'accusation que lui intenta Bernoulli, de s'être paré d'une découverte qui ne lui appartenoit point, en la donnant dans son livre intitulé *Methodus incrementorum.* Il nous a paru qu'en cette occasion Bernoulli, et ceux qui écrivirent pour lui, transgressèrent beaucoup les bornes de la politesse, et maltraitèrent M. Tailor étrangement. Au contraire, celui-ci donna un exemple remarquable de modération ; il se contenta d'adresser quelques plaintes aux journalistes de Leipsick et d'alléguer la date ci-dessus, qui est même antérieure à celle de l'écrit de Bernoulli. On a repliqué que Bernoulli avoit déjà indiqué cette méthode dès l'année 1713 ; cela est vrai, mais ce qu'il dit ne suffit pas pour fruster M. Tailor du mérite d'avoir du moins deviné avec beaucoup de sagacité. On a les pièces de cette querelle dans les Actes de Leipsick, années 1716, 1718, 1719, 1721 et 1722. Voyez aussi *Joannis Bernoulli Opera*, tom II.

La solution du problême des centres d'oscillation se déduit encore avec une facilité singulière du principe de la conservation des forces vives, comme l'a montré M. Bernoulli, dans son discours sur *la communication du mouvement.* Ce principe consiste en ce que lorsque plusieurs corps agissent les uns sur les autres par leur pesanteur, la somme des produits de chaque masse, par le quarré de sa vîtesse, reste invariable. Ce sera une des applications de ce principe que nous développerons dans la suite de cette Histoire. M. d'Alembert tire encore cette solution du principe lumineux qui sert de fondement à sa *Dynamique.* Nous en parlerons aussi lorsque nous rendrons compte de cet excellent ouvrage. Nous nous bornerons à donner, dans la note *B* à la suite de ce livre, quelques détails de calculs et d'exemples de la détermination du centre d'oscillation dans diverses figures et différens corps.

I V.

C'est un phénomènè connu dès long-temps des physiciens, que les corps qui se meuvent circulairement font un effort pour s'écarter du centre de leur mouvement. L'expérience de la fronde est familière à tout le monde. Des gouttes d'eau qu'on laisse tomber sur la surface d'un globe qui tourne rapidement sur son axe, en sont jettées au loin. Un corps attaché à un fil, et placé sur une surface horizontale, qui tourne rapidement autour d'un point, tend ce fil, et le rompt même, si la force qu'il lui oppose est inférieure à la tension qu'il éprouve.

La cause de ce phénomène se déduit des lois du mouvement. Tout corps en mouvement affecte une direction rectiligne ; et si quelque obstacle le force à prendre un chemin curviligne, aussitôt qu'il en est affranchi, il continue son chemin sur la ligne droite tangente au point où cet obstacle a cessé. Il seroit facile de le démontrer, si l'on n'en étoit pas suffisamment convaincu. Lors donc qu'un corps attaché, par exemple, à un fil, tourne circulairement, à chaque instant il tend à s'échapper par la tangente. Mais on ne sauroit écarter un corps de sa direction naturelle, non plus que le mettre en mouvement, sans en éprouver une résistance en sens contraire. Le fil auquel le corps est attaché, et qui le retient sur la circonférence, en le retirant vers le centre, éprouvera donc un effort contraire, c'est-à-dire dans la direction du centre à la circonférence. Que si au lieu d'un fil, nous supposons une force quelconque qui agit sur ce corps en le repoussant sur la circonférence, il est aisé de voir que ce sera la même chose ; cette force éprouvera de la part du corps une réaction, ou un effort en sens contraire. Cet effort, considéré comme l'effet de l'inertie du corps, et comme tendant à l'écarter du centre, est nommé *force centrifuge*. La force opposée, qui le ramène continuellement dans la route curviligne, est appellée *force centripète*. On leur donne le nom commun de *forces centrales*. Dans les mouvemens circulaires, elles sont égales ; car puisque le corps ne s'approche ni s'éloigne du centre, il est nécessaire que l'une et l'autre se contrebalancent exactement ; mais dans les mouvemens sur d'autres courbes, elles se surmontent alternativement, et c'est là la cause des approches et des éloignemens périodiques de certains corps, comme les planètes, du centre de leurs mouvemens. On se bornera ici à ce qui concerne les forces centrifuges dans les mouvemens circulaires.

La connoissance de la force centrifuge est d'une grande antiquité, et même quelques philosophes anciens en avoient fait un des ressorts du mécanisme de l'univers. On a déjà remarqué qu'Anaxagore, interrogé pourquoi les corps célestes, auxquels il attribuoit de la pesanteur, ne tomboient pas sur la terre, avoit répondu que leur rotation les soutenoit, et contrebalançoit leur gravité. C'étoit aussi le sentiment de quelques philosophes contemporains de Plutarque, comme le prouve son livre *De facie in orbe Lunae*. Au reste, les idées que les anciens avoient sur le mouvement étoient trop incomplètes, trop peu justes, pour qu'il leur fût possible de reconnoître la nature et la cause de cette force. Descartes et Galilée sont les premiers qui en ayent donné des idées justes. Néanmoins ces philosophes illustres par d'autres travaux s'en étoient tenus à une

légère ebauche. C'est à Huygens qu'on doit des recherches plus approfondies sur ce sujet intéressant. On va présenter le tableau des principales vérités qu'il découvrit, et qu'il publia dans la cinquième partie de son *Horologium oscillatorium*, sous le titre de *Theoremata de vi centrifugâ*.

Les premières vérités de la théorie des forces centrifuges se présentent assez naturellement. Il ne faut qu'une médiocre attention pour reconnoître qu'en supposant la même vîtesse, plus le cercle que parcourra un mobile sera petit, plus sa force centrifuge sera grande. La raison en est sensible : un petit cercle est plus courbe, ou, dans une étendue égale, s'écarte davantage de la direction rectiligne, qu'un plus grand. Le mobile qui le parcourra sera donc, dans des instans égaux, davantage écarté de la direction rectiligne qu'il affecte, lorsqu'il parcourra le premier de ces cercles. La force qui produit cet effet doit donc être plus grande. C'est encore une vérité facile à appercevoir, que le cercle étant le même, la force centrifuge sera d'autant plus grande, que la vîtesse le sera davantage. On le montre par un raisonnement semblable au précédent.

Mais les Mathématiques ne se contentent pas de cette manière de raisonner vague et sans précision. Quel est dans ces différentes circonstances le rapport des forces centrifuges ? voilà le problême qu'il s'agit de résoudre, et que Huygens résolut le premier. Il trouva que si des cercles égaux sont décrits par des corps de même masse, et avec des vîtesses inégales, les forces centrifuges sont comme les quarrés des vîtesses : un corps qui se meut dans un même cercle avec une vîtesse triple, tend à s'écarter du centre, ou fait contre la force qui le retient dans la circonférence un effort neuf fois aussi grand. Mais si deux corps décrivent avec la même vîtesse des circonférences inégales, leurs forces centrifuges sont réciproquement comme les rayons ; double, si le rayon n'est que la moitié ; triple, s'il n'est que le tiers. En général, quelles que soient les vitesses de deux corps égaux, et les cercles dans lesquels ils circulent, leurs forces centrifuges sont en raison composée de la directe des quarrés des vîtesses, et de l'inverse des rayons. Les démonstrations de ces vérités se trouvent aujourd'hui dans tous les livres de mécanique un peu relevée : c'est pourquoi nous nous bornons à cet énoncé.

Il ne suffit pas de connoître les rapports des forces centrifuges, suivant les différens degrés de vîtesse et la grandeur des cercles que décrivent les mobiles : il est aussi important de connoître la quantité absolue de cette force dans un mobile qui se meut avec une vîtesse déterminée. Cette considération est une des plus delicates et des plus subtiles de la théorie de Huygens. Il

découvrit qu'un mobile qui circule dans un cercle avec une vîtesse égale à celle qu'il auroit acquise en tombant par un mouvement uniformément accéléré de la hauteur du demi-rayon, auroit une force centrifuge égale à sa pesanteur.

La force centrifuge combinée avec celle de la pesanteur, donne naissance à un genre d'oscillation que Huygens examina dans son Traité, et qui lui fournit la matière de plusieurs propositions curieuses. Un poids étant suspendu à un fil, au lieu de lui donner un mouvement d'oscillation dans un plan vertical, comme aux pendules ordinaires, on le fait tourner circulairement, de sorte que le fil auquel il est suspendu décrive une surface conique. Ce mobile est ainsi sollicité par deux forces, qui ont des directions contraires : l'une est la pesanteur qui tend à le ramener à la perpendiculaire, en le faisant rouler le long de la courbe qu'il décriroit par une oscillation ordinaire: l'autre est la force centrifuge qui tend à l'écarter de cette perpendiculaire en l'élevant le long de la même courbe. Il y a un point où ces deux forces sont en équilibre : de là vient que le mobile décrit autour de l'axe une circonférence horizontale, et sans la résistance de l'air, qui, diminuant sa vîtesse, diminue aussi sa force centrifuge, et fait prévaloir sa gravité, ce pendule, de même que les pendules ordinaires, continueroit sa circulation à l'infini.

Cette sorte de pendule qu'on vient de décrire a diverses propriétés dignes d'attention. Nous nous bornerons néanmoins à une des plus remarquables; la voici : Que ABC (*fig.* 115) représente la surface concave d'un conoïde parabolique, et que F et G soient les points de suspension de deux pendules circulaires, dont les poids décrivent les cercles DE, HI. Ils mettront, dit Huygens, le même temps à faire leurs révolutions, et ce temps sera égal à celui de deux oscillations d'un pendule ordinaire, dont la longueur seroit égale au demi-paramètre de la parabole ABC. Huygens tenta de tirer parti de cet isochronisme en faveur de l'Horlogerie. Il imagina pour cet effet un mécanisme particulier; et nous remarquons qu'une horloge réglée par un pendule pareil ne seroit point sujette au bruit des horloges à pendule ordinaire; mais nous croyons devoir nous borner à cette indication.

V.

Si la beauté d'une découverte se mesure par la sublimité des objets auxquels elle s'applique, il en est peu dans la Mécanique d'aussi brillantes que celle dont nous allons rendre compte. Il

ne faut qu'être initié dans la philosophie moderne pour connoître les grandes lumières que la théorie des mouvemens curvilignes et des forces centrales a procurées à l'astronomie physique. C'est à cette théorie que nous sommes redevables de la démonstration des vérités importantes que l'observation avoit autrefois apprises à Kepler. C'est elle qui nous a mis en possession de la loi générale qui règne entre les corps célestes, et qui les astreint aux mouvemens que nous observons. C'est d'elle enfin que l'on attend avec fondement la résolution du problême le plus difficile de l'Astronomie, savoir le mouvement de la lune, dont les irrégularités ont occupé si long temps et si infructueusement les astronomes.

Toute la théorie des mouvemens curvilignes se réduisoit, avant le temps de Neuton, à ce que Galilée avoit autrefois démontré sur la courbure du chemin des projectiles, dans la supposition d'une force agissant uniformément et dans des directions parallèles, et à ce que Huygens avoit appris sur les forces centrales dans les mouvemens circulaires. Mais Neuton envisagea le problême des mouvemens curvilignes dans une bien plus grande généralité, et guidé par une profonde Géométrie, il assigna les lois suivant lesquelles ils s'exécutent. Une partie de son immortel livre *des Principes de la Philosophie naturelle* est occupée à les exposer, et elles sont la base de toutes ses découvertes sur le systême physique de l'univers. Quelque gênés que nous soyons par les bornes de notre plan, nous ne saurions nous refuser d'entrer dans les détails convenables à une matière si importante.

Lorsqu'un corps est projetté dans une certaine direction, et avec une certaine vîtesse, il suivroit, comme on l'a dit si souvent, une ligne droite, s'il étoit entièrement libre, et affranchi de toute action extérieure. Mais s'il éprouve celle d'une force qui agit suivant une direction déterminée, il sera évidemment contraint de se détourner à chaque instant de sa direction; il décrira enfin une courbe qui variera suivant l'intensité et la direction de la force qu'il éprouvera à chaque point, et suivant la vîtesse et la direction initiale de sa projection.

Il règne dans tous les mouvemens curvilignes produits par l'action d'une force qui attire vers un point, une loi générale que nous ne devons pas différer davantage de faire connoître. Cette loi, déjà observée par Kepler dans les mouvemens des planètes, et que Neuton a le premier démontrée *à priori*, consiste dans la proportionnalité constante des temps avec les aires décrites par le corps autour du centre des forces. Je m'explique : Que S (*fig.* 116) soit le centre des forces, c'est-à-dire le point vers lequel la force pousse ou attire le corps A, qui

a reçu une impulsion oblique AT, et qui, en vertu de ces deux forces combinées, décrit la courbe ABCD. Qu'après le premier intervalle de temps, le corps soit en B, à la fin du second en C, à la fin du troisième en D, &c., si l'on tire les rayons SB, SC, SD, &c., les aires curvilignes ASB, ASC, ASD, &c. seront égales; d'où il suit qu'en général un secteur quelconque, tel que ASE est à un autre ASF, comme le temps mis à aller de A en E, est au temps mis à aller de A en F. L'Inverse de cette proposition n'est pas moins vraie : nous voulons dire que si on observe qu'un mobile décrive autour d'un point des aires proportionnelles au temps, l'on doit en conclure que son mouvement est causé par une force qui le pousse ou l'attire vers ce point.

De ce principe fondamental découlent naturellement quelques autres vérités qu'il est à propos de remarquer avant que d'aller plus loin. Il est d'abord facile de voir que plus le corps sera voisin du centre des forces, plus il accélérera son mouvement, plus l'arc qu'il parcourra sera grand; car il faudra que le secteur qu'il décrira autour de ce centre dans un temps déterminé, regagne en largeur ce qu'il perdra dans l'autre dimension. De là vient que les planètes décrivent vers leur moindre distance du soleil, de plus grands arcs que dans tout autre endroit de leur orbite. Il est encore facile de conclure de ce principe, qu'elle est dans les différens points de la route curviligne d'un corps, la vîtesse avec laquelle il se meut. Il n'y a qu'à prendre deux secteurs infiniment petits, comme SE*e*, SF*f*, égaux, et par conséquent décrits dans les temps égaux. Les vîtesses du mobile en ces différens points E et F seront donc comme les petits arcs E*e*, F*f*, qui à cause de leur infinie petitesse sont des lignes droites. Ainsi voilà deux triangles rectilignes égaux, et dont les bases E*e*, F*f* sont par conséquent réciproquement comme les perpendiculaires SP, S*p*, tirées de leur sommet sur ces bases prolongées, c'est-à-dire sur les tangentes aux points E, F de la courbe. La vitesse d'un corps qui décrit une courbe est donc à chaque point en raison réciproque de la perpendiculaire tirée du centre des forces sur la tangente à ce point.

Venons maintenant à expliquer comment on détermine la loi suivant laquelle doit croître ou décroître la force centripète pour faire parcourir à un corps une courbe déterminée. Il faut pour cela examiner en général ce qui arrive lorsqu'un corps, poussé par une force semblable combinée avec une impulsion oblique, décrit un arc quelconque de courbe. Prenons (*fig.* 117) un arc infiniment petit, comme B*b*, et tirons du centre vers lequel tend le corps, les lignes SB, S*b*. Que B*g* soit la tangente en

en B, les lois du mouvement apprennent que le corps parvenu en B, tend à s'échapper par la tangente Bβ, c'est-à-dire suivant la direction du petit côté AB, qu'il vient de décrire ; mais poussé en ce point B, par la force centrale, au lieu de cette tangente, il décrit le côté Bb de la courbe. L'effet de cette force est donc de faire tomber le corps de β en b, dans la direction du rayon bS. Ainsi ce sera du rapport et de la mesure de cet intervalle βb dans les différens points de la courbe, que dépendra la mesure de la force centrale dans ces différens points. Mais il y a ici une attention fine et délicate à faire, sans quoi l'on se tromperoit beaucoup dans la détermination présente.

Si l'action de la force centrale par laquelle le corps tombe, pour ainsi dire, de β en b, n'étoit appliquée qu'au commencement du petit instant pendant lequel Bb est décrit, la petite ligne βb mesureroit elle-même l'intensité de cette force : car elle seroit alors décrite d'un mouvement uniforme ; et l'on sait que dans les mouvemens uniformes, les forces sont en raison composée de la directe des espaces et de l'inverse du temps. Mais la force centrale agissant continuellement sur le corps, l'espace βb est parcouru d'un mouvement accéléré ; et puisque durant un instant infiniment petit la force centrale peut être considérée comme invariable, ce mouvement sera uniformément accéléré. Or dans les mouvemens uniformément accélérés, les forces sont comme les espaces divisés par les quarrés des temps. D'un autre côté, le temps est comme le secteur curviligne BSb, ou celui qui en diffère infiniment peu, bSo, c'est-à-dire, bo par $\frac{1}{2}$Sb, ou encore comme le rectangle de $\frac{1}{2}$Bb par la perpendiculaire SI sur Bb prolongée, qui est la même chose que l'aire SBb. En réunissant toutes ces considérations, on trouve que la force centrale à un point quelconque B d'une courbe, est comme le petit espace $b\beta$, divisé par le quarré du secteur Sbo, ou par celui du rectangle $\frac{1}{2}$Bb par SI. Il ne s'agira donc plus que de connoître le rapport de ces grandeurs, rapport toujours donné par la nature de la courbe sur laquelle on suppose le corps se mouvoir, et l'on aura aussitôt la loi suivant laquelle varie la force centrale dans les différens points de la courbe, ou les différens éloignemens du centre. Voyez la note *C*, à la fin du livre.

Après avoir donné cette expression générale, M. Neuton parcourt différentes espèces de courbes, et fait voir quelle est la loi que doit suivre la force centrale pour forcer un corps à les parcourir. Nous nous attacherons principalement aux sections coniques, qui fournissent les vérités les plus remarquables et les plus utiles pour le système de l'univers. En suivant la route que nous venons d'indiquer, on trouve que la force qui

fait décrire à un corps une section conique, en le poussant ou l'attirant vers l'un des foyers, est en raison inverse du quarré de la distance ; l'inverse est également vraie, c'est-à-dire que toutes les fois qu'un corps sollicité vers un point par une force qui varie suivant le rapport ci-dessus, recevra une impulsion oblique à la direction de cette force, la courbe qu'il décrira sera une des sections coniques ; cela aura même lieu dans le cas ou la force, au lieu d'attirer ou de pousser vers un point, en écarteroit suivant la même loi de la réciprocité des quarrés des distances, la courbe décrite seroit alors une hyperbole rapportée à son foyer extérieur.

Mais quels sont les cas où une des sections coniques sera décrite plutôt qu'une autre ? Quand la trajectoire, c'est ainsi qu'on nomme la ligne décrite par cette composition de forces, sera-t-elle un cercle, une ellipse, une parabole, ou une hyperbole ? Le voici : d'abord, toutes les fois que le corps partira dans une direction perpendiculaire à celle de la force centrale, et que sa vîtesse sera telle que la force centrifuge qui en résultera sera égale à la force centripète, il est visible que la trajectoire sera un cercle. Or Huygens a démontré qu'un corps qui décriroit un cercle avec une vîtesse égale à celle qu'il auroit acquise en tombant, par l'action uniforme de sa pesanteur, de la hauteur du demi-rayon, auroit une force centrifuge égale à sa pesanteur. Afin donc qu'un corps décrivît un cercle autour d'un centre de forces, il faudroit qu'il partît avec la vîtesse acquise par une chute de la hauteur du demi-rayon, ou de la demi-distance de ce centre. Eclaircissons ceci par un exemple. La pesanteur qui fait tomber les corps terrestres est une force dirigée vers le centre de la terre. Imaginons qu'on laissât tomber un corps de la hauteur d'un demi-rayon terrestre, et que sa chute s'accélérât par l'action continue et uniforme d'une pesanteur égale à celle que nous éprouvons ici. Supposons ensuite qu'étant arrivé à la surface de la terre, sa vîtesse fût convertie en horizontale : ce corps se soutiendroit uniformément et constamment à la même distance du centre de la terre ; il deviendroit une petite planète, qui feroit ses révolutions dans le plan d'un grand cercle terrestre.

Veut-on à présent que ce corps décrive une ellipse autour du centre de force, que nous supposerons encore celui de la terre. Il le fera dans deux cas. Le premier est facile à appercevoir ; c'est celui où ce corps partiroit avec une vîtesse horizontale, moindre que celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur d'un demi rayon terrestre. Il est en effet évident que sa trajectoire ne pourroit dans ce cas tomber qu'au dedans du cercle que nous avons vu décrire plus haut. Cette trajectoire

ne pouvant être qu'une section conique, elle sera donc nécessairement une ellipse, mais une ellipse ayant son centre de forces au foyer le plus éloigné du point A (*fig.* 118). Le second cas, où l'on verra cette trajectoire devenir une ellipse, est celui où la vîtesse du corps est plus grande que celle qui lui feroit décrire un cercle, quoique moindre que celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur du rayon entier. Il y aura cette différence entre ce cas et le précédent, que dans celui-ci le centre des forces S sera le foyer le plus voisin du point de départ A. Le corps commencera à s'éloigner du centre jusqu'à un point D, qui sera le terme de son plus grand éloignement. Delà il se rapprochera du foyer S en revenant au point A, et ainsi alternativement. Que si l'on suppose la hauteur de la chute précisément égale au rayon, le corps changeant sa vîtesse acquise en horizontale, décrira une parabole ayant son foyer en S. Enfin si cette hauteur étoit plus grande que le rayon, ce seroit une hyperbole, d'autant plus evasée que la hauteur seroit plus grande.

Il se présente ici une difficulté assez spécieuse, et capable d'en imposer à des esprits à qui la théorie des forces centrales ne seroit pas bien familière. Comment, dira-t-on, se peut-il faire qu'un corps qui part du sommet d'une ellipse, le plus éloigné du foyer où est le centre de tendance, après être arrivé au point diamétralement opposé, ou le plus voisin de ce centre, commence à s'en éloigner. Il ne s'en est approché que par l'action de la force centrale, et cette force est d'autant plus grande, qu'il s'en approche davantage : comment donc peut-il s'en éloigner précisément au point où il ressent une plus grande impression de cette force que quand il a commencé à s'en approcher. Ne devroit-il pas au contraire toujours continuer à s'approcher de ce foyer, et enfin y tomber? Quelques personnes ont donné cette objection comme victorieuse, et ont cru avoir renversé d'un seul coup l'immense édifice de M. Neuton. Mais on va voir qu'elle n'est fondée que sur une inadvertence peu excusable.

En effet, ils auroient raison ces adversaires de Neuton, s'il n'y avoit point de force centrifuge, et que les corps sollicités par une force centrale ne décrivissent pas des aires proportionnelles au temps. Mais cette propriété des mouvemens curvilignes fait qu'à mesure qu'un corps approche du centre des forces, il se meut d'autant plus vîte, et que la force centrifuge augmente de plus en plus. Ce corps peut donc, en vertu de cette accélération sur la courbe, acquérir une force centrifuge capable de prévaloir sur celle qui le pousse vers le centre, et de l'en écarter. Or c'est ce qui arrive dans le cas présent. Prenons

pour exemple (*fig.* 118) une ellipse dont les deux sommets sont éloignés du foyer où réside le centre des forces dans la raison de 1 à 3 ; et faisons partir le corps du sommet le plus éloigné. On démontre que la vîtesse avec laquelle il doit être projetté pour décrire une demi-ellipse de cette proportion, est celle qu'il auroit acquise en tombant d'une hauteur $= \frac{1}{4}$ de la distance SA. Comme cette hauteur est moindre que $\frac{1}{2}$ SA, on voit le corps tomber au dedans du cercle décrit du centre S, conformément à ce qu'on a remarqué plus haut. Que le corps en question soit maintenent arrivé en B, il y aura une vîtesse trois fois aussi grande qu'au point A ; et les hauteurs d'où les vîtesses différentes sont acquises étant comme les quarrés de ces vîtesses, la hauteur d'où le corps auroit acquis la vîtesse qu'il a au point B, seroit $\frac{9}{4}$ SA. Mais la force centripète au point B étant neuf fois aussi grande qu'au point A, la vîtesse précédente que nous avons supposé être acquise par l'action uniforme de la force, telle qu'elle est en A, sera la même que celle que produiroit la force en B par la chute d'une hauteur neuf fois moindre ; c'est pourquoi cette hauteur seroit $\frac{1}{4}$ SA, ou $\frac{3}{4}$ SB, puisque SA est triple de SB. Il est donc clair que l'accélération du corps en B lui procure une vîtesse telle qu'il l'auroit acquise par l'action de la force en B, et une chute des $\frac{3}{4}$ SB. Mais on a vu plus haut qu'un corps qui tomboit d'une plus grande hauteur que la moitié de sa distance au centre des forces, devoit parcourir une courbe extérieure au cercle décrit de cette distance. Le corps parvenu en B, loin de continuer à s'approcher du point S, commencera donc à s'en éloigner, et il le fera jusqu'à ce que arrivé en A, et sa force centrifuge se trouvant inférieure à sa force centripète, il se rapprochera du point S, et ainsi successivement par des oscillations périodiques analogues, à certains égards, avec celles d'un pendule.

On pourroit encore démontrer cette vérité de la manière suivante. Qu'on imagine que le corps parti de A, et arrivé en B, y rencontre un obstacle ou ressort parfait qui le réfléchisse dans la direction de la tangente en B, et avec la vîtesse qu'il a acquise à ce point. On ne sauroit contester qu'il ne revînt par le même chemin au point A. En général, si le mouvement de ce corps étoit interrompu dans un point quelconque de son orbite par un obstacle qui le réfléchît dans la direction de la tangente à ce point, avec toute sa vîtesse acquise, il reviendroit sur ses pas, par le même chemin, et en passant par des degrés d'accélération ou de retardation, contraires à ceux qu'il avoit éprouvés en venant. Il seroit facile de le démontrer rigoureusement, et l'on en a un exemple dans le mouvement parabolique des projectiles qui est réciproque. Il est donc évident que

le corps parvenu de son apogée à son périgée, retourneroit par le même chemin de son périgée à l'apogée. Par conséquent il seroit capable, en vertu de sa vîtesse et de la force de projection acquise en B, de décrire une partie semblable de courbe de l'autre côté de l'axe. Il seroit ridicule d'accorder l'un et de nier l'autre, puisque, à la position près, tout est exactement semblable. Il n'est donc rien de plus foible que l'objection que nous venons de discuter ; et quoiqu'elle ait paru si pressante au P. Castel (1), qu'il ait cru de bonne foi avoir porté un coup mortel au systême de Neuton, nous osons dire avec un écrivain anglois, peut-être un peu trop franc, qu'elle fait pitié, et que c'est une vraie objection d'écolier. On peut élever, nous n'en disconviendrons point, contre l'attraction considérée philosophiquement, des difficultés fondées jusqu'à un certain point. Mais les propositions que Neuton déduit de ce principe, comme hypothèse, sur la forme des orbites que décriroient les corps, n'en sont pas moins des vérités incontestables. Les révoquer en doute, c'est se rendre coupable aux yeux des personnes intelligentes dans la Géométrie et la Mécanique, d'une honteuse précipitation, pour ne rien dire de plus.

On demande dans un livre, ouvrage d'un homme célèbre (2), si, dans la description de ces orbites curvilignes, avec l'attraction ou cette force qui pousse ou attire vers un centre déterminé, on admettra la force centrifuge. Cette question, ou plutôt cette objection déguisée, nous a surpris, et nous ne nous attendions pas à la trouver dans ce livre, d'ailleurs ingénieux, et qui contient la meilleure apologie qu'on puisse faire d'une cause désespérée. Faut-il douter que la force centrifuge ne doive être admise avec l'attraction dans les mouvemens curvilignes. C'est par la combinaison de la force centrifuge avec la force centripète que le mobile décrit une courbe plutôt qu'une autre ; qu'il s'éloigne et s'approche du centre des forces. La première prévaut-elle, comme elle fait dans le sommet de l'ellipse le plus voisin du foyer où réside la force centrale, le corps s'en éloigne, et il continue à s'en éloigner jusqu'à ce que sa vîtesse soit assez ralentie, aussi bien que sa force centrifuge qui en dépend, pour donner la supériorité à la force centripète. C'est ce qui arrive dans le sommet de l'ellipse le plus éloigné du centre des forces. Nous pourrions montrer de même, en suivant le mobile, comme pas à pas, dans les différens points de son orbite, et en calculant, d'après les principes universellement admis, sa force centrifuge et sa force centripète à chacun de

(1) *De la pes. univ. corps*, t. II, vers la fin.

(2) *Théorie des tourb. Cartésiens*, *par M. de Fontenelle*, Réflexion XI.

ces points, qu'il s'éloigne du centre de tendance, ou qu'il s'en rapproche, à proportion que l'une prévaut sur l'autre. Mais comme il ne nous est pas possible de nous livrer à tous ces détails sans tomber dans une prolixité extrême, il nous suffira de l'avoir montré à l'égard des deux points principaux que nous venons d'examiner.

Il n'a encore été question jusqu'ici que de la nature des courbes que décrivent des corps sollicités par des forces centrales en raison inverse du quarré de la distance. Il nous faut encore faire connoître une propriété insigne de ces mouvemens. Lorsque plusieurs corps attirés vers un centre par une force qui agit selon la loi dont nous parlons, décrivent des ellipses à des distances différentes, les quarrés de leurs temps périodiques sont comme les cubes de leurs distances moyennes. C'est là la seconde partie de la mémorable découverte de Kepler, sur le mouvement elliptique des planètes. Mais cette découverte de Kepler n'étoit que le fruit de ses observations. Neuton lui a donné une nouvelle certitude, et pour ainsi dire un nouvel éclat, en établissant que ce mouvement elliptique et ce rapport entre les distances et les temps périodiques, sont des suites nécessaires d'un principe unique.

L'ellipse peut encore être décrite par un corps qui se meut autour d'un point dans lequel réside une force qui attire en raison de la distance. Mais dans ce cas, la force n'est pas dans l'un des foyers, elle est au centre même. La loi des temps périodiques est remarquable dans le même cas. A quelque distance que soient les corps circulans, quelles que soient les grandeurs des orbites elliptiques qu'ils décrivent, les temps de leurs révolutions sont égaux. Si une pareille loi régnoit dans notre système, toutes les planètes mettroient le même temps à faire leurs révolutions.

La même méthode qui a servi à Neuton pour démêler la loi des forces qui font décrire à un corps une section conique, lui sert à reconnoître celle qu'il faudroit pour lui faire parcourir d'autres courbes connues. Il est aisé de le sentir, puisqu'il ne ne s'agit que de démêler le rapport de certaines lignes qui sont données, dès que la figure et ses propriétés sont connues. Ainsi il prouve qu'un corps qui décrit une spirale logarithmique autour d'un point, est retenu sur cette courbe par une force qui est en raison inverse du cube de la distance. Pour décrire un cercle, le centre des forces étant sur la circonférence, il faudroit que la loi de la force centrale fût la raison réciproque de la cinquième puissance de cette distance.

Mais ce n'est encore là que l'ébauche d'un problême plus général que Neuton se propose dans le même livre. Nous venons

de voir la manière de déterminer quelle loi de force centrale est requise pour qu'un corps qui décrit une courbe connue soit contraint à se tenir sur sa circonférence. Il est naturel de demander quelle courbe décrira un corps projetté dans une direction et avec une vîtesse déterminées, et qui est sollicité vers un point par une force centrale, qui agit suivant une certaine loi. Le problême, envisagé de cette manière, est d'une bien plus grande difficulté. Nous imiterons M. Neuton, qui, avant de le traiter, s'y élève, ou du moins y conduit ses lecteurs par degrés, en le faisant précéder d'un autre un peu plus simple.

Il s'agit dans cet autre problême de déterminer la loi d'accélération suivant laquelle tombera directement un corps qui éprouvera l'action d'une force variable. Galilée, comme l'on sait, avoit considéré la chute directe des corps, en supposant la pesanteur uniforme, et sa découverte est connue de tout le monde. Neuton généralise infiniment la question, en montrant la manière de déterminer ce qui doit arriver dans toutes les sortes d'hypothèses qu'on peut former sur l'action de la pesanteur ou de la force centrale à différentes distances du centre.

Neuton traite quelques cas de ce problême d'une manière trop ingénieuse pour ne pas nous y arrêter. Mais il falloit s'être élevé aussi haut qu'il avoit déjà fait, pour s'y prendre ainsi. Sa solution n'est qu'un corollaire de ce qu'il a déjà démontré sur les courbes que décrivent les corps autour d'un centre de forces. Il est visible qu'un corps décrira une courbe d'autant plus applatie, et voisine de son axe, que la force de projection qui se combine avec celle de la pesanteur, sera moindre. Cette courbe ne doit cependant pas changer de nature, tant que la même loi de forces centrales subsistera : ce sera toujours une ellipse, si la force est comme la distance, ou en raison inverse du quarré de la distance. La ligne droite, suivant laquelle il tombera dans le cas d'une projection nulle, ou infiniment petite, pourra par conséquent être considérée comme une ellipse infiniment applatie ou étroite; et dans le premier cas, le centre des forces étant toujours au milieu de l'axe, cette ligne, que nous avons dit représenter l'orbite du corps, sera partagée également par ce centre, c'est-à-dire que le corps l'ayant atteint, passera autant au-delà en vertu de son accélération, puis reviendra, continuant ainsi ses oscillations à l'infini. Il n'en arriveroit pas de même, si la force étoit réciproquement comme le quarré de la distance. Car on a vu, ou il est aisé de voir, que plus l'ellipse s'applatit, plus ses foyers se rapprochent des sommets. Ainsi, lorsqu'elle sera une ligne droite, son foyer et son sommet se confondront. Le corps ne passera donc point au-delà ; on peut même assurer qu'il ne rebroussera

point chemin ; car on ne sauroit assigner aucune cause qui le réfléchisse en sens contraire. Ce phénomène au reste ne doit point nous surprendre ; on en peut facilement rendre raison. La force qui est réciproquement comme le quarré de la distance devient, lorsque cette distance est zéro, infiniment grande, eu égard à la vîtesse qu'a le corps parvenu au centre des forces, ou à la force capable de produire cette vîtesse ; car nous trouvons que celle-ci suit seulement la raison réciproque des distances, pendant que l'autre augmente réciproquement comme leurs quarrés. Par conséquent cette dernière, lorsque la distance deviendra o, sera comme $1 : o^2$, et l'autre comme $1 : o$, dont la première est infiniment grande, eu égard à la seconde.

Faisons connoître maintenant la méthode générale qu'enseigne Neuton pour déterminer dans tous les cas, et suivant toutes les hypothèses qu'on peut faire sur la loi de la force centrale, les espaces, les temps et les vîtesses respectives dans les chutes rectilignes. La voici : Sur l'axe AC (*fig.* 119), le long duquel tombe le corps, soit élevé à chaque point comme D, une perpendiculaire DE, proportionnelle à l'action de la force centrale en ce point : de tous les sommets de ces lignes se formera une courbe dont l'aire servira à mesurer la vîtesse acquise par le corps dans les différens points de la chute. Car cette vîtesse en un point D, comme DH, sera à celle qu'il aura en F, ou FI, comme le côté du quarré égal à l'aire ABDE, au côté du quarré égal à l'aire ABGF. A l'égard des temps employés dans ces chutes AD, AF, il faudra faire une troisième courbe MKN, dont les ordonnées DK, FL, &c. soient réciproquement proportionnelles aux vîtesses ci-dessus DH, FI, et les temps employés à parcourir les espaces AD, AF, &c. seront comme les aires curvilignes ADK, AFL, &c. Ceux qui désireront, sans recourir à Neuton, voir la démonstration de ce théorème, la trouveront dans la note *D*, à la suite de ce livre.

Nous avons jugé à propos de donner une idée de cette méthode, dans la vue qu'elle servît à préparer les lecteurs à cette manière d'envisager de semblables questions, qui est très-familière aux géomètres. Car l'objet des Mathématiques étant de mesurer tout ce qui est susceptible d'augmentation et de diminution, on représente, autant qu'il se peut, les grandeurs qu'on considère, par des lignes, des courbes, ou des aires qui suivent le même rapport. Le problême est après cela en quelque sorte résolu, ou du moins c'est à la Géométrie à faire le reste. Afin donc d'éclaircir cette méthode, nous allons en faire l'application à quelques cas simples et déjà connus.

Dans l'hypothèse de Galilée, c'est-à-dire, d'une pesanteur uniforme et partout la même, la force sera aussi partout la même.

même. Ainsi, au lieu d'une courbe BEG (*fig.* 120), on aura une ligne droite BEG. La racine du rectangle ABED, qui est l'ordonnée de la courbe AHI, et qui exprime à chaque point la vîtesse, sera donc comme la racine de la hauteur parcourue, et la courbe AHI sera une parabole ayant pour équation $HD = \sqrt{(AB \times AD)}$. Quant aux temps, la courbe qui les représente par les segmens de son aire aura son ordonnée DK, réciproquement proportionnelle à HD, ou à $\sqrt{(AD)}$, et sera une sorte d'hyperbole ayant pour asymptotes les lignes AB et AF, infiniment prolongées : néanmoins son aire, quoiqu'infiniment prolongée, ne sera que finie du côté de AB, et par ses méthodes connues on trouvera que ses segmens OADK, OAFL, sont comme les racines des abscisses AD, AD, c'est-à-dire, des hauteurs. Voilà donc encore les vîtesses et les temps en raison soudoublée des espaces parcourus, comme Galilée le démontroit à sa manière. Il faudroit être bien peu sensible aux attraits de la vérité, pour ne pas être charmé de cet accord entre les résultats de méthodes si différentes.

Faisons à présent la supposition de la force centrale décroissante comme la distance au centre. La première des courbes ci-dessus dégénérera évidemment en un triangle qui aura son sommet au centre (*fig.* 121); ainsi la vîtesse sera toujours mesurée par la racine du trapèse ABED, qui est proportionnelle à l'ordonnée DH du cercle décrit du centre C par le point A. L'on trouve enfin, à l'aide du calcul intégral, que la courbe des temps qui aura ses ordonnées réciproquement proportionnelles aux ordonnées DH, aura ses segmens proportionnels aux arcs correspondans AH. D'où l'on déduira que de quelque point que commence la chute du corps, il arrivera dans le même temps au centre. On l'eût pu faire facilement de ce qu'on a dit plus haut, savoir que la trace rectiligne d'un corps dans l'hypothèse que nous examinons, peut être considérée comme une ellipse infiniment applatie ayant son centre de forces au milieu de son grand axe. Or il est visible que le temps de la chute jusqu'au centre n'est autre chose que le quart d'une révolution périodique du corps dans cette ellipse infiniment étroite, et l'on sait que dans cette hypothèse de force centrale, toutes les révolutions quelconques, quelle que soit la grandeur des ellipses, sont d'égales durée. De quelque point donc que parte le corps, tombant directement au centre des forces, il y arrivera dans le même temps. Comme M. Neuton a assez bien prouvé ailleurs qu'un corps placé dans l'intérieur de la terre y éprouveroit une gravitation vers le centre, proportionnelle à son éloignement de ce point, on peut tirer de ce que nous venons de dire une conséquence curieuse : c'est

que si la terre étoit percée d'outre en outre d'une cavité qui permît à un corps d'aller jusqu'au centre, de quelque point au dessous de la surface qu'on le laissât tomber, il arriveroit à ce centre dans le même temps.

Nous venons enfin au problême direct des trajectoires, la loi de la force centrale étant donnée. Pour le résoudre, Neuton commence par démontrer une proposition préliminaire que voici (*fig.* 122). Si un corps est projetté du point S, avec une certaine vîtesse dans la direction SR, et que par l'action d'une force centrale, qui l'attire vers C, il décrive la courbe SFI, en traçant du centre C l'arc FP, la vîtesse du corps en F, le long de la courbe, sera la même que celle qu'il auroit eue en arrivant en P, par une chute directe du point S, pourvu que cette chute ait commencé avec une vîtesse égale à celle de la projection.

Comme nous sommes obligés de considérer ici la courbe SFI, rapportée à des ordonnées convergentes au point C, il faut décrire de ce point par S un arc de cercle sur lequel on prendra les abscisses SH; et on aura la nature de la courbe, si l'on peut trouver une équation, soit finie, soit différentielle entre l'arc SH et CF; car il est évident que cette équation étant donnée et construite, à chaque point H on pourra assigner le point F qui lui répond, et par conséquent on aura la trajectoire SFI.

Pour trouver ce rapport, nous nous servirons des considérations suivantes. En supposant le rayon C*h* infiniment proche de CH, de sorte que H*h*, F*f* soient des arcs infiniment petits, le rapport de CH à CF sera celui de H*h* à *g*F; et le petit triangle *g*CF exprimera le temps pendant lequel *f*F sera parcouru. D'un autre côté, la loi de la force centrale étant donnée, on aura l'aire de la courbe SPEB, et par conséquent la vîtesse en P ou en F. Finalement l'espace est en raison composée de la vîtesse et du temps; par conséquent on aura une égalité qui, traduite en expression analytique, donnera l'équation entre H*h* et *fg*, ou SH et CF. Nous avons cru devoir développer l'analyse de ce problême dans une note particulière, *D*.

On peut maintenant former telle hypothèse que l'on voudra sur la loi de la force centrale. La quantité indéterminée F, qui doit exprimer sa relation avec y, se prête à toutes ces différentes hypothèses. Si on suppose la force en raison inverse du quarré de la distance, alors F sera exprimée par $\frac{1}{yy}$, ou $\frac{aag}{yy}$, en exprimant par g cette force à la distance a. Ainsi $-\int F\,dy$, sera $-\int\frac{aag\,dy}{yy}$, ou $\frac{aag}{y}$, et l'équation se réduira à celle-ci, $\frac{du}{a}=2a^2dy:y\sqrt{(2By^2+2aagy-4a^4)}$. Cela signifie que si

l'on prend une y ou CP, *ad arbitrium*, et qu'on intègre l'expression $2a^2dy : y\sqrt{\&c.}$, cette intégrale exprimera l'angle que fait le rayon vecteur égal à CP, avec la ligne CA; car $\frac{dx}{a}$ n'est autre chose que la différentielle de cet angle ou de son égal SCH. Or dans le cas présent, l'intégrale de $2a^2dy : y\sqrt{\&c.}$ est elle-même un angle dont le rayon est donné en quantités déterminées, et le sinus en y. Ainsi l'on pourra facilement, et par une construction géométrique, assigner à chaque distance y du centre des forces, l'angle SCH, ou SCF, qui lui convient, et l'on aura la courbe décrite par le mobile.

Mais ce n'est pas assez que de connoître ce rapport entre les ordonnées CF, et leurs distances angulaires avec CS. Comme il ne donne pas une idée aussi distincte de la courbe qu'une équation de la forme ordinaire, ou à ordonnées parallèles, il faut tâcher de remonter à cette équation : cela se pourra toujours, lorsque l'intégrale $2a^2dy : y\sqrt{\&c.}$ sera un angle ou une portion rationnelle d'angle. La chose n'est pas bien difficile, et nous l'abandonnons à la sagacité de nos lecteurs.

L'équation étant ainsi une fois réduite à exprimer un rapport entre des co-ordonnées, telles que CL, LF, il sera facile de la comparer à celles des courbes connues : dans le cas particulier que nous venons d'examiner, on trouve que la courbe cherchée est toujours une section conique, ayant le centre de forces à un de ses foyers : savoir une ellipse, lorsque l'angle CSR étant droit, la hauteur d'où le corps eût dû tomber pour acquérir la vîtesse avec laquelle il part en S, hauteur que nous avons exprimée par h, est moindre que la distance du point de départ au centre de tendance : une parabole, lorsque cette hauteur est égale à cette distance : une hyperbole enfin, lorsqu'elle la surpasse, ou que l'attraction se change en répulsion.

L'analyse que nous venons de développer est dûe à Jean Bernoulli (1), et nous l'avons choisie parce qu'elle est plus claire que celle qu'on trouve dans les *Principes*. Il faut néanmoins convenir que Neuton en avoit fait les principaux frais, en établissant le théorème préliminaire qui lui sert de base. Il faut encore convenir que c'est une sorte de chicane que le reproche que Bernoulli fait à Neuton, de n'avoir pas assez bien démontré que la trajectoire, dans le cas d'une force croissante en raison inverse du quarré de la distance, est nécessairement une section conique. Neuton ayant déjà fait voir que, pour décrire une section conique, il faut une force qui suive le rapport ci-dessus, il pouvoit se dispenser d'entrer dans le détail

(1) *Mem. de l'Acad.* 1710, et *Op.* tom. I.

de la preuve directe. Quant à l'exemple que M. Bernoulli emploie pour autoriser son reproche, il y a disparité. Il est bien vrai que, de ce qu'on a démontré qu'un corps décrivant une spirale logarithmique, éprouve l'action d'une force centrale qui est réciproquement comme le cube de la distance, on seroit mal fondé à en conclure que, dans cette hypothèse, tout corps projetté, même obliquement, décrira une pareille courbe. Cela vient de ce que l'angle de la tangente avec un rayon de la spirale étant donné, cette courbe est entièrement déterminée dans toutes ses dimensions : c'est pourquoi il n'y a qu'une vîtesse déterminée de projection dans l'angle donné, qui puisse la faire décrire. Mais il n'en est pas de même dans les sections coniques. Le même centre de forces subsistant, une infinité d'ellipses, de paraboles et d'hyperboles peuvent avoir au point de départ la même tangente. Ainsi, quelle que soit la vîtesse de projection, il y aura une section conique à laquelle elle conviendra, et qui sera la courbe que décrira le corps. D'ailleurs, Neuton ayant donné la solution du problême, où l'on demande la trajectoire d'un corps projetté avec une certaine vîtesse, et dans une direction quelconque, la force variant dans le rapport inverse du cube de la distance, cela montre que le cas de la force suivant le rapport inverse du quarré, ne lui auroit guère coûté.

On peut parvenir à l'équation de la trajectoire de diverses manières. Outre celle qu'on vient de voir, Bernoulli en a donné une autre. Il nous a aussi communiqué celle de Herman ; mais celle-ci mène à une différentio-différentielle, si compliquée par le mêlange des indéterminées, qu'à moins d'être prévenu de ce qu'on doit trouver, il seroit peut-être impossible de les démêler. Varignon a tiré, avec beaucoup d'adresse, la solution du même problême, de ses nombreuses formules pour les forces centrales (1). On peut enfin consulter sur ce sujet l'excellent Commentaire qu'on trouve à la suite de la traduction des *Principes*, par la marquise du Châtelet.

Il faudroit nous plonger dans des détails trop profonds de pure analyse, pour développer les cas différens de ce problême. La nature de notre plan nous permet de nous en tenir à indiquer les résultats. Si l'on suppose que la force soit comme la distance, la trajectoire se trouve une ellipse ayant le centre des forces, non à son foyer, mais à son centre. Fait-on varier la force en raison inverse du cube de la distance, et partir le corps obliquement à la direction de la force centrale, et avec une certaine vîtesse déterminée, il décrira une spirale loga-

(1) *Mem. de l'Acad.* 1710.

rithmique ; mais s'il partoit dans une direction perpendiculaire à celle de la force centrale, la trajectoire seroit une spirale d'une autre espèce, dont le rapport entre les rayons et les angles de révolutions dépendroit de la mesure d'un secteur hyperbolique ou elliptique. Il est à propos de remarquer que dans toutes les hypothèses où l'on fait varier la gravité dans une raison réciproque du cube, ou d'une puissance plus élevée de la distance, si le corps a une fois commencé à s'approcher du centre de forces, il ne cessera jamais de s'en approcher de plus en plus. Dans ce cas, il tombera quelque fois à ce centre, quelquefois il s'en approchera seulement à une certaine distance, qu'il n'atteindra jamais : c'est ce qui arrive dans l'hypothèse d'une force en raison inverse de la cinquième puissance de la distance, lorsqu'un corps est lancé dans une direction oblique à celle de la force, et avec une certaine vîtesse (1) ; au contraire dans les mêmes hypothèses, un corps qui a commencé à s'éloigner du centre, continue toujours à le faire : et il y a des cas où il ne parviendra jamais qu'à une distance finie ; d'autres, et ce sont les plus fréquens, où il s'éloignera en plus ou moins de révolutions à une distance infinie.

De ce que nous venons de dire, il résulte encore une vérité curieuse, et d'autant plus digne d'être remarquée, que M. Neuton en a fait usage pour expliquer et calculer le mouvement des apsides de la lune. On a vu qu'un corps sollicité vers un centre par une force qui est en raison inverse du quarré de la distance, s'approchera et s'éloignera alternativement de son centre de tendance, après une demi-révolution, à moins qu'il ne décrive un cercle. Mais si la force est réciproquement comme le cube de la distance, le corps s'approchera, ou bien s'éloignera sans cesse du centre, c'est-à-dire, tendant de son périhélie à son aphélie, il n'y arrivera jamais, ou au contraire. Si donc nous faisons croître ou décroître la force centrale en une raison plus grande que la réciproque des quarrés des distances, et cependant moindre que celle des cubes, le corps commençant à s'éloigner du centre, et partant, par exemple, de son périgée, n'arrivera à son apogée qu'après plus d'une demi-révolution, et ce surplus sera d'autant plus grand, que la loi de la gravité approchera davantage de la réciproque des cubes des distances. Dans le cas particulier où la force centrale seroit réciproquement comme la puissance $\frac{11}{4}$ de la distance, le corps partant du périgée, n'attendroit son apogée qu'après un révo-

(1) Voyez *Traité des Fluxions*, de M. Maclaurin, paragraphe 878 et suiv. Cet ouvrage contient des choses remarquables sur ce sujet, et mérite tout-à-fait d'être consulté.

lution entière, et delà reviendroit dans une révolution complète à son périgée, de sorte que son orbite auroit la forme qu'on voit dans la figure 123. Ce seroit le contraire, nous voulons dire que le corps partant, par exemple du périgée, atteindroit son apogée avant une demi-révolution, et seroit de retour à son périgée avant une révolution complète, si la force centrale suivoit un rapport moindre que le réciproque du quarré de la distance. Toutes les fois donc qu'avec une force qui est en raison inverse du quarré de la distance, se mêlera quelqu'autre force, qui augmentera ou qui diminuera la première, de telle sorte que le total ou le restant suivra une loi qui s'écartera du quarré, le corps décrira une orbite ayant son apogée et son périgée distans de plus ou de moins qu'une demi-révolution. Si l'on désire un plus grand détail sur toutes ces vérités, on doit consulter l'excellente *Exposition des decouvertes philosophiques de Neuton*, par le célèbre Maclaurin.

Il y auroit dans le livre de M. Neuton de quoi nous occuper encore long-temps, si nous entreprenions d'entrer sur tous les points dans des détails semblables aux précédens ; mais cela nous méneroit de beaucoup trop loin, et par cette raison il nous suffira d'indiquer quelques-unes des recherches nombreuses de Mécanique, répandues dans cet immortel ouvrage. Après avoir déterminé les orbites que décriroient des corps projettés dans les différentes hypothèses de la force centrale, Neuton examine comment ces différentes hypothèses affecteront le mouvement des corps qui roulent le long des courbes. Il se propose à cette occasion de déterminer celle le long de laquelle un corps devroit tomber, dans le cas d'une force croissant comme la distance au centre, pour que ses chutes quelconques fussent d'égale durée. Le résultat de sa recherche est très-digne d'être remarqué. Il trouve que, dans ce cas, la courbe est une épicycloïde, comme dans celui des directions parallèles et de la pesanteur uniforme, c'étoit une cycloïde. Delà Neuton passe à examiner quels mouvemens prendront des corps qui s'attirent mutuellement : ce qu'il dit dans cet endroit est d'un grand usage dans le système de l'univers, et c'est le fondement de ses découvertes sur les mouvemens et les irrégularités de la lune, la précession des équinoxes, &c. Il examine ensuite l'action qu'un corps dont toutes les particules attirent suivant une certaine loi, exerce sur une autre placé dans son voisinage. Il termine enfin son premier livre, en déterminant le chemin des particules de lumière passant d'un milieu dans un autre, d'où il déduit la fameuse loi de la réfraction, et l'égalité si connue des angles d'incidence et de réflection.

Une grande partie du second livre de Neuton est employé

à traiter de la résistance des fluides, ou des milieux, au mouvement. Ce doit être l'objet de l'article suivant, où l'on fera connoître les principales vérités de cette théorie. M. Newton traite aussi dans ce livre du mouvement des fluides, et examine diverses questions qui y ont rapport ; comme les vibrations des fluides élastiques, le mouvement des ondes, choses sur lesquelles il démontre des vérités également curieuses et utiles dans la physique. Nous ne dirons rien ici du troisième livre : il appartient tout entier à l'astronomie, ou au système physique de l'univers ; et nous en ferons un extrait assez étendu dans un des livres suivans.

V I.

Dans tout ce qu'on a dit jusqu'ici du mouvement et des phénomènes qui suivent de sa composition, on n'a fait aucune attention à la résistance du milieu dans lequel il se fait. Il étoit nécessaire de commencer à écarter de la question cette circonstance, qui en augmente beaucoup la difficulté, sauf à y revenir dans la suite, après avoir connu parfaitement ce qui se passeroit si elle n'avoit point lieu. C'est par une semblable gradation que l'esprit humain doit se conduire pour s'élever à la connoissance des phénomènes de la nature. Il lui faut en quelque sorte décomposer son objet, le considérer d'abord sous l'aspect le plus simple, se familiariser, pour ainsi dire, avec les premières difficultés, avant que d'entreprendre d'en surmonter de plus grandes. C'est au moyen de cette marche sage et prudente que les mathématiques, s'élevant de recherches en recherches, ont atteint ce point de sublimité auquel elles sont aujourd'hui parvenues.

Les premiers fondateurs de la science du mouvement, tels que Galilée, Torricelli, firent toujours abstraction de la résistance des milieux. Ce n'est pas qu'ils ne prévissent bien qu'elle devoit apporter quelque changement à leurs déterminations ; mais il n'étoit pas encore temps de s'attacher à cette recherche difficile, et la Mécanique n'avoit pas acquis des forces suffisantes pour s'en tirer avec succès. C'est pourquoi Galilée, appliquant à la pratique sa théorie sur les mouvemens des projectiles, suppose que les corps projettés ont une masse considérable, et une densité beaucoup plus grande que celle de l'air.

Il y eut cependant, peu après Galilée, quelques mécaniciens françois qui considérèrent ce qui arriveroit à un corps tombant, non dans le vuide, mais à travers un milieu résistant. Nous trouvons sur ce sujet dans les *Lettres de Descartes* (1) une

(1) *Lettres de Descartes*, tome III, lettre 105.

remarque fine et propre à confirmer ce que nous avons dit ailleurs sur les découvertes qu'il eût été capable de faire, si, moins ambitieux, il se fût contenté d'approfondir différentes parties isolées de la Physique. Un des mécaniciens dont nous parlons avoit avancé qu'un corps tombant dans un milieu résistant n'accéléreroit son mouvement que jusqu'à un certain point, après quoi il tomberoit avec une vîtesse uniforme. Il y a dans cette proposition du vrai et du faux, et Descartes le démêla très-bien. Il montra qu'il y avoit, à la vérité, un certain degré de vîtesse au-delà duquel le mobile ne passeroit jamais, mais qu'il resteroit un temps infini à l'acquérir. Ainsi ce corps accélérera toujours son mouvement, quoique par degrés de plus en plus insensibles. Cette doctrine est conforme à celle des géomètres qui ont depuis traité la même théorie.

C'est à Neuton et Wallis qu'on doit les premières recherches approfondies sur la résistance des milieux au mouvement. Neuton publia le premier ses recherches sur ce sujet, dans ses *Principes mathématiques de la Philosophie naturelle.* Il y emploie presque tout le second livre, et il l'y traite avec cette profondeur qui caractérise tous ses écrits. L'ouvrage de Neuton excita Wallis, qui avoit considéré de son côté le même sujet, à publier ses réflexions. Il les communiqua à la société royale, et elles furent insérées dans les *Transactions* de 1687. La matière n'est pas autant approfondie dans cet écrit que dans les *Principes*. Wallis n'embrasse que l'hypothèse la plus simple, savoir celle de la résistance en raison des vîtesses. Mais ce qu'il dit ne laisse pas de faire honneur à sa sagacité. Peu après que le livre de Neuton eut paru, Leibnitz, sur l'extrait qu'il en vit dans les *Actes de Leipsick*, se rappella, dit-il, d'anciennes idées qu'il avoit eues sur ce sujet, et qu'il avoit déjà exposées douze ans auparavant à l'académie royale des sciences de Paris. Il en forma un écrit qu'il inséra dans ces *Actes*. Huygens enfin exposa aussi à sa manière, c'est-à-dire avec une élégance remarquable, quelques traits de cette théorie à la fin de son *Traité de la pesanteur*, qui parut en 1690. Tout ce que ces auteurs avoient démontré, ou avancé sans preuve, a ensuite été traité à l'aide des calculs modernes, par M. Varignon, dans une suite de Mémoires imprimés parmi ceux de l'académie, des années 1707, 1708, 1709 et 1710. Ce sont d'excellens morceaux, auxquels on pourroit néanmoins reprocher une prolixité fatiguante et assez superflue.

On doit considérer dans les fluides deux sortes de résistance, l'une que nous nommerons respective avec Leibnitz, l'autre que nous appellerons absolue. La première est l'effet de l'inertie des parties dont le fluide est composé. Le corps

qui

qui le traverse ne peut le faire sans déplacer celles de ces parties qui se trouvent sur son chemin, et sans leur communiquer du mouvement. Il faut par conséquent qu'à chaque instant il perde quelque partie du sien. Cette perte sera visiblement d'autant plus grande, que le milieu sera plus dense. Car tout le reste étant égal, il y aura d'autant plus de masse à déplacer dans le même temps. Elle croîtra aussi à mesure que la vîtesse sera plus grande. La chose est si évidente, qu'il est inutile de nous mettre en frais pour le démontrer.

La résistance absolue a une autre origine. Elle vient de l'adhérence des parties du fluide, adhérence qui ne peut être surmontée que par une certaine force déterminée. Il est visible que celle-ci ne dépend point de la vîtesse. Quelle que soit la vîtesse, grande ou petite, il faut la même force pour surmonter cette difficulté, ou pour séparer les parties les unes des autres. De ce genre est la résistance occasionnée par le frottement, par la viscosité des fluides : on peut encore regarder de cette manière celle que la pesanteur apporte à l'ascension des corps jettés perpendiculairement en haut, en supposant qu'elle agisse uniformément. Nous commencerons par examiner quelques-uns des phénomènes de la résistance respective.

Nous venons de dire que la résistance respective des milieux croît ou décroît en même temps que la vîtesse, mais nous n'avons pas voulu dire que ce fût toujours dans le même rapport. Cette rélation entre la vîtesse et la résistance, ne pouvant guère être connue *à priori*, à cause de plusieurs circonstances physiques, les Géomètres ont examiné ce qui arriveroit dans trois hypothèses différentes. Suivant la première la résistance est proportionnelle à la vîtesse. Un corps mu avec une vîtesse double, triple, perdra de son mouvement ou de sa vîtesse une quantité double, triple, &c. Dans la seconde, cette résistance, ou la perte de mouvement qu'elle opère, est proportionnelle au quarré de la vîtesse. Il y en a enfin une troisième suivant laquelle cette résistance est proportionnelle à la somme du quarré de la vîtesse, et de la vîtesse elle-même. De ces hypothèses la plus probable et la plus physique est la seconde. Car lorqu'un corps se meut dans un fluide avec une vîtesse triple, par exemple, non-seulement il choque chacune des parties de ce fluide avec une vîtesse triple, mais il en choque dans le même temps trois fois autant. La perte du mouvement faite dans le même temps, qui, à raison du premier chef, eût été trois fois aussi grande, le sera donc neuf fois, en y faisant entrer le second. Ainsi cette hypothèse paroît la plus conforme aux lois de l'hydraulique. Il n'est cependant pas inutile

de considérer les autres, n'y eût-il que le plaisir que goûte l'esprit géométrique dans la découverte d'une vérité purement hypothétique.

Il y a dans le mouvement d'un corps qui traverse un fluide, trois cas à examiner. Il peut se mouvoir, ou en vertu d'une impulsion une fois imprimée, dans lequel cas sa vîtesse eût été uniforme, ou au moyen d'une suite d'impulsions qui auroient fait varier son mouvement suivant une certaine loi. Tel est le mouvement des corps graves, qui tombant dans le vuide, s'accélèreroit uniformément. Ce mobile enfin peut être projetté obliquement à l'horizon : alors son mouvement tiendra des deux précédens. Il auroit été uniforme dans le sens de la direction primitive, et accéléré dans le sens vertical, suivant une certaine loi, mais la résistance change l'un et l'autre de ces rapports, et la courbe est d'une autre nature que dans l'hypothèse du vuide.

Faisons d'abord mouvoir le mobile d'un mouvement primitivement uniforme, et supposons que le milieu résiste en raison des vîtesses : nous allons voir décroître celles-ci géométriquement en temps égaux. Pour le rendre sensible, imaginons que la résistance du milieu est telle qu'à chaque instant égal, elle ôte un dixième de la vîtesse du mobile. Cette vîtesse étant donc exprimée par 1, après le premier instant elle sera réduite à $\frac{9}{10}$, et après le second, aux $\frac{9}{10}$ de celle-ci, c'est-à-dire, aux $\frac{81}{100}$: à la fin du troisième, elle ne sera plus que les $\frac{729}{1000}$ de la vîtesse primitive, et ainsi consécutivement. Or ces grandeurs sont visiblement, et par la nature de l'opération, en progression géométrique décroissante.

Cette première vérité nous met déja en possession de quelques conséquences remarquables. Il est visible que le corps perdant à chaque instant des dégrés de vîtesse en progression géométrique décroissante, il faudra un nombre infini d'instans ou un temps infini pour réduire le corps au repos. Mais il ne faut pas en conclure que l'espace parcouru soit infini. En supposant les instans égaux, les espaces parcourus dans chacun d'eux, sont comme les vîtesses. Or celles-ci décroissant géométriquement, leur somme, et par consequent celle des espaces ne sera que finie. Dans le cas présent, l'espace parcouru avec la vîtesse primitive, durant l'un des instans égaux dans lesquels nous avons divisé le temps, étant 1 ; l'espace parcouru durant ce temps infini que durera le mouvement, seroit la somme de 1, $\frac{9}{10}$, $\frac{81}{100}$, &c. ou 10.

Si, selon la coutume des géomètres, nous représentons (*fig.* 124) les vîtesses par des lignes AB, CD, ordonnées sur un axe, tandis que leurs intervalles représenteront les instans, la courbe

passant par le sommet de ces ordonnées, sera la logarithmique : car la propriété de cette courbe est, comme on sait, d'avoir ses ordonnées équidistantes, aussi bien que leurs différences., en progression géométrique; de sorte que les abscisses prises d'un terme fixe sont en progression arithmétique. Ainsi le temps croît comme les abscisses, qui sont les logarithmes des ordonnées, et par conséquent le logarithme de la vîtesse initiale étant zéro, les temps qui répondront aux autres vîtesses, seront comme leurs logarithmes ; d'où il suit encore que la vîtesse ne sera entièrement aneantie qu'après un temps infini ; car le logarithme de zéro est infiniment grand. Quant à l'espace, il sera représenté par l'aire de la courbe prolongée à l'infini. Or cette aire est finie, nouvelle preuve que l'espace parcouru par le corps, durant le temps infini qu'il faut pour anéantir sa vîtesse n'est que fini.

Qu'on suppose présentement un corps dont la vîtesse eût été uniformément accélérée ; et retenant la même hypothèse, examinons quel sera son mouvement. Nous pouvons nous aider ici d'un raisonnement et d'un exemple semblables aux précédens. Que la vîtesse qu'imprimeroit la pesanteur au mobile dans un instant déterminé, soit représentée par l'unité, et que la résistance dans le même temps soit capable de détruire un dixième de la vîtesse du corps. Cette vîtesse à la fin du premier instant seroit donc réduite à $\frac{9}{10}$. Mais durant le second instant, la pesanteur eût donné au mobile un nouveau degré de vîtesse, qui avec celle qu'il avoit au commencement, eût fait $1 + \frac{9}{10}$ sans la résistance. Donc la résistance réduisant toute cette vîtesse aux $\frac{9}{10}$, celle qu'aura le corps à la fin du second instant, sera $\frac{9}{10} + \frac{81}{100}$. Le même raisonnement montre qu'à la fin du troisième instant, elle sera $\frac{9}{10} + \frac{81}{100} + \frac{729}{1000}$, et ainsi continuellement; il suffit de jetter les yeux sur cette suite pour voir qu'elle est une progression géométrique décroissante.

Cette analyse nous met en état de voir que, dans un temps infini, un corps tombant par l'effet d'une accélération uniforme dans un milieu résistant en raison des vîtesses, n'auroit acquis qu'une vîtesse finie. Car en supposant un nombre infini d'instans écoulés, la vitesse acquise ne sera que la somme des termes d'une progression géométrique. Ainsi la vîtesse du mobile s'accelère toujours; mais comme l'accroissement qu'elle reçoit en temps égaux, décroît en progression géométrique, elle approche toujours d'un certain terme sans jamais l'atteindre, comme Descartes le remarquoit déjà de son temps. C'est ce que M. Huygens, et quelques autres ont appelé *vîtesse terminale*. On trouve encore ici, que c'est une logarithmique qui sert à représenter les vîtesses et les autres circonstancas du mouvement

de ce corps. Mais au lieu que dans les cas précédens, c'étoient les ordonnées AB, CD, EF, &c. entre la courbe et son asymptote, qui représentoient les vîtesses, ce seront ici leurs restes cD, eF, gH, &c. (*fig.* 125) interceptés entre la courbe et la parallèle BL, menée par le point B, où l'ordonnée AB est égale à la vîtesse terminale. Les espaces enfin parcourus durant les temps Bc, Be, &c. seront comme les segmens BDc, BFe, &c. ensorte que l'espace parcouru sera infini durant un temps infini; ce qui est d'ailleurs évident, puisque la vîtesse va toujours en croissant.

L'analogie de l'hyperbole avec la logarithmique fournit un moyen de représenter les rapports précédens. C'est celui qu'à employé Neuton dans ses *Principes*. Il y montre que le temps croissant comme des aires hyperboliques entre les asymptotes, les vîtesses à la fin de ces temps sont comme les ordonnées qui terminent ces aires. Ceux à qui les propriétés de l'hyperbole sont familières, n'auront aucune peine à voir les liaisons de ceci avec ce qu'on a fait voir ci-dessus.

Le problême de déterminer la courbe décrite par un corps projetté dans un milieu résistant suivant la loi que nous avons supposée jusqu'ici, tient aux considérations précédentes. Il en est ici, à quelques égards, tout comme si le mouvement se passoit dans le vuide. On peut diviser le mouvement du corps en deux autres, l'un dans la direction de la force imprimée, et qui eût été uniforme sans la résistance du milieu; l'autre dans le sens vertical, qui eût été uniformément accéléré s'il se fût fait librement. Or la vîtesse dans la direction de la force étant donnée, avec l'intensité de la résistance, on trouvera pour chaque instant, la grandeur AC (*fig.* 126) du chemin qu'eût fait le corps, s'il n'avoit eu que ce mouvement. On trouvera aussi de combien le mobile fût tombé perpendiculairement dans ce milieu, après le même intervalle de temps écoulé. Que ce soit AM, par exemple: ces deux lignes AC, AM ou CF, seront les co-ordonnées de la courbe cherchée, et donneront le point F, où se trouvera le corps par l'effet des deux mouvemens combinés. C'est-là le principe des solutions qu'ont donné de ce problême Neuton et Huygens.

La courbe de projection avec telle vîtesse qu'on voudra, seroit dans le vuide d'une étendue infinie: car une parabole s'écarte à l'infini de son axe, quelque petit que soit son paramètre. Mais il n'en est pas ainsi dans l'hypothèse présente: un corps lancé avec une vîtesse finie, quelque grande qu'elle fût, n'auroit qu'une amplitude finie. Cela suit de ce qu'on a remarqué plus haut, qu'un corps auquel on imprimeroit une vîtesse quelconque ne parcourroit dans un temps infini qu'un espace limité. Ainsi

en supposant que AD, ou Ad dans la direction imprimée au corps, représente cet espace, si l'on mène la verticale DO, ou dO, la courbe s'en approchera sans cesse ; sans jamais l'atteindre. M. Newton remarque dans la seconde édition de ses *Principes*, une manière fort simple de la construire. La ligne AD, (même figure) étant déterminée, comme on vient de le dire, il fait tirer une ligne AB, de telle sorte que ED soit à DB, comme la vîtesse verticale du corps, à la vîtesse terminale c'est à dire comme la vîtesse imprimée au corps dans le sens vertical à la plus grande qu'il puisse acquérir. Après quoi les lignes BG, Bg &c. étant en progression géométrique, les ordonnées correspondantes GH, gr, seront en progression arithmétique, ou leurs logarithmes, celui de BA étant égal à zéro. Ensorte qu'on peut construire avec facilité cette courbe par le moyen d'une logarithmique. Cette construction revient, à peu de chose près, à celle que M. Bernoulli a déduite de sa solution générale du problême des trajectoires dans un milieu résistant en raison quelconque (1).

Il est important de remarquer que l'analyse que nous avons donnée de ce problême, ne peut être d'usage que dans l'hypothèse de la résistance en raison des vîtesses. C'est la seule qui permette de décomposer ainsi le mouvememt d'un corps en deux autres de direction connues, pour en conclure, sans erreur, le point où le corps doit se trouver. En voici la raison : lorsqu'un corps éprouve de la résistance, et décrit un espace moindre qu'il n'auroit fait sans cela, afin d'employer surement la décomposition du mouvement, il faut qu'en diminuant chaque côté du parallélogramme dans le même rapport, la diagonale du nouveau parallélogramme soit et dans la même direction que celle du premier, et diminuée dans le même rapport. Or cela ne peut arriver ainsi que dans l'hypothèse de la résistance en raison des vîtesses, parce qu'alors chaque côté du parallélograme qui exprime les vîtesses, est diminué dans le rapport simple de sa grandeur. Dans toute autre hypothèse, autant de décomposition qu'on feroit du mouvement simple, autant de diagonales dans des directions et de grandeurs différentes, de sorte que la nature tomberoit en apparence dans une perpétuelle contradiction avec elle-même. Cette inadvertance a été une source d'erreurs pour plus d'un géomètre. Le père Pardies, M. le chevalier Renau, et divers autres y sont tombés, et c'est surtout par là que pêche la théorie de la manœuvre donnée par ce dernier, comme on le verra dans la suite.

Il nous reste quelque chose à dire des autres hypothèses de

(1) *Act. Erud.* 1719. Bern. *Op.* tom. II, p. 4co.

résistance, et particulièrement de celle où on la suppose en raison doublée de la vîtesse, qui est la plus conforme aux lois de l'hydraulique. Voici quelques-unes des conséquences les plus importantes de cette dernière hypothèse.

Lorsqu'un corps poussé avec une vîtesse une fois imprimée pénètre un milieu qui résiste suivant la loi que nous venons de dire, sa vîtesse diminue, à la vérité, mais moins rapidement que dans l'hypothèse précédente, et l'espace qu'il décrit durant le temps infini qu'il faut pour le réduire au repos, n'est plus limité, mais infini. Lorsque le milieu résistoit en raison simple des vîtesses, les temps écoulés étant représentés par les abscisses d'une logarithmique, les vîtesses qui leur répondoient l'étoient par les ordonnées continuellement décroissantes, et l'espace parcouru l'étoit par l'aire comprise entre la première et la dernière ordonnée, mais dans l'hypothèse présente, c'est une hyperbole rapportée à son asymptote, qui sert à représenter les temps, les vîtesses et les espaces. Les temps sont comme les abscisses prises à commencer de quelque distance du centre ; les vîtesses suivent le rapport des ordonnées, et les espaces celui des aires correspondantes. Dela suit que l'espace parcouru dans cette hypothèse durant un temps infini, quoiqu'avec une vîtesse continuellement décroissante est infini. Car dans l'hyperbole, l'espace renfermé entre la courbe et l'asymptote prolongée indéfiniment, est infini ; au lieu que dans la logarithmique, il est limité. On pourroit examiner de même ce qui arriveroit dans d'autres hypothèses quelconques. Varignon l'a fait avec beaucoup d'étendue, et même une prolixité superflue dans les mémoires de l'académie de l'année 1707. Comme la chose est facile lorsqu'on est en possession du principe, nous nous en tiendrons à l'indiquer ici au lecteur.

Un problême qui se présente encore dans cette hypothèse de résistance, c'est celui de déterminer les diverses circonstances du mouvement d'un corps projetté perpendiculairement, ou qui tombe verticalement par l'action d'une pésanteur uniforme. Neuton ne manque pas de l'examiner : il trouve que dans le premier cas, les vîtesses de projection perpendiculaire étant comme les tangentes d'un cercle de rayon déterminé, les arcs ou les secteurs répondant à ces tangentes, sont comme les temps pendant lesquels ces vîtesses seront détruites. Il en est à peu près de même dans le cas des chûtes verticales. Ce sont des secteurs hyperboliques, qui désignent les temps écoulés depuis le commencement de la chute, pendant que les vîtesses acquises sont représentées par les portions de la tangente au sommet qu'ils interceptent. Il y a donc dans le cas d'une chute accélérée à travers un milieu qui résiste, comme nous le supposons

ici, une vîtesse terminale à laquelle le mobile n'atteint jamais, quoiqu'il en approche de plus en plus : car à un secteur hyperbolique infini, ne répond qu'une tangente finie, puisqu'elle est toute comprise dans l'angle asymptotique. Au contraire, un corps projeté perpendiculairement avec une vîtesse quelconque, même infinie, la perdra dans un temps fini. En effet à un secteur circulaire fini, peut répondre une tangente infinie, comme lorsque ce secteur est un quart de cercle. Ce sont là des vérités qui se présentent sous l'air de paradoxes, mais qui n'en sont pas moins des vérités, et qu'il ne seroit pas difficile de dépouiller de cet extérieur à l'aide de certains développemens, si nous en avions le loisir.

Il nous faudroit maintenant parler de la courbe de projection dans un milieu qui résiste en raison des quarrés des vîtesses. Mais cette question qui n'est que médiocrement difficile dans l'hypothèse précédente, l'est bien d'avantage dans celle-ci, et dans toutes les autres. Il suffiroit, pour le prouver, de remarquer qu'elle échappa à Neuton. Au lieu de la résoudre dans la seconde section du second livre de ses *Principes*, où l'on s'attend à la trouver, il examine quelle loi de densité variable, permettroit à un corps projetté avec une certaine force de décrire une courbe déterminée, et il tente par là de déduire indirectement la solution approchée du problême. Dans une autre section, il examine quelle force centrale combinée avec une densité variable, feroit décrire à un corps des spirales d'un certain genre autour du centre de forces. Tous ces endroits, nous le remarquerons en passant, sont d'une profondeur digne du génie de Neuton, malgré quelques fautes d'inadvertence qu'apperçut Jean Bernoulli (1), et qui furent corrigées dans l'édition des *Principes*, faite en 1713. Mais dans cette édition même ce grand homme ne donna point la solution du problême dont nous parlons. Il a cependant été résolu par la suite. Il nous suffira de dire ici, qu'ayant été proposé en 1718 par Keil à Bernoulli, dans le cours de leurs querelles, celui-ci le résolut pour la première fois dans toute sa généralité; nous voulons dire dans quelque hypothèse de résistance que ce soit. Nicolas Bernoulli en vint aussi à bout; l'Angleterre enfin en fournit une solution qui fut donnée par Tailor. Comme ce problême mérite une attention particulière, à cause de son usage dans la balistique, nous nous réservons d'en traiter plus au long dans la suite.

Il y a, comme nous l'avons dit, sur la résistance des milieux, une troisième hypothèse qui la fait proportionnelle à la somme du quarré de la vîtesse, et de la vîtesse même. M. Neuton

(1) *Act. Erud.* 1713. Bern. *Op.* tom. I, p. 514.

l'examina aussi ; mais nous n'entreprendrons pas de le suivre, vu les longueurs où cela nous entraîneroit. Les lecteurs versés dans le calcul intégral, et qui saisiront les principes exposés dans la note *F* de ce livre, y suppléeront facilement. Ils pourront aussi prendre pour guide Varignon, qui a traité au long de cette hypothèse dans ses Mémoires sur la résistance des milieux, que nous avons indiqués.

Tout ce qu'on a dit jusqu'ici sur la résistance des milieux, doit s'entendre de celle que nous avons nommée *respective*, et qui se règle uniquement sur la vîtesse. Mais la résistance *absolue* suit d'autres lois ; car suivant la notion que nous en avons donnée, c'est une force constamment la même qui s'oppose au mouvement du corps. Ce sont comme autant de filets doués chacun d'une force déterminée, au travers desquels le corps a à se faire jour. Il doit par conséquent perdre à chaque fois la même quantité de force quelle que soit sa vîtesse, d'où il suit nécessairement que cette sorte de résistance le réduira toujours au repos dans un temps déterminé. Les principes que nous avons donnés pour le calcul général des resistances respectives dans toutes les hypothèses imaginables, peuvent servir ici. Il n'y a qu'à prendre pour l'expression de la résistance une quantité constante ; on trouvera qne la courbe, dont les ordonnées expriment les vîtesses décroissantes, sera un triangle, dont les segmens de l'aire représenteront les espaces parcourus. Ainsi il en sera précisément ici de même que dans le cas du mouvement uniformément retardé ; les pertes de vîtesse seront comme les temps écoulés, et dans le même temps que le corps par son mouvement retardé auroit perdu toute sa vîtesse, il auroit parcouru un espace double de celui qu'il parcourt étant empêché par la résistance. Aussi la pesanteur n'est-elle qu'une résistance de la nature de celle que nous examinons. Il est à propos de remarquer que Leibnitz, dans son écrit sur la résistance des milieux, après avoir donné la même notion que nous de la résistance absolue, trouve néanmoins un résultat tout opposé à celui que nous venons de donner. Mais cela vient de ce que Leibnitz abandonne en quelque sorte cette notion, en supposant, pour analyser les effets de cette résistance, qu'elle est proportionnelle à l'espace parcouru ; ce qui est la même chose pour l'effet, que s'il eût supposé la résistance proportionnelle à la vîtesse. Aussi, tout ce qu'il dit de celle qu'il nomme *absolue*, est-il la même chose que ce que les autres ont démontré de la résistance respective en raison des vîtesses ; et ce qu'il dit de celle qu'il nomme *respective*, convient avec ce que l'on démontre de celle qui est en raison des quarrés des vîtesses. Mais il se trompe en tentant de construire la courbe de projection

dans

dans cette hypothèse ; car il le fait par la décomposition du mouvement, ce que nous avons dit induire en erreur dans ce cas, et il l'a reconnu dans la suite.

La résistance des milieux au mouvement donne naissance à une infinité de recherches profondes et utiles. Quelque hypothèse en effet qu'on admette, un corps qui se meut dans un fluide y éprouvera une résistance différente, suivant sa figure et sa direction. Des exemples seroient superflus pour éclaircir une chose aussi simple et aussi évidente. La considération de la figure des corps, et la détermination des rapports de leurs résistances, forment donc une branche essentielle de la théorie présente. Neuton en a donné un essai suffisant pour mettre sur la voie, en examinant la résistance d'un globe mu dans un fluide, et en la comparant avec celle d'un cylindre de même base, mu avec la même vîtesse dans la direction de son axe. Il trouve que le dernier de ces corps éprouvera une résistance double de celle du premier ; il résoud aussi, à cette occasion, ce problême intéressant : quel est le solide de base et de sommet donnés, qui, mu dans un fluide suivant la direction de son axe, y éprouvera la moindre résistance possible. On en dira quelque chose de plus dans l'article suivant, qui est destiné à faire l'histoire de divers problêmes célèbres sur lesquels s'exercèrent les mécaniciens de la fin du siècle passé. Ce que Neuton avoit ébanché sur les rapports de résistance des corps de diverses figures, a depuis été étendu par Jacques Bernoulli, qui a donné dans les *Actes de Leipsick*, 1693, le résultat de ses recherches sur quantité de figures et de solides. Jean Bernoulli a aussi traité cette matière dans sa *Nouvelle théorie de la manœuvre*, et Herman en a fait l'objet d'un chapitre de sa *Phoronomie.* L'analyse de ce genre de questions, et la manière d'y appliquer le calcul, ne sont guère susceptibles de difficultés pour ceux qui sont instruits des lois de l'hydraulique, et suffisamment versés dans le calcul et l'analyse. D'ailleurs, si la place nous le permet, nous en dirons quelque chose de plus, lorsque nous exposerons la *théorie navale.*

VII.

Après avoir rendu compte des principales théories dont s'enrichit la Mécanique durant le dernier siècle, nous avons à parler de quelques autres objets particuliers qui appartiennent aussi à l'histoire de cette science ; tels sont entr'autres divers problêmes de Mécanique qu'on vit les géomètres se proposer mutuellement, comme par défis, vers la fin de ce siècle : ils méritent à plusieurs

titres une place dans cet ouvrage, et comme très-propres à intéresser la curiosité, et comme ayant beaucoup contribué aux progrès de l'analyse. En effet, quoique des hommes du premier mérite, à la tête desquels on pourroit mettre Galilée, ayent témoigné une grande aversion à être tentés par ces sortes d'énigmes, leur utilité, lorsqu'elles sont bien choisies, et que leur dénouement tient à quelques difficultés particulières, ne sauroit être révoquée en doute. C'est intéresser adroitement l'amour propre à la résolution de ces difficultés, et souvent ce qui s'étoit refusé à des recherches occasionnées par les motifs ordinaires, cède aux efforts réitérés et puissans que produit la curiosité, ou le désir de l'emporter sur ceux qui courent la même carrière.

Le premier des problêmes qui font l'objet de cet article est celui de la courbe *Isochrone*, et fut proposé par Leibnitz. On sait qu'un corps livré à sa pesanteur parcourt, soit dans la perpendiculaire, soit sur un plan incliné quelconque, des espaces d'autant plus grands en temps égaux, qu'il s'éloigne davantage du point où sa chute a commencé. On sait aussi qu'un corps met d'autant plus de temps à parcourir la même ligne avec une vitesse déterminée, qu'elle est plus voisine de l'horizontale. Il y a donc une courbe telle, que l'obliquité de ses différentes parties compensant la vitesse avec laquelle elles seroient parcourues, le mobile s'éloignera uniformément de l'horizontale, ou parcourra des espaces égaux pris dans le sens perpendiculaire : cette courbe est celle que M. Leibnitz nomma *Isochrone*, et c'est à trouver sa nature que consiste le problême dont nous parlons. M. Leibnitz le proposa en 1687 (1), dans la vue de rabattre la confiance de quelques Cartésiens qui, trop attachés à la Géométrie de leur maître, témoignoient peu d'estime pour les nouveaux calculs. Il invita ces analystes à faire sur son problême une épreuve de leurs forces et des ressources de leur méthode.

Ce que Leibnitz avoit prévu arriva : aucun de ces trop serviles admirateurs des productions de Descartes ne résolut le problême. Il n'y eut que Huygens et lui qui en donnèrent à temps des solutions. Huygens n'employoit pas, à la vérité, le calcul différentiel ; mais ce génie profond et fertile en ressources sut se frayer une route pour arriver à la solution du problême, et il la publia bien peu après qu'il eut été proposé (2). Celle de Leibnitz a tardé davantage, et par des raisons que nous ignorons, n'a paru qu'en 1689 (3) ; ils montrèrent que la courbe cherchée n'est autre chose qu'une des paraboles cubiques, savoir

(1) *Nouv. de la Républ. des Lettr.* septembre, 1687.

(2) *Ibid.* octobre, 1687.

(3) *Act. Erud.* 1689.

celle où le quarré de l'abscisse par le paramètre est égal au cube de l'ordonnée. Cette courbe étant disposée de manière que son axe soit parallèle à l'horizon, et sa concavité tournée en haut, tout corps qui tombera d'un point élevé au dessus de l'axe des $\frac{4}{9}$ du paramètre, roulant ensuite le long de la courbe, s'éloignera de l'horizontale également en temps égaux. Quelque temps après que les solutions de Huygens et Leibnitz eurent paru, Jacques Bernoulli, aidé des secours du nouveau calcul, qu'il commençoit à cultiver, s'y éleva aussi (1). Il en publia l'analyse, que ni l'un ni l'autre n'avoient laissé entrevoir, et par-là il mérite, à quelques égards, de partager avec eux l'honneur d'avoir deviné cette énigme.

Ce problême donna lieu à un autre, qui fut aussi proposé par Leibnitz. Il ne s'agissoit plus de déterminer la courbe le long de laquelle devroit rouler un corps pour faire en temps égaux des chutes égales dans la perpendiculaire. M. Leibnitz demanda le long de quelle courbe un corps devoit tomber, afin qu'il s'éloignât d'un point donné proportionnellement au temps; il lui donna pour cette raison le nom d'*Isochrone paracentrique*. Ce changement de condition rend le problême bien plus difficile, et Leibnitz ne se hâtant pas de dévoiler sa solution, plusieurs années s'écoulèrent avant qu'on en vît aucune. Il échappa aux premiers efforts des deux Bernoulli; mais l'aîné de ces illustres frères s'étant remis à y songer vers l'an 1694, il le résolut enfin, et il publia peu après sa solution, qui fut bientôt suivie de celles de Leibnitz et de Bernoulli le jeune (2). Suivant ces solutions, la courbe demandée par Leibnitz a la forme qu'on voit dans la figure 127. Elle prend son origine en A, et coupant son axe en P, elle remonte vers l'horizontale, qu'elle touche en E. Il en est ici de même que dans la courbe isochrone simple. Le corps doit partir au commencement avec une vîtesse déterminée, qu'on suppose acquise en tombant d'une certaine hauteur, par exemple HA. Cette courbe fait sur elle-même un repli, et revient se couper en P, formant de l'autre côté de l'axe AP une partie entièrement égale et semblable à la première; d'où il suit qu'un corps partant du point E, avec la vîtesse initiale acquise par la chute d'une hauteur égale à HA, et roulant de là le long de EPBA, s'approchera uniformément du point A, puis roulant le long de A*bPe*, il s'en éloignera suivant la même loi. Enfin parvenu au point *e*, il roulera le long de l'horizontale, s'éloignant toujours uniformément du même point. Remarquons encore avec MM. Leibnitz

(1) *Act. Erud.* 1690.
(2) *Ibid.* 1694. Bern. *Opera.* Wolf. *Elem. Math.*

et Huygens, qu'à chaque hauteur d'où l'on suppose la vîtesse initiale acquise, répondent une infinité de courbes qui satisfont au problême, sans en excepter l'horizontale : cette dernière n'est en effet que la plus applatie de toutes.

Pendant que le problême de la courbe *paracentrique* étoit sur le tapis, un autre, proposé par Jacques Bernoulli, excitoit aussi les recherches des principaux géomètres de l'Europe : c'est le problême si connu sous le nom de la *Chaînette*. Une chaîne, ou une corde infiniment déliée, étant suspendue lâchement par ses extrémités, Bernoulli demanda quelle courbure elle prendroit. Ce problême avoit autrefois excité la curiosité de Galilée ; mais cet homme célèbre y avoit échoué, ou du moins il avoit jugé fort gratuitement et sans aucune raison solide, que cette courbure étoit celle d'une parabole ; ce que quelques mathématiciens (les PP. Pardies et de Lanis) s'étoient efforcés d'établir par d'amples paralogismes. Un géomètre allemand, nommé Joachim Jungius, avoit, à la vérité, montré le contraire par diverses expériences. On a de ce géomètre un livre imprimé en 1669, sous le titre de *Geometria empyrica*. C'est apparemment là qu'il avoit examiné le problême, et fait voir que la chaînette n'étoit ni parabole ni hyperbole ; mais il n'avoit pas donné plus de lumières sur la vraie solution du problême. Elle exigeoit des ressources d'analyse et de calcul dont on ne fut en possession que long-temps après.

La nature du problême ne permettoit pas de s'attendre à voir beaucoup de géomètres concourir à l'honneur de le résoudre : aussi n'y en eut-il que quatre ; Jacques Bernoulli, qui l'avoit proposé, et son frère ; Leibnitz et Huygens. Ils publièrent leurs solutions dans les *Actes de Leipsick* (1), mais sans analyse, apparemment afin de laisser encore quelques lauriers à cueillir à ceux qui viendroient à bout de la deviner. C'est ce que tenta de faire quelques années après M. David Grégori, en publiant, dans les *Trans. Phil.* de 1697, une solution de ce problême. Elle a été vivement accusée de paralogisme par Bernoulli. Mais il me semble que ce jugement est trop rigoureux ; on ne peut, à mon avis, lui imputer que de l'obscurité, et de l'embarras dans l'application d'un principe très-vrai et très-solide.

Nous croyons ne pouvoir nous dispenser de mettre ici les lecteurs géomètres un peu sur la voie de la solution de ce curieux et difficile problême. Nous emprunterons pour cela la subtile analyse qu'en a donné Jean Bernoulli dans ses *Lectiones calculi integralis* (*Operum*, tome III).

Imaginons que la courbe ASB (*fig.* 128) est celle qu'on

(1) *Act. Erud.* 1691.

cherche, que S en est le sommet, ou le point le plus bas ; SE, l'axe ; EC, *ec*, deux ordonnées infiniment proches. Il est certain, et l'on peut facilement le démontrer par les lois de la Statique, que si aux points S et C on conçoit deux puissances retenant la portion de chaînette SC dans sa position, elles éprouveront chacune un effort dans la direction des tangentes SH, CH, et que chacune soutiendra la même partie du poids absolu de cette portion, que si ce poids étoit réuni en H, concours de ces tangentes. D'un autre côté, la puissance placée en S sera toujours la même, quelle que soit la place du point C, où l'autre est appliquée ; car quelle que soit la longueur de la portion SC, l'autre SA ne change ni de figure, ni de position, comme il est aisé de s'en convaincre par l'expérience ; et par conséquent son point extrême S, ou la puissance que nous y supposons, éprouve constamment la même traction dans la direction SH. Mais la Statique nous apprend que quand deux puissances soutiennent de cette sorte un poids H, ce poids est à l'effort de l'une des deux, par exemple S, comme le sinus de l'angle des directions SHC, ou DHC, au sinus de l'angle HCD, formé par la direction de l'autre puissance avec la verticale, c'est-à-dire, comme CD à DH, ou cf à Cf. Ainsi, nommant a la puissance constante en S : z, la courbe SC, ou le poids H ; SE et EC, x et y, et leurs différences respectives dx, dy, on aura $z:a::dx:dy$, ou $zdy=adx$, pour l'équation différentielle de la courbe, équation qui, traitée avec adresse, se réduira à celle-ci, $dy=adx:\sqrt{(xx-aa)}$. Ayant donc pris l'indéterminée SE$=x$, et construisant l'intégrale de $adx:\sqrt{(xx-aa)}$, on aura l'ordonnée correspondante EC, ou y. Mais cette intégrale dépend de la dimension d'une courbe dont les ordonnées sont données, ou bien de celle d'un secteur hyperbolique : on peut aussi la représenter par la longueur d'un arc parabolique, ou enfin par le logarithme d'une quantité variable qu'il est facile d'assigner ; car toutes ces choses dépendent de la quadrature de l'hyperbole. Ce sont là les différentes manières dont s'y prirent pour construire cette courbe, MM. Huygens, Leibnitz et Bernoulli.

La chaînette est, comme l'on voit, une courbe mécanique ou transcendante, puisque sa construction suppose la quadrature de l'hyperbole. Mais elle a d'ailleurs diverses propriétés tout-à-fait remarquables, qu'observèrent les illustres auteurs des solutions dont on a parlé. Voici quelques-unes de ces propriétés.
1. La chaînette est absolument rectifiable ; l'arc SC est toujours égal à l'ordonnée correspondante EF de l'hyperbole équilatère dont le sommet est en S, et le centre sur l'axe prolongé à la distance SV, égale à la quantité déterminée $\frac{1}{2}a$ de l'analyse

précédente. 2°. Cette courbe est absolument quarrable : l'aire ECF est égale au rectangle de EC par ES, moins celui de SV par CF. 3°. De toutes les courbes de même longueur et de même base, la chaînette est celle dont le centre de gravité est le plus bas. La raison s'en présente facilement à ceux qui sont instruits de ce principe mécanique, savoir qu'un corps, ou un système de corps, ne cesse de descendre ou de se mouvoir que son centre de gravité ne soit le plus bas qu'il est possible. Ainsi de toutes les courbes de même longueur et de même base, la chaînette est celle qui, tournant autour de cette base, produira le solide de plus grande surface. 4°. La courbure de la chaînette est enfin celle suivant laquelle il faudroit arranger une infinité de petits voussoirs pour en former une voûte qui se soutînt d'elle-même par son propre poids.

C'est la coutume des géomètres de s'élever de difficultés en difficultés, et même de s'en former sans cesse de nouvelles, pour avoir le plaisir de les surmonter. M. Bernoulli ne fut pas plutôt en possession du problême de la chaînette, considéré dans le cas le plus simple, qu'il se mit à considérer d'autres cas plus composés. Il se demanda, par exemple, ce qui arriveroit si la corde étoit d'une pesanteur inégale, ou inégalement chargée dans toutes ses parties; dans quelle raison il faudroit que fût cette inégalité, pour que la courbure fût d'une espèce donnée; quelle seroit cette courbure, si la corde étoit extensible par son propre poids. Il donna bientôt après les solutions de tous ces cas (1); mais comme il s'en réserva l'analyse, on doit recourir aux Œuvres de M. Jean Bernoulli (2), où on la trouvera. On s'est enfin proposé le problême dans l'hypothèse des directions convergentes à un point, et de la gravité variable en telle raison qu'on voudra de la distance au centre; et M. Jean Bernoulli en a donné la solution (3).

Le problême précédent conduisit M. Bernoulli l'aîné à quelques autres qui lui sont analogues, et qui ne sont ni moins curieux, ni moins difficiles. Le premier est celui de la courbe Elastique, ou d'un ressort plié. Il supposoit une lame élastique, attachée perpendiculairement à un plan par une de ses extrémités, et pliée comme l'on voit dans la figure 125, par un poids attaché à l'autre. Il demandoit quelle courbure prendroit ce ressort, et afin qu'on ne réputât pas son problême impossible, il annonçoit qu'il en avoit la solution, et il consignoit sous un logogriphe de lettres transposées, l'une des principales propriétés de la courbe cherchée. Trois ans s'écoulèrent sans que personne

(1) *Act. Lips.* ann. 1691, p. 289.
(2) *Lect. calculi integr.* Bern. *Op.* t. III.
(3) *Ibid. Op.* tom. IV.

répondît à son invitation ; c'est pourquoi il dévoila sa solution en 1694 (1). Il n'a pas donné en même temps son analyse, mais on peut conjecturer que c'est celle-ci.

Lorsqu'une lame élastique disposée, comme on le voit dans la figure 129, est courbée par l'action d'un poids, chaque petite partie est écartée de la rectitude, et d'autant plus que l'impression qu'elle éprouve du poids est plus grande. Mais cette quantité de flexion est mesurée par la petite ligne ck, perpendiculaire à la courbe, et interceptée entr'elle et la tangente, tandis que l'impression du poids en C est suivant les règles de la Statique, proportionnelle à l'ordonnée CD. Ainsi kc est toujours proportionnelle à l'ordonnée CD. Or kc est, comme l'on sait, réciproquement proportionnelle au rayon de la développée en C ; d'où il suit que ce rayon est dans cette courbe réciproquement comme CD. Cette propriété donne l'équation différentielle de l'Elastique, d'où l'on tire ensuite, quoique non sans adresse, une équation plus simple, et la construction de la courbe. M. Bernoulli en parcourt au long les propriétés dans l'endroit cité ; mais nous ne saurions l'imiter ici : c'est pourquoi nous y renvoyons nos lecteurs.

Le second des problêmes que nous avons annonçés regarde la courbure d'un linge rempli de liqueur. Imaginons un linge, ou une surface rectangulaire infiniment flexible, attachée lâchement par ses deux côtés opposés, à deux lignes parallèles entr'elles et à l'horizon, et de même hauteur. Si l'on remplit ce creux d'une liqueur, que nous supposons ne pouvoir s'échapper par les côtés, quelle sera la courbe que formera ce linge? Tel est le problême que résolut M. Bernoulli. Il trouva que cette courbe étoit la même que la précédente, dont on auroit placé la base horizontalement. En effet, la pression qu'exerce sur chaque portion égale de la courbe, la colonne verticale du fluide DC, est proportionnelle à la hauteur (*fig.* 130). Or on démontre d'après les principes de la Statique, que si plusieurs puissances, ainsi appliquées aux différentes parties d'un filet, sont en équilibre, le sinus de l'angle formé à chaque endroit où la puissance est appliquée, est comme cette puissance. La petite ligne kc, qui mesure ici l'écart de la courbe et de la tangente, et qui est le sinus de cet angle, ou de son supplément, sera donc ici, comme dans le problême précédent, proportionnelle à CD ; et conséquemment ce sera la même courbure dans l'un et dans l'autre cas, quoique les causes qui la produisent soient bien différentes. M. Bernoulli remarquoit une belle propriété de cette courbe, savoir que c'étoit celle de toutes les

(1) Voyez *Act. Erud.* ou Jac. Bern. *Opera.*

isopérimètres dont l'aire avoit son centre de gravité le plus bas. Mais cela doit être entendu avec modification, comme il l'a reconnu lui-même dans la suite (1) : il faut seulement dire, que de tous les segmens égaux qu'on peut retrancher de différentes figures isopérimètres, celui qui forme le *Lintéaire* a son centre de gravité le plus bas, ou le plus éloigné de sa base. Cela suit évidemment de cet axiome mécanique, savoir qu'un système de corps qui agissent les uns sur les autres, n'arrive à l'état permanent ou d'équilibre, que lorsque le centre de gravité est le plus bas qu'il est possible. Mais si la *lintéaire*, ou l'*élastique*, n'est pas douée de la propriété d'avoir le centre de gravité de son aire le plus bas qu'il est possible, elle en a une autre qui n'est pas moins belle : c'est que le solide qu'elle produit en tournant autour de sa base est le plus grand. Ainsi voilà trois courbes, le cercle, la chaînette et la lintéaire, entre lesquelles règne une analogie tout-à fait remarquable ; la première est de toutes les isopérimètres celle qui a la plus grande aire, la seconde celle qui produit le solide de circonvolution qui a la plus grande surface. et la troisième, celle qui produit le solide absolument plus grand.

Quelle sera enfin la courbure d'une voile, ou d'une surface infiniment flexible, qui, arrêtée de deux côtés, sera enflée par le vent? C'est le troisième des problêmes analogues que résolut M. Bernoulli. Il faut ici distinguer deux cas. Si le vent, après avoir choqué la voile, trouve aussitôt une issue, la courbe est la même que celle de la chaînette; mais si ce fluide y séjourne, cette courbe sera circulaire. La raison de cette distinction est aisée à sentir, du moins en partie : dans le dernier cas, le fluide séjournant contre la surface qu'il pousse, se distribue également en tout sens, la pression qu'il éprouve de celui qui le frappe par derrière ; d'où il résulte que toutes les parties de la voile sont également pressées : elles doivent donc prendre la forme circulaire. Quant à l'autre cas, il faudroit, pour l'analyser, entrer dans des détails qui nous mèneroient trop loin. Les lecteurs pour qui ces matières sublimes ont des attraits, me permettront de les renvoyer aux Œuvres de M. Jean Bernoulli : on y trouve deux analyses de ce problême, l'une dans ses *Leçons de calcul intégral*, l'autre dans sa *Théorie de la manœuvre*. La dernière, beaucoup plus simple que la première, est particulièrement remarquable par son élégance ; elle est fondé sur le principe lumineux dont nous nous sommes servis ci-dessus, en parlant de la courbe du linge chargé de liqueur, et qui est dû à M. Bernoulli, savoir que quand une

(1) *Journal des Savans*, du 23 juin 1698.

infinité

infinité de puissances sont appliquées perpendiculairement aux points d'un filet, ou d'une surface infiniment flexible, la courbure à chaque point est comme la puissance qui y est appliquée ; et par conséquent le rayon osculateur à ce point est en raison réciproque de cette puissance. Cette importante vérité met presque sur le champ en possession de l'équation différentielle de la courbe, et donne avec une facilité remarquable la solution de divers problêmes qui, traités suivant une autre méthode, seroient beaucoup plus embarrassans. Il faut voir dans l'ouvrage même de M. Bernoulli l'usage qu'il en fait pour la résolution des problêmes de la chaînette, du linge chargé de liqueur, de la voilière, &c.

Parmi les problêmes qui occupèrent les géomètres vers la fin du siècle passé, il en est peu qui soient plus curieux et plus dignes de remarque, que celui de la plus courte descente. Ce fut Jean Bernoulli qui proposa celui-ci (1). Deux points qui ne sont ni dans la même perpendiculaire, ni dans la même horizontale, étant donnés, il s'agit de trouver la ligne le long de laquelle un corps roulant de l'un à l'autre, y employeroit le moindre temps possible. Bernoulli lui donne le nom de *Brachystochrone*, nom dérivé du grec (2), et qui signifie le temps le plus court. On pourroit être tenté d'abord de penser que cette ligne est la droite menée d'un point à l'autre ; mais nous nous hâtons de dissiper cette erreur, et la chose est facile, à l'aide des réflexions suivantes.

En effet, le temps qu'un corps emploie à tomber d'un point à l'autre, n'est pas en raison simple de la longueur du chemin qu'il parcourt. La détermination de ce temps exige nécessairement qu'on ait égard à la vîtesse avec laquelle ce chemin est parcouru. Quelque court qu'il soit, si la vîtesse est très-petite, le mobile y pourra employer beaucoup de temps ; d'ailleurs, cet espace n'est pas parcouru d'un mouvement uniforme, mais d'un mouvement continuellement accéléré ; et la quantité de cette accélération dépend de la pente de la ligne le long de laquelle se meut le corps, et principalement de celle des parties de cette ligne où il commence à se mouvoir. Une courbe qui procurera au corps un commencement de chute verticale, qui ensuite deviendra de plus en plus inclinée, pourra donc lui donner une vîtesse plus grande qu'il ne faut pour compenser la longueur du chemin qu'il parcourt ; ainsi il ne doit point paroître étonnant qu'un corps qui tombe le long d'une courbe menée d'un point à l'autre, emploie moins de temps

(1) *Act. Erud.* ann. 1696.
(2) De βραχυστος, superlatif de βραχὺς, *brevis*, et χρονος, *tempus*.

à parcourir ce chemin, que s'il fût descendu le long de la ligne droite qui les joint.

Ce problême est encore un de ceux que Galilée avoit tentés. Les vérités que nous venons d'exposer ne lui avoient pas échappé, et il avoit prouvé qu'un corps qui rouleroit le long de plusieurs cordes inscrites dans un arc de cercle, arriveroit plutôt au bas que s'il rouloit par la corde de cet arc ; de sorte qu'il démontroit qu'un corps roulant le long de l'arc employeroit moins de temps dans sa chute, qu'en parcourant la corde, ou telle suite de cordes qu'on voudroit. On lui attribue communément d'avoir tiré de là la conséquence que le cercle étoit la courbe de la plus courte descente ; mais c'est une méprise dont le P. Frisi le justifie dans le savant éloge qu'il a publié de ce grand homme.

Bernoulli n'avoit pas proposé ce problême sans être bien assuré de sa possession. M. Leibnitz, frappé de sa beauté, ne put, malgré ses occupations d'un genre tout différent, se défendre de s'en occuper, et ne tarda pas à le résoudre. Il engagea Bernoulli, qui avoit donné six mois aux géomètres pour y travailler, à proroger ce terme encore de six mois. Ce délai procura trois autres solutions. L'une vint de Neuton, qui n'eut connoissance du problême que vers le commencement de 1697, et qui le résolut aussitôt. On sent aisément que de quelque nature qu'il fût, il ne devoit pas échapper à ce profond génie. Le frère du proposant, Jacques Bernoulli, en donna aussi une solution. Il en vint enfin une du marquis de l'Hôpital qui, indisposé durant les premiers six mois, n'avoit pu y donner une attention suffisante, et qui y revint avec succès lors de la prorogation du terme accordé pour le résoudre (1). Ainsi l'Angleterre, la France et l'Allemagne concoururent à l'honneur d'une découverte si curieuse et si difficile. La Hollande sans doute y eût aussi eu part, si Huygens eût vécu : mais il venoit de mourir ; et Hudde, dont on pouvoit aussi espérer quelque chose, alors bourguemestre d'Amsterdam, avoit renoncé aux mathématiques. Au lieu de solution, il y eut un professeur hollandois, nommé M. Mackreel, qui dit que ce problême étoit bon pour des Allemands, mais que ses compatriotes ne s'en occuperoient pas (2). Quelques temps après, c'est-à-dire en 1699, M. Fatio de Duillier voulut aussi participer à la gloire de la solution de ce problême. C'étoit, on ne peut en disconvenir, un très-profond géomètre ; mais ceux qui liront les pièces qui ont rapport à la contestation assez vive qui s'éleva à ce

(1) Voyez toutes ces solutions dans les *Actes de Leipsick*, ann. 1697.

(2) *Comm. Phil. Leibn. ac Bern.* tom. I, p. 244.

sujet, verront clairement qu'il vint un peu trop tard pour être fondé à se mettre sur les rangs.

Le problême dont nous parlons n'est pas un de ces problêmes *de maximis et minimis*, qui se résolvent par les méthodes ordinaires; il est d'un genre plus relevé, et il exige plus d'adresse. Comme l'expression même du temps n'est pas donnée, puisque la courbe dont elle dépend est précisément ce qu'on cherche, il faut recourir à un autre moyen, et c'est ce qu'il n'étoit pas aisé de découvrir. Bernoulli, l'auteur du problême, en trouva néanmoins deux solutions, l'une directe, l'autre indirecte, dont nous donnerons une idée.

Dans la première de ces solutions, Bernoulli considère que, puisque la courbe entière est parcourue dans le moindre temps possible, il en doit être de même de chacun de ses élémens, c'est-à-dire que les deux extrémités de chacun d'eux restant fixes, leur courbure doit être telle que le mobile les parcoure dans un moindre temps qu'en leur donnant quelqu'autre forme que ce soit; autrement, il est évident qu'en substituant à cette partie de la courbe celle qui seroit parcourue dans un moindre temps, on en auroit une autre qui le seroit encore plus promptement, ce qui est contre la supposition. M. Bernoulli recherche donc, en considérant chaque portion infiniment petite de la courbe comme un arc de cercle, quel devroit en être le rayon, afin que le corps y arrivant avec la vîtesse déjà acquise par sa chute, le parcoure dans le temps le plus court; et il trouve, à l'aide d'une ligne de calcul, que ce rayon, qui est le rayon de la développée à ce point de la courbe, a la propriété connue de celui de la cycloïde. Ainsi il reconnut et il démontra ensuite synthétiquement que la cycloïde étoit la courbe cherchée : elle jouissoit déjà de la propriété du *Tautochronisme*, c'est-à-dire, de procurer à un corps des chutes d'égale durée, de quelque point qu'il partît. De sorte que voilà deux propriétés des plus remarquables, réunies dans la même courbe, et très-propres à lui confirmer son rang parmi les plus curieux objets de la Géométrie.

La seconde solution de Bernoulli procède d'une manière indirecte, et qui lui fait du moins autant d'honneur que la première; car il faut être doué d'un génie extrêmement heureux, pour arriver à une question par une voie aussi détournée que celle qu'il sut se frayer. Il suppose avec Fermat, Huygens, et plusieurs autres, qu'un rayon de lumière qui, partant d'un point, va à un autre situé dans un milieu de différente densité, fait toujours ce trajet dans le temps le plus court, et que sa vîtesse dans chaque milieu est en raison réciproque de la densité. Cela étant un rayon de lumière qui traversera un milieu dont

la densité sera différente à chaque couche, se courbera de manière qu'il ira d'un point à l'autre dans le temps le plus court; si donc cette densité est supposée diminuer dans le même rapport qu'un corps accélère son mouvement, c'est-à-dire comme la racine de la hauteur d'où part le corps, la courbe du rayon de lumière sera la même que celle de la plus courte descente. Bernoulli applique à ce problême optique son analyse, et trouve que dans la loi de densité que nous venons de supposer, la trajectoire du rayon de lumière seroit une cycloïde; d'où il conclut que cette courbe sera aussi celle du plus court trajet d'un point à l'autre. Cette seconde solution fut celle qu'il publia. Leibnitz, à qui il communiqua l'une et l'autre, l'engagea par des raisons particulières à tenir la première cachée. Elle n'a vu le jour qu'en 1718, dans le nouveau mémoire que Bernoulli donna à l'académie des sciences, sur le fameux problême des isopérimètres; c'est là qu'on doit recourir, ou à ses Œuvres, tom. II, p. 266.

Tant de voies différentes peuvent conduire à la solution d'un même problême, qu'on ne s'étonnera point que celle de Jacques Bernoulli soit encore différente. Ce savant géomètre se sert de l'observation préliminaire dont nous avons fait usage ci-dessus, savoir que la propriété de la plus courte descente doit non-seulement convenir à un arc quelconque fini de la courbe, mais encore à chacune de ses parties infiniment petites. Deux élémens quelconques de la courbe posés de suite, doivent par conséquent être situés de manière que le corps qui les parcourt en continuant d'accélérer son mouvement, les parcoure dans moins de temps que s'ils eussent eu toute autre position. Bernoulli réduit ainsi le problême au suivant. Deux points, A et B, étant donnés (*fig.* 131), il s'agit de trouver sur l'horizontale DE, qui en est également distante, un point C, tel que AC, étant parcouru avec une certaine vîtesse m, et CB avec une autre n, le temps employé à aller de A en B, soit le moindre qu'il est possible. Ce problême, analogue à celui de la réfraction, est facile. On trouve par le moyen du calcul différentiel, et même sans ce secours, que le sinus des angles ACD, BCE doivent être en raison réciproque des vîtesses avec lesquelles CA, CB sont parcourues. Mais dans l'hypothèse d'une courbe parcourue d'un mouvement accéléré uniformément, ces vîtesses suivent le rapport des racines des hauteurs, comme HA, HD, de sorte qu'il faut que les sinus des angles formés par deux élémens successifs ac, cb de la courbe cherchée, soient réciproquement comme les racines des hauteurs ha, hc, ou des abscisses. Or cela se trouve, avec un peu d'attention, convenir à la cycloïde; d'où il suit que cette courbe est celle qui satisfait

au problême. C'est ainsi que Bernoulli l'aîné procédoit dans sa solution.

Nous ne pouvons pas faire connoître de même les moyens qu'employèrent les autres géomètres qui résolurent aussi ce problême, parce qu'ils n'ont rien laissé transpirer de leur analyse. Neuton, Leibnitz, le marquis de l'Hôpital, se contentèrent de répondre que la courbe demandée par Bernoulli le jeune étoit une cycloïde. Mais ceux qui connoissent la Géométrie savent qu'on n'y devine pas, et que quand on trouve la vérité dans des questions aussi difficiles, c'est qu'on a pris un chemin sûr pour y arriver. Nous savons seulement, à l'égard du marquis de l'Hôpital, qu'il employa dans son analyse un moyen assez semblable à celui dont Bernoulli s'étoit servi pour résoudre les problêmes de la chaînette, de la voilière, &c. Sa solution est aussi fort générale, et il fit une remarque particulière, savoir que dans l'hypothèse de l'accélération en raison de l'espace, le cercle seroit là courbe de la plus courte descente. Mais cette hypothèse est impossible, comme on l'a vu ailleurs.

La considération des mouvemens curvilignes des corps conduit à divers autres problêmes du même genre que le précédent, et qui furent aussi agités entre MM. Bernoulli. On pourroit demander, par exemple, *laquelle de toutes les cycloïdes menées d'un point donné sur l'horizontale, à une ligne verticale, produiroit la chute du corps la plus prompte de ce point à cette verticale*. Cette question fut proposée par Bernoulli l'aîné, à son frère, avec qui il étoit depuis quelque temps en mésintelligence, et ce fut un des premiers actes d'hostilité par lesquels commença la guerre un peu trop vive qu'ils se firent l'un à l'autre. Mais ce que Jacques Bernoulli avoit en vue dans ce défi n'arriva pas ; son frère y satisfit avec facilité, et en effet cette question n'étoit pas de nature à devoir beaucoup l'embarrasser. Il trouva que de toutes ces cycloïdes, celle qui satisfaisoit au *minimum* démandé, étoit celle qui rencontroit la verticale à angles droits. Il résolut même la question bien plus généralement que son frère ne l'avoit proposé, en montrant que quelle que fût la position de la ligne à laquelle le corps devoit aller, la cycloïde qui l'y conduisoit dans le moindre temps étoit celle qui la rencontroit perpendiculairement. Cette solution n'est qu'un corollaire facile de celle d'une autre question qu'il s'étoit proposée sur ces chutes curvilignes dans la cycloïde. En supposant une infinité de cycloïdes de même origine, il avoit recherché quelle courbe terminoit les arcs parcourus dans le même temps, ou la courbe à laquelle arriveroient, dans des temps égaux, tous les corps roulans dans ces cycloïdes. C'est ainsi que si l'on suppose une infinité de plans inclinés, qui ayent leur origine

au même point, et qu'on décrive par ce point un cercle quelconque ayant son diamètre vertical, ce cercle est la courbe à laquelle un corps roulant par un de ces plans quelconques, arrive dans le même temps, de sorte qu'une infinité de corps roulans le long de ces plans inclinés en nombre infinis, formeroient toujours une circonférence circulaire. Bernoulli donna à cette courbe le nom de *synchrone*, nom formé de deux mots grecs, qui expriment cette propriété ; et il trouva qu'elle coupoit à angles droits toutes ces cycloïdes, d'où il est facile de tirer la solution ci-dessus. Car si l'on suppose une synchrone quelconque toucher la ligne donnée de position, ce point de contact sera évidemment celui par lequel doit passer la cycloïde cherchée, et puisque celle-ci coupe perpendiculairement la synchrone, elle coupera de même la ligne donnée à ce point.

Jean Bernoulli ne s'en tint pas là : un problême bien plus difficile que les précédens, est celui-ci. *De toutes les courbes semblables construites sur un même axe horizontal, et ayant le même sommet, quelle est celle dont la portion comprise entre ce sommet, et une ligne donnée de position, est parcourue dans le moindre temps?* Son frère, content de l'avoir indiqué, sembloit n'avoir osé le tenter. Jean Bernoulli en donna la solution, et pour enchérir sur les difficultés de son frère, et l'embarrasser à son tour, il le lui rétorqua avec l'addition d'une nouvelle difficulté. Il n'étoit plus question de courbes semblables, mais seulement du même genre. *Si l'on supposoit, par exemple, une infinité de demi-ellipses construites sur le même diamètre horizontal, et ayant leur axe conjugué dans la verticale quelle seroit celle qui seroit parcourue dans le moindre temps?* M. Jean Bernoulli ajoutoit qu'il en donneroit la solution, si son frère ne la donnoit pas. A la vérité, nous remarquerons qu'il y eut dans ce défi, de la part de Jean Bernoulli, un peu de supercherie, s'il est permis de parler ainsi. On trouve en lisant son commerce épistolaire avec Leibnitz (1), qu'il s'aida des lumières de ce grand homme, et qu'il tenoit de lui l'artifice analytique qui est nécessaire pour la solution de ce problême, savoir une sorte de différentiation que Leibnitz appelloit *de curvâ in curvam ;* ainsi l'on eût pu reprocher à Jean Bernoulli de se faire fort des armes d'autrui. Mais nonobstant ce secours, il ne fut pas plus heureux à embarrasser son frère que celui-ci l'avoit été dans le même dessein. Jacques Bernoulli résolut ce dernier problême, et consigna sa solution dans le Journal des Savans, du 4 août 1698, sous un anagramme dont on trouve l'explication dans ses Œuvres. Il satisfit également à divers

(1) *Leibn. ac Bern. Comm. Phil.* tom. I, p. 319, 330.

autres défis de son frère, comme on peut voir dans les Actes de Leipsick de la même année 1698. C'eût été un spectacle tout-à-fait agréable, que celui de ce combat littéraire, si l'on eût pu oublier que les rivaux étoient frères, ou qu'ils en eussent écarté l'aigreur et la vivacité qu'ils y mirent. M. Saurin a donné quelques années après, dans les Mémoires de l'Académie (1), l'analyse du problême des cycloïdes ou des courbes semblables, analyse que MM. Bernoulli avoient supprimée; mais je ne sache pas qu'on trouve aucune part celle du dernier. Dans la suite, Jean Bernoulli a encore résolu un problême de ce genre, et qui est extrêmement curieux (2). Il suppose que la longueur de la courbe d'un point à l'autre est déterminée, et il demande quelle doit être sa nature, afin qu'elle soit parcourue dans le moindre temps possible. Il assigne, à l'aide de la belle théorie qu'il expose dans son mémoire sur les isopérimètres, l'équation de la courbe cherchée. On voit ici avec plaisir reparoître la cycloïde quand il le faut. Il n'y a qu'à supposer que la longueur donnée entre les points assignés soit celle d'un arc de cycloïde, ayant son origine au point le plus haut, et l'équation générale se transforme en celle de la cycloïde; ce qui confirme la belle propriété de cette courbe d'une manière aussi singulière que satisfaisante.

Voici encore un problême assez curieux, qui fut proposé en France vers le même temps. On suppose un pont-levis attaché par une de ses extrémités à une corde qui, passant par dessus une poulie, va aboutir à un contrepoids; il est question de déterminer *le long de quelle courbe devroit rouler ce contre-poids, afin d'être toujours en équilibre avec le pont-levis dans toutes ses situations.* Ce problême, dont l'utilité dans l'architecture militaire se présente facilement, piqua la curiosité du marquis de l'Hôpital : il en rechercha la solution, et il la trouva. On la lit dans les Actes de Leipsick, de l'année 1695. Bernoulli le jeune fit à ce sujet une remarque curieuse (3). Il observa que la courbe en question n'étoit qu'une épicycloïde. Ainsi il est facile de la décrire par un mouvement continu, et c'est tout ce qu'on pourroit désirer de plus commode, si l'on entreprenoit de réduire cette invention en pratique.

Nous croyons devoir encore donner place ici à un problême intéressant, quoiqu'il ne soit pas précisément du nombre de ceux que nous avons annoncés au commencement de cet article. C'est le problême du solide de moindre résistance. On demande quelle est la courbure qu'il faudra donner à un conoïde de base

(1) Ann. 1707.

(2) *Mémoires sur les isopérimètres. Mémoires de l'académie*, 1718.

(3) *Act. Erud.* 1695.

et de hauteur déterminées, afin que ce solide mu dans un fluide, suivant la direction de son axe, y éprouve une résistance moindre que tout autre des mêmes dimensions. On doit à Neuton l'idée de ce problême : il le résoud comme en passant, dans un endroit de ses *Principes*, en donnant une des propriétés de cette courbe, savoir celle de sa tangente. Mais ce qu'il dit est si concis et si peu développé, qu'il semble avoir voulu laisser presque tout à faire.

Ce motif engagea, vers l'année 1699, M. Fatio, dont nous avons déjà parlé dans cet article, à rechercher une solution analytique de ce problême. Il y parvint, mais par une voie extrêmement embarrassée, et qui le conduit seulement à l'expression du rayon de la développée; et à des secondes différences. Il publia cette solution en 1669, dans un écrit particulier, où il traitoit aussi le problême de la plus courte descente. Un exemplaire de cet écrit ayant été envoyé au marquis de l'Hôpital, il lui parut plus court de rechercher la solution du problême, que de suivre l'auteur dans la route scabreuse et obscure qu'il s'étoit ouverte. L'expression compliquée à laquelle il parvenoit, donnoit d'ailleurs quelques motifs de penser qu'il n'avoit pas pris le vrai chemin. M. de l'Hôpital se mit donc à méditer sur ce problême, et en effet il trouva une solution bien plus simple, de laquelle il tira avec facilité, et la construction de la courbe, et la propriété que Neuton avoit déjà remarquée. Jean Bernoulli, aussi peu satisfait de la solution de M. Fatio, en trouva aussi une autre qui, à la notation près, est la même que celle du géomètre françois. Enfin la facilité avec laquelle ces deux géomètres étoient arrivés à l'équation Neutonienne, et à la construction de la courbe dont nous parlons, excita Fatio à se frayer une route plus facile que celle qu'il avoit d'abord tenue. Il y réussit, et il donna dans les Actes de Leipsick de 1701, une nouvelle solution du problême du solide de la moindre résistance, qu'il déduit avec beaucoup d'adresse du principe de Fermat sur la réfraction. Plusieurs années après, savoir en 1713, il descendit de nouveau dans la lice à la même occasion, et il donna, dans les *Transactions Philosophiques*, un mémoire où il réduit l'équation différentielle du second ordre à laquelle il étoit parvenu en 1699, à celle de Neuton. On l'y voit dire qu'il étoit dès-lors en possession du moyen de faire cette réduction. Mais n'auroit-on pas été fondé à lui demander d'où vient qu'il ne l'employa pas en donnant sa première solution, et pourquoi il a laissé écouler un si long intervalle de temps à la completter ? Ne répondre à une difficulté que quinze ans après qu'elle a été faite, n'est-ce pas une forte présomption qu'on n'avoit pour lors aucune bonne réponse à faire ?

La

La courbe génératrice du solide de moindre résistance a quelques singularités dignes d'être remarquées. Premièrement, elle ne prend point naissance au sommet donné A (*fig.* 132), comme l'on s'y attendroit sans doute ; elle commence toujours à un point B, éloigné du point A d'une certaine quantité AB, qui dépend du rapport des lignes CA, CD ; et c'est seulement la résistance sur la partie convexe que forme la courbe BD dans sa circonvolution, qui est la moindre qu'il soit possible ; celle qu'éprouveroit la partie plane, ou le cercle dont AB est le rayon, n'y est point comprise. Cela doit nous apprendre qu'il n'y a point de courbe joignant le point A et le point D, qui puisse être douée de la propriété que nous demandons ; c'est à peu près ainsi que, lorsqu'on a recherché la courbe isochrone (1), l'analyse s'est en quelque sorte obstinée à ne la point faire commencer au sommet qu'on lui avoit désigné, ou au commencement de la chute, mais à une certaine distance de ce point.

En second lieu, la courbe dont nous parlons a en B un point de rebroussement, c'est-à-dire qu'à ce point B prend naissance une autre branche B*d*E, faisant, de même que la première avec la ligne AB prolongée, un angle de 30°, et tournant sa concavité à cette ligne, ou au fluide qu'elle doit choquer. Ceci pourra surprendre quelques lecteurs, qui auront de la peine à concevoir comment une surface qui présente au fluide sa concavité, peut éprouver moins de résistance que tout autre renfermée entre les mêmes termes. Mais qu'on y réfléchisse un peu attentivement, et l'on verra le dénouement de cette difficulté. Il importe peu que l'endroit où cette surface éprouve le choc le plus fort dans la direction de l'axe, soit le plus voisin du sommet, comme dans la figure convexe, ou le plus éloigné, comme dans la concave, pourvu que la somme de tous les chocs soit la moindre qu'il est possible.

Neuton, remarquant sans doute l'inconvénient du solide ci-dessus, qui ne jouit de la propriété de la moindre résistance qu'en n'ayant aucun égard au choc du fluide contre la partie plane, a recherché quelle inclinaison doivent avoir les côtés d'un tronc conique, de base et de hauteur donnée, afin qu'en comptant le choc du fluide sur la base antérieure, la résistance totale soit la moindre possible (2). Il a trouvé qu'il falloit pour cet effet diviser CA en 2 également, en O (*fig.* 133), et qu'en faisant $OG = OD$, le point G étoit celui où devoient converger les côtés de ce cône, de manière que ce n'est point le cône

(1) Voyez le commencement de cet article.

(2) *Princip.* liv. II. sect. 7.

ayant le sommet au point A, qui éprouve la moindre résistance, mais le solide que nous venons de décrire. Ceci n'a rien qui doive nous étonner : on doit sentir facilement qu'on peut davantage gagner par l'obliquité et le raccourcissement des côtés du cône, qu'on ne perd par l'addition de la petite partie plane BE; et c'est ce qui arrive dans le cas présent. Il en arrive, à certains égards, de même au triangle comparé au trapèze (*fig.* 134). Si la base FD est plus grande que la hauteur CA, le triangle FAD n'est plus celui qui éprouveroit la moindre résistance : c'est le trapèze, dont les côtés inclinés DB, FE iroient à leur rencontre former un angle droit, ou qui sont inclinés au fluide d'un angle de 45°.

A l'imitation du problême du solide de la moindre résistance, on pourroit avoir l'idée de rechercher quelle ligne sur une base et un axe donné, formeroit la figure plane, qui mue dans la direction de son axe, éprouveroit par ses côtés la moindre résistance. Je ne puis dissimuler que, l'ayant recherché analytiquement, j'ai été fort surpris, et comme fâché de trouver que ce n'étoit qu'une ligne droite; mais j'en ai vu depuis la raison. Elle est renfermée dans ce que nous venons de dire sur le trapèze, ou le triangle de moindre résistance. Les côtés exposés à l'impulsion du fluide devant toujours faire avec l'axe un angle de 45°, cette situation, qui est constante, montre que tous les élémens de la ligne cherchée doivent être placés de même, et par conséquent former par leur continuité une ligne droite.

Nous devons à M. Bouguer de savantes recherches sur le problême dont nous venons de nous occuper (1), et elles sont d'autant plus intéressantes, que ce savant académicien s'est attaché à le considérer relativement à la navigation. A l'envisager de ce côté-là, le solide ci-dessus n'est qu'une curiosité mathématique : car outre qu'il ne possède la propriété de la moindre résistance qu'en faisant abstraction de celle qu'éprouve la portion plane qu'il a au sommet, de bonnes raisons ne permettent pas de former une proue de vaisseau en conoïde sur une base demi-circulaire. Cette base, qui est la principale coupe du navire perpendiculairement à sa longueur, doit avoir une autre forme. Cela a donné lieu à Bouguer de rechercher la solution de cet autre problême (1), savoir de couvrir une base curviligne donnée, d'une surface conoïdale qui éprouve le moindre choc possible de l'eau qu'elle fend. M. Bouguer résoud aussi, à cette occasion, plusieurs questions dont l'objet

(1) *Traité du navire*, liv. III, sect. 5.
(2) *Mem. de l'Acad.* 1733. *Traité du navire.* Ibid.

est d'allier, autant qu'il se peut, la moindre résistance de la proue avec diverses qualités nécessaires au vaisseau. Mais la nature de notre plan ne nous permet pas d'entrer plus avant dans ces considérations. Il nous suffira de renvoyer le lecteur à l'excellent ouvrage que nous avons cité.

VIII.

Si l'étendue considérable à laquelle ce livre s'est déjà accru ne nous imposoit pas la loi d'y mettre fin, ce seroit ici le lieu de parler de la fameuse question que Leibnitz éleva en 1686, sur la mesure de la force des corps en mouvement. Mais nous ne pourrions la traiter avec un peu de satisfaction pour le lecteur mathématicien, sans passer bientôt au-delà des bornes que l'abondance de notre matière nous prescrit. D'ailleurs, quoique l'origine de cette question célèbre doive être rapportée vers la fin du siècle passé, c'est surtout dans celui-ci qu'elle a été vivement agitée, et qu'elle a occasionné l'espèce de guerre civile qu'on a vu régner pendant quelque temps parmi les mécaniciens. Ce motif, joint à la considération précédente, nous a portés à en différer l'histoire jusqu'à ce que nous ayons atteint cette dernière époque. C'est pourquoi nous allons terminer ce livre en donnant une idée des travaux de divers mécaniciens célèbres, dont nous n'avons eu encore aucune occasion de faire mention.

L'Angleterre nous offre plusieurs de ces mécaniciens dignes de trouver place ici. Tels sont les lords Brouncker et Morai, le chevalier Petty, auteur de quelques vues nouvelles et ingénieuses sur la perfection de la navigation et des voitures à roue (1); le marquis de Worcestre, auteur du livre intitulé : *Century of inventions*, parmi lesquelles se trouve entr'autres l'ébauche de la machine à feu, depuis exécutée par Savery, et dont nous parlerons ailleurs plus au long; le docteur Robert Hook, et le chevalier Wren. Mais nous nous arrêterons uniquement à ces derniers. Il seroit difficile de trouver un homme doué d'un génie plus heureux et plus fécond en Mécanique, que le docteur Hook. Cet homme célèbre naquit à Freshwater, le 16 juillet 1638, vieux style. Moins favorisé du côté de la fortune que de celui du génie, il fut obligé, pour faire ses études, d'entrer dans un des colléges d'Oxford, en qualité d'écolier servant. Il ne tarda pas à se faire avantageusement connoître au docteur Seth Ward, alors professeur à Oxford,

(1) *Trans. Phil.* n°, 161, et *Hist. de la société royale.*

et aux autres fondateurs de la société royale, dans laquelle il fut admis en 1661. Le chevalier Cutler voulant fonder une chaire de Mécanique, crut ne pouvoir mieux la remplir qu'en engageant M. Hook à l'accepter. De là vient le nom de *Lectiones Cutlerianae*, que porte le recueil d'excellentes leçons qu'il dicta dans cette chaire. M. Hook fut aussi professeur d'Astronomie à Gresham. Il mourut le 3 mars 1703, vieux style. Voici ses divers ouvrages par ordre de dates : *Micrographia*, 1665, *in-fol.* *An attempt to prove the motion of the earth.* 1674, *in-4°.* *Animadv. in Mach. cœl. Hevelii*, 1674, *in-4°.* *Lect. Cutlerianae*, 1679, *in-4°.* M. Waller a publié, en 1705, ses Œuvres posthumes (en anglois, 1 vol. *in-fol.*) avec sa vie, à laquelle nous renvoyons le lecteur.

Le détail des inventions et des vues nouvelles du docteur Hook seroit d'une prolixité extrême ; les lecteurs doivent recourir à ses écrits nombreux, qui justifieront l'éloge qu'on vient d'en faire. Nous nous bornerons ici à un trait de sa sagacité : c'est l'application du ressort à régler le mouvement des montres. Cette invention si heureuse, et qu'on attribue ordinairement à M. Huygens, me paroît légitimement revendiquée par M. Hook. On trouve effectivement dans l'Histoire de la société royale de Londres (1), parmi les titres d'écrits présentés à cette société avant qu'elle publiât ses *Transactions*, on en trouve, dis-je, quelques-uns qui concernent évidemment cette application. Or cette histoire parut en 1668, plusieurs années avant qu'il fût question en France de rien de semblable. M. Hook fit, dit-il (2), cette découverte dès l'année 1660, et il la communiqua à MM. Brouncker et Morai, comme un échantillon de quelques inventions dont il disoit être en possession, et qui devoient lui donner la solution du fameux problême des longitudes ; mais ne s'étant pas accordé avec ces messieurs sur les articles de l'espèce de société qu'ils devoient contracter entr'eux, il n'a jamais voulu dévoiler son secret, et il l'a emporté avec lui. Nous remarquerons encore que, lorsque Huygens publia, en 1674, cet usage du ressort, Hook en fut très-indisposé. Il intenta au secrétaire de la société royale (M. Oldembourg), un vif procès, l'accusant de prévarication, et de faire part aux savans étrangers des découvertes dont les registres de la société royale étoient les dépositaires ; mais il n'étoit pas besoin que Oldembourg commît cette indiscrétion, pour que l'invention dont nous parlons transpirât, puisque le livre cité plus haut parut en françois dès l'année 1669, et peut-être fut-ce là que Huygens et l'abbé de Hautefeuille, qui lui disputa en justice règlée cette

(1) Part. II, ch. 36.

(2) *Lect. on the Spring.*

découverte, en puisèrent la première idée. D'ailleurs Huygens avoit déjà été à diverses reprises en Angleterre, et il est à présumer que dans les séjours qu'il y fit, il s'y informa avec soin des inventions des savans du pays. Quant à ce que dit M. Waller, qui dans la vie de Hook lui attribue aussi l'usage de la cycloïde, pour rendre le mouvement du pendule parfaitement égal, cela n'est point fondé. Il n'y a rien dans l'ouvrage dont s'appuye M. Waller, savoir les remarques de Hook sur la *Machina Celestis* d'Hevelius, qui favorise cette prétention : il s'y agit seulement du pendule circulaire, qui semble encore pouvoir être revendiqué à Hook. A la vérité, parmi les titres d'écrits cités plus haut, il en a un qui a trait à cette application de la cycloïde. Mais il est probable que cet écrit est de Huygens lui-même, qui étoit membre de la société royale, et qui fut à Londres en 1665 ; d'ailleurs nous sommes fondés à penser que Hook n'étoit pas assez profond géomètre pour faire une découverte de cette nature.

Voici encore deux remarques curieuses que nous fournit le chapitre du livre cité ci-dessus. Nous y trouvons la première idée de l'octant anglois, dont se servent aujourd'hui tous les marins un peu jaloux de l'exactitude, pour prendre les hauteurs en mer. On y rencontre aussi celle du soufflet centrifuge du docteur Desaguliers ; elle y paroît sous ce titre : *Instrument nouveau pour former un jet d'eau en tournant en rond une aîle mobile dans le creux d'un tuyau cylindrique fermé* ; mais nous ignorons quel des membres de la société royale en est l'auteur. Cette machine fut de nouveau proposée avec diverses autres inventions ingénieuses, par le docteur Papin, professeur à Marpurg, dans un ouvrage intitulé : *Fasciculus Dissert. Mechan.* (*Lips.* 1689), et elle l'a été encore depuis à diverses reprises, entr'autres en 173.., par M. Dupui, qui lui donnoit l'avantage sur toutes les autres machines propres à élever de l'eau. Un homme célèbre par son imagination (le P. Castel) en fit dans le temps les éloges les plus pompueux. Pour les apprécier au juste, il faut lire l'examen que M. Desaguliers a fait de cette machine dans son *Cours de Physique expérimentale*, ou plutôt *de Mécanique*.

Le chevalier Christophe Wren jouissoit vers le même temps de la plus grande réputation, non-seulement comme géomètre et astronome, mais comme mécanicien ; et quoique nous en ayons parlé plusieurs fois, nous ajouterons ici quelques nouveaux traits au tableau de ce que lui doivent les sciences. Wren naquit à Londres en 1632. Il n'est aucune partie des mathématiques où il n'ait brillé, et il a fait dans la plupart de belles et curieuses découvertes. On se contentera de rappeller ici celles qu'il fit,

en 1658, sur la cycloïde, à l'occasion des problêmes de M. Pascal. Il fut fait en 1658 professeur d'astronomie au collége de Gresham, d'où il passa en 1660 à Oxford. Mais ses talens pour l'architecture le placèrent bientôt sur un théâtre plus brillant. Charles II le nomma adjoint au chevalier Denham, intendant de ses bâtimens, et après la mort de ce chevalier, Wren lui succéda. L'Angleterre lui doit quantité de beaux édifices, entr'autres St.-Paul de Londres, la seule basilique dans le monde chrétien qui approche de St.-Pierre de Rome. Mais le morceau de prédilection du chevalier Wren est son clocher de *St Mary the bows* (Ste.-Marie-aux-Arcs), l'un des plus hardis et des plus heureux morceaux en ce genre, écueil de tous les architectes. Cet homme rare, et néanmoins d'une modestie singulière, et même excessive, mourut en 1723, et fut enterré à St.-Paul. Je ne connois en mathématiques qu'un seul ouvrage de lui, imprimé à part, et qui est une production de sa jeunesse. Il est intitulé : *Tractatulus ad periodum jul. spectans, &c.* 1651.

Le chevalier Wren ne s'est pas seulement distingué parmi les mécaniciens par la découverte des lois du choc, à laquelle il eut part avec Huygens et Wallis ; l'historien de la société royale fait encore une longue énumération de ses autres inventions ou recherches mécaniques. De ce nombre sont une théorie générale des mouvemens ; diverses recherches sur la résistance des fluides aux corps qui les traversent, sur la construction des vaisseaux, sur l'action des rames, des voiles, &c. ; plusieurs machines ingénieusement imaginées pour former des verres de figure hyperbolique, entr'autres une dont on lit la description dans les *Trans. Phil.* nº 59, et qui est fondée sur une propriété remarquable de l'hyperbole ; de curieuses observations sur le mouvement des pendules, et des idées assez analogues à celles du docteur Hook, sur la cause mécanique du mouvement des corps célestes ; une multitude d'instrumens nouveaux, soit optiques, soit astronomiques, comme sa machine pour dessiner un paysage ou une figure quelconque, sans avoir la moindre teinture du dessein, et qui est décrite dans les *Transactions*, nº. 60. Je ne dis rien d'une foule de vues nouvelles concernant la perfection de diverses branches de la physique, parce que ceci n'entre pas dans notre plan. Le chevalier Wren, élevé à la place d'intendant général des bâtimens royaux, tourna ses vues du côté de la partie mathématique de l'architecture ; et profond comme il l'étoit dans la Géométrie et dans la Mécanique, il enrichit cet art de diverses découvertes utiles. C'est du moins ce que l'on peut conjecturer d'après la haute réputation qu'il se fit, pour la solidité et la hardiesse de ses édifices. Mais les occupations de sa place ne lui ont pas permis de

développer tant de choses intéressantes, de sorte que tout ce que l'on sait de ses inventions se réduit presque à l'indication générale et stérile qu'on a vue ci-dessus. Cela suffit néanmoins pour nous faire entrevoir combien cet homme célèbre eût enrichi la Mécanique, s'il eut eu le loisir de se livrer à son génie, et à son goût pour cette science.

Pendant que l'Angleterre cultivoit la Mécanique avec ces succès, la France ne montroit pas moins de zèle à hâter les progrès de cette partie des Mathématiques, si utile et si importante. On voit figurer dans cette carrière MM. Blondel, Roberval, Perrault, Roemer, Mariotte, Varignon, de La-Hire, Amontons, &c. Ils nous fourniroient chacun la matière d'un article particulier; mais pour abréger, nous inviterons le lecteur à parcourir l'Histoire de l'académie des sciences avant son renouvellement, et l'on ne fera ici mention que de ceux qui se sont illustrés par quelque ouvrage ou quelque invention célèbre.

On fait honneur d'une invention de ce genre au fameux M. Roemer, Danois de naissance, mais alors habitué en France. Elle consiste dans l'ingénieuse idée de former en épicycloïde les dents des roues qui lèvent ou qui abaissent des leviers pour mouvoir de grands poids, comme dans les machines hydrauliques et autres. On s'étoit, il est vrai, déjà avisé de contourner ces dents en lignes courbes; un certain instinct mécanique avoit appris qu'il falloit qu'elles eussent cette forme pour procurer à la puissance une action plus égale, et par-là plus avantageuse sur le fardeau à enlever; car M. de La-Hire nous parle, dans son *Traité des épicycloïdes*, d'une machine exécutée de cette manière à quelques lieues de Paris, par Desargues. Mais on ignore quels principes ce géomètre avoit suivis dans la description de la courbure de ces dents; Roemer découvrit que ce devoit être celle d'une épicycloïde. Il fit, à ce que nous conjecturons, cette utile remarque dans un écrit sur les roues dentées, qu'il lut en 1675, et dont parle l'historien de l'académie. Long-temps après, savoir en 1695, M. de La-Hire a revendiqué cette invention. Il dit, dans la préface du Traité cité ci-dessus, qu'il l'avoit trouvée vers l'an 1674, et qu'il l'avoit alors communiquée à MM. Auzout, Mariotte et Picard, à qui elle plut beaucoup. Nous ne prononcerons point entre l'un et l'autre; nous remarquerons seulement que, suivant le témoignage de Leibnitz (1), la prétention de La-Hire n'est pas fondée. Leibnitz assure que durant son séjour à Paris, M. Roemer passoit parmi les savans, et entr'autres auprès de M. Huygens, pour l'inventeur de cet usage de l'épicycloïde, et qu'il n'étoit point question de La-Hire.

(1) *Leib. et Bern. comm. epistol.* tom. II, p. 178.

M. Mariotte, déjà recommandable pour avoir été un des premiers qui ayent introduit en France la Physique expérimentale, l'est aussi par divers écrits très-utiles sur la Mécanique. On met dans ce rang son *Traité de la Percussion*, où il établit, et par le raisonnement, et par des expériences heureusement imaginées, les vraies lois du choc des corps, trouvées récemment, et proposées pour la plupart sans démonstration. On doit encore lui savoir bien du gré de son *Traité du mouvement des eaux*. C'est un ouvrage si connu, que cela nous dispense d'en rien dire. Ce physicien et mécanicien étoit né à Dijon, ou aux environs; la date de sa naissance n'est pas connue. Il entra dans l'académie des sciences fort peu après son institution, et il mourut au mois de mai 1684. Ses Œuvres, qui contiennent de fort bonnes choses, surtout en Mécanique expérimentale, ont été recueillies en 2 volumes *in*-4°., qui parurent à la Haye en 1717, et de nouveau en 1740.

Il est peu de mathématiciens qui aient autant travaillé que Varignon sur la théorie de la Mécanique, et c'est surtout par ses travaux en ce genre qu'il s'est illustré. Il porta dans cette science cet esprit de généralité qui le caractérise; il en simplifia divers principes, et résolut quantité de questions qui n'avoient point encore été traitées. Une foule de mémoires insérés parmi ceux de l'académie, justifient ce que l'on vient de dire. Ils concernent principalement la doctrine du mouvement, soit uniforme, ou varié suivant une loi quelconque, soit se passant dans le vuide ou dans un milieu résistant. Cette matière y est traitée avec une grande généralité; mais, qu'on nous permette de le dire, avec une prolixité excessive dans les détails et les exemples. Il seroit trop long d'indiquer les sujets des autres mémoires : nous nous bornerons à quelques lignes sur l'ouvrage que Varignon publia en 1687, sous le titre de *Projet d'une nouvelle mécanique*. Ce livre, avec justice fort estimé des mécaniciens, lui fit beaucoup d'honneur, à cause de l'universalité qui y règne. On y trouve toute la Statique déduite d'un principe unique et très-lumineux. Ce principe, depuis si connu et si employé, se réduit à ceci. *Lorsque les puissances* A, B, C (*fig.* 135), *tirant chacune de leur côté, se font équilibre autour d'un point* D, *elles sont entr'elles respectivement comme les deux côtés* GD, DF, *et la diagonale* ED *du parallélogramme fait dans l'angle des directions de deux, et ayant son angle* E *dans la direction de la troisième* CD, ou bien chacune de ces puissances est proportionnelle au sinus de l'angle formé par les directions des deux autres. Varignon employe avec succès ce principe réellement fécond et commode, pour résoudre un grand nombre de questions mécaniques d'une manière nouvelle. Au reste, nous avons

avons déjà observé, et la justice l'exigeoit, que ce principe avoit été mieux qu'entrevu par Stevin, mécanicien digne d'une plus grande célébrité, et qui écrivoit, près d'un siècle auparavant, une mécanique nouvelle très-estimable, et fort supérieure à ce qu'on pouvoit attendre de son temps. Il faut encore remarquer que le principe ci-dessus n'est proprement que celui de la composition du mouvement connu dès long-temps, et étendu à l'équilibre. Car le mouvement actuel cessant, dégénère en une simple pression, et il est évident que ce qui est vrai du mouvement, doit l'être aussi de la pression. Quand on considère ces choses, il n'y a plus lieu d'être surpris que le P. Lami ait eu vers le même temps des idées assez semblables (1); et les soupçons de plagiat qu'éleva contre lui un journaliste peuvent n'être pas fondés. Quoi qu'il en soit, c'est avec justice que les mécaniciens venus après M. Varignon semblent lui avoir déféré la principale part à l'invention de ce principe, en l'appellant par un accord presque universel, le principe de M. Varignon. Quant à la *Nouvelle Mécanique* annoncée par le livre dont on a parlé ci-dessus, elle n'a vu le jour qu'après sa mort, en 1725 (2 vol. *in*-4°.). On pourroit y trouver à redire le défaut ordinaire à son auteur, savoir d'être intarissable sur les exemples, et d'envier en quelque sorte à ses lecteurs le plaisir de trouver un seul cas qui lui ait échappé.

Varignon (Pierre) étoit né à Caen, en 1654. La vue d'un Euclide, qu'il rencontra par hasard dans le temps qu'il étudioit en philosophie, le tourna du côté de la Géométrie. Il passa de là à l'analyse de Descartes, qui le confirma dans son goût pour les mathématiques, et dans le dégoût qu'il avoit conçu pour la philosophie de son temps. Il vint en 1686 à Paris, avec l'abbé de Saint-Pierre, qui lui fit une pension de 300 livres. Son *Projet d'une nouvelle Mécanique*, qu'il publia en 1687, lui valut l'entrée de l'académie, et une chaire au collége Mazarin. M. Varignon fut des premiers qui goûtèrent la nouvelle Géométrie, appellée des *infiniment petits*, et il la défendit avec grand succès contre Rolle et ses autres ennemis. Ce savant mathématicien mourut au mois de décembre 1722. Outre les ouvrages et les écrits dont nous parlons dans cet article, on a de lui une *Nouvelle explication de la pesanteur* (*Paris*, 1695), qui ne me paroît guère heureuse, et des *notes* posthumes *sur l'analyse des infiniment petits* de M. de l'Hôpital (*Paris*, 1724, *in*-4°.). Voyez son éloge dans l'Histoire de l'académie, de l'année 1723.

MM. de La-Hire et Amontons sont aussi du nombre de ceux

(1) Voyez la lettre du P. Lami à M. Dieulamant. *Journal des savans*, 1687.

qui ont utilement servi la Mécanique vers la fin du siècle passé. On leur doit à l'un et à l'autre des observations importantes sur la force des hommes et des chevaux, le temps qu'ils peuvent travailler, la vîtesse avec laquelle ils peuvent se mouvoir suivant l'effort qu'ils ont à exercer (1), et diverses autres observations semblables, élémens nécessaires pour juger de la possibilité et de l'effet d'une machine. On a outre cela de La-Hire un *Traité de Mécanique* estimé dans son temps (2), et qui a été inséré dans le recueil des ouvrages autrefois adoptés par l'académie. On y remarque une démonstration neuve et très-ingénieuse de la proposition fondamentale de l'hydrostatique, savoir que les fluides pèsent sur leurs bases en raison de leurs hauteurs, et non de leurs masses; et il a sur les autres livres de Mécanique l'avantage de traiter quantité de questions de ce genre, intéressantes et profondes. Remarquons cependant, en faveur de quelques lecteurs, qu'un peu trop de précipitation a quelquefois induit M. de La Hire en erreur. On en a un exemple dans la démonstration de l'isochronisme de la cycloïde, qu'on lit dans ce livre; elle n'est qu'un vrai paralogisme, de même que la solution du problême de la courbe d'un rayon de lumière traversant un milieu inégalement dense, qu'il a donnée dans les Mémoires de l'académie, de 1702.

M. Amontons a le premier jetté quelque jour sur une théorie très-importante de la Mécanique, savoir celle des frottemens; mais nous nous bornons à indiquer ici ces principes de Mécanique-pratique, nous proposant de traiter ce sujet avec plus d'étendue dans la partie suivante de cet ouvrage.

Je n'ai plus à parler que de deux mécaniciens, qui mettront fin à cet article; ils sont tous les deux Italiens. L'un est Jean-Alphonse Borelli, fort connu par ses divers ouvrages mathématiques, et surtout par celui *De motu animalium* (3). Ce livre eut un grand succès, et en effet son auteur y déploye beaucoup d'art et de sagacité dans l'examen qu'il fait du mécanisme du corps humain, et dans les conjectures qu'il forme sur les vues différentes du créateur dans l'arrangement et le rapport des parties de cette merveilleuse machine. Un précis de quelques endroits choisis de ce livre seroit extrêmement curieux; mais, à notre grand regret, nous sommes contraints de le supprimer. Cet ouvrage, au reste, n'est pas entièrement exempt de mé-

(1) *Mem. de l'acad.* 1699 et 1705.

(2) *Paris*, 1695, *in-4°.*

(3) Joa. Alph. Borelli, &c. *De motu animalium, opus posthumum duabus partibus constans, quarum prima de motionibus conspicuis animalium nempe externarum partium et artuum flexionibus, et tandem de gressu, volatu, natatu et eorum annexis. Romae*, 1681, *in-4°. Pars altera in qua de causis motus musculorum*, &c. Ibid. 1682, *in-4°.*

prises : quoique habile homme, Borelli a quelquefois contredit certains principes de Mécanique qu'il croyoit ne pouvoir concilier avec les faits (1), et cela l'a entraîné dans quelques erreurs. Cet ouvrage de Borelli, celui où il a étalé plus de génie, parut pour la première fois à Rome, en deux parties, l'une et l'autre posthumes, dont la première vit le jour en 1681, et la seconde en 1682, *in-4°.*; la seconde est plus physiologique que mécanique. Elles furent réimprimées à Leyde en 1685. Il y en a eu en 1743 une nouvelle édition à la Haye, en deux volumes, qui est accompagnée de notes de M. Jean Bernoulli, ce qui la rend précieuse.

Dominique Guglielmini s'est rendu célèbre par des travaux d'un autre genre. L'extrême importance dont est en Italie la conduite des eaux et la direction des fleuves, lui fit tourner ses vues de ce côté; et ses réflexions sur ce sujet ont donné naissance à deux ouvrages justement réputés pour fondamentaux dans ces matières. L'un est son Traité *De aquarum fluentium mensurâ*, où il traite savamment tout ce qui a rapport à l'écoulement des eaux. L'habileté dont il fit preuve par cet ouvrage lui valut, outre l'honneur d'être chargé de plusieurs commissions importantes, une distinction flatteuse de la part de sa patrie. Bologne créa en sa faveur une nouvelle chaire, qu'on appella d'Hydrométrie. Ce fut pour lui un nouvel engagement de continuer ses recherches dans ce genre, et il publia en 1697 la première partie de son célèbre livre *Della natura de' fiumi*, dont la seconde parut en 1712, après sa mort. Cet ouvrage, plus original que le premier, est rempli d'une multitude de vues nouvelles, non moins ingénieuses qu'utiles; il est digne enfin d'être médité par tous ceux qui, soit par goût, ou par l'obligation de leurs places, cultivent cette partie de l'Hydraulique. Nous tâcherons de justifier cet éloge dans la partie suivante de cette histoire, par un précis de ces vues intéressantes.

(1) Voyez le projet d'une nouvelle mécanique, de M. Varignon.

Fin du septième Livre de la quatrième Partie.

NOTES

DU

SEPTIÈME LIVRE.

NOTE *A*.

Sur la détermination des centres d'oscillation.

Nous ferons sans doute plaisir à ceux qui cherchent à s'instruire, de développer davantage cette analyse. Pour cet effet, que A, B, C, &c. (*fig.* 111) soyent les poids suspendus à des distances a, b, c, &c. de l'axe de suspension, que x soit la distance cherchée du centre d'oscillation O, et y le sinus verse de l'arc qu'il décrit dans une demi-vibration, ou la hauteur dont il tombe. Les sinus verses des arcs décrits par les poids A, B, C, &c. dans le même temps, seront évidemment $\frac{ay}{x}$, $\frac{by}{x}$, $\frac{cy}{x}$, &c. Qu'on multiplie chaque poids par la hauteur dont il tombe, ou par le sinus verse de l'arc qu'il décrit, et qu'on divise la somme des produits par la somme des poids, ce sera la hauteur dont sera tombé le centre de gravité dans une demi-vibration; mais on trouvera pour cette hauteur $\frac{(Aa+Bb+Cc, \&c.)y}{(A+B+C)x}$.

Supposons présentement ces poids libres du lien qui les assujétissoit à se mouvoir ensemble; le centre d'oscillation O jouissant par sa nature de toute sa liberté, la hauteur à laquelle il s'élèvera, en remontant ou achevant son autre moitié d'oscillation, sera le sinus verse y de l'arc qu'il a parcouru en tombant. Mais chacun des autres poids étant libre, s'élèvera à une hauteur qui sera à celle du point O, comme le quarré de sa vitesse acquise est à celle du point O, c'est-à-dire qu'on aura cette proportion à l'égard du poids A; comme le quarré de la vitesse du point O, qui est yy (puisque la hauteur dont il est tombé est y), est au quarré de la vitesse du point A, qui est $\frac{aayy}{xx}$ (puisque la hauteur dont il est tombé est $\frac{ay}{x}$; ainsi y, hauteur à laquelle remontera le centre d'oscillation, ou y est à la hauteur à laquelle remontera le poids A; ce qui donnera pour cette hauteur $\frac{aay}{xx}$; on trouvera de même pour le poids B, $\frac{bby}{xx}$, et ainsi pour les autres. Ainsi en multipliant chaque poids par la hauteur à laquelle il parviendroit, et ajoutant ces hauteurs ensemble, et divisant cette somme par la somme des poids, on aura $\frac{(Aaa+Bbb+Ccc)y}{(A+B+C)xx}$ pour la hauteur à laquelle s'élèvera le centre de gravité de tous ces poids remontans chacun librement avec sa vitesse acquise; or cette hauteur est, par le principe de M. Huygens, égale à celle dont est tombé

le centre de gravité des poids liés à la verge. Ainsi, égalant ces deux expressions, on trouvera finalement $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc, \&c.}{Aa + Bb + Cc}$ &c. ; d'où il suit qu'il faut, dans le cas en question, multiplier chaque poids par le quarré de sa distance au point de suspension, et en faire une somme, la diviser ensuite par la somme des produits de chaque poids, par sa distance ; le quotient donnera la distance du point O d'oscillation au point de suspension S, ou la longueur du pendule simple isochrone, au pendule composé des poids A, B, C, &c. disposés à différentes distances de ce point de suspension.

NOTE *B.*

Quelques exemples de calcul des centres d'oscillation.

Depuis l'invention des nouveaux calculs, il n'est plus question des solides et des onglets cylindriques, dont la considération étoit nécessaire à Huygens pour déterminer les centres d'oscillation des différentes figures. Le calcul intégral en affranchit, et fournit des méthodes commodes qui ne surchargent point l'imagination, comme faisoit la méthode d'Huygens.

Ces formules sont faciles à déduire de la règle générale démontrée de tant de manières dans l'article III. Que l'abscisse d'une figure, prise du point de suspension, soit x et y, son ordonnée, $y\,dx$ sera son élément, et par conséquent le ponduscule à multiplier par le quarré de la distance à l'axe de suspension ; ainsi $xxy\,dx$ sera ce produit, et la somme de tous les produits semblables, savoir S. $xxy\,dx$, divisée par la somme des momens, ou S. $xy\,dx$ sera la distance du centre d'oscillation, savoir quand la figure oscille *in planum*.

Car si elle oscilloit *in latus*, cette formule seroit, d'après ce qu'on a dit plus haut, $S(xx + \frac{1}{3}yy)\,y\,dx$. Le tout divisé comme à l'ordinaire par la somme des momens, $S\,xy\,dx$.

Qu'on ait enfin un solide de circonvolution, et que x étant l'abscisse ; y soit l'ordonnée de la figure génératrice, on trouvera pour la formule de son centre d'oscillation S. $(xx + \frac{1}{4}yy)\,y^2\,dx$, divisé encore par la somme des momens qui est ici S. $xy^2\,dx$.

Lors donc qu'on aura l'équation de la figure proposée, c'est-à-dire, la valeur de y en x, il n'y aura qu'à la substituer à la place de y, et l'intégrale du numérateur qui se trouvera toute en x et dx, étant trouvée, et étant divisée par celle du dénominateur, donnera la distance du centre d'oscillation au point de suspension. En voici quelques exemples.

Soit une ligne droite a suspendue par une de ses extrémités, le ponduscule sera seulement dx; ainsi S. $x^2\,dx$ sera $\frac{1}{3}x^3$. Mais $S\,x\,dx$, somme des momens, est $\frac{1}{2}x^2$. La première intégrale divisée par la seconde, est $\frac{2}{3}x$, d'où il suit que ce sera pour la ligne entière a, $\frac{2}{3}a$; ainsi le centre d'oscillation d'une ligne droite suspendue par son extrémité, est au deux tiers de sa longueur ; et ce sera la même chose d'un rectangle balançant à l'entour d'un de ses côtés a, l'autre étant b; car alors le ponduscule $y\,dx$ sera $a\,dx$, a étant ce côté.

Que le point de suspension soit à une distance c hors de la ligne, alors l'expression S. $x^2y\,dx$ deviendra S. $\overline{c+x}^2\,y\,dx$, c'est-à-dire, S. $c^2y\,dx + 2$ S. $cxy\,dx +$ S. $x^2y\,dx$, ce qui se réduira S $c^2\,dx + 2$ S. $cx\,dx +$ S $x^2\,dx$, $= c^2x + cx^2 + \frac{1}{3}x^3$. De même S. $xy\,dx$ deviendra S. $(c\,dx + x\,dx) = cx + \frac{1}{2}x^2$. La première étant divisée par la seconde, et faisant $x = a$, on aura

Prenons pour exemple une des sections coniques, telle que l'ellipse, en supposant que le centre des forces est un de ses foyers. Soit en conséquence la demi-ellipse ADB (*fig.* 117 *bis.*), dont le demi-grand axe CA soit a; le demi-petit axe $CD = b$; S le foyer où tend la force centrale, et $SC = c =$ (par la propriété connue de l'ellipse) à $\sqrt{(aa - bb)}$. Enfin soit SP le rayon vecteur r, et un autre rayon vecteur infiniment proche Sp, dont la différence Pq avec le premier sera dr. En nommant l'abscisse $CQ = x$, on trouve par la propriété de l'ellipse, SP ou $r = \frac{a^2 + cx}{a}$, d'où l'on tire $x = \frac{ar - a^2}{c}$; $dx = \frac{a\,dr}{c}$; $dx^2 = \frac{a^2\,dr^2}{c^2}$.

Mais le petit arc Pp, ou la différentielle de l'arc d'ellipse, dont a et b sont les demi-axes est, comme l'on sait, $\frac{dx\sqrt{(a^4 - c^2x^2)}}{\sqrt{(a^4 - aax^2)}}$; ce qui, en substituant à dx et x^2, leurs valeurs ci-dessus trouvées en dr et r, donne pour la valeur de $ds^2 = \frac{dr^2 \times (2ar - rr)}{2ar - rr - bb}$.

Maintenant si de cette quantité on ôte $Pq^2 = dr^2$, on aura la valeur de dz^2, ou $Pq^2 = \frac{bb\ dr^2}{2ar - rr - bb}$, ce qui est l'équation qui a lieu dans l'ellipse entre des ordonnées convergentes à son foyer S, et l'angle qu'elles font avec l'axe.

C'est de cette expression et de la formule ci-dessus $\frac{ds\ dds}{dr\ dt^2}$ ou $\frac{ds\ dds}{dr,\ rr\,dz^2}$, que nous devons tirer l'expression cherchée de la force. Or $ds\ dds$ est la demi-différentielle de ds^2; et puisque $b^2dr^2 = dz^2(2ar - rr - bb)$, on a $b^2dr^2 + bbdz^2 = 2ardz^2 - rrdz^2$, c'est-à-dire $bb\ ds^2 = (2ar - rr)\,dz^2$, ou $\frac{bb\,ds^2}{rr\,dz^2} = \frac{2a - r}{r}$, et en supposant (ce qui nous est loisible, parce que nous n'avons encore fait aucune différentielle constante), que dt^2 ou $rr\ dz^2$ est constante, on trouve en différentiant de chaque côté $2bb\,ds\,dds = -\frac{2a\,dr}{rr}$, et conséquemment $-\frac{2a}{2bb\,rr} = \frac{ds\,dds}{dr\ dt^2}$. Or $\frac{2a}{2bb}$ est constante; d'où il suit que $\frac{ds\ dds}{dr\ dt^2}$, ou la force est comme $\frac{1}{rr}$, ou réciproque aux quarrés des distances.

On sera peut-être embarrassé de voir ici $\frac{a}{bb}$ affecté du signe $-$; mais si l'on fait attention que dans le cas de la figure, dr doit être pris négativement, parce que le rayon vecteur va en diminuant. On verra que, dans l'expression $\frac{ds\,dds}{dr}$, il faut prendre dr négativement, et alors l'équarion étant $\frac{-a}{bbrr} = \frac{ds\,dds}{-dr}$, elle deviendra $\frac{a}{bb} = \frac{ds\,dds}{dr}$.

Si, au lieu d'une ellipse, on suppose une parabole, on trouvera, au moyen d'une analyse semblable, que la force propre à faire circuler un corps sur cette courbe, en l'attirant au foyer, devra être encore en raison inverse du quarré de la distance.

Il en sera de même à l'égard de l'hyperbole, en supposant la force tendante au foyer embrassé par la courbe; mais si le centre de force étoit au foyer extérieur, cette force, au lieu d'être une force d'attraction, devroit être une force de répulsion.

Ajoutons que, si dans l'ellipse, au lieu de placer le centre des forces au foyer, on le supposoit au centre même, il faudroit, pour maintenir un corps sur cette courbe, une force croissante ou décroissante, en raison directe de la distance au centre.

Enfin, pour faire décrire un cercle par un corps tendant à un point de sa circonférence, il faudroit une force en raison inverse de la cinquième puissance de la distance.

Nous omettons plusieurs autres questions semblables que présentent d'ordinaire les livres où cette théorie est traitée *ex professo*; par exemple, quelle est la loi des forces nécessaires pour retenir un corps sur une section conique, en supposant leur direction perpendiculaire, ou parallèle à l'axe, &c. &c. Nous renvoyons à ces livres, et spécialement aux *Principes* de Neuton.

Nous venons de faire connoitre une formule propre à déterminer la loi de la force centrale nécessaire pour faire décrire à un corps une courbe donnée. Mais ici les ressources de l'analyse sont comme ailleurs immenses. Il est encore plusieurs autres formules que les géomètres ont trouvées pour le même objet, et qui donnent les mêmes résultats. Nous croyons devoir au moins en indiquer quelques-unes, en renvoyant pour leur démonstration aux livres indiqués.

Ainsi en nommant p la perpendiculaire tirée du centre des forces S sur la tangente, et en conservant les mêmes dénominations que ci-dessus, on fait voir que la force centrale peut être exprimée par $\frac{dp}{p^3 dr}$ quantités qui sont données par l'équation de la courbe. Elle peut être aussi exprimée par $\frac{dds}{p^2 ds dr}$, car pour trouver cette expression, il suffit de substituer dans celle employée ci-dessus, au lieu de rdz proportionnelle au temps, pds qui lui est égale.

On peut aussi faire entrer dans l'expression de la force centrale le rayon osculateur de la courbe au point P. Que ce rayon osculateur soit, par exemple, nommé q, on aura pour une des expressions de la force centrale $\frac{ds^3}{q\, dz\, dt^2}$.

Varignon s'est singulièrement plû à varier ces expressions; ce que l'on peut voir dans ses différens mémoires sur les forces centrales, donnés à l'académie des Sciences, depuis 1700 jusqu'en 1704. Il a aussi généralisé à sa manière cette recherche, en considérant différentes hypothèses, et même différentes suppositions de la loi suivant laquelle croit le temps. Il examine ainsi quelle seroit la loi des forces nécessaires pour faire décrire une ellipse dans l'hypothèse de Ward, suivant laquelle la planète se meut à l'entour du soleil, placée dans un des foyers, de telle sorte, que, vue de l'autre foyer, elle paroît décrire des angles égaux en temps égaux; quelle est celle qui feroit décrire la courbe appellée l'ellipse de Cassini; mais il nous semble que c'étoit-là une peine fort superflue : il n'y a qu'une supposition possible sur la manière dont croît le temps, et c'est celle qui le fait proportionnel à l'aire décrite. Ainsi vouloir examiner ce que seroit la force centrale dans d'autres suppositions, c'est, ce me semble, comme si l'on vouloit examiner les propriétés d'un triangle rectiligne, tel que ses trois angles ne fussent pas égaux à deux droits.

Le même géomètre a aussi recherché (1) quelle seroit la loi des forces centrales nécessaires pour faire décrire à un corps une courbe donnée, ces forces tendant à plusieurs centres donnés de position, quelques-uns même n'étant pas dans le même plan. Il trouve, par exemple, que pour faire décrire une ellipse en vertu de deux forces tendantes à ses deux foyers, le corps se mouvant uniformément sur sa circonférence, elles devroient être telles, que dans chaque point il en résultât une force réciproque au produit des deux distances, &c. Mais on peut sans doute faire ici la même observation que ci-dessus; peut-on admettre une autre loi que celle qui fait croitre les espaces parcourus par le rayon recteur, en raison des temps? Une courbe, autre que le cercle, peut-elle être décrite d'un mouvement uniforme, en vertu des forces dirigées à son centre? C'est un travail bien superflu que d'examiner des hypothèses qui sont contraires à la nature.

(1) *Mem. de l'Acad.* ann. 1703.

NOTE

NOTE *D.*

Démonstration analytique des théorèmes des pages 4:8 et 45c.

Pour démontrer ces vérités, qu'on conçoive l'espace AC (*fig.* 119) pareouru par le corps tombant en vertu d'une force quelconque, agissant de A en C, divisé en parties infiniment petites, dont D*d* soit une. Que DE exprime l'intensité de la force en D et DH la vitesse acquise en D. Que la force soit nommée F, l'espace AD $= s$, la vitesse $= u$, le temps de la chute par D*d* $= dt$.

On sait que la vitesse produite par une force uniforme, est en raison composée de l'intensité de cette force et du temps pendant lequel elle y est appliquée. Ainsi la force F, quelle que soit la loi suivant laquelle elle varie, pouvant être réputée uniforme pendans le temps infiniment petit dt employé à parcourir D*d* ou ds, la vitesse produite pendant cet instant, c'est-à-dire, l'incrément de la vitesse déjà acquise u, savoir du, sera comme $F\,dt$. Mais le temps employé à parcourir un espace quelconque d'un mouvement uniforme, est en raison directe de l'espace, et inverse de la vitesse. Ainsi dt employé à parcourir $Dd = ds$ avec la vitesse u, est comme $\frac{ds}{u}$, et par conséquent $F\,dt$ est comme $\frac{F\,ds}{u} = du$, puisque $du = F\,dt$. Donc $F\,ds = u\,du$ et en intégrant $\frac{uu}{2} = S.\,F\,ds$ ou $u = 2\,S.\,F\,ds$.
Or $F\,ds$ esprime l'élément D*e* de l'aire AHED, et conséquemment $S.\,F\,ds$ est cette aire. Ainsi le quarré de la vitesse acquise u est comme cette aire, et la vitesse elle-même exprimée par DH est comme la racine quarrée de cette aire, ou le côté du quarré qui lui est égal. La nature de la courbe AHI est donc, que l'ordonnée DH ou FI est toujours comme la racine de l'aire ABED ou ABGF correspondante dans la courbe BEG qui représente l'intensité des forces.

A l'égard du temps, si l'on fait DK réciproquement proportionnelle à la vitesse DH, il est évident que DK ou le petit rectangle D*k* exprimera le temps employé par le mobile à parcourir D*d*. L'aire entière de la courbe ADKM exprimera donc le temps que ce mobile emploiera à parcourir l'espace AD.

Le second théorême de Neuton, énoncé page 450, et qu'il s'agit de démontrer, est que si deux corps partent d'un point S (*fig.* 122) avec une même vitesse, l'un tombant par la ligne SP, et accélérant son mouvement par l'effet d'une force centrale placée en C, l'autre projetté dans la direction AR, et décrivant par l'action de la même force, la trajectoire SFI, en prenant les distances CP, CF égales, les vitesses en P suivant P*p*, et F*f* seront égales. Pour peu qu'on soit au fait des découvertes antérieures, il sera aisé de voir que ce théorême est une généralisation remarquable de celui de Galilée, savoir qu'un corps roulant le long d'un plan ou d'une courbe quelconque, a toujours acquis le même degré de vitesse que celle qu'il auroit acquise en vertu d'une chute perpendiculaire de la même hauteur. Voici la démonstration du théorême de Neuton.

En reprenant la figure 122 soit un point *f* infiniment près de F, et les arcs F*i*. *fp*, concentriques, le dernier coupant CF en *g*. Ainsi F*g* et P*p* seront égales. Soit de plus du point *g* tiré *gi* perpendiculaire à F*f*.

Maintenant puisque les points F et P sont également distans du centre C d'action, les forces avec lesquelles les deux corps tendront vers ce centre, l'un suivant P*p*, l'autre suivant F*g* seront égales. Mais la force absolue suivant F*g* est à celle qui en résulte selon F*f*, comme F*g* à F*i*, d'où il suit que l'incrément de vitesse, produit dans le sens de F*g* sera à celui produit dans le sens de F*f* comme F*g* à F*i*, et que tandis que le corps, en vertu de ce nouveau degré

de vitesse acquis, auroit parcouru Fg sur Fc, il parcourra Fi sur Ff. Mais d'après la doctrine des mouvemens uniformément accélérés, le quarré de la vitesse acquise en parcourant l'espace Ff est au quarré de celle acquise, en parcourant par l'action de la même force, l'espace Fi comme l'espace Ff à Fi, c'est-à-dire, comme Fg^2 à Fi^2 (parce que Ff, Fg, Fi sont en proportion continues, et conséquemment Fg^2 à Fi^2 comme Ff à Fi). Ainsi l'incrément de vîtesse en f sera à celui en i, comme Fg à Fi. Or on a vu plus haut que l'incrément de vitesse produit selon Fg est à celui produit selon Fi, et capable de lui faire parcourir dans le même temps Fi, comme Fg à Fi. Les incrémens de vitesse produits en f et g seront donc égaux. Et comme le même raisonnement a lieu à l'égard de tous les autres points de la courbe, et de la chute perpendiculaire, F et P, et que la vitesse est la même au point du départ, la vitesse sera partout la même dans ces points respectifs.

On peut beaucoup plus simplement, et en partant de ce que Galilée a démontré sur les plans inclinés, rendre sensible la même vérité. Supposons en effet FC verticale et exprimer la direction de la pesanteur. Les lignes FC, fC peuvent être censées parallèles à l'égard de Ff qui ne sera plus qu'un plan incliné à l'égard de l'horizontale gf. Or Galilée a démontré que dans ce cas la vitesse qu'un corps roulant de F en f a acquise au point f est égale à celle qu'il auroit acquise en tombant de F en g. Donc l'incrément de vitesse acquis par le corps au point f sera le même que celui acquis par le corps, en tombant perpendiculairement de F en g, ou de P en p.

NOTE *E.*

Sur la manière de trouver l'équation générale des trajectoires, page 450.

Voici, pour l'instruction du lecteur qui désire acquérir une connoissance plus approfondie de ces matières, l'analyse entière et développée de ce problème.

Que CS (*fig.* 122) soit $=a$. $SH=x$, $Hh=dx$. $CF=y$. $fg=dy$, on aura d'abord $fg=\frac{y\,dx}{a}$, et conséquemment $Ff=\sqrt{(a^2dy^2+yy\,dx^2)}:a^2$. Soit maintenant la vitesse du corps en F dans la direction $Ff=u$, et que F désigne l'action de la force centrale à ce même point F, la courbe BET, exprimant par ses ordonnées EP l'intensité de la force centrale en P et F, également éloignés du centre de tendance C, on aura l'élément de l'aire SBEP égale à $-F\,dy$; (or a $-F\,dy$, parce que v diminuant, dy doit être affecté du signe négatif) or cet élément est, comme on l'a vu dans la note précédente, $=udu$; on aura par conséquent $F\,dy=-udu$; et en intégrant $S.F\,dy=B-\frac{uu}{2}$ (on verra plus bas pourquoi l'on ajoute ici cette constante B, ce qui est d'ailleurs dans les règles du calcul, sauf une détermination ultérieure, d'après les circonstances du problème); ainsi $u=\sqrt{(2B-2S.F\,dy)}$.

D'un autre côté, le petit triangle gCF, que nous avons dit exprimer le temps, qui est toujours proportionnel à l'aire décrite par le rayon vecteur, aura pour expression $\frac{y^2dx}{2a}$, savoir le produit du petit côté $Fg=\frac{y\,dx}{a}$ par $\frac{CF}{2}$ ou $\frac{y}{2}$, ou parce que le temps n'a aucune dimension, et pour observer la loi de l'homogénéité $=\frac{y^2dx}{2a^3}$; or l'espace parcouru est en raison composée du temps et de la vitesse. Ainsi égalant l'expression ci-dessus trouvée pour l'espace, au produit de celle de la vitesse et de celle du temps, savoir $\sqrt{(2B-2SF\,dy)}$ et $\frac{y^2dx}{2a^3}$, on aura

$\sqrt{(a^2dy^2+yydx^2)} : aa = \frac{y^2dx}{2a^3} \times \sqrt{(2B-2S.Fdy)}$, équation qui, traitée de la manière ordinaire, c'est-à-dire en dégageant dx, donnera............ $dx = 2a^3dy : y\sqrt{(2By^2-2y^2.S.Fdy-4a^4)}$. La raison pour laquelle en intégrant $Fdy = udu$, on a ajouté la constante B, ce qui a donné $u=\sqrt{(2B-2S.Fdy)}$, est celle-ci. Lorsque $y=a$ ou CS, il faut que la vitesse ne soit pas nulle, mais qu'elle soit égale à celle avec laquelle le corps est parti du point S. Il faudra donc avant tout déterminer B d'après cette condition.

Si par exemple on suppose la force accélératrice en raison inverse du quarré de la distance au centre, c'est à-dire $F=\frac{aag}{yy}$, (g étant la force à la distance a) on aura $Fdy=\frac{aagdy}{yy}$, et en intégrant $S.Fdy=-\frac{aag}{y}$; ainsi u sera $\sqrt{(2B+\frac{2aag}{y})}$. Or en nommant h la hauteur qui auroit produit la vîtesse u de projection en S par l'action uniformément continuée de la force g, cette vitesse eût été trouvée $=\sqrt{2gh}$; donc quand $y=a$, alors u doit être égale à $\sqrt{2gh}$. Ainsi l'on aura dans ce cas $2B+2ag=2gh$, ou $B=(h-a)g$. Il faudra user de semblables précautions dans les autres hypothèses.

Si donc on substitue dans l'équation générale ci-devant trouvée, au lieu de B et de F, leurs valeurs, il en résultera l'équation finale $dx=$............ $2a^3dy : y\sqrt{(2\overline{h-a}.gy^2+2a^2gy-4a^4)}$.

Il nous resteroit à developper comment de cette équation on peut parvenir soit à la construction de la courbe SFI qu'elle représente, et à son équation finie, si elle en a une, comme dans ce cas, où l'on sait déjà que ce doit être une des sections coniques, quelque soit même l'inclination de la force projectile à l'axe SC. Mais cela nous meneroit à des détails qui allongeroient extrêmement cette note, nous nous bornerons donc à indiquer le premier tome des œuvres de Jean Bernoulli.

Toute cette matière, c'est-à-dire, tant le problême direct, que le problême inverse, est traitée par Clairaut, de la manière la plus détaillée dans le commentaire qu'il a joint à la traduction des *Principes* de Neuton, par la marquise du Châtelet.

NOTE *F.*

Sur le calcul de la résistance des fluides.

Voici la manière d'appliquer l'analyse et le calcul à la théorie de la résistance des fluides au mouvement. Cette résistance n'est autre chose qu'une force qui s'oppose au mouvement du corps, et dont l'effet est la diminution de la vîtesse. Mais on doit se rappeller que l'augmentation ou la diminution de vîtesse produite par une force qui agit uniformément, est en raison composée du temps et de l'intensité de cette force. C'est pourquoi, la résistance étant uniforme dans un instant infiniment petit, si on la nomme R, le temps t, la vitesse u, et sa diminution instantanée $-du$, on aura d'abord $-du=Rdt$. Si l'on nomme ensuite s l'espace parcouru, on aura $ds=udt$ par les raisons données dans la note C. Ainsi $dt=\frac{ds}{u}$, ce sont les deux équations fondamentales d'où l'on peut dériver tout ce qu'on a dir sur ce sujet.

En effet, qu'on fasse R proportionnelle au quarré de la vîtesse, on aura $R=uu$. Ainsi la première équation deviendra $dt=\frac{du}{uu}$ et en intégrant $t=\frac{1}{u}-1$ en supposant que 1 soit la vîtesse initiale (car t étant alors égal à zéro, il faut que la vitesse soit $=1$; on a une quantité quelconque qui est la vitesse initiale). Or l'on voit que t exprime alors l'abscisse d'une hyperbole entre les asymptotes, prise

à une distance du centre égale à 1 dont u est l'ordonnée. Enfin, à la place de dt, mettons sa valeur tirée de la seconde équation $\frac{ds}{u}$, nous aurons $ds = \frac{du}{u}$, c'est-à-dire, comme logarithme de u, ou l'aire hyperbolique interceptée entre la 1re. ordonnée ou la vitesse initiale 1. Cela démontre ce que l'on a dit sur les propriétés du mouvement retardé en raison des quarrés des vitesses; savoir, que dans ce cas la vitesse diminue comme l'ordonnée d'une hyperbole entre les asymptotes, tandis que l'espace parcouru croît comme l'aire entre ces mêmes asymptotes; d'où l'on conclud encore que cet espace croissant arithmétiquement, la vitesse décroît géométriquement.

Ce que l'on a dit ensuite sur la rétardation du mouvement des corps projettés ou tombant perpendiculairement dans un milieu résistant, se démontre aussi facilement à l'aide du même calcul. Pour cela, il faut d'abord faire attention que quand un mobile tombe à travers un milieu résistant, la force accélératrice est la différence entre la gravité et la résistance, et que quand il est projetté perpendiculairement, c'est la somme de ces forces qui produit le retardement.

Cela étant, que 1 représente la gravité, u la vitesse acquise ou restante en un point quelconque; que la résistance soit comme uu, on aura $\overline{1 - uu}.\, dt = du$, ou $dt = \frac{du}{1 - uu}$. Or l'intégrale du dernier membre de cette expression est un secteur hyperbolique dont la tangente est u, le demi-axe transverse étant 1, et l'autre étant déterminé par l'intensité de la résistance; ainsi le temps écoulé depuis le commencement de la chute est représenté par un secteur hyperbolique, la vitesse acquise l'étant par la tangente de ce secteur; et l'on voit ici tout de suite que la plus grande vitesse qui puisse être acquise dans cette chute, sera exprimée par la tangente du secteur, quand il devient infini, tangente qui est celle comprise entre le sommet de l'hyperbole et son asymptote. Ainsi il y a une vitesse terminale de laquelle le corps approche toujours, mais qu'il ne sauroit atteindre que dans un temps infini, c'est-à-dire, qu'il n'atteindra jamais.

Il est aisé d'appliquer cette analyse au cas de la projection verticale d'un corps à travers le même milieu. On aura les mêmes formules à quelque changement de signe près, changement qui désigne des secteurs circulaires, au lieu des secteurs hyperboliques qu'on vient de trouver.

Si l'on veut de plus grands développemens de cette analyse, on peut recourir aux nombreux mémoires de M. Varignon, insérés parmi ceux de l'académie des Sciences, depuis 1707 jusqu'en 1710 inclusivement. On y verra cette matière traitée avec la plus grande généralité, et selon toutes les hypothèses, soit de résistance, soit de mouvemens primitivement uniformes ou variés. On pourroit même dire que les détails où entre M. Varignon sur ce sujet, sont d'une prolixité qui lasse la patience.

Fin des Notes du septième Livre de la quatrième Partie.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE HUITIÈME.

Progrès de l'Optique pendant la dernière moitié de ce siècle.

SOMMAIRE.

I. *Jacques Grégori écrit sur l'Optique, et entre dans diverses considérations nouvelles sur ce sujet. Il tente d'exécuter le télescope à réflection, et il y échoue.* II. *Du docteur Barrow, et de ses leçons optiques.* III. *Découverte de l'inflexion de la lumière, faite par le P. Grimaldi.* IV. *Des écrits et des inventions de divers opticiens de ce temps.* V. *Neuton découvre la différente réfrangibilité de la lumière ; phénomènes et expériences qui établissent cette découverte. Contradictions qu'elle essuye.* VI. *Théorie de l'inflexion, de la réfraction et de la réflection suivant Neuton. Observations singulières qu'il fait sur les couleurs.* VII. *Autre découverte de Neuton, savoir celle de son télescope catadioptrique Quelle forme il lui donne.* VIII. *L'explication de l'arc-en-ciel perfectionnée. Ingénieuses recherches de Hallei sur ce sujet.*

I.

Il est assez ordinaire aux sciences d'avoir une marche inégale, et même dans leurs plus beaux temps. On a vu dans le livre III de cette partie, les curieuses et nombreuses découvertes qui prirent naissance entre les mains des Kepler, des Galilée, des Descartes, &c. Cet essort se ralentit plusieurs années avant le milieu du siècle, comme si le fil des découvertes eût été rompu par le dernier de ces hommes célèbres. En effet, depuis 1637, que parut la Dioptrique de Descartes, jusqu'en 1663, on trouve, à la vérité, un assez grand nombre d'écrivains sur l'Optique, mais aucun ou presque aucun n'en recula sensiblement les bornes. Tout au plus pourroit-on en excepter Cavalleri, qui, dans une de ses exercitations, poussa un peu plus loin que Kepler la détermination des foyers des verres, en considérant ceux à sphéricités inégales; et le P. Kircher, qui, dans son *Ars magna lucis et umbrae*, étala diverses inventions ingénieuses, inventions au reste plus curieuses pour la plupart qu'utiles. Nous mettrons dans ce nombre celle de la Lanterne magique, qu'on lui attribue; le P. Kircher (Athanase), dont nous saisissons cette occasion pour dire quelques mots, étoit né en 1602, à Gessein, près Fulde. Etant entré dans la Société de Jésus, après divers emplois, il fut appellé à Rome, où il enseigna pendant un grand nombre d'années les mathématiques dans le collége des Jésuites, appellé le Collége romain. Son savoir extrêmement étendu lui fit un grand nom, quoiqu'en général il y ait dans ses écrits plus d'érudition, de curiosité et d'imagination, que de justesse et de profondeur. On en a un exemple dans la prétendue figure du soleil, donnée comme de lui, et suivant laquelle la lumière de cet astre ne seroit que l'effet d'une espèce de continuité de volcans enflammés, dont sa surface seroit hérissée ; des télescopes dix fois meilleurs que ceux de Kircher, n'y ont jamais fait appercevoir rien de semblable. On a de ce savant Jésuite un grand nombre d'ouvrages parmi lesquels ceux qui concernent les mathématiques, sont les suivans : *Ars magna lucis et umbrae*, &c. (*Romae*, 1646. *in-fol. it. Amstelod.* 1671. *in-fol.*). *Primitiae gnomonicae catoptricae*, dont nous avons parlé dans l'histoire de la Gnomonique. *Musurgia, seu Ars magna consoni et dissoni*, &c. &c. (*Romae*, 1651; *in-fol. it Amstelod.* 1662. *in-fol.*), ouvrage que Meibomius, dans sa préface, à l'édition des *Musici veteres graeci*, maltraite beaucoup. *Iter exstaticum celeste*, &c. &c., fiction à l'ombre de laquelle Kircher débite bien des rêveries

sur la nature, la disposition et le mouvement des corps celestes. *Phonurgia nova, &c.* (*Campidoniae*, 1673, *in-fol.*), ouvrage relatif à l'acoustique, où il y a beaucoup de choses curieuses sur la nature du son, sa propagation, et les instrumens qui ont cet objet. *Arithmologia, seu de occultis numerorum mysteriis, &c.* (*Rom.* 1665. *in*-4°.), ouvrage semi-mathématique, semi-philologique, sur les propriétés des nombres, leurs usages et leurs abus. *Organum mathematicum, ad disciplinas mathematicas facili methodo addiscendas, &c.* (*Norimb.* 1670, *in*-4°.). *Pantometrum Kircherianum, &c.* (*Herbipoli*, 1660; *in*-4°.), espèce d'instrument universel à l'usage de la Géométrie-pratique. *Tariffa Kircheriana, &c.*, autre ouvrage destiné à l'usage de la Géometrie. Nous ne dirons qu'un mot sur son *Œdipus Ægyptiacus*, où il y a beaucoup de choses sur l'ancienne astronomie égyptienne, mais plus conjecturales qu'établies sur des fondemens solides. Le P. Kircher mourut en 1680; le collége romain lui dut en grande partie le plus beau cabinet de mathématique, de physique et d'antiquités qu'on eut encore vu; car il n'étoit pas moins versé en ce dernier genre que dans les précédens. Tous ces ouvrages, attendu la profusion d'érudition et d'imagination qui y règne, et leurs nombreuses gravures, ont du prix dans la bibliographie. Mais après cet écart, peut-être un peu trop grand, de mon sujet, je vais y revenir.

Ce fil des grandes découvertes optiques, rompu depuis plusieurs années, fut renoué en quelque sorte par Jacques Grégori, dans son *Optica promota.* Ce géomètre célèbre y ouvrit effectivement aux opticiens une nouvelle carrière, par diverses considérations dans lesquelles il entra le premier, et par diverses vues sur la perfection des instrumens optiques. Il examina les causes de la distinction, de la clarté et de l'augmentation respectives de ces instrumens, et il démontra sur ces sujets plusieurs propositions qui ne sont pas à la vérité d'une difficulté considérable, mais dont on doit cependant lui savoir gré, puisqu'elles avoient échappé jusque-là aux opticiens.

L'endroit par lequel on connoît principalement l'ouvrage de Grégori, est la découverte du télescope à réflection. Mais il y a peu de personnes qui sachent, et les motifs qui engagèrent cet auteur à tenter cette construction, et celle qu'il avoit imaginée, et qui est en grande partie cause de son peu de réussite.

Une des choses que Grégori examinoit dans son Optique, étoit la forme des images des objets, produites par les miroirs ou les verres. Il remarquoit que les verres ou les miroirs sphériques ne peignent pas dans un même plan les images des objets plans et perpendiculaires à l'axe du télescope, mais que ces images sont courbes et concaves du côté de l'objectif. Cela lui

donna l'idée de chercher à corriger ce défaut, et il trouva que des verres ou des miroirs qui auroient des courbures de sections coniques, rendroient exactement planes les images des objets plans qui n'auroient pas une trop grande étendue. Dans cette idée, il eut bien voulu substituer aux verres sphériques des verres elliptiques ou paraboliques; mais connoissant les vains efforts qu'on avoit faits pour en travailler de semblables, il se tourna du côté des miroirs à réflection, qu'il jugea, sur de fausses apparences, plus aisés à former, et il imagina son télescope à réflection. Il le composoit, conformément à ses principes, de deux miroirs concaves. L'un parabolique, placé au fond du tube, devoit former à son foyer l'image des objets situés à une grande distance, et aux environs de son axe prolongé. Ce foyer devoit coïncider avec celui d'un miroir elliptique plus petit, qui, recevant les rayons sortans de cette image, en auroit formé une nouvelle égale et semblable à la première, à peu de distance du fond du miroir parabolique, qui étoit percé à son sommet d'un trou propre à recevoir un oculaire, avec lequel on auroit considéré cette image, comme cela se fait dans les télescopes ordinaires.

Il y a apparence, et Neuton l'indique quelque part, que ce fut cette prédilection mal-à-propos donnée à des miroirs elliptiques ou paraboliques, qui fit échouer Grégori. Sa théorie sur l'incurvation des images est vraie, à la rigueur; mais les miroirs ou les verres qu'on prend pour objectifs dans les télescopes, sont de trop petites portions de sphère, pour que cette incurvation soit sensible. D'ailleurs Grégori étoit dans l'erreur lorsqu'il pensoit qu'il fût plus facile de former un miroir parabolique ou elliptique propre à peindre distinctement une image, qu'à former de bons verres d'une forme semblable. Aussi s'épuisa-t-il en efforts inutiles pour se procurer les miroirs qu'il desiroit, et il ne put parvenir à voir aucun objet distinctement. Neuton, conduit par des motifs différens, et se bornant à des miroirs sphériques, eut au contraire le succès que tout le monde sait, et dont nous rendrons compte dans un article de ce livre.

II.

Voici encore un compatriote de Grégori, qui cultiva avec beaucoup de succès la théorie de l'Optique. C'est le célèbre Isaac Barrow, dont nous avons déjà fait mention plusieurs fois, comme d'un des premiers géomètres de son temps. Ses *Leçons Optiques* (1) sont dignes de figurer à côté de ses

(1) *Is. Barrowii Lect. Op.* Cant. 1674, *in*-4°.

Leçons

Leçons Géométriques, avec lesquelles elles virent le jour en 1674. Dans cet ouvrage, Barrow, quittant la route frayée par les autres opticiens, s'attacha principalement à discuter des questions qui n'avoient point encore été traitées, ou qui n'étoient pas encore suffisamment éclaircies. De ce nombre est entr'autres la théorie des foyers des verres formés de différentes convexités ou concavités combinées d'une manière quelconque. Hors un petit nombre de cas, comme ceux où les convexités étoient égales, et les rayons parallèles à l'axe, on ne déterminoit les foyers de ces sortes de verres que par l'expérience. Barrow donne la solution complète du problême, et enseigne par une formule fort élégante, à déterminer ces concours dans tous les cas des rayons incidens, parallèles, convergens ou divergens. Ce livre, de même que ses *Lectiones geometricae*, est comme une mine de propositions optiques, curieuses, intéressantes, et auxquelles la géometrie est toujours appliquée avec une élégance particulière.

Barrow fait dans les leçons optiques un usage fréquent d'un principe nouveau sur le lieu apparent de l'image des objets vus par réflexion ou par réfraction, dont nous nous bornerons à donner ici une idée. Mécontent de celui des anciens, par des raisons que nous exposerons ailleurs, il prend pour principe qu'on apperçoit l'image d'un point lumineux ou d'un objet au point d'où divergent les rayons qui forment le petit faisceau tombant sur l'ouverture de la prunelle; et d'après cela, il explique les divers phénomènes des miroirs courbes, ainsi que des verres convexes et concaves. Il entre aussi, d'après ce principe, dans divers détails curieux et géométriques sur la déformation d'une ligne droite présentée à ces miroirs. Pénétré néanmoins d'amour pour la vérité, il ne se dissimule point, ni à ses lecteurs, une difficulté particulière et pressante qui semble renverser ce principe. Mais on nous permettra de renvoyer cette discussion à un autre endroit, pour y réunir tout ce qui a trait à ce problême intéressant et encore irrésolu.

III.

L'Optique ne connoissoit encore jusqu'au-delà du milieu du siècle passé, que deux causes de changement de direction pour la lumière. La rencontre des corps opaques qui la fait réfléchir, et le passage oblique d'un milieu dans un autre de différente densité, qui produit sa réfraction. Si jusqu'à cette époque on eût demandé aux opticiens ce qui devoit arriver à un rayon de lumière qui effleureroit un corps sans le toucher, la réponse

eût paru facile. Aucun n'eût hésité à répondre que ce rayon de lumière continueroit son chemin en ligne droite. Qui eût pu soupçonner, sans le secours de l'expérience, que le simple voisinage des corps soit pour la lumière une cause de changement de direction.

C'est-là cependant le phénomène que découvrit le P. Grimaldi, Jésuite, et qui fut dévoilé aux savans dans son ouvrage posthume intitulé, *Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride aliisque annexis libri II, &c.* (*Bononiae*, 1665; *in-4°.*) Ce compagnon des travaux astronomiques du P. Riccioli ayant introduit dans la chambre obscure, par un trou très-petit, un rayon de lumière, lui exposa un cheveu et d'autres corps déliés de cette espèce. Il fut fort surpris à l'aspect de l'ombre large qu'il leur vit jetter. Il la mesura, ainsi que la distance du trou d'où divergeoit la lumière jusqu'à l'objet, et il s'assura par-là que cette ombre étoit beaucoup plus grande qu'elle n'eût dû être, si les rayons qui avoient effleuré ces corps, eussent continué leur route en ligne droite. Il observa aussi que le cercle de lumière formé par un très-petit trou percé dans une lame déliée de métal, étoit plus grande qu'elle ne devoit être, eu égard à la divergence des rayons solaires, et delà il conclut, malgré ses répugnances, que les rayons de lumière dans le voisinage de certains corps, y éprouvent un certain fléchissement; c'est-là ce qu'il appella du nom de *diffraction*, et que depuis, Neuton, qui a répété ces expériences, et qui les a beaucoup plus variées et approfondies, a appellé *inflexion.* Grimaldi fit encore l'importante remarque de la dilatation du faisceau des rayons solaires, causée par le prisme. Mais il ne faut pas en conclure avec un écrivain du même corps, qu'il connut la différente réfrangibilité de ces rayons. Il n'en soupçonna rien, et cet effet il l'attribua seulement à un certain éparpillement irrégulier, causé par les parties du prisme. L'ouvrage de Grimaldi est enfin rempli de quantité d'expériences curieuses sur la lumière et les couleurs. C'en est le principal mérite; car sa physique est d'ailleurs en général du goût de la patrie de cet auteur, pays qui, quoiqu'il ait donné au monde les Galilée, les Torricelli, &c. n'a rien moins été que des premiers à secouer le joug d'Aristote. Il faut pourtant convenir, à l'honneur de Grimaldi, qu'il paroît au titre même de son ouvrage que s'il eût vécu dans un autre pays, et sous un autre régime que celui de sa société, il eût peut-être bravé hardiment les dogmes de l'ancienne philosophie. Il mourut en 1663, peu avancé en âge, c'est-à-dire, âgé seulement d'environ quarante quatre ans; et l'on peut regretter qu'il n'ait pas fourni une plus longue carrière.

I V.

Quoique nous touchions de fort près aux découvertes sublimes dont Neuton a enrichi l'Optique, qu'il nous soit permis d'en différer encore pour quelques momens le récit, afin de rendre compte des écrits et des travaux de divers opticiens ses contemporains, qui révendiquent ici une place. Cette énumération, nous la commençons avec justice par Huygens. L'Optique, de même que les autres parties des mathématiques, a des obligations à cet homme célèbre. Il s'y étoit beaucoup adonné dans sa jeunesse, et les éditeurs de ses œuvres nous apprennent que la plus grande partie de ce que contient sa *Dioptrique*, est l'ouvrage de ce temps de sa vie. Dans la suite, Neuton ayant découvert la différente réfrangibilité de la lumière, et ouvert par-là aux opticiens une nouvelle carrière, Huygens y entra aussi le premier, et ajouta à ce traité diverses choses concernant la distinction des images dans les instrumens optiques. Huygens négligea néanmoins toute sa vie de mettre au jour cet ouvrage. Il n'a paru qu'après sa mort, parmi ses œuvres posthumes. Neuton en faisoit beaucoup de cas, à cause de la méthode purement géométrique, et dans le goût des anciens, qui règne dans ce livre. Nous ne pouvons cependant dissimuler qu'il faudroit avoir du courage pour entreprendre de s'y instruire de cette science.

Huygens ne se borna pas à la théorie de l'Optique. Persuadé de l'importance de la partie pratique, pour porter plus loin les découvertes célestes, il mit lui-même la main à l'œuvre; et aidé de son frère aîné, à qui il avoit inspiré du goût pour les mêmes travaux, il parvint à se fabriquer, comme on l'a dit ailleurs, des télescopes fort supérieurs à ceux qui étoient sortis jusque-là des mains des artistes les plus renommés en ce genre. Il se fit des objectifs qui avoient jusqu à deux cent dix pieds de foyer. Sa manière de travailler ces verres, il l'a expliquée dans son *Comment. de vitris poliendis*, qu'on lit parmi ses œuvres posthumes. Huygens s'est encore fait un nom parmi les opticiens, par un système fort ingénieux sur la nature de la lumière, et la cause de la réfraction (1). Comme nous l'avons fait connoître, et même développé dans le livre III, nous nous bornons ici à cette indication; nous ajouterons seulement qu'on trouve dans cet écrit un essai ingénieux d'explication des réfractions singulières que la lumière éprouve dans le crystal d'Islande.

(1) Voyez *Tract. de lumine.*

On a enfin dans le recueil de ses œuvres posthumes un Traité *des Couronnes et des Parhélies*, phénomènes que personne n'avoit encore réussi à expliquer. Huygens le fait avec assez de succès; il en trouve la cause dans des gouttes de neige sphériques ou cylindriques, environnées d'une couche d'eau ou de glace transparente, qui flottent dans l'air; et la manière assez satisfaisante dont il déduit delà les phénomènes singuliers de divers parhélies extraordinaires, donne à son explication une grande vraisemblance.

Après les écrits de Huygens sur la Dioptrique, un des meilleurs ouvrages sur le même sujet, est la nouvelle Dioptrique (*new Dioptrick*) de M. Molineux, qui vit le jour en 1693, *in*-4°. Il y règne beaucoup de simplicité et de savoir. Les *Fragmens de Dioptrique*, de M. Picard, publiés la même année parmi les mémoires de divers académiciens, méritent aussi attention. On a fait cas des *Élémens* latins de Dioptrique et de Catoptrique, que David Grégory donna en 1695. Ils ont été réimprimés en 1735, augmentés d'un curieux appendix, contenant diverses lettres de Jacques Grégory son oncle, et de Neuton, sur le télescope à réflection. La *Synopsis Optica*, du Père Fabri, seroit un ouvrage utile par sa clarté et sa précision, si son auteur, à son ordinaire trop précipité, n'avoit pas donné dans plusieurs lourdes erreurs. La *Dioptrique oculaire et la vision parfaite*, du P. Chérubin d'Orléans, Capucin, sont les deux tomes d'un ouvrage curieux pour les artistes opticiens. Dans le dernier, ce P. tâche de mettre en honneur son télescope binocle, invention déjà proposée par son confrère le père de Rheita : On peut voir ce que nous en avons dit à la fin de l'article V du livre III. Je me borne à citer les titres de quelques autres livres d'Optique, comme le *Nervus Opticus*, du Père Traber; l'*Oculus artificialis*, de Zahn, &c. Ces livres, de même que divers autres que j'omets, n'ont rien de remarquable que quelques curiosités optiques. Je passe à des choses plus intéressantes qu'une pareille énumération.

Vers ce temps, nous voulons dire peu après le milieu du dix-septième siècle, on travailloit de toutes parts avec ardeur à perfectionner les moyens que l'Optique nous fournit, soit pour pénétrer dans les cieux, soit pour reconnoître les plus petits objets de la nature. Eustache Divini, en Italie, se fit une grande réputation dans ce genre; Campani néanmoins le surpassa par l'excellence et la longueur de ses télescopes. Ce furent ces instrumens qui montrèrent pour la première fois à M. Cassini les deux lunes les plus voisines de Saturne. Ils furent faits par ordre de Louis XIV, et il y en avoit un de cent trente, un de cent cinquante, et un troisième de deux cent cinq palmes de foyer,

ce qui revient à environ quatre-vingt-six, cent, et cent trente-six de nos pieds. Campani en fit peu à la vérité de cette longueur, mais les astronomes emploient tous les jours de moindres objectifs de ce célèbre artiste, qui sont dans une très-grande estime. Ce Mathieu Campani, qui étoit curé d'une paroisse de Rome, publia en 1678 un ouvrage intitulé : *Horologium solo naturae motu ac ingenio dimetiens momenta temporis accuratissimè equalia. Accedit circinus sphericus pro lentibus telescopiorum tornandis et poliendis*, qu'il dédia à Louis XIV.

Quelques longs que soient les objectifs d'Huygens et de Campani, ils le cèdent à quelques-uns qu'on fit en France vers le même temps. M. Auzout étoit venu à bout de faire une objectif de six cents pieds de foyer (1). Mais il ne put avoir le plaisir de l'essayer, par la difficulté de trouver un emplacement convenable. Pierre Borel, de l'académie royale des Sciences, qu'il ne faut point confondre, comme je l'ai vu faire souvent, avec Borelli, annonçoit dans les journaux des années 1676 et 1678, qu'il étoit en possession d'une méthode sûre et aisée, pour faire des objectifs de télescopes de toutes sortes de longueurs, même de plusieurs centaines de pieds de foyer, dont il offroit quelques-uns aux observateurs qui voudroient en faire l'acquisition. M. Hook a aussi proposé dans sa Micrographie, une invention propre à travailler des verres d'un foyer si long qu'on voudra. Elle seroit bonne, si tout ce que l'on propose dans la théorie étoit également bon dans la pratique ; mais M. Auzout fit à ce sujet des observations auxquelles M. Hook n'auroit bien répondu que par quelque verre de trois cens ou quatre cens pieds de foyer sorti de sa machine. Nicolas Hartzoecker enfin, est parvenu à se procurer des objectifs de six cents pieds de foyer, et même, à ce que j'ai lu quelque part, au-delà. Il nous a appris la manière dont il les travailloit (2), et c'est, je crois, la seule dont on puisse former des verres d'une convexité si peu sensible. Il ne se servoit point de bassins ou de formes de métal, comme avoient fait jusque-là les opticiens. Il prenoit une plaque de verre plus large d'environ un tiers que le verre qu'il vouloit travailler, et il la creusoit un peu par le moyen du sable et d'un verre beaucoup moins large ; ensuite il commençoit à travailler dans cette espèce de bassin le verre qu'il vouloit faire. On sent aisément que ce verre et son bassin devoient bientôt prendre une forme sphérique ; car il n'y a que deux surfaces sphériques, ou exactement planes, qui puissent s'appliquer continuellement dans

(1) Lettre à l'abbé Charles, &c. *Anc. Mém.* tom. I.

(2) Essais de Dioptrique.

tous les sens, en glissant ou frottant l'une sur l'autre. Il continuoit ainsi à travailler ce verre jusqu'à ce qu'il fût suffisamment préparé au poli, après quoi il le polissoit grossièrement, et en le combinant avec un verre d'un foyer exactement connu, et les exposant au soleil, il déterminoit la distance de son foyer. Cet essai lui faisoit connoître si son bassin étoit suffisamment creux, ou s'il l'étoit trop ou trop peu. Dans le premier cas, il n'y avoit plus qu'à remettre le verre dans le bassin, et à l'adoucir au point nécessaire pour être susceptible du poli parfait. Dans le second, il redressoit le bassin, ou il le creusoit davantage, jusqu'à ce que l'essai lui montrât que le verre avoit à peu près les dimensions réquises. Je dis à peu près; car il est aisé de voir qu'on ne sauroit par ce moyen faire un verre d'un foyer d'une longueur précisément donnée; mais comme cela est très-peu important, ce n'est point une objection contre la méthode que nous venons de décrire. Au reste, le mérite de toutes ces inventions a beaucoup diminué depuis la découverte du télescope à réflection. Un télescope de cette dernière forme, et d'un petit nombre de pieds, équivaut facilement à un incomparablement plus long de l'ancienne construction. Il est même facile de prouver qu'un télescope à réfraction, de cent pieds de longueur, en supposant qu'il fût facile de s'en servir, égaleroit à peine l'effet de certains télescopes à réflection que l'on construit aujourd'hui. En effet, le moindre oculaire qu'on pût donner à un verre de mille pieds, en le supposant même excellent, seroit au moins d'un pied de foyer. Le télescope formé de ces verres, ne grossiroit donc que mille fois en diamètre. Or l'on a des télescopes à réflection, qui n'ont pas plus de douze pieds, et qui grossissent jusqu'à douze cens fois, avec une grande distinction. Tel étoit le fameux télescope fait pour milord Macclesfield, par le célèbre artiste et opticien Short.

Nous ne nous arrêterons donc pas davantage sur ces tentatives pour se procurer des verres de très longs foyers, et nous omettons même à dessein plusieurs choses que nous pourrions encore dire sur ce sujet, pour passer au microscope. Il y en a, comme on l'a déjà dit, de deux espèces, les simples et les composés. Ces derniers ne nous offrent rien de nouveau pour le moment, je dis pour le moment; car depuis le milieu de ce siècle, il a été fait en ce genre des choses nouvelles et fort curieuses qui seront détaillées en leur lieu et place. Mais on a fait sur les premiers quelques observations curieuses qui méritent de trouver place ici.

Les microscopes simples sont, comme l'on sait, ceux qui sont formés d'un seul verre d'un foyer très-court, par exemple, de quelques lignes et au-dessous. Mais comme des lentilles d'un

foyer aussi court sont très-difficiles à travailler, divers opticiens ont pris le parti de leur substituer de petits globules de verre fondus à la flamme de la lampe d'un émailleur. Il est est facile de s'en procurer de semblables. Un très-petit fragment de verre pur étant présenté à la flamme bleue d'une bougie, par le moyen d'une aiguille mouillée à laquelle il se tient attaché, il se fond, et il se forme en globule. J'ai remarqué que ce sont des fragmens de filets d'aigrette qui se fondent avec le plus de facilité, et qu'il est au contraire quelquefois assez difficile de mettre en fusion des fragmens de glace ordinaire. Lorsqu'on a plusieurs de ces globules, on choisit les plus parfaits, soit pour la forme, soit pour la transparence : on en renferme un entre deux minces plaques de plomb, percées chacune d'un trou un peu moindre que son diamètre, et voilà un microscope simple construit. Huygens montre dans sa Dioptrique, qu'un globule d'une dixième partie de pouce de diamètre, grossit cent fois en largeur le petit objet qu'on regarde à travers ; et comme il est aisé de faire de pareils globules qui aient moins d'une demi-ligne de diamètre, on peut avoir sans beaucoup de frais un microscope qui grossisse deux à trois cens fois en largeur. Sans l'incommodité d'appliquer certains objets à de pareils microscopes, l'Optique n'auroit plus rien à desirer en ce genre, et l'invention la plus simple seroit en même temps le comble de la perfection où l'art peut atteindre. Ces difficultés n'ont cependant pas arrêté quelques observateurs, Hartzoecker, par exemple. C'est au moyen de ces verres qu'il vit dans la semence des animaux, ces animalcules qui donnèrent lieu à un nouveau système sur la génération, qui a été pendant quelque temps en crédit. Le P. Latorre, physicien célèbre par ses expériences microscopiques, et son histoire du Vésuve, n'a jamais employé que de pareils microscopes, au moyen desquels il a apperçu la composition des globules rouges du sang, et les organes secrétoires de la liqueur qui sert aux mouches pour s'attacher aux corps les plus polis. Il est parvenu, dit-il, à s'en faire qui grossissoient deux mille fois en diamètre ; ce devoit être des globules d'environ $\frac{1}{200}$ de pouce de diamètre, ou $\frac{1}{17}$ de ligne. Mais comment observer avec un pareil instrument; c'est ce que j'ai peine à concevoir. Leewenhoeck, si célèbre par ses observations microscopiques, n'employoit point de pareils globules dans ses microscopes, comme on l'a dit dans divers livres. Il se servoit de lentilles d'un foyer fort court, préférant beaucoup de clarté à un aggrandissement extrême. Ce fait nous est appris par M. Folkes, dans les *Transactions philosophiques* de 1723.

Gray (1) nous a appris à construire encore à moins de frais d'excellens microscopes simples ; une très-petite goutte d'eau, mise avec le bec d'une plume dans le trou d'une plaque de cuivre très-mince, s'y arrondira en sphère, et tiendra lieu d'une de verre. A la vérité, elle grossira moins, mais il sera facile de regagner par la petitesse ce que l'on perd à cause de la différence des matières. Gray a fait encore une remarque tout-à-fait curieuses sur ce sujet. Ayant observé dans des globules de verre, que les petits corps hétérogènes qu'ils renfermoient, paroissoient dans certains cas extraordinairement grossis, et comme s'ils eussent été dehors, il conjectura qu'une goutte ronde d'eau remplie des petits animaux qu'elle contient quelquefois, les lui feroit appercevoir, de même que le globule de verre lui montroit les corps renfermés dans son intérieur. Il le tenta, et cela lui réussit au-delà de ses espérances. Un petit globule d'eau qui devoit contenir de ces animaux, ayant été placé comme on a dit plus haut, et étant regardé à la lumière, les lui fit appercevoir si prodigieusement grossis, qu'il lui fallut chercher pourquoi ils l'étoient tant. Nous en donnerons ici une raison sensible pour les lecteurs les moins versés dans la théorie de l'Optique. Il suffit de remarquer qu'un semblable microscope est un microscope à réflection et à réfraction. La partie antérieure tient lieu d'un miroir concave qui grossit les objets placés entre sa surface et le foyer. Ce miroir réfléchit donc vers la partie antérieure de la goutte les rayons de ces petits objets, comme s'ils venoient de leur image qui est beaucoup plus grande qu'eux. On trouve enfin par le calcul que ces objets doivent paroître $3\frac{1}{3}$ aussi gros que s'ils eussent été appliqués à la manière ordinaire au foyer du globule.

On s'étonneroit avec justice que parmi les inventions optiques que nous parcourons dans cet article, nous ne donnassions aucune place aux miroirs ardens, dont plusieurs firent tant de bruit vers le même temps. L'histoire de ces instrumens singuliers ne peut que bien figurer dans un ouvrage tel que celui-ci. Dans cette vue, nous allons rassembler, d'après différens auteurs, ce qu'ils nous rapportent de plus mémorable sur ce sujet.

Le plus grand miroir ardent qui eût été exécuté avant le milieu du dix-septième siècle, étoit, je crois, celui de Magin, qui avoit vingt pouces de diamètre. C'étoit déjà quelque chose; mais peu après cette époque, divers artistes et opticiens allèrent beaucoup plus loin. Septala, chanoine de Milan, en fit un

(1) *Trans. Phil.* n°. 221, 223. *Opt. de Smith*, liv. III, c. 18.

dont

dont parle le P. Schot dans sa *Magia naturalis*, qui brûloit à quinze pas; et nous lisons dans les *Transactions Philosophiques*, n°. 6, qu'il avoit cinq palmes, ou près de trois pieds et demi de diamètre. Un autre article des *Transactions* (voyez n°. 40.) nous apprend que Septala avoit formé le projet d'en former un autre de sept pieds de diamètre, peut-être doit-on lire sept palmes. Mais on ne sait point, ou du moins je ne trouve nulle part, quel a été le succès de cette entreprise.

Vers le même temps, il sortoit des mains d'un artificier de Lyon, nommé Villete, un miroir qui l'emporte, à certains égards, sur celui de Septala. Il n'avoit que trente pouces de largeur, mais comme il étoit portion d'une sphère plus petite, savoir seulement de douze pieds de diamètre, il brûloit à trois pieds, et son foyer, qui n'étoit que de la largeur d'un demi-louis de ce temps, étoit beaucoup moindre, à proportion de sa surface, que dans celui du savant Milanois, de sorte que la chaleur y étoit considérablement plus grande. Aussi produisoit-il des effets singuliers, tels que de fondre ou percer en peu de secondes les métaux que la chymie met le plus difficilement en fusion; de vitrifier en aussi peu de temps les pierres ou les terres sur lesquelles le feu a le moins de pouvoir, comme les creusets, &c. (1) Villette en fit dans la suite un autre de quarante-quatre pouces de diamètre, qui fut acheté par le landgrave de Hesse; et j'ai oui parler d'un troisième porté par Tavernier aux Indes, et donné à l'empereur des Mogols. Le premier que Louis XIV avoit acquis, est aujourd'hui dans le cabinet du jardin des Plantes, à Paris.

Mais quelque remarquable que soit ce miroir, il est encore au-dessous de celui que fit Tschirnhausen, vers 1687. Celui-ci avoit près de trois aunes de Léipsick, c'est-à-dire, quatre pieds et demi de diamètre, et il brûloit à la distance de douze pieds. Il n'étoit point fait comme les autres, d'une mixtion de métaux fondus, mais d'une lame de cuivre de l'épaisseur de deux fois le dos d'un couteau, ce qui le rendoit léger, eu égard à sa grandeur. Ses effets étoient prodigieux; il mettoit sur le champ le feu au bois, il fondoit les métaux en peu de secondes, et il n'y avoit pas jusqu'à l'amiante, qu'on répute inaltérable au feu, qu'il ne changeât en verre (2).

Cependant l'incommodité qu'on éprouve à se servir d'un miroir caustique à réflection, fit tenter à M. de Tschirnhausen de se procurer des lentilles de verre de la même grandeur. Il y réussit, et il sortit enfin de la verrerie qu'il avoit établie en

(1) *Trans. Phil.* ann. 1665, n°. 6. Journ. des Savans, décembre, 1679.
(2) *Act. Lips.* 1687, 1692.

Saxe, une lentille de verre de trois pieds de diamètre, convexe des deux côtés, et dont le foyer étoit à douze pieds de distance. Il est aisé de sentir que Tschirnhausen avoit employé une machine à la travailler; car elle pesoit, même achevée, cent soixante livres. Son foyer étoit d'un pouce et demi de largeur, mais pour augmenter la chaleur, on le rétrécissoit par le moyen d'une simple lentille; alors elle produisoit des effets de la même nature que les précédens, mais avec beaucoup plus de vîtesse et d'intensité. M. le duc d'Orléans l'acheta de M. de Tschirnhausen, et après s'en être servi quelque temps à des opérations chymiques auxquelles il s'amusoit, comme l'on sait, il en fit présent à l'Académie des Sciences qui le possède encore aujourd'hui.

Parmi les fabricateurs de miroirs ardens qui ont eu de la célébrité, on doit encore ranger un Jésuite, Silésien, nommé Théodore Moret, qui a écrit plusieurs ouvrages optiques et physiques, et un entr'autres, intitulé : *Theoria visionis*, *&c.* (*Vratislaviae*, 1661; *in*-4°.), où il donne la description d'un miroir concave métallique de trois coudées, ou quatre pieds et demi de largeur, qu'il avoit fabriqué; mais cet ouvrage ne m'étant jamais tombé sous la main, je ne puis en dire davantage. De tous les miroirs concaves de métal qui aient été exécutés, le plus grand au surplus paroît être celui que M. de la Garouste de saint-Cyr exécuta vers 1685; car il avoit cinq pieds et un pouce de (1) diamèrre, et brûloit à environ cinq pieds de distance. Ses effets étoient fort grands, mais ils l'eussent été bien davantage, si son poli eut répondu à sa grandeur; car M. Duhamel remarque dans son Histoire de l'Académie (année 1685), qu'il étoit inégal en quelques endroits. Le roi, à qui il fut présenté, le donna à l'Académie, et il subsiste encore à l'Observatoire.

Il y a eu des artistes qui ont imaginé de faire des miroirs ardens à moins de frais. Je lis dans Wolf (5), qu'un artiste habile de Dresde, nommé Gærtner, imagina d'en faire de bois, qui étoient paraboliques, et qui produisoient des effets singuliers. Cet artiste donna en 1705 un petit écrit allemand sur ces miroirs; mais je n'en connois que le titre. La concavité de ce bois étoit apparemment enduite de quelque vernis très-uni, ou couverte de feuilles d'or battu, comme Traber dit l'avoir vu faire (4). Mais je ne laisse pas d'avoir beaucoup de peine à concevoir qu'un vernis, ou des feuilles d'or puissent réfléchir la lumière avec la force et la régularité suffisante pour

(1) *Journal des Savans*, ann. 1685, *jour.* 29.

(2) *Elem. Math. univ. Catopt.* t. III.

(3) *Nervus Opt.* liv. I, c. 12.

produire de tels effets. Ce que dit néanmoins Zahn (5), est bien plus étonnant; il raconte qu'un ingénieur de Vienne, nommé Neuman, fit avec du carton et de la paille collée, un miroir qui fondit les métaux. On peut, malgré ce témoignage, être un peu Pyrrhonien sur un pareil fait. Nous concevons plus facilement, ou plutôt nous n'avons aucune peine à concevoir, que de petits fragmens de miroirs plans, arrangés dans la concavité d'un segment sphérique de bois, puissent former un excellent miroir concave. C'est-là, sans doute, la manière la plus expéditive et la moins coûteuse qu'on puisse imaginer pour se faire un grand miroir ardent; et nous ne doutons point, vu la grande vivacité de la réflection qui se fait sur le verre, qu'un miroir semblable ne produisit des effets prodigieux.

M. de Buffon a renouvellé, vers le commencement de ce siècle, les merveilles des miroirs de M. de Tschirnhausen. Il a eu l'idée de prendre des glaces de miroir, de les couper circulairement, et ensuite les astreignant par les bords, de les rendre concaves par une pression appliquée au centre; cette idée lui a en effet réussi, et il s'est procuré par-là plusieurs glaces concaves, qui étant étamées, lui ont donné des miroirs excellens (5). Il en présenta un au roi, qui a trois pieds de diamètre, et qui produit les mêmes effets que ceux de Villette et de Tschirnhausen. Je ne dis rien ici de l'invention des miroirs d'Archimède, qu'il nous a rendue. Afin d'éviter les répétitions, je me borne à renvoyer à l'article d'Archimède, ou à celui d'Anthemius, où ce qui concerne ces miroirs fameux est amplement discuté, et où l'invention de cet académicien est suffisamment décrite.

V.

Il est peu de sujets qui aient plus long-temps occupé les physiciens, et occasionné plus de conjectures infructueuses que les couleurs des corps, et celles dont le prisme paroît teindre les objets ou les rayons de la lumière. Cette énigme si difficile à deviner, étoit réservée à la sagacité de M. Neuton. Le génie de cet homme immortel n'éclate pas moins dans cette découverte, que dans celles dont il a enrichi le système physique de l'univers. Il semble même, à le considérer d'un certain côté, que Neuton décomposant la lumière, et établissant des conjectures très-probables sur les causes des couleurs des corps, est encore plus merveilleux, que calculant les forces qui gou-

(1) *Oculus Artificialis* Fund. 3, Synt. 3, c. 10. (1) Mém. de l'acad. 1754.

vernent les mouvemens célestes. C'eut été sans doute le jugement de Platon, lui qui regardoit comme un attentat sur les droits de la divinité que d'entreprendre de sonder ce mysère de la nature (1).

Nous ne nous arrêterons pas à rassembler ici les traits qui nous apprennent que les anciens connurent les phénomènes du prisme. Encore moins en tirerons-nous avec un auteur moderne (2) une sorte d'induction pour mettre en parallèle la physique ancienne avec la nouvelle. Connoitre un phénomène, c'est être encore bien loin de l'expliquer, et c'est dans la découverte de la cause que consiste seulement le mérite du physicien. Or il est certain que jusqu'à Neuton, les physiciens ne rendirent aucune raison satisfaisante du phénomène dont nous parlons. Les uns avoient cru la trouver dans l'inégalité de l'épaisseur du prisme, ou dans la différente situation des rayons; ce qui, suivant eux, occasionnoit une altération dans leur mouvement. C'est à quoi se réduit l'explication de Descartes qui faisoit, comme l'on sait, consister les couleurs dans une certaine rotation des globules de la lumière : il prétendoit assigner des raisons pour lesquelles ce mouvement devoit être accéléré dans les rayons qui passoient d'un côté du prisme, et retardé dans les autres; l'accélération de ce mouvement devoit produire le rouge, et le retardement le bleu ou le violet. Mais ces raisons sont si arbitraires, qu'il lui eût été également facile d'expliquer le phénomène, s'il eût été tout à fait contraire. D'autres philosophes les trouvoient dans un mêlange d'ombre avec la lumière, mêlange, dont, suivant eux, la quantité seule composoit les couleurs. Tous enfin s'étoient bornés à quelques raisons vagues de cette nature, sans entrer dans aucun détail. Craignant, ce semble, de rencontrer des effets incompatibles avec leur explication, ils s'étoient arrêtés à l'écorce du phénomène, loin de varier leurs expériences, seul moyen de forcer, pour ainsi dire, la nature à lâcher son secret.

Nous devons cependant excepter de ce jugement général un physicien et mathématicien allemand qui, dès 1648, reconnut et annonça quelques vérités depuis découvertes par Neuton. C'est Marc Marci, auteur du livre intitulé : *Thaumantias Iris. Liber de arcu celesti, deque colorum apparentium naturâ, ortu et causis, in quo pellucidi Opticae fontes à suâ scaturigine, ab his vero colorigeni rivi derivantur ducibus geometria et physica hermeto-peripatetica* (*Pragae*, 1648) (3). Dans

(1) Timæus.

(2) *Voyez* l'origine ancienne de la Physique nouvelle.

(3) Je connois encore le titre d'un livre d'Hodierna, chanoine sicilien, qui est : *Thaumantiae miraculum*, *seu de*

ce livre, le docteur Marci expose (page 95) les expériences qu'il a faites avec le prisme, pour produire le spectre coloré qu'il appelle *Iris trigonia*, et il observe que ces expériences doivent être faites dans la chambre obscure; mais bientôt après il fait une expérience analogue à celle que Neuton appelle *experimentum crucis*. Elle consiste, pour la rendre en peu de mots, à faire passer un rayon de lumière déjà rompu par un premier prisme, par deux étroites ouvertures fixes, avant que de tomber sur un second prisme fixe, afin d'être assuré que la dernière incidence est la même, et ne contribue point à occasionner une réfraction plus ou moins grande; et que si un rayon coloré différemment éprouve une réfraction différente, on ne puisse l'attribuer à cette différente inclinaison. Enfin, M. Marci observe, et dit positivement que ces couleurs ainsi séparées ne changent plus par un troisième prisme. Au surplus j'avoue avoir cherché inutilement ce livre, et ne le connoître que par l'extrait qu'en donne M. Klugel dans ses additions à l'*Histoire de l'Optique* de Priestley qui lui-même ne l'a pas connu. Si j'ai parlé de ce livre, c'est seulement comme d'une curiosité bibliographique, bien éloigné de penser que Neuton y ait puisé la première idée de ses expériences. Si cependant Marc Marci a préludé aux découvertes de Neuton par quelques idées analogues aux siennes, il est juste de lui en faire honneur, comme à ceux qui, avant le philosophe anglois, avoient eu celle de la gravitation universelle.

Revenons à Neuton. Cet homme immortel, dont le talent pour la physique expérimentale alloit de pair avec la sagacité géométrique, nous raconte lui-même de quelle manière il soupçonna la première fois que les rayons de la lumière n'étoient pas également réfrangibles. Ayant introduit par une petite ouverture un rayon solaire dans une chambre obscure, il le fit passer au travers d'un prisme, et le reçut sur le mur opposé; après avoir contemplé avec admiration les couleurs de cette image, il s'étonna, dit-il, de la voir extrêmement dilatée, et cinq fois plus longue que large; car il s'attendoit, d'après les lois de la réfraction, à la voir circulaire. Frappé de ce phénomène, il en rechercha la cause; il en soupçonna d'abord plusieurs, comme les confins de la lumière et de l'ombre qui pouvoient agir sur le rayon, les irrégularités du prisme, &c. Mais il s'assura bientôt par divers moyens, que ces premières conjectures étoient sans fondement, et que cette dilatation étoit

causis quibus objecta per vitrei trigoni substantiam visa eleganti colorum varietate ornata cernuntur, introductio ad novam scientiam de causis colorum. Panormi, 1652. Mais Hodierna n'est-il pas un plagiaire de Marci?

la suite de quelque propriété invariable. En réfléchissant enfin plus profondément sur cette expérience, il vint à soupçonner que toutes les parties dont ce rayon étoit composé, ne souffroient pas une égale réfraction; ce premier pas fait, il ne lui fut pas difficile de reconnoître quelles étoient celles qui éprouvoient la plus grande réfraction, et celles qui souffroient la moindre. Il vit bientôt que la partie du rayon colorée en rouge, et qui occupoit le bas de l'image, étoit celle qui se rompoit le moins, et que celle qui se rompoit le plus étoit la partie colorée de violet, et les autres à proportion de leur proximité de l'une ou de l'autre. Mais afin de mettre cette vérité dans un plus grand jour, il faut examiner cette expérience avec plus de détail.

Pour cet effet, que A B C (*fig.* 136) représente un prisme à peu près équilatéral un angle en bas, et que D G soit un faisceau de lumière dont les rayons extrêmes D F, E G, sont sensiblement parallèles. Si tous les rayons étoient également réfrangibles, ils se romproient tous également en entrant dans le prisme, et ils seroient tous contenus dans l'espace que comprennent les parallèles F I, G H. La même chose arriveroit au sortir du prisme; ils seroient renfermés entre les lignes sensiblement parallèles I K, H L. Mais on remarque au contraire que ces lignes sont considérablement divergentes, et forment entre elles un angle de plusieurs degrés; les rayons extrêmes H L, *i k*, ont donc souffert des réfractions inégales, et il est aisé de voir dans cette disposition du prisme, que c'est le rayon *i k*, qui donne toujours le violet, qui a été le plus rompu; et le rayon H L, qui l'a été le moins. Or comme ce phénomène est constant, il faut que le violet, sous même incidence, souffre une plus grande réfraction que le rouge.

Voici donc ce qui arrive à un faisceau de lumière, comme D G pénétrant dans le prisme. Chaque filet dont il est composé, tel que D F, se partage, dès son entrée, en plusieurs, comme F I, F *i*, qui sont ceux qui ont les degrés extrêmes de réfrangibilité, et une multitude d'autres de réfrangibilité moyenne qui occupent l'espace intermédiaire. Il en arrive de même à tous les autres dont le faisceau de lumière D G est composé; E G, par exemple, se partage en G H, G *h*, et tous les autres qui ont des degrés moyens de réfrangibilité. Ils tombent dans cet état, et déjà séparés sur la seconde face du prisme; là ceux qui sont les plus réfrangibles éprouvent de nouveau une plus grande réfraction que ceux qui le sont le moins; ce qui augmente leur divergence, et hâte la séparation. Tous les rayons qui sont le moins réfrangibles, et qui le sont également entre eux, comme I K, H L, forment une espèce de bande sensiblement égale dans sa largeur; tous ceux qui le

sont le plus en forment une autre; ceux enfin qui ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité en forment une infinité d'autres renfermées entre les précédentes.

Il est aisé de voir par-là pourquoi à peu de distance du prisme, la lumière qui le traverse, est seulement colorée vers les bords, en bas de rouge, en haut de violet. C'est que la séparation des bandes colorées n'y est que commencée. Il n'y a encore que les extrêmes qui soient un peu séparées; mais qu'on éloigne davantage le carton où l'on reçoit l'image, on verra bientôt toutes ces bandes séparées les unes des autres, et à vingt-six pieds environ du prisme, l'image colorée sera composée de sept couleurs : le *rouge*, l'*orangé*, le *jaune*, le *verd*, le *bleu*, l'*indigo*, le *violet*, toutes inégalement réfrangibles, le *rouge* moins que l'*orangé*, celui-ci moins que le *jaune*, &c. En vain s'attendroit-on à en appercevoir un plus grand nombre en s'éloignant davantage, elles ne font que se dilater de plus en plus, sans qu'il en naisse aucune nouvelle.

Après cette première expérience, qui apprit à Neuton que la lumière du soleil étoit composée de sept couleurs primitives inégalement réfrangibles, il en fit une autre encore plus propre à convaincre de cette inégale réfrangibilité; c'est ce qu'il appelle son *Experimentum crucis.* Il introduisit (*fig.* 137) dans la chambre obscure un rayon de lumière par un trou d'un tiers de pouce de diamètre; et le recevant sur un prisme, il intercepta tout près, par un carton percé d'un trou en G, une partie de la lumière qui en sortoit. Le surplus passant par l'ouverture G, alloit peindre à douze pieds de distance une image colorée sur un autre carton aussi percé d'un trou *g*, et derrière ce trou étoit fixé un prisme, d'une manière invariable. Lorsqu'on mettoit le prisme A de manière que la partie supérieure de l'image colorée, ou le violet passoit par les trous G, *g*, ce rayon rompu passant par le second prisme, alloit donner du violet en N, par exemple; ensuite, à mesure que l'on tournoit le prisme, de manière que l'indigo, le bleu, le verd, &c. passassent successivement par les ouvertures ci-dessus, l'image alloit se peindre plus bas, et le rouge étoit celui qui occupoit la place la plus basse. Il est facile de voir ici que l'incidence de ces différens rayons étoit la même sur le second prisme, puisque leur direction étoit fixée par la position invariable des deux trous G, *g*; ce ne pouvoit donc être que la différente réfrangibilité de ces rayons qui causoit ce phénomène.

Mais Neuton ne s'en tient pas encore là. Son Traité et ses *Leçons d'Optique* nous fournissent une foule d'autres expériences non moins convaincantes, dont nous allons rapporter quelques-unes. 1°. Si l'on peint une bande en travers de deux couleurs,

de rouge par exemple, et d'un bleu foncé; qu'on la place sur un fond noir, et qu'on la regarde ensuite par un prisme posé parallèlement à sa longueur, et l'angle tourné en haut, on verra le bleu le plus haut, et le rouge en bas, comme si les deux portions colorées avoient été coupées et placées à différentes hauteurs. Ce sera le contraire, si l'on regarde à travers le prisme tourné l'angle en bas. Au lieu d'une bande, on peut placer horizontalement sur un fond noir, un fil composé de deux morceaux de différentes couleurs, et on verra de même au travers du prisme les deux portions séparées, quoiqu'encore parallèles.

2°. Qu'on enveloppe cette bande peinte de rouge et de bleu foncé de plusieurs tours d'un fil de soie noire très-déliée, et qu'on l'expose à la lumière d'un flambeau placé vis-à-vis la séparation des couleurs. Qu'on ait une large lentille de verre d'environ trois pieds de foyer, et qu'on la place immobile à la même hauteur, et vis-à-vis ce papier coloré, à la distance d'environ six pieds. Elle peindra, comme savent les opticiens, à une distance d'environ six pieds derrière elle, une image qu'on recevra sur un carton. Or l'on remarquera que tandis que la moitié rouge est peinte distinctement (ce que l'on connoît aux fils de soie ou traits noirs qui paroissent bien marqués ou bien terminés), la moitié bleue est tellement confuse, qu'à peine peut-on y distinguer ces traits, c'est-à-dire, que les différentes portions dans lesquelles ils divisent cette moitié, ne sont point distinctement terminées. Il faudra pour cela approcher le carton d'environ un pouce et demi, et alors tandis que les portions bleues paroîtront distinctement, on ne verra plus les rouges que confusément. Le foyer des rayons bleus est donc plus voisin que celui des rouges, et par conséquent ils ont essuyé une plus grande réfraction.

Neuton a déterminé ainsi leurs différens degrés de réfrangibilité par des expériences et des calculs qui portent avec eux leur démonstration (1). Le sinus d'inclinaison des rayons passant du verre dans l'air, étant 50 le sinus de réfraction des moins réfrangibles des rayons rouges est 77, tandis que le plus réfrangible des rayons violets a pour sinus de réfraction 78. A l'égard des couleurs moyennes, ce sont les rapports suivans. Les sinus des rayons rouges sont depuis 77 jusqu'à $77\frac{1}{8}$, ceux des rayons orangés depuis $77\frac{1}{8}$ jusqu'à $77\frac{1}{5}$, ceux des jaunes entre $77\frac{1}{5}$, et $77\frac{1}{3}$, ceux des verds entre $77\frac{1}{3}$, et $77\frac{1}{2}$, ceux des bleus entre $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, des indigos entre $77\frac{2}{3}$, et $77\frac{7}{9}$, enfin ceux des violets entre $77\frac{7}{9}$, et 78.

Jusques ici il ne s'est agi que de l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs. De-là naît une autre propriété

(1) Optique, liv. I, p. 1, Prop. VII.

qui

qui est une inégale réfléxibilité. Je m'explique, et je commence par remarquer qu'on n'entend point par-là une inégalité entre les angles d'incidence et de réflection, comme l'on cru quelques ignorans qui, attaquant Neuton sans l'avoir lu, lui ont imputé cette pensée. Cette inégale réfléxibilité consiste en ceci : Lorsqu'un rayon de lumière passe d'un milieu dans un autre moins dense, il y a une certaine inclinaison au-delà de laquelle il ne peut plus pénétrer dans ce second milieu; car si le sinus d'inclinaison est tel que le sinus de réfraction, qui est toujours avec lui dans un rapport déterminé, par exemple, comme 2 à 3 en passant du verre dans l'air; s'il arrive, dis-je, que ce sinus d'inclinaison soit tel, que celui de réfraction devienne plus grand que le sinus total, il est évident qu'alors la réfraction ne sauroit se faire, et le rayon, au lieu de pénétrer dans le second milieu, fut-ce du vuide, se réfléchira. Ainsi l'on voit que le rayon le plus réfrangible sera aussi le plus réflexible, c'est-à dire, que sous une moindre obliquité il ne pourra pénétrer dans le milieu plus rare, tandis que celui qui est moins réfrangible, y pénétrera encore. On le démontre aussi par une expérience facile. On tourne le prisme de manière que les rayons qui en sortent effleurent la seconde face. Alors le tournant un peu davantage, on voit d'abord les rayons violets se réfléchir contre cette seconde face, tandis que les autres la pénètrent encore, et passent au delà. Tourne-t-on encore un peu le prisme, on voit le bleu se réfléchir, ensuite le vert, le jaune, &c. le rouge enfin le dernier qui le traverse entièrement, et celui qui a besoin de la plus grande obliquité pour se réfléchir. Mais nous renverrons pour cette expérience à l'ouvrage de Neuton, afin de nous permettre plus d'étendue sur d'autres plus essentielles dans sa théorie.

Ces expériences sont celles qui regardent l'inaltérabilité des couleurs produites par le prisme. Lorsqu'une couleur est suffisamment séparée des autres (on verra bientôt comment cela s'exécute), son passage par un nouveau prisme ne la dilate plus : il n'est plus de réflection ni de réfraction qui la puisse changer, et qui en puisse tirer d'autres; ce qui détruit entièrement la conjecture de ceux qui faisoient consister les couleurs dans une modification de la lumière acquise par la réfraction et la réflection, ou par son passage à travers un milieu diaphane. Neuton introduisit (1) dans une chambre bien obscurcie un rayon de lumière par un trou d'une ou deux lignes de diamètre, et à la distance d'environ douze pieds, il reçut cette lumière au travers d'une lentille qui peignoit à une dixaine de pieds une image blanche et très-distinctement terminée. Il intercepta ces rayons

(1) Optique, liv. I, Exp. II.

avec un prisme placé au-delà de la lentille, et au lieu de cette image circulaire, il eut à une certaine distance une image distinctement terminée de tous les côtés, et qui étoit environ soixante-dix fois plus longue que large. On verra la nécessité de ce procédé en considérant que l'image alongée est formée d'une infinité de cercles différemment colorés, dont les centres sont à côté les uns des autres (voy. *fig.* 138.), et que moindres ils sont, moins ils empiètent les uns sur les autres, et plus chaque espèce de lumière est exempte de mélange. Neuton lui présenta ensuite un papier noir percé d'un trou ayant un sixième de pouce de diamètre, et fit passer au travers une des couleurs qu'il reçut sur un second prisme. Elle n'éprouva aucune altération, le *bleu* resta toujours bleu, le *vert* vert, &c. sans autre différence que celle qui doit se trouver dans chacune des couleurs dont les extrêmités approchent toujours de la teinte de leurs voisines. Neuton remarque encore que l'image du trou formée par ce second prisme étoit parfaitement circulaire. Il ajoute que lorsqu'on plongeoit dans cette lumière de petits objets, on les voyoit distinctement au travers du prisme, tandis que les mêmes objets plongés dans la lumière non décomposée, ne paroissent que confusément. Mais pour réussir dans cette expérience, il y a des précautions à prendre. Il faut que la chambre soit bien obscurcie, afin qu'aucune lumière latérale et étrangère ne vienne se mêler avec celle du rayon qu'on décompose. Il faut que le prisme ait son angle réfringent au moins de 60°, qu'il soit bien exempt de bulles et de veines, et que ses faces, de même que la lentille, soient polies, non à la manière ordinaire qui ne fait que déguiser les trous et les sillons en arrondissant leurs bords, mais comme le pratiquent les excellens artistes de télescopes. Avec ces soins qui ne tendent visiblement qu'à écarter toutes les circonstances étrangères, et toute réfraction irrégulière, on ne manque pas de réussir dans cette expérience délicate, et c'est faute de les avoir pris, que d'habiles physiciens n'ont pu en venir à bout. Nous reviendrons sur cela avant la fin de cet article. Continuons à développer les différentes parties de la théorie de Neuton.

Les expériences ci-dessus nous conduisent naturellement à reconnoître la nature et la cause des couleurs des objets. Elles sont dans la lumière qui éclaire ces objets, et ils ne sont d'une couleur ou d'une autre que parce qu'ils sont d'une nature à réfléchir plus de rayons de l'une que de l'autre. Le blanc enfin n'est que le mélange intime de toutes les couleurs primitives dans les mêmes proportions que celles qui composent la lumière blanche du soleil. Des expériences fort curieuses établissent ces faits. 1°. Après avoir formé par le moyen d'un prisme l'image colorée, si on la regarde à travers un prisme tourné en sens

contraire, on la voit réduite à la forme circulaire, et de couleur blanche. 2°. Si on reçoit cette image colorée sur un grand verre lenticulaire, de sorte que toutes les couleurs aillent se confondre en un foyer commun, voilà le blanc éclatant qui renaît; mais si l'on intercepte une des couleurs, ce n'est plus du blanc, c'est un gris qui varie suivant la couleur interceptée. 3°. Si l'on présente à une couleur homogène un corps quelconque, il la prend. A la vérité, si sa couleur naturelle est différente, la nouvelle dont il paroît teint, est moins éclatante. Cela vient de ce que ce corps est peu propre à réflechir une quantité considérable des rayons de la nouvelle couleur. Je dis une quantité considérable; en effet, il en réfléchit toujours quelques-uns de toutes les espèces parmi ceux de sa couleur propre, mais en petite quantité, ce qu'on prouve en le regardant au travers du prisme qui la décompose. Et c'est-là la raison pour laquelle il est visible, plongé dans une lumière qui n'est pas de sa couleur naturelle; car s'il ne réfléchissoit absolument que des rayons de cette couleur, plongé dans un rayon homogène d'un autre, il n'en réfléchiroit aucun, et il paroîtroit absolument noir. Que si l'on ne parvient point à composer du blanc de plusieurs couleurs matérielles mêlées dans les proportions de celles de l'image colorée, il ne faut pas s'en étonner. Ces couleurs ne sont jamais ni assez intimément mêlées, ni assez éclatantes pour qu'on puisse comparer ce mélange avec celui des rayons de la lumière même. Mais ceci appartient plutôt à la physique qu'aux mathématiques; cette raison et la nécessité d'abréger, me portent à renvoyer à Neuton qui dit sur cela des choses satisfaisantes.

Quelque bien prouvée que paroisse, à ce que j'espère, à tout lecteur sensé, la théorie précédente, du moins en ce qui concerne la décomposition des rayons de la lumière, leur différente réfrangibilité, et l'inaltérabilité des couleurs produites par le prisme, ce ne fut pas sans diverses oppositions qu'elle s'établit. Lorsque l'écrit de Neuton vit le jour, le Père Pardies fit des objections (1). A la vérité, sur la réponse de Neuton, ce Père eut la candeur rare de se rendre, et de témoigner qu'il étoit satisfait. Mais les autres adversaires de Neuton ne se rendirent pas aussi aisément. Celui qui le fatigua le plus, fut un certain François Line, du collége anglois à Liége. Ses difficultés sont dignes de celui qui, plutôt que de reconnoître la pesanteur de l'air, avoit imaginé de petits cordons invisibles pour soutenir le mercure dans le tube de Torricelli. Nous remarquerons même comme une singularité, qu'il ne sut jamais répéter la première

(1) *Trans. Phil.* n°. 81, &c.

et la plus simple des expériences du prisme, celle de former l'image colorée et oblongue que Neuton examine. Cette remarque me dispensera d'en dire rien de plus.

C'est avec regret que je trouve ici M. Mariotte parmi ceux qui ont contribué pendant quelque temps à rendre incertaine et douteuse la théorie de Neuton. Il ne nia pas, il est vrai, la différente réfrangibilité des rayons, mais il rejetta l'inaltérabilité des couleurs, qui forme une partie considérable et essentielle de cette théorie. Ce qui l'engagea dans ce sentiment, fut qu'il ne put réussir dans l'expérience dont nous avons parlé plus haut. Il lui arriva toujours, dit-il, de trouver dans chaque couleur, quoique reçue à une très-grande distance du prisme, diverses autres couleurs, comme dans le rouge, non-seulement du rouge, mais du jaune et du violet, d'où il conclud que cette inaltérabilité n'étoit pas suffisamment prouvée, ou, pour me servir de ses propres termes, que l'*ingénieuse hypothèse de M. Neuton ne devoit pas être reçue*. Je remarque en passant ce terme d'*hypothèse*, qui paroîtra sans doute bien singulier et bien mal appliqué à des vérités telles que celles qu'enseignoit Neuton. Mais telle étoit alors la manière de philosopher : on croyoit n'être physicien qu'à proportion qu'on imaginoit des hypothèses mieux liées, et à l'aide desquelles on expliquoit un plus grand nombre de faits. On ne doit sans doute pas blâmer et rejetter entièrement cette manière de procéder en physique ; elle a eu et peut avoir quelquefois ses utilités, mais Neuton n'avoit rien moins prétendu que faire une hypothèse ; il avoit proposé la différente réfrangibilité de la lumière, et l'inaltérabilité des couleurs, comme des faits, des vérités démontrées par l'expérience. Aussi avoit-il failli se fâcher contre le P. Pardies qui dans sa première lettre s'étoit servi du terme d'hypothèse en parlant de cette théorie.

Je me persuaderois volontiers que M. Mariotte n'avoit point lu l'écrit de Neuton. Car outre qu'il n'auroit pas traité sa théorie d'hypothèse, il auroit été plus circonspect à prononcer, sur le peu de succès de son expérience, le contraire de ce que Neuton avoit assuré. En effet, Neuton avoit dit expressément que pour réussir dans l'expérience de l'inaltérabilité des couleurs, il falloit les séparer d'une manière plus parfaite que celles qu'il avoit jusque-là indiquées. Il se proposoit alors de publier au premier jour son *Optique* dans laquelle il devoit détailler la manière de faire l'expérience délicate dont il s'agit ; mais dès que son écrit parut dans les *Trans. philos.* il vit de toute part s'élever tant de chicanes et de mauvaises difficultés, que craignant de commettre son repos, il changea de dessein, et supprima son ouvrage.

Il resta donc douteux pendant long-temps que les couleurs

produites par le prisme fussent inaltérables, comme le disoit Neuton. Enfin parut son *Optique*, ce livre admirable, et si digne d'être conseillé à tous ceux qui cultivent la physique, comme le plus parfait modèle de l'art d'interroger la nature. Neuton y dévoila la manière de décomposer suffisamment la lumière pour trouver les couleurs inaltérables. Nous l'avons rapportée plus haut, et il n'y a plus aujourd'hui le moindre doute qu'on n'y réussisse quond on s'y prend de cette manière. La société royale de Londres en a rendu un témoignage authentique, en rendant compte dans son recueil de 1716 des expériences faites devant elle par Desaguliers, et qui réussirent aussi bien qu'on pouvoit le desirer. Mais il y a eu dans tous les temps des esprits faux et précipités qui ont combattu les vérités les plus solidement établies. On ne doit donc pas être étonné de rencontrer encore dans ce siècle-ci quelques contradicteurs de la théorie neutonienne. Nous les ferons connoître, ainsi que la foiblesse de leurs raisonnemens, et leur pitoyable ignorance en géométrie, dans la suite de cet ouvrage.

V.

Nous avons maintenant à expliquer les raisons que Neuton donne de la réflection et de la réfraction. C'est-là un point sur lequel il ne s'écarte pas moins de la doctrine jusqu'alors reçue des philosophes, que dans son analyse des couleurs. Nous ferons ici sans peine un aveu, savoir que cette partie de sa théorie n'a pas tout à fait la même évidence que celle que nous venons de développer. Elle est néanmoins fondée sur des expériences très-ingénieuses. Ce sera par elles que nous commencerons, afin de préparer par degrés aux conjectures un peu hardies que forme Neuton.

La première de ces expériences est celle dont Grimaldi se servoit pour prouver ce qu'il appeloit la *diffraction* de la lumière. Neuton fit un trou d'une 42e de ligne à une plaque de métal, et introduisit par-là un filet de lumière dans la chambre obscure. Il exposa à ce rayon un cheveu, et il remarqua que son ombre étoit beaucoup plus grande que celle que pouvoit produire la simple divergence des rayons qui l'effleuroient. Mesurée à dix pieds de distance, elle lui parut trente-cinq fois plus grande qu'elle ne devoit être, en n'ayant égard qu'à cette raison. On pourroit dire, et sans doute quelque physicien l'a dit, que cet effet est produit par une certaine atmosphère des corps, qui rompt les rayons qui la traversent en les écartant de la perpendiculaire. Mais M. Neuton détruit cette conjecture, en remarquant que la même chose arrive dans les cas où il ne semble

pas y avoir lieu à une pareille atmosphère, comme lorsque le cheveu est plongé dans l'eau, et placé entre deux glaces. M. Neuton se contente d'en conclure que les rayons qui passent à une certaine distance du cheveu en sont repoussés, quels qu'en soient la cause et le méchanisme, et qu'ils le sont d'autant plus, qu'ils en passent plus près.

Voilà une expérience qui indique une répulsion de la lumière exercée par certains corps. En voici une autre qui semble dénoter un effet contraire. Neuton reçoit un rayon de lumière entre deux lames tranchantes et parallèles. Il les approche l'une de l'autre jusqu'à la distance d'un 400e. de pouce, et voilà que cette lumière se divise en deux parties qui, se jettant de côté et d'autre dans l'ombre des couteaux, laissent entre elles mêmes une ombre noire et épaisse. Il est visible ici que ces rayons ont été dérangés dans leur cours rectiligne à leur approche du tranchant des couteaux, et qu'ils ont eté pliés en dedans par une sorte d'attraction. De-là Neuton conclut, et il semble qu'on ne peut guères en conclure que cela, savoir que les corps sont doués d'une propriété qui les fait agir sur la lumière qui passe dans leur voisinage, tantôt en l'attirant à eux, tantôt en la repoussant; et comme l'on voit que cette force ne s'exerce qu'à une très-grande proximité, et que son action ne se fait point appercevoir à une distance sensible, il est encore naturel d'en inférer que sa nature est de croître fort rapidement, tandis que la distance diminue, c'est à-dire, dans un rapport plus grand que l'inverse de la distance ou de son quarré. Car puisque cette sorte d'attraction, qu'on nous permette ce terme dans le sens que lui donne Neuton, courbe si sensiblement, et dans un trajet si petit, le chemin d'un corpuscule de lumière dont la rapidité est si grande, il est aisé de juger que cette force doit être d'une grande intensité aux environs du contact. Neuton trouve qu'elle surpasse plusieurs milliers de fois celle de la pesanteur, c'est-à-dire, la force avec laquelle le même corpuscule tend vers la terre; et de-là il suit que cette force doit être de telle nature, qu'elle croisse avec une grande rapidité, tandis que la distance diminue, c'est-à-dire, dans un rapport beaucoup plus grand que l'inverse du quarré de la distance. En effet, M. Neuton démontre qu'un corpuscule qui seroit poussé ou attiré vers un corps, suivant le rapport inverse du cube, ou d'une plus haute puissance de la distance à chacune de ces particules, seroit attiré au contact avec une force infinie, tandis qu'à la moindre distance sensible cette force ne seroit pas perceptible. Ainsi il faut, si nous mesurons la force des corps sur la lumière par une puissance de la distance, il faut qu'elle croisse dans un rapport beaucoup plus approchant du cube que du quarré. Par-là elle sera

au contact et à une grande proximité, plusieurs milliers de fois plus grande qu'à une distance perceptible, sans être néanmoins infinie.

C'est de cette action des corps sur la lumière (quelqu'en soit d'ailleurs le mécanisme que Neuton n'exclut point), c'est de cette action, dis-je, qu'il déduit les causes de la réfraction et des lois constantes qu'elle observe. Concevons (*fig.* 139) un rayon de lumière qui tombe obliquement sur un milieu plus dense, et conséquemment plus attractif que celui dans lequel il se meut. Dès qu'il est arrivé à la distance où commence l'action du corps vers lequel il s'approche, il commence par les lois du mouvement à changer de direction, et à décrire une courbe concave vers le milieu attirant, à peu près comme nous voyons un corps lancé obliquement vers la terre suivre un chemin concave vers elle, et la rencontrer avec moins d'obliquité que s'il eut suivi sa première direction imprimée. Arrivé à la surface du même corps, le corpuscule de lumière continue encore à suivre un chemin curviligne et concave dans le même sens; car il est encore plus attiré vers l'intérieur que vers l'extérieur, jusqu'à ce qu'il soit plongé d'une profondeur égale à la distance où cesse l'action du milieu qu'il quitte. Alors toutes les attractions des particules environnantes étant égales, le corpuscule de lumière continue à se mouvoir par une tangente à la trajectoire ECI, et cette droite est évidemment moins oblique à la surface réfringente.

On vient de voir un rayon qui en se rompant s'est approché de la perpendiculaire. Supposons, pour donner un exemple du contraire, que ce corpuscule traverse le corps, et en sorte pour rentrer dans le premier milieu D, voici la route qu'il tiendra. Lorsqu'il sera arrivé à une distance de ce milieu, égale à la profondeur dans laquelle il s'y étoit plongé en décrivant la petite courbe CI, il commence à en décrire une *ic* en sens contraire, c'est-à-dire, convexe vers la surface *ab*, parce que les degrés d'attraction qui ont fait décrire à ce corpuscule cette courbe CI, convexe vers AB, sont précisément égaux, et seulement en sens contraire de ceux qui agissent sur lui dans le voisinage de *ab*. La petite courbe *ce* décrite par le corpuscule depuis cette surface *ab* jusqu'au sortir de sa sphère d'activité, sera pareillement égale et semblable par la même raison à EC décrite en approchant de AB. Enfin il s'échappera par la tangente *er* à cette courbe, tangente qu'on voit facilement être plus inclinée à la surface réfringente. Ainsi la réfraction l'écartera de la perpendiculaire, et si AB et *ab* sont parallèles, le rayon émergent *er* sera parallèle à l'incident RE; ajoutons que sa vîtesse sera la même en rentrant dans le même milieu.

On le voit assez évidemment dans le cas de deux surfaces réfringentes parallèles A B, *ab*. Il est vrai que lorsqu'elles ne sont pas parallèles, la chose n'est pas aussi évidente, parce qu'alors les inclinaisons à l'entrée et à la sortie n'étant pas les mêmes, les courbes E C I, *ice* ne sont pas égales et semblables; on le démontre néanmoins aussi dans ce cas d'une manière qui ne laisse aucun doute.

En admettant l'explication qu'on vient de donner de la réfraction, on montre facilement pourquoi les sinus de l'angle d'inclinaison et de l'angle rompu qu'on nomme aujourd'hui d'incidence et de réfraction, sont constamment dans le même rapport. Neuton en donne deux démonstrations, l'une purement synthétique, à la fin du premier livre de ses *Principes*, l'autre dans son *Optique*. Clairaut a donné aussi à sa manière, c'est-à-dire, par le calcul analytique, la démonstration de cette loi, dans un mémoire qui fait partie de ceux lus à l'académie des Sciences en 1738, et dont on retrouve la substance dans le commentaire sur Neuton, de la marquise du Châtelet. Il y recherche l'expression de la trajectoire décrite par un corpuscule de lumière à l'approche d'une surface vers laquelle il est attiré perpendiculairement, et suivant une puissance ou fonction quelconque de la distance. Il détermine ensuite le rapport des sinus d'inclinaison du premier et dernier élément de la courbe décrite par ce corpuscule pendant qu'il pénètre dans le second milieu; ces deux élémens sont les deux directions du rayon avant et après la réfraction. Or il trouve que l'inclinaison primitive ne change en rien ce rapport qui ne dépend que de la vitesse du rayon incident, de la loi d'attraction et de la densité du milieu. Ainsi ces choses étant toujours les mêmes, quoiqu'inconnues, tant que la réfraction se fait entre les mêmes milieux, il s'en ensuit que le rapport des sinus ci-dessus doit être constant. Passons maintenant à la réflection.

La réflection de la lumière ne seroit pas un sujet de difficulté, si elle étoit de la même natnre que celle qu'éprouve un corps élastique et sphérique qui frappe une surface impénétrable. Les principes ordinaires de la Mécanique seroient suffisans pour en expliquer toutes les circonstances; mais lorsqu'on examine avec attention toutes les particularités du phénomène, on est conduit avec Neuton à ne plus regarder cette réflection comme occasionnée par le choc des particules de la lumière contre celles des corps. Plusieurs raisons établissent cette sorte de paradoxe. D'abord nous avons des exemples d'une réflection qui se fait sans que la lumière ait à rencontrer plus de parties solides que dans le milieu qu'elle traverse, ou même sans en rencontrer aucun. Qu'on fasse tomber un rayon sur un

un prisme, de manière qu'au sortir de sa surface postérieure, il ne fasse que l'effleurer; en tournant encore tant soit peu ce prisme, on verra une partie de ces rayons, comme les bleus, les violets, se réfléchir, tandis que les rouges, les orangés, passent encore. Dira-t-on que les rayons bleus et violets rencontrent sous la même inclinaison plus de parties solides que les autres? Il y a plus, si l'on fait cette expérience dans le vuide, c'est-à-dire, de sorte qu'il n'y ait aucun air grossier contre la seconde surface réfringente du prisme, la réflection contre cette seconde surface se fera plus facilement. Le rayon qui, sous une certaine obliquité passoit encore dans l'air, ne passera plus dans le vuide. Mais voici un autre phénomène. Si cette surface du prisme est contigüe à de l'eau ou à une lame de verre, le rayon ne se réfléchira plus sous cette obliquité, et pénétrera dans l'eau ou dans le verre. Le vuide opposeroit-il à la lumière plus de parties solides que l'air, l'eau où le verre même. Cette dernière expérience montre en même temps combien peu l'on seroit fondé à dire que ce sont les dernières parties solides du verre qui réfléchissent la lumière; car les corps contigus ne changeroient pas la disposition de cette dernière surface. Ajoutons à cela que celle des miroirs les mieux polis n'est point assez égale pour réfléchir la lumière avec la régularité et la vivacité que nous remarquons. Le microscope nous fait appercevoir dans les miroirs doués du poli le plus vif, des aspérités très-irrégulières, et la raison nous apprend qu'il n'y a que les plus grossières qui puissent être enlevées par les moyens qu'on emploit en les polissant. Si nous avions les yeux du ciron, ou de ces animaux encore plus petits que le microscope nous montre dans les liqueurs infusoires, la surface la mieux polie nous présenteroit le spectacle d'une vaste plaine sillonnée et hérissée de rochers presque contigus et de toutes les formes imaginables. Comment peut-on donc concevoir qu'une surface si raboteuse, eu égard à la ténuité extrême des particules de la lumière, pût la réfléchir avec quelque régularité. Mais supposons encore que cette surface fût parfaitement régulière, il faudroit que tous les corpuscules de lumière eussent une forme sphérique, et fussent doués de l'élasticité. On conçoit en effet comment une sphère élastique se réfléchira contre un plan, en faisant l'angle de réflection égal à celui d'incidence. Mais si ce corps est irrégulier, elliptique, cylindrique, tel enfin que la ligne tirée de son centre de gravité au point de contact avec la surface choquée, ne lui soit pas perpendiculaire, il n'y aura plus d'égalité entre les angles d'incidence et de réflection. Or qui se persuadera que toutes les particules de la lumière soient élastiques et de forme sphérique? Je n'ignore pas qu'on pourra dire avec Malebranche,

que ce sont de petits tourbillons, dès-lors sphériques et élastiques. Mais c'est là une pure hypothèse, une supposition précaire, et en faveur de laquelle aucun phénomène ne dépose. Il n'en est pas ainsi des assertions de Neuton; il n'avance rien que plusieurs expériences ne lui en fournissent un motif légitime.

La réflection ne se fait donc point par le choc des particules de la lumière contre celles des corps. C'est une vérité reconnue aujourd'hui par ceux mêmes qui rejettent le surplus du système neutonien sur la réflection et la réfraction. Quelle est donc la cause qui nous renvoie la lumière? La voici selon M. Neuton.

Pour y arriver par degrés, imaginons un rayon tombant obliquement sur la surface d'un corps dense, et tendant à en sortir pour entrer dans un milieu plus rare qui le rompt en l'éloignant de la perpendiculaire. Il y a une certaine obliquité sous laquelle la petite courbe E C I (*fig.* 140) que nous avons vu décrite par le corpuscule de lumière, sera telle que son sommet touchera la ligne L K, qui est le terme jusqu'où s'étend l'action du corps sur la lumière. Ainsi tout rayon moins oblique pénétrera dans le second milieu; tout autre doit être réfléchi, ne pouvant y pénétrer. Car dès que la courbe E C I touchera la ligne L K, alors, suivant les lois de la Mécanique, le corpuscule qui l'a décrite sera obligé d'en décrire une semblable et egale I *c e* par l'action du corps qui l'attirera à lui; tout comme on voit un corps projetté obliquement à l'horizon en montant, décrire, après être parvenu au plus haut, une demi-parabole égale et semblable à la première. Enfin tous les autres rayons plus obliques, ou ayant moins de vîtesse, décriront de semblables courbes, mais en pénétrant moins dans le second milieu, et même sans atteindre la surface ci-dessus L K. Car le corpuscule de lumière n'est pas plutôt arrivé à une certaine proximité de cette surface, qu'il est plus attiré vers le dedans que vers le dehors, et son chemin devient convexe vers elle, comme nous l'avons observé; de manière que lorsque la direction de ce chemin est devenue parallèle à cette surface, comme la partie L *m* à son sommet *m*, dès-lors le corpuscule lumineux retiré en arrière, décrit une courbe *m n* semblable et égale à la première; et arrivé en *n*, il s'échappe par la tangente, et il continue sa route en ligne droite. C'est la similitude de ces courbes de côté et d'autre, qui fait que l'angle de réflection est égal à celui d'incidence. Au reste, tout cela occupe si peu d'étendue, qu'on peut regarder la réflection et la réfraction comme se faisant dans un seul point.

Nous venons d'expliquer avec succès cette sorte de réflection, et mettant à part tout attachement aux idées du célèbre philosophe anglois, nous pensons qu'il seroit difficile d'en rendre

d'autres raisons ; mais celle que nous voyons se faire sur la surface des corps opaques et polis, est-elle de la même nature ? On doit le dire dans le système que nous exposons ; et voici comment on le rend probable.

Nous avons vu dans les deux expériences rapportées au commencement de cet article, que les corps agissent sur la lumière, tantôt en la repoussant, tantôt en l'attirant fortement à eux. Il est à la vérité probable que ces attractions et répulsions tiennent à un même principe, quel qu'il soit, et que ce ne sont que deux manières différentes dont la même puissance agit suivant les circonstances. Quoi qu'il en soit, nous sommes fondés à admettre dans les corps une puissance quelquefois répulsive à l'égard des rayons de la lumière. Supposons donc un corps dont les particules soient douées d'une pareille force. Lorsqu'un corpuscule de lumière s'approchera de sa surface, s'il y arrive obliquement, son mouvement sera infléchi, et se fera dans une courbe tournant sa convexité à la surface réfléchissante, et dès que par l'action de cette force répulsive le corpuscule de lumière aura pris une direction parallèle à cette surface, il cessera de s'en approcher, et décrivant une seconde courbe semblable à la première, il s'échappera par une tangente qu'on voit facilement devoir être autant inclinée en sens opposé au plan réfléchissant, que la ligne d'incidence. Chaque rayon pénétrera d'autant plus dans le petit espace parallèle où s'exerce la répulsion, qu'il tombera moins obliquement ; et comme cette répulsion croît beaucoup plus rapidement que ne diminue la distance, elle pourra avoir la force, non-seulement de retarder le mouvement du rayon perpendiculaire, mais encore de le repousser en arrière. Tout cela est aisé, et entièrement conforme aux lois de la Mécanique, si l'on admet le principe ; mais, nous n'en disconviendrons pas, c'est dans ce principe que réside la difficulté. Car admettre tantôt une puissance attractive, tantôt une puissance répulsive, c'est ce qu'il n'est pas aisé de concilier avec les règles de la saine physique ; et quant à ce que dit quelque part M. Neuton, que de même que les quantités négatives commencent où finissent les positives, ainsi la répulsion commence où finit l'attraction, cela me paroît plus mathématique que physique, et plus ingénieux que solide.

Il me semble que pour résoudre cette difficulté, on pourroit dire que les milieux diaphanes sont ceux dont la contexture est telle, qu'ils exercent une plus grande force d'attraction sur la lumière ; car en admettant cette supposition, il sera facile de voir que dans le contact d'un milieu transparent avec un opaque, l'attraction du premier l'emportant sur celle du dernier, l'excès

de l'une sur l'autre sera une force équivalente à une répulsion exercée par celui-ci. Cette idée pourroit être davantage développée, et peut être mise à couvert de diverses difficultés que j'entrevois. Quoi qu'il en soit, M. Neuton a tenté de rendre une raison mécanique de ces attractions et répulsions, dans les questions qui terminent son Optique. Il conjecture que ces effets pourroient bien être occasionnés par l'action d'un milieu extrêmement élastique, répandu dans tous les corps, et qui remplit même les espaces vuides de tout corps sensible. Ecoutons-le lui même dans la question XVIII. « La chaleur, » dit-il, n'est-elle pas communiquée à travers le vuide par les » vibrations d'un milieu beaucoup plus subtil que l'air, lequel » milieu reste dans le vuide, après que l'air en est pompé? » Et ce milieu n'est-il pas le même que celui qui rompt et » qui réfléchit la lumière, et par les vibrations duquel elle » échauffe les corps, et est mise dans des *accès de facile* » *transmission et de facile réflection*, &c? (On verra bientôt » ce que Neuton entend par-là). La réfraction de la lumière, » continue-t-il dans sa question XIX, ne provient-elle pas de » la différente densité de ce milieu éthéré en différens en- » droits, la lumière s'éloignant toujours des parties du milieu » les plus denses? Et sa densité n'est-elle pas plus grande dans » les espaces libres et vuides d'air et d'autres corps plus gros- » siers que dans les pores de l'eau, du verre, du crystal, des » pierres précieuses, &c? Car lorsque la lumière passe au-delà » du verre ou du crystal, et que tombant fort obliquement sur » la surface du verre la plus éloignée, elle est totalement ré- » fléchie, cette réflection totale doit plutôt venir de la densité » et de la vigueur du milieu hors du verre et au-delà du » verre, que de sa rareté et de sa foiblesse? Ce milieu, dit-il » encore dans la question XX, passant de l'eau, du verre, &c. » dans d'autres corps plus rares, ne devient-il pas toujours plus » dense par degré, et ne rompt-il pas par ce moyen les rayons » de lumière, non dans un point, mais en les pliant peu à peu » en ligne courbe; et la condensation graduelle de ce milieu » ne s'étend-elle pas à quelque distance des corps, et ne pro- » duit-elle pas par-là les inflections des rayons de la lumière » qui passent près de leurs extrêmités, et à quelque distance? » Ces endroits et plusieurs autres sont propres à justifier Neuton de l'imputation si souvent répétée contre lui, de recourir à de nouvelles propriétés de la matière pour expliquer certains phénomènes. Si dans quelques occasions il a paru pencher vers l'attraction, considérée comme propriété inhérente à la matière, cela ne doit point nous surprendre. Il est naturel que dans une discussion hérissée de tant de difficultés, quel-

quefois les unes prépondèrent sur les autres. Et cette espèce de contradiction qui indique un embarras à se décider, fondé sur les difficultés qu'on entrevoit de toutes parts, est sans doute plus digne d'un esprit philosophique, que la hardie confiance du philosophe qu'on met souvent en opposition avec Neuton.

Il se présente en ce lieu une question qui mérite que nous en disions quelques mots. Après avoir vu que les rayons diversement colorés sont inégalement réfrangibles, on a demandé quelle pouvoit être la cause de cet effet. On s'est partagé sur cela, les uns l'attribuant à la différente masse des particules de la lumière, les autres à leur différente vîtesse. Quant à moi, il me semble que pour répondre à une pareille question, il faudroit avoir des connoissances que nous n'avons point encore. En effet, dans l'hypothèse même de l'émission de la lumière, hypothèse qui n'est pas sans difficultés, il faudroit savoir quelle est la nature de cette force qui détourne la lumière et produit la réfraction. Car si on la fait consister dans une propriété inhérente à la matière, il faudra dire que la différente réfrangibilité est l'effet de la différente vîtesse des particules de la lumière. Ceux qui ont pensé le contraire, ne faisoient pas attention que suivant les principes de la Mécanique, un boulet de canon lancé obliquement avec la même vîtesse et la même direction que la plus petite balle de plomb, ne décriroit pas une autre courbe, du moins en faisant abstraction de la résistance de l'air. Or l'un et l'autre cas sont absolument semblables.

Mais fait-on consister l'attraction dont il s'agit ici dans l'action d'un fluide élastique, comme le soupçonne M. Neuton, le cas sera bien différent. Alors la différence des masses pourra, ou seule, ou conjointement avec la différence des vîtesses, produire la différente réfrangibilité. Car les particules les plus grosses pourront, toutes choses d'ailleurs égales, être les moins dérangées. Ainsi, dans cette supposition, les rayons rouges peuvent être ceux qui ont le plus de masse.

Il nous reste à parler de quelques expériences de M. Neuton, d'un autre genre que les précédentes, et trop curieuses pour que, malgré l'obligation où nous sommes d'abréger, nous puissions les omettre. Les voici : M. Neuton prit un verre plan convexe, et un autre convexe des deux côtés, et ayant son foyer à cinquante pieds de distance. Il appliqua le dernier sur le côté plan du premier, et les pressant légérement l'un contre l'autre, il vit successivement sortir du centre divers anneaux colorés qui s'étendoient davantage en diamètre, et se resserroient, quant à leur largeur, à mesure qu'il pressoit, jusqu'à ce que ces verres étant comprimés à un certain point, il se fit au centre une tache noire, après quoi il ne parut plus de

nouvelles couleurs, et elles s'étendirent seulement en largeur et en diamètre. Dans cet état l'ordre des couleurs dans chaque anneau allant du centre à la circonférence, étoit celui-ci : le premier, NOIR, *bleu*, *blanc*, *jaune*, *rouge*; le second, VIOLET, *bleu*, *vert*, *jaune*, *rouge*; le troisième, POURPRE, *bleu*, *vert*, *jaune*, *rouge*; le quatrième, VERT, *rouge*; le cinquième, BLEU, *verdâtre*, *rouge*; le sixième, BLEU, *verdâtre*, *rouge-pâle*; le septième, BLEU-*verdâtre*, *blanc-rougeâtre*. Les mêmes phénomènes, et le même ordre des couleurs paroissent avec des verres de quelque convexité qu'ils soient, à moins qu'ils ne soient portions de trop petites sphères, parce qu'alors ces anneaux colorés sont trop resserrés, et se dérobent à la vue; d'où l'on peut conclure que ce phénomène ne sauroit être l'effet du hazard, mais qu'au contraire il dépend d'une cause réglée et permanente.

Pour venir à bout de découvrir quelque chose sur ce sujet, Neuton se comporta avec sa sagacité ordinaire; il mesura les demi-diamètres de ces anneaux dans les endroits où ils paroissoient le plus éclatans, et après plusieurs mesures réitérées, il trouva que leurs quarrés suivoient les rapports des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. Au contraire les demi-diamètres des intervalles obscurs entre chacun des anneaux, en commençant par la tache noire du centre, avoient leurs quarrés dans les rapports des nombres pairs 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c. Et comme l'un des verres étoit plan, il suit delà que les intervalles de ces verres, ou les épaisseurs des pellicules d'air qu'ils comprenoient dans les endroits qui formoient les anneaux lumineux, étoient dans les rapports de ces nombres impairs, tandis que ces épaisseurs aux anneaux obscurs étoient comme les nombres pairs. M. Neuton calcula ensuite, d'après le diamètre de la convexité de l'objectif ci-dessus, qui étoit de cent un pieds, quelle étoit l'épaisseur reelle de chacune de ces couches d'air, et il trouva que celle de l'endroit le plus lumineux du premier anneau, étoit la 178000e. d'un pouce; par conséquent celle du lieu le plus brillant du second anneau, trois 178000es. et ainsi de suite. Il mesura pareillement les diamètres de ces anneaux à chacune des couleurs, d'où par un calcul semblable il détermina l'épaisseur de la couche d'air réfléchissant chaque couleur, et il en dressa une table. Il trouva sensiblement les mêmes résultats, c'est-à-dire, les mêmes rapports de largeur, et les mêmes épaisseurs, en employant divers autres verres de convexités connues, et à voir les précautions qu'il y a prises, on ne sauroit douter que ces mesures ne soient aussi exactes qu'il est possible de l'attendre du plus adroit observateur.

Neuton fit ensuite glisser entre ces deux objectifs une goutte

d'eau ; cette goutte, en s'y étendant, fit resserrer les anneaux sans changer leur ordre, dans le rapport de 7 à 8, d'où resulte entre les épaisseurs de couches d'eau et d'air correspondantes aux mêmes couleurs, celui de 3 à 4, qui est le rapport de la réfraction de l'eau dans l'air. Enfin, pour reconnoître les couleurs que forment les pellicules d'un milieu plus dense, environné de toute part d'un plus rare, il se servit d'une bouteille d'eau de savon soufflée avec un chalumeau, divertissement connu par tout des enfans, mais qui, entre les mains de notre philosophe, devint l'instrument d'une découverte remarquable. Ayant fait une pareille bulle, et l'ayant mise à l'abri sous un vase de verre très-transparent, il observa les suites de couleurs qui se forment sur sa surface, à mesure que le fluide s'écoulant en bas, elle s'amincit. Il vit les mêmes couleurs en sens contraire que ci-dessus, s'étendre annulairement du sommet de la bulle, vers la circonférence de la base où elles s'évanouissoient, de sorte qu'à mesure qu'elle s'amincissoit, elle donnoit par réflection les mêmes couleurs que la couche d'air ou d'eau interceptée entre les objectifs des expériences précédentes. La seule différence étoit que ces couleurs dans la bulle d'eau paroissoient beaucoup plus vives que dans la couche d'air ou d'eau dont nous venons de parler. Mariotte a connu aussi ces couleurs produites par de minces lames d'eau, de verre ou de talc, mais ses expériences ne sont pas poussées aussi loin que celles de Neuton, et les raisons qu'il en donne sont bien différentes. On peut lire sur le même sujet un mémoire de M. Mazeas, inséré dans le recueil des mémoires des Savans étrangers, t. 11. Il est intéressant par les nouvelles expériences qu'a fait ce physicien sur ces couleurs et leur production.

Les expériences précédentes nous conduisent avec M. Neuton à former des conjectures fort probables sur la cause de la couleur des corps. En effet, puisque nous avons vu de petites lames d'air, d'eau, de verre, réfléchir différentes couleurs, à proportion qu'elles sont moins épaisses, n'est-il pas naturel de faire dépendre la couleur d'un corps de la différente épaisseur, et la différente densité des lames transparentes dont il est composé. Une couleur, par exemple, vive et telle que celle que M. Neuton nomme du troisième ordre, parce qu'elle appartient au troisième anneau coloré, sera produite par des particules qui, si elles sont de la densité de l'eau, auront une épaisseur égale aux 21 cent milliémes d'un pouce. Il suit encore des expériences de M. Neuton, que plus la densité de la lame réfléchissante est grande, plus la couleur est fixe et invariable, sous quel angle qu'on la regarde, au lieu que si cette lame est peu dense, comme la lame d'air entre deux objectifs, la couleur

varie, de sorte que ceci peut servir à rendre raison de la fixité et de l'espèce de mobilité des couleurs de certains corps.

Mais ce n'est pas là la conséquence la plus surprenante que nous offrent ces expériences. Elles nous montrent un phénomène fort singulier, savoir que chaque rayon de lumière, à son passage d'un milieu dans un autre, acquiert une certaine disposition qui fait que tant qu'il reste dans ce second milieu, il est alternativement propre à être réfléchi ou à être transmis avec facilité à la rencontre d'un milieu différent, soit que cette disposition réside dans le rayon même, ou qu'elle soit l'effet des vibrations de ce milieu subtil et infiniment élastique, auquel M. Neuton pense qu'on peut attribuer la cause de la réflection, de la réfraction, et même de la gravitation universelle. On voit en effet par les expériences ci-dessus qu'un rayon de lumière est réfléchi et transmis alternativement, suivant que l'épaisseur de la plaque mince, est de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. qu'il est transmis aux épaisseurs 0, 2, 4, 6, &c. et réfléchi par les épaisseurs 1, 3, 5, &c. On a vu aussi que la moindre de ces dernières, savoir celle qui est désignée par 1, est pour une couche d'air entre deux verres, une 178000e. d'un pouce. Ainsi il faut dire que ces alternatives de facile réflection ou transmission reviennent à des intervalles qui ne sont pas plus grands, lorsque la lumière passe du verre dans l'air, qu'une 178000e. de pouce, et ces intervalles sont, en vertu des mêmes expériences, plus courts dans l'eau que dans l'air, dans le rapport de 3 à 4; et encore plus courts dans le verre que dans l'eau, savoir comme 8 à 9, qui est la raison des sinus de la réfraction de l'un dans l'autre. Voilà, nous en conviendrons, une propriété bien singulière, et bien capable d'exciter l'étonnement, je l'avouerai même, de faire des incrédules. Mais avant que d'en porter un jugement, il faut consulter l'ouvrage de Neuton qui contient une foule d'expériences sur ce sujet, dont je n'ai pu donner ici qu'une esquisse. Si l'on n'en revient pas convaincu, on en reviendra du moins pénétré d'admiration pour le génie qu'on y voit éclater de toutes parts.

Neuton a fait sur les inflections de la lumière des expériences qui ne sont pas moins curieuses, et qui le mènent à des résultats qui ne sont pas moins extraordinaires. Quelqu'en soit le sort, il suit bien certainement de ces expériences que, tout comme les rayons diversement colorés ont des réfrangibilités inégales, de même ces rayons souffrent sous la même inclinaison des inflections inégales, et c'est-là ce qui sépare les couleurs, et qui produit dans l'ombre ces franges semblables à l'arc-en-ciel, que Neuton examine avec tant de sagacité dans ces expériences. Nous ne le suivrons pas dans cette partie de son

son ouvrage, parce que nous ne pourrions le faire sans une excessive prolixité. D'ailleurs c'en est assez sur ces matières plus physiques que mathématiques. Nous allons nous resserrer plus étroitement dans les limites de notre plan, et parler du Télescope à réflection, autre découverte de Neuton, pour laquelle il a encore tant de droits à notre reconnoissance.

VII.

En annonçant le Télescope à réflection comme une découverte de Neuton, nous ne prétendons pas qu'avant lui personne n'eût eu l'idée d'une pareille construction. Dès qu'on eut remarqué qu'un miroir sphérique concave, peint à une certaine distance de sa surface une représentation des objets semblable à celle des lentilles convexes, il étoit assez naturel d'en conclure qu'un miroir devoit produire le même effet que l'objectif d'un Télescope, et d'imaginer cette nouvelle forme. Aussi avons-nous vu au commencement de ce livre Jacques Grégori s'efforcer de construire un Télescope à réflection; et même long-temps auparavant le Père Mersenne en entretenoit Descartes, et auguroit de cette disposition quelque degré de perfection pour les Télescopes. Mais notre philosophe ne goûta point cette idée, et il y trouva même divers inconvéniens (1). Il avoit raison en un sens; car sans la différente réfrangibilité des rayons qui ne lui étoit point connue, le Télescope à réflection n'auroit pas le moindre avantage sur celui à réfraction; il n'auroit même pas l'avantage d'accourcir considérablement la longueur des lunettes. Car à même distance de foyer, les les images peintes par un miroir concave et une lentille, sont de même grandeur; mais pour avoir un miroir de même foyer qu'une lentille plan convexe, il faut que la sphère dont il est portion ait un diamètre quadruple. D'ailleurs la difficulté de donner à un miroir le poli convenable est incomparablement plus grande que celle de travailler un verre d'égale perfection, d'où l'on peut voir combien peu l'on devoit attendre de cette nouvelle forme de Télescope, avant qu'on eût les raisons qui déterminèrent Neuton à la tenter de nouveau.

Ces raisons sont tirées de la différente réfrangibilité de la lumière, et par conséquent telles que quand même Neuton n'eut eu aucune connoissance de l'ouvrage de Grégori, elles l'auroient également conduit à cette invention. En effet, Neuton n'eut pas plutôt fait la découverte de cette propriété de la lumière, qu'il vit qu'il en naissoit une nouvelle cause de con-

(1) Lett. tom. II. Lett. 29 et 32.

fusion dans les images formées par les verres lenticulaires, et que cette confusion, compagne presque inséparable de la réfraction, étoit bien plus grande que celle qui est causée par le défaut de la figure sphérique, en tant qu'elle ne peut réunir les rayons venant d'un point précisément dans un autre. Ce fut cette considération qui tourna les vues de Neuton du côté de la réflection, qui n'a pas le même inconvénient que la réfraction. Mais étendons davantage ceci, pour la satisfaction du lecteur.

Afin de rendre sensibles les effets de la différente réfrangibilité de la lumière, en ce qui concerne la distinction des images produites par les verres lenticulaires, imaginons deux rayons qui partent d'un point, et qui tombent sur un pareil verre peu loin de l'axe (*fig* 141). Chacun de ces rayons se divise en plusieurs autres, dont les plus réfrangibles ont leur foyer le plus près de la lentille en F, et les moins réfrangibles en *f*; tous les autres de réfrangibilité moyenne tombent dans l'intervalle entre F et *f*. Si donc on présente à ces rayons un plan aux environs de F*f*, ils y formeront une image qui sera, non un point, mais un cercle; et le plus petit de ces cercles, ou le plus petit espace où ces rayons puissent être réunis, sera celui qui aura GI pour diamètre. C'est-là ce qu'on nomme l'aberration des rayons. Or Neuton ayant montré que les sinus de réfraction des rayons qui diffèrent le plus en réfrangibilité, sont comme 77 à 78, on trouve que lorsque les rayons incidens sont sensiblement parallèles, le petit espace F*f* est environ la vingt septième partie de la distance du foyer du verre. D'où il suit que IF ou I*f* qui sont sensiblement égales, sont environ la cinquante-cinquième de cette distance, et par conséquent le diamètre GI du cercle d'aberration est environ la cinquante-cinquième partie de celui de l'ouverture du verre.

Voyons présentement quelle est l'aberration causée par la figure sphérique du verre. Cette aberration vient de ce que les rayons également réfrangibles qui tombent sur un verre convexe à quelque distance sensible de l'axe, vont rencontrer cet axe plus près du verre que le foyer (car le foyer n'est que le concours des rayons infiniment proches de l'axe); et cette différence est d'autant plus grande, que l'ouverture est plus considérable. Neuton trouve que dans une lentille plan convexe de cent pieds de foyer, et de quatre pouces d'ouverture en diamètre, la largeur du petit cercle d'aberration, qui naît uniquement du défaut de la sphéricité, n'est que la $\frac{961}{72000000}$ d'un pouce (1), tandis que celle du cercle d'aberration, causée par

(1) M. Neuton donne pour cela une règle qu'on peut voir dans son Optique.

la différente réfrangibilité, est la cinquante-cinquième partie de l'ouverture, ou de quatre pouces. D'où il suit que celle-ci est cinq mille quatre cent cinquante fois plus grande que la première. Mais si n'ayant égard qu'à la partie la plus dense de ce cercle, on en réduit avec Neuton le diamètre à une 250e. de celui de l'ouverture, on trouvera encore que cette aberration est douze cens fois plus grande que celle qui naît du défaut connu de la sphéricité.

On voit par-là que le défaut des Télescopes à réfraction ne vient point de l'inaptitude de la figure sphérique à réunir les rayons venant d'un même point précisément dans un autre; en vain corrigeroit-on l'aberration qui vient de cette cause, comme Descartes tentoit de le faire, en donnant aux verres une figure plus convenable; on n'en seroit pas plus avancé. L'autre espèce d'aberration, incomparablement plus grande, subsisteroit encore, et il est évident que c'est elle qui est la cause de la confusion des images, et de l'imperfection des Télescopes à réfraction.

Ce fut ce motif qui fit songer Neuton à substituer la réflection à la réfraction. Car la réflection n'a point l'inconvénient de cette dernière. Les rayons, quoiqu'inégalement réfrangibles, se réfléchissent tous à angles égaux avec ceux d'incidence, de sorte que la réflection de la lumièro dans les miroirs concaves, est exempte de cette aberration qui suit nécessairement le passage des rayons à travers les milieux réfringens. Les images formées par ces miroirs sont par cette raison incomparablement plus nettes et plus distinctes que celles que formeroient des lentilles de même foyer. La différence en est tout-à-fait frappante, comme l'observe Hévélius (5), et qu'il est facile à chacun de l'éprouver.

C'est en cela que consiste l'avantage et le principe du Télescope à réflection; car il est aisé de sentir que si l'image formée par le miroir est incomparablement plus distincte que celle d'un verre, on pourra employer une oculaire d'un foyer beaucoup moindre, et par une suite nécessaire, le Télescope présentera les objets considérablement plus grossis. Un Télescope à réflection équivaudra à un de l'ancienne forme beaucoup plus grand. Tout ce raisonnement de Neuton a été parfaitement confirmé par l'expérience. Un Télescope de cinq pieds, construit par M. Hadlei suivant la forme neutonienne, se trouva égaler en bonté, et même surpasser le Télescope de cent vingt-trois pieds, dont Huygens avoit donné l'objectif à la Société royale de Londres.

(1) *Mach. celestis.* tom. I, p. 435 et suiv.

Neuton fit part de cette invention à la Société royale, bien peu après la communication de sa nouvelle théorie de la lumière (1). Voici la construction qu'il proposoit, et qui diffère en quelques points de celle qui est vulgairement usitée aujourd'hui (*fig.* 142). ABCD est un tube au fond duquel est placé un miroir concave, dont l'axe est directement coïncident avec celui du tube. Ce miroir peindroit, comme l'on sait, vers son foyer, l'image de l'objet OM, vers lequel l'axe du Télescope est tourné; mais un peu avant ce foyer est placé un miroir incliné d'un angle de 45°., et qui renvoie l'image ci-dessus sur le côté, au devant d'un oculaire d'un très-petit foyer, placée en I. C'est à l'aide de cette lentille que l'œil P considère cette image, et il voit l'objet grossi en raison de la longueur du foyer de l'oculaire, à celle du foyer du miroir qui tient lieu d'objectif. M. Neuton, après bien des peines, parvint à réduire son invention en pratique. Il se construisit entre autres un Télescope de cette forme, dont le miroir concave de métal, étoit portion d'une sphère de 12 pouces $\frac{2}{3}$ de rayon, et avoit par conséquent son foyer à 6 pouces. L'oculaire I avoit entre $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{8}$ de pouce de foyer, et par conséquent le Télescope grossissoit 32 à 38 fois l'objet en largeur, et produisoit, à quelque défaut près, le même effet qu'un Télescope à réfraction de trois pieds, c'est-à-dire, six fois aussi long. Ce défaut de clarté venoit de la difficulté qu'il y a à polir ces miroirs concaves avec assez de perfection. Neuton y en trouva plus qu'on ne croiroit d'abord, aussi bien qu'à découvrir une composition de métal propre à cet effet. L'expérience lui apprit que les métaux en apparence les plus éclatans, sont parsemés d'une multitude de pores qui interceptent beaucoup plus de lumière, qu'il ne s'en perd dans son passage à travers les deux surfaces d'un objectif de verre, et que le poli qu'il faut donner au métal pour produire quelque distinction, doit être beaucoup plus parfait que celui des verres; car les aberrations qui naissent de la réflection irrégulière, sont, suivant M. Neuton, six fois aussi grandes que celles que produisent les irrégularités du verre sur la lumière rompue.

Lorsque Neuton eut publié dans les *Transactions philosophiques* son nouveau Télescope, il y eut en France un homme qui prétendit lui en disputer l'invention. M. Cassegrain, c'est le nom de ce rival de Neuton, inséra dans le journal des Savans de la même année (1672) diverses pièces tendantes à prouver qu'avant que le récit de l'invention de Neuton eût passé la mer, il avoit imaginé un Télescope à réflection, et même supérieur à celui du philosophe anglois. La construction de ce

(1) Voyez *Trans. Phil.* n°. 81.

Télescope étoit fort ressemblante à celle de Grégori, excepté qu'au lieu du miroir concave recevant la première image de celui qui est au fond du tube, il proposoit de se servir d'un miroir convexe qui devoit réfléchir du côté de l'oculaire cette image, et l'augmenter davantage. Ce Télescope étoit à celui de Grégori, à peu près ce que le Télescope batavique ou à oculaire concave, est au Télescope astronomique. Cassegrain ou ses partisans trouvoient cette disposition bien meilleure que celle de Neuton. Et en effet, à la considérer dans la théorie, elle semble avoir quelques avantages sur cette dernière. Car, outre que le Télescope devient beaucoup plus court, le miroir convexe en dispersant les rayons, augmente l'image formée par le premier. Neuton de son côté proposa diverses observations contre la construction de Cassegrain, et tenta de montrer qu'elle étoit sujette à divers inconvéniens. Mais quelques-unes de ces observations iroient également contre la construction de Grégori, qui réussit aujourd'hui très-bien entre les mains de divers artistes. Comme celle de Cassegrain n'a jamais été éprouvée, nous ne saurions porter un jugement sur les autres défauts que lui trouve M. Neuton.

Quoique les essais que M. Neuton avoit fait de son invention fussent tout-à-fait propres à encourager les savans et les artistes, il s'est écoulé bien des années avant qu'on en ait tiré les avantages qu'elle promettoit, et il n'y a guère plus de soixante ans qu'on a commencé à la mettre en pratique. On doit le premier Télescope cata-dioptrique d'une longueur un peu considérable, à M. Hadlei qui en construisit en 1718 un de cinq pieds de longueur. Ce Télescope égaloit celui de cent vingt-trois pieds, dont Huygens avoit autrefois donné l'objectif à la Société royale. Depuis ce temps divers artistes ont marché sur les traces de M. Hadlei, et ont construit des Télescopes encore supérieurs. C'est ce qu'on verra avec plus d'étendue dans la partie suivante de cet ouvrage, où nous donnerons aussi diverses choses intéressantes concernant ce Télescope et le Microscope.

VIII.

Une dernière branche de la théorie de Neuton, qui doit trouver place ici, est l'explication de l'arc-en-ciel; car quoique nous ayons vu ailleurs qu'Antoine de Dominis et Descartes ont découvert le chemin que tient la lumière dans les gouttes d'eau pour produire ce merveilleux phénomène, il manquoit, comme nous l'avons aussi déjà dit, quelque chose à leur explication. On voit bien dans celle de Descartes pourquoi il doit paroître

un arc lumineux, et même deux dans les nuages opposés au soleil; mais on ne voit pas de même pourquoi ils doivent être colorés, et en sens contraire. La raison complète de ce phénomène tient à la différente réfrangibilité de la lumière, comme on va le montrer.

Il faut se rappeller pour cela que la raison pour laquelle on voit un arc lumineux d'une grandeur déterminée sur les nuages pluvieux où se réfléchit la lumière du soleil, c'est que de tous les rayons de cet astre qui pénètrent les petites gouttes de pluie, et qui en sortent après une ou deux réflections, il n'y a que ceux qui tombent sur ces gouttes avec une certaine inclinaison, qui au sortir soient parallèles entre eux, et capables de porter à nn œil placé au loin l'impression de la lumière. Tous les autres sont tellement divergens, qu'ils sont incapables de cet effet. Si la lumière étoit toute de la même réfrangibilité, et ne portoit pas avec elle les coulenrs dans lesquelles Neuton l'a décomposée, outre que l'arc lumineux seroit beaucoup plus étroit, il seroit encore sans couleurs. Mais la différente réfrangibilité des parties différemment colorées de la lumière étant admise, on rend facilement raison, et de ces couleurs, et de l'ordre qu'elles gardent entre elles. Car supposons (*fig.* 143, n°. 1) une goutte d'eau de l'arc-en-ciel intérieur, telle qne A, que SB soit le petit faisceau de rayons solaires, qui au sortir de la goutte doit affecter l'œil du spectateur; ce faisceau, à son entrée dans la goutte, commence à se décomposer en ses couleurs, et au sortir de cette goutte, après une réflection et nne seconde réfraction, il se trouve décomposé en antant de petits faisceaux diversement colorés, qu'il y a de couleurs primitives. Mais afin d'éviter la confusion, nous n'en mettrons qne trois, comme DE, *de*, $\delta\epsilon$, dont le moins réfrangible sera le rouge, le second le vert, le troisième le bleu. Le rayon rouge sera donc DE qui fait avec la perpendiculaire ADI de réfraction, le moindre angle; *de* sera le vert et $\delta\epsilon$ le bleu et violet.

Après cette analyse de ce qui se passe dans chaque gontte d'eau, il est aisé de sentir que l'œil qui est affecté du rouge d'une des gouttes, ne sauroit appercevoir en même temps les autres couleurs; car les faisceaux diversement colorés étant diversement inclinés, ne sauroient entrer dans le même œil. Celui qui apperçoit le rouge dans une des gouttes, ne peut donc voir le jaune que dans des gouttes inférieures, et le bleu que dans d'autres qui sont encore au-dessous. Ainsi le rouge occupera le bord extérieur, le jaune viendra ensuite, et le bleu formera la bande intérieure. La figure 143, n°. 2, montre que le contraire doit arriver dans l'arc extérieur, et de-là vient que les couleurs y sont situées en sens opposé à celles du premier. On voit enfin

dans la figure 144 l'effet général de cette décomposition de la lumière pour produire l'un et l'autre des deux arcs-en-ciel.

C'est aussi la différente réfrangibilité qui sert à rendre raison de la largeur de chacun de ces arcs. Neuton ayant trouvé que les sinus de réfraction des rayons les plus réfrangibles et des moins réfrangibles, sont, en passant de l'eau de pluie dans l'air, dans le rapport de 185 à 182, le sinus d'incidence étant 138; Neuton, dis-je, a calculé quelle est cette largeur (1), et il a trouvé que si le soleil étoit sans largeur sensible, celle de l'arc intérieur seroit de 2°, à quoi ajoutant 30′ pour le demi-diamètre apparent du soleil, la largeur totale seroit 2° $\frac{1}{2}$. Mais comme les couleurs extrêmes, surtout le violet, sont extrêmement foibles, elle ne paroîtra pas excéder deux degrés. Il trouve, d'après les mêmes principes, que la largeur de l'iris extérieure, si elle étoit également forte partout, seroit de 4°. 20′. Mais il y a encore ici une plus grande déduction à faire à cause de la foiblesse des couleurs de cette iris, et elle ne paroîtra guère que de 3° de largeur.

Hallei est entré le premier dans une recherche fort ingénieuse concernant l'arc-en-ciel. Il faut en donner ici une idée. Nous avons vu que l'arc-en-ciel intérieur est formé par des rayons qui souffrent deux réfractions entre lesquelles est une réflection. La seconde iris est formée par deux réfractions, dont la dernière est précédée de deux réflections. La nature s'arrête ici, ou plutôt faute d'organes assez délicats, nous n'appercevons pas d'autres arcs-en-ciel. Mais où s'arrêtent nos organes, l'esprit ne s'arrête pas, et c'est une question qu'on peut faire, quelles seroient les dimensions des iris qui se formeroient par des rayons qui auroient souffert trois, quatre, cinq réflections, &c. avant que de sortir de la goutte d'eau. Hallei l'examine dans les *Transactions philosophiques* de l'année 1700, où il donne aussi une méthode directe pour déterminer le diamètre de l'iris, le rapport de la réfraction étant connu. Car il faut remarquer que la méthode de Descartes étoit une sorte de tâtonnement, et personne n'en avoit encore donné d'autre, si nous en exceptons Neuton dans son *Traité* et ses *Leçons Optiques* qui n'avoient pas encore vu le jour.

Hallei examine donc la question plus directement, et il trouve que la première iris est produite par des rayons incidens dont l'angle d'inclinaison est tel, que l'excès du double de l'angle rompu correspondant sur cet angle d'inclinaison, est le plus grand qu'il est possible : la seconde iris est formée par des rayons tels que l'excès du triple de l'angle rompu sur celui

(1) Voyez *Lect. Opt.* ad fin.

d'inclinaison, est pareillement le plus grand; la troisième par des rayons tellement inclinés à leur entrée, que le quadruple de l'angle rompu surpasse le plus qu'il est possible l'angle d'inclinaison, &c. en prenant un multiple de l'angle rompu qui surpasse de l'unité le nombre des réflections. Dès lors voilà le problême soumis à l'art de l'analyste; il ne s'agit plus que de déterminer quel est l'angle d'inclinaison, tel qu'un certain multiple donné de son angle rompu correspondant, le surpasse d'un excès qui soit le plus grand qu'il se puisse. M. Hallei trouve pour ces angles d'incidence et leurs angles rompus correspondans, une formule fort générale. En nommant i et r, les sinus des angles d'incidence et de réfraction, et 1 le sinus total, celui d'incidence pour la première iris, sera $\sqrt{(\frac{4}{3}-\frac{ii}{3rr})}$, pour la seconde $\sqrt{(\frac{9}{8}-\frac{ii}{8rr})}$, pour la troisième $\sqrt{(\frac{16}{15}-\frac{ii}{15rr})}$, pour la quatrième ce sera $\sqrt{(\frac{25}{24}-\frac{ii}{24rr})}$, &c. La progression est facile à appercevoir; car les nombre 4, 9, 16, 25, sont les quarrés de 2, 3, 4, 5 qui désignent le nombre des réflections augmenté de 1, et les dénominateurs 3, 8, 15, &c. sont ces mêmes quarrés diminués de l'unité. Mais l'angle d'incidence des rayons étant donné, il sera facile de trouver l'angle rompu, puisque la raison de la réfraction est donnée; et enfin de ces deux angles il est facile de dériver celui sous lequel le rayon sortant de la goutte, rencontre le rayon incident. Or celui-ci, à cause de l'immense éloignement du soleil, est sensiblement parallèle à la ligne tirée de cet astre, par l'œil du spectateur, au centre de l'iris; d'où il suit que cet angle mesurera le rayon de l'iris, à compter du point diamétralement opposé au soleil, si le nombre des réflections est impair (comme dans la première, la troisième, la cinquième iris) ou du soleil même, si ce nombre est pair, comme dans la seconde, la quatrième, la sixième, &c. C'est-là la règle que donne Hallei, et il trouve par-là que la première iris a un rayon de 42°, 30′; la seconde de 51°, 55′, l'une et l'autre à compter de l'opposite au soleil, comme l'observation l'a déjà montré; que la troisième, si elle paroissoit, seroit éloignée de cet astre de 40°, 20′; la quatrième de 45°, 33′, &c. Ce peu d'éloignement du soleil et des arcs-en-ciel de la troisième et la quatrième classe, est probablement ce qui a empêché jusqu'ici d'en voir aucun. J'omets, pour ne pas tomber dans une trop grande prolixité, diverses autres choses intéressantes que contient l'écrit de Hallei. Le même problême a été traité par Herman (1) qui, atteste Jean Bernoulli, en avoit trouvé la solution avant que d'avoir pu connoître celle de Hallei.

(1) Nouvelle de la République des lettres, 1704.

On

On en trouve aussi une solution dans les OEuvres du même M. Bernoulli. Enfin l'on en lit une qui m'a paru très-claire et très-élégante dans l'Optique de M. le marquis de Courtivron. Voici pour terminer cet article quelques observations curieuses sur l'arc-en-ciel.

Ce n'est pas seulement le soleil qui forme des arcs-en-ciel dans les vapeurs ou les gouttes de pluie qui lui sont opposées. La lune en produit aussi quelquefois; il est vrai qu'ils sont fort rares et fort foibles, et l'on doit s'y attendre, vu la foiblesse de sa lumière. Les savans nous en ont transmis néanmoins quelques observations. Aristote dit en avoir vu deux de son temps. Divers autres auteurs, comme Gemma Frisius, Sennert, Snellius, et le docteur Plot, disent avoir été témoins du même phénomène. On soupçonne à la vérité quelques-uns de ces écrivains de s'être mépris, et de nous avoir donné pour des arcs-en-ciel lunaires de simples halons ou couronnes autour de la lune, ce qui n'est rien moins que rare. Mais depuis le commencement de ce siècle, on a des observations plus certaines qui prouvent que la lune jouit quelquefois du privilège du soleil. Suivant les *Transactions Philosophiques*, n°. 331, on vit en 1711 un arc-en-ciel lunaire, bien coloré et bien décidé dans le comté de Derby. M. Weidler en a vu un en 1719, foible, et dans lequel les couleurs pouvoient à peine se discerner. Muschembroek en a aussi vu un en 1729, mais il n'y put discerner d'autre couleur que le blanc. L'on en a vu un jaune à Isselstein, en 1736 (1). On lit dans le journal de Trévoux du mois d'août 1738, qu'on en avoit récemment vu un à Dijon, très-bien coloré, et seulement avec moins de vivacité que ceux que forme le soleil. Au mois de juin 1770, on en vit un à Saint-Germain, formé par la lune au méridien, et presque dans son plein (2); mais il ne présentoit que quelques nuances entre ses différens arcs concentriques.

Hallei a fait une fois l'observation d'un arc-en-ciel fort extraordinaire (3). Outre les deux qu'on voit souvent, il y en avoit un troisième, qui ayant même base que l'intérieur, s'élevoit beaucoup plus, et non-seulement atteignoit l'extérieur, mais le coupoit en trois portions à peu près égales; il étoit aussi vif que le second, et avoit ses couleurs dans le même ordre que le premier. Hallei soupçonne avec raison que ce troisième arc-en-ciel étoit formé par l'image du soleil qui se peignoit dans une rivière, savoir la *Dee* qu'il avoit à dos. Et en effet toutes les circonstances du phénomène s'expliquent très-exactement par-là. J'ai lu quelque part qu'on en avoit vu un plusieurs mi-

(1) Essai de Physique de M. Muschenbroeck, p. 819.

(2) Mem. de l'acad. 1770.

(3) *Trans. Phil.* ann. 1698, n°. 240.

nutes après le coucher du soleil ; mais certainement cet astre n'étoit pas couché à l'égard de la partie élevée de l'atmosphère où étoient les gouttes pluviales qui le réfléchissoient ; car une centaine de toises d'élévation forment un abaissement de l'horizon apparent, de plusieurs minutes.

Le phénomène que nous venons de voir est plus aisé à expliquer que le suivant qui est aussi rapporté dans les *Transactions Philosophiques* de l'année 1666. Il est question de deux arcs-en-ciel dont l'extérieur, au lieu d'être concentrique à l'intérieur, le coupoit latéralement. Je soupçonne que l'un étoit produit par le soleil, l'autre par un parhélie, ou par la réflection de l'image du soleil sur un nuage éclatant, dont la position de l'observateur l'empêchoit de s'appercevoir. On peut voir dans les *Transactions Philosophiques* de l'année 1721, quelques autres observations d'arcs-en-ciel extraordinaires, mais dont l'examen nous mèneroit trop loin.

Ceux de nos lecteurs qui n'ont pas lu cet ouvrage de suite, s'étonneront peut-être de notre silence sur les caustiques, courbes célèbres de l'invention de Tschirnausen. Cette théorie paroît en effet appartenir à l'Optique. Néanmoins quand on y réfléchira plus attentivement, on reconnoîtra que quoiqu'elle tire son origine de la réfraction et de la réflection, elle tient encore plus à la géométrie abstraite et sublime. C'est par ce motif que nous lui avons donné place dans le livre VI de cette partie, auquel le lecteur trouvera bon que nous le renvoyions.

Fin du Livre huitième de la quatrième Partie.

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES.

QUATRIÈME PARTIE,

Qui comprend l'Histoire de ces Sciences pendant le dix-septième siècle.

LIVRE NEUVIÈME.

Où l'on rend compte des progrès de l'Astronomie durant la dernière moitié de ce siècle.

SOMMAIRE.

I. *Découvertes astronomiques de Huygens. Il démêle la cause des apparences de Saturne, et les explique par un anneau, dont il montre que cette planète est environné. Il apperçoit un des satellites de Saturne. Quatre autres sont découverts dans la suite par M. Cassini. Inventions diverses dont Huygens enrichit l'Astronomie, entr'autres celles de l'application du pendule à l'horloge, du Micromètre, &c.* II. *Fondation de la Société royale de Londres, et de l'Académie des Sciences de Paris; des observatoires de Paris et de Greenwich.* III. *M. Cassini appellé en*

France. Ses découvertes diverses sur la théorie du Soleil, sur celle des satellites de Jupiter, &c. IV. *Premières découvertes dues aux travaux de l'Académie royale des Sciences; le Micromètre perfectionné par M. Auzout. Le Télescope appliqué au quart de cercle. Ces inventions sont revendiquées par l'Angleterre, et sur quel fondement.* V. *La terre mesurée avec exactitude par M. Picard. Son voyage à Uranibourg.* VI. *Voyage de M. Richer à Cayenne; quel en est l'objet et le résultat. Observation singulière qu'il y fait, et conséquence qu'en tire M. Huygens, savoir l'applatissement de la terre par les pôles.* VII. *La propagation successive de la lumière et sa vitesse, découvertes par M. Roemer.* VIII. *Changemens et corrections nombreuses que l'Académie royale des Sciences fait à la Géographie, d'après les observations.* IX. *De quelques astronomes de la Société royale de Londres, entr'autres de MM. Hook et Wren.* X. *De M. Flamstead.* XI. *De M. Hallei. Il va à l'île de Ste.-Hélène, y observer les étoiles australes. Il y observe aussi le passage de Mercure sous le Soleil. Méthode qu'il propose pour déterminer la parallaxe du Soleil. Ses découvertes sur la théorie de la Lune. Ses Tables astronomiques.* XII. *M. Neuton publie, en 1687, son fameux livre des Principes mathématiques de la Philosophie naturelle. Du principe de la gravitation universelle, et de son antiquité. De quelle manière M. Neuton l'établit, et quel usage il en fait. Exposition et développement de quelques unes des vérités contenues dans son ouvrage.* XIII. *De la théorie des Comètes en particulier. Histoire succincte des pensées des philosophes sur leur sujet, jusqu'à l'année 1682. Elles sont enfin reconnues pour des planètes qui se meuvent sur des orbites très-excentriques, et sensiblement paraboliques. Quel est le premier auteur de cette découverte, que M. Neuton établit d'une manière lumineuse dans ses Principes. Confirmation qu'a reçu la théorie de M. Neuton des travaux des astronomes postérieurs.* XIV. *De divers astronomes dont on n'a point parlé, entr'autres de MM. Hevelius, Mouton, Kirch, &c.*

I.

GALILÉE qui le premier tourna un télescope vers Saturne, fut bien étonné de le voir accompagné de deux globes contigus, et sans mouvement. Mais quelle fut sa surprise lorsque ces prétendus satellites qu'il avoit poëtiquement comparés à des domes-

tiques donnés au vieux Saturne pour l'aider dans sa décrépitude, l'abandonnèrent brusquement. Il osa à la verité prévoir leur retour, et en effet ils reparurent quelques mois après; mais ils se présentèrent les années suivantes sous tant de formes differentes, qu'ils poussèrent à bout ses conjectures et celles des astronomes qui le suivirent.

Près de quarante ans s'écoulèrent, comme dit quelque part M. Cassini, dans l'admiration de ce Protée céleste, sans que personne réussît à le fixer. Hévélius lui-même, avec ses grands télescopes, ne parvint qu'à le voir un peu mieux que ses prédécesseurs, et à fixer assez bien le retour périodique des mêmes phases (1); au reste il ne fut guère plus éclairé sur leur cause. Nous passerons légérement sur les diverses conjectures qu'on proposa sur ce sujet. Les seules qui méritent quelque mention, sont celles de MM. Roberval et Cassini. Le premier soupçonnoit que le phénomène dont nous parlons, étoit causé par un amas de vapeurs qui, s'élévant sous l'équateur de Saturne, nous réfléchissoient ainsi la lumière : idée assez heureuse, et qui approche assez de la vérité pour donner lieu de croire qu'elle a pu aider Huygens dans sa découverte. Quant à M. Cassini, il avoit eu la pensée que Saturne étoit environné d'un essain de satellites fort voisins les uns des autres, qui tournant autour de lui, produisoient ces bizarres apparences. Mais si-tôt qu'il connut l'explication de Huygens, il eut la modestie et la bonne foi d'abandonner la sienne. Les hommes de génie sont ordinairement les premiers, ou à découvrir la vérité, ou à l'embrasser lorsqu'elle est présentée par d'autres.

M. Huygens eut enfin l'avantage de découvrir la cause des bizarres phénomènes dont Saturne fatiguoit depuis si long-temps les astronomes. Aidé de télescopes qui étoient son ouvrage, et qui, sans être d'une longueur extrême, surpassoient de beaucoup tous ceux qu'on avoit encore faits, il vit Saturne avec beaucoup plus de distinction que tous les astronomes qui l'avoient précédé. Ce qui avoit paru à Galilée deux globes isolés, lui parut tenir à cette planète par une longue bande de lumière. A mesure que Saturne passa dans d'autres positions à l'égard du soleil et de la terre, il vit ses longues anses qui n'étoient que des traits de lumière, s'élargir et prendre la forme des extrêmités d'une ellipse fort allongée. De-là Saturne poursuivant son chemin, cette ellipse lui parut continuer à s'élargir, et prendre l'apparence qu'auroit l'intervalle entre deux cercles concentriques vus obliquement. Ces phénomènes lui apprirent ou le confirmèrent dans l'idée qu'ils étoient produits par un

(1) *De Saturni nativâ facie*, 1649. Ged. in-fol.

corps plat et circulaire, semblable à un anneau. Ce fut en 1655 que M. Huygens fit cette découverte. Il la publia l'année suivante (1) sous des lettres transposées qui signifioient, suivant l'interprétation qu'il en donna dans la suite, *Saturnus cingitur annulo tenui, plano, nusquàm coherente, et ad eclipticam inclinato.*

En effet, si l'on suppose Saturne environné d'un pareil anneau, incliné au plan de son orbite, et toujours parallèle à lui-même, on rend parfaitement raison de toutes les apparences que présente successivement cette planète. Lorsque le soleil et la terre étant du même côté, celle-ci sera élevée le plus qu'il se peut sur le plan de cet anneau, on aura la phase où ses anses paroissent les plus ouvertes. Cela arrive lorsque Saturne est vers le vingtième degré et demi des Gémeaux et du Sagittaire. De-là Saturne continuant son cours, le plan de son anneau prolongé passera plus près de la terre; il en sera vu plus obliquement, et ses anses se rétréciront. Quelque temps après il y aura une situation de Saturne où le plan de l'anneau rencontrera la terre ou le soleil; dans l'un et l'autre cas il disparoîtra aux yeux du spectateur terrestre, parce que son épaisseur étant peu considérable, et étant la seule partie qui se présente alors, ou qui est éclairée du soleil, elle ne renverra pas assez de lumière pour frapper nos organes d'aussi loin. Ainsi Saturne paroîtra parfaitement rond. C'est l'aspect qu'il présente lorsqu'il est vers le vingtième degré et demi des Poissons et de la Vierge. M. Huygens a observé qu'alors le disque paroît traversé d'un trait de lumière moins vive, ce qui donne lieu de conjecturer que l'anneau est moins propre dans son épaisseur à refléchir la lumière que dans son plan, ou que la planète elle-même. Il arrivera encore quelquefois que le plan de l'anneau prolongé passant entre la terre et le soleil, cet astre en éclairera un côté, tandis que ce sera l'autre qui se presentera à l'observateur terrestre. Ce sera une nouvelle cause d'occultation qui pourra occasionner quelques irrégularités apparentes, mais qu'il sera toujours facile de prévoir et d'expliquer, en faisant attention aux circonstances de la position du soleil et de celle de la terre. Tel est le précis de l'explication que M. Huygens donne des phénomènes de Saturne, et qu'il établit au long dans son *Systema Saturnium, seu de causis mirandorum Saturni phenomenorum, et comite ejus planeta novo* (*Hag. com.* 1659, *in*-4°.); l'expérience de près d'un siècle a montré qu'elle étoit juste, et même tous les astronomes de son temps, frappés de sa simplicité et de sa justesse, l'adoptèrent comme par acclamation.

(1) *De Saturni luna observatio nova.* 1656, in-4°.

Je ne lui connois de contradicteurs qu'Eustache Divini, ou plutôt le P. Fabri qui, sous ce nom, publia contre Huygens un écrit assez aigre, où il lui contestoit ses observations, et proposoit un autre système d'explications (1); Huygens répliqua, et montra facilement que ce système étoit, pour ne rien dire de plus, peu raisonnable (2). Mais ce jésuite, d'ailleurs célèbre, a mérité son pardon de la postérité, en adoptant dans la suite le sentiment de Huygens. On a seulement vu en 1684 un astronome d'Avignon (M. Gallet), homme assez connu, et même avantageusement par quelques observations et divers écrits (3), prétendre que toutes les apparences de Saturne, aussi bien que celles de Jupiter, n'étoient que des illusions occasionnées par les réfractions des verres. Cette idée absurde n'a pas même eu les honneurs d'une réfutation.

L'assiduité de Huygens à observer Saturne, lui valut une autre découverte, savoir celle d'un des satellites de cette planète. Je dis d'un des satellites; car le lecteur n'ignore pas sans doute que Saturne en a cinq. Celui de Huygens est le quatrième, en commençant à les compter du plus voisin; il commença à l'appercevoir dans le mois de mars de l'année 1655, et il publia l'année suivante sa découverte par un petit écrit particulier. Il s'est davantage étendu depuis sur ce sujet dans son *Systema Saturnium*, dont la première partie est occupée à faire l'histoire de ses observations. Il y fixe la révolution de cette petite planète à 15 jours, 22 heures, 39 minutes : les observations postérieures ont appris qu'elle est de 15 jours, 22 heures, 41 minutes.

M. Huygens comptoit alors que ce satellite de Saturne étoit unique; quelque bons que fussent ses télescopes, il n'avoit pu appercevoir que celui là; il se persuada même qu'il ne devoit pas y en avoir davantage. Car tenant encore un peu aux mystérieuses propriétés des nombres, il disoit que les planètes principales n'étant qu'au nombre de six, il ne pouvoit pas y avoir plus de six planètes secondaires; de sorte que celle qu'il venoit de découvrir étant la sixième, notre système se trouvoit complet. Il se trompoit néanmoins, et cette découverte qu'il croyoit achevée, n'étoit encore qu'ébauchée. En effet, le célèbre M. Cassini apperçut en 1671 un nouveau satellite qui fait sa révolution en 79 jours, 22 heures, 4 minutes; c'est le cinquième ou le plus extérieur de tous. Le troisième fut découvert en 1672; celui ci n'emploie à faire la sienne que 4 jours, 13 heures, 47 minutes. On le nomma alors le premier; car on crut qu'il n'y

(1) *Brevis annot. in systema Saturnium. C. Hugenii.* Rom. 1660.

(2) *Brevis assertio syst. sui.* Hag. 1661.

(3) *Aurora Lavenica, seu tab. Sol.*

en avoit pas davantage, mais les excellentes lunettes de Campani servirent encore à en découvrir encore deux autres, l'un qui fait sa révolution en 2 jours, 17 heures, 41 minutes, et l'autre en 1 jour, 21 heures, 19 minutes. Depuis ce temps, jusqu'en 1784, avec quelqu'instrument qu'on eût observé Saturne, on ne lui avoit point apperçu de nouveau satellite. Mais les télescopes supérieurs de M. Herschel lui en ont encore fait découvrir deux qui circulent entre la planète et son anneau. On parlera ailleurs plus au long de cette intéressante découverte. Ainsi les Saturniens, s'il est permis de s'égayer ici, ne sont pas à plaindre avec leur anneau et leurs sept lunes. A la vérité ils sont si éloignés de la source de la lumière, que nous serions injustes de leur envier ce petit dédommagement. Au reste les satellites dont nous venons de raconter la découverte, n'ont rien de commun avec ceux que le P. Rheita avoit déjà donnés à Saturne dès l'année 1643. Ce bon père, auteur d'un livre d'astronomie, intitulé *Oculus Enoch et Eliae, seu radius Sidereo-mysticus*, avoit aussi prétendu augmenter de cinq le nombre des satellites de Jupiter. Mais il avoit certainement pris pour des satellites de Saturne et de Jupiter des fixes voisines. Il en est probablement de même de celui qu'il donna à Mars en 1640. Revenons à Saturne.

Depuis qu'on a beaucoup perfectionné les télescopes, ou qu'on en a construit à réflection, on a remarqué dans Saturne diverses particularités qui avoient échappé à Huygens ; on a vu sur son disque diverses bandes obscures et parallèles à celle que forme son anneau, mais rien jusqu'à ces derniers temps n'avoit pu faire connoître si cette planète a un mouvement autour de son axe. Cela étoit cependant probable, du moins à en juger par analogie. On pouvoit aussi conjecturer que son anneau a un mouvement semblable ; car, à moins de le supposer tout d'une pièce, et d'une matière aussi dure que le rocher, il n'y avoit qu'un mouvement de rotation qui pût l'empêcher de retomber par parties sur le globe de Saturne. Ces conjectures se sont depuis vérifiées au moyen des télescopes et des observations de M. Herschel.

Ce n'est pas seulement l'astronomie théorique qui a des obligations à Huygens ; deux inventions d'astronomie pratique le rendront à jamais mémorable dans l'histoire de cette science. Car c'est à lui qu'elle doit le moyen exact dont nous sommes aujourd'hui en possession pour mesurer le temps, et la première ébauche du micromètre. Le premier de ces objets nous a déjà suffisamment occupés dans le livre précédent ; nous remettons à parler du second dans un des articles suivans, afin d'y réunir tout ce qu'il y a à dire sur le dernier de ces instrumens.

Personne

Personne n'a porté plus loin que M. Huygens l'art de travailler les verres de télescopes. Persuadé avec raison que les progrès des découvertes célestes suivroient ceux de cet art, il s'attacha dès sa jeunesse à le perfectionner (1), et en effet il parvint à se procurer des verres bien supérieurs, soit pour la longueur du foyer, soit pour l'excellence, à tous ceux qui étoient sortis jusqu'alors des mains des meilleurs artistes en ce genre. Ce fut avec un télescope de vingt-trois pieds qu'il vit ce que ni Eustache Divini avec ses télescopes renommés, ni Hévélius avec le sien de cent quarante pieds, n'avoient pu appercevoir assez distinctement. Dans la suite il en fit de plus de cent pieds de foyer. La Société royale en possède un de cent vingt-trois pieds, et un autre de cent vingt, dont M. Huygens lui fit présent lors d'un de ses voyages en Angleterre.

Mais ce n'est pas assez que d'avoir des objectifs d'une portée aussi considérable. Les astronomes qui ont eu à manier de longs télescopes, ne savent que trop à combien d'inconvéniens ils sont sujets. Leur poids, la flexion des tubes, la difficulté de les diriger, sont autant d'obstacles à leur usage, dès qu'ils passent les dimensions ordinaires. Aussi cette difficulté d'astronomie pratique avoit-elle déjà occupé bien des astronomes. Rien n'est plus heureux au premier abord que la solution qu'en avoit donnée un astronome de Toulouse (M. Boffat) (2); il proposoit de laisser le tube du télescope immobile, et de lui présenter l'astre par le moyen d'un miroir mobile. Malheureusement l'épreuve n'a pas répondu à la théorie; l'expérience a montré que les moindres défectuosités du miroir troublent tellement l'image, qu'on ne peut attendre de-là aucun succès. Quelques autres astronomes, comme MM. Comiers (3) et Auzout (4), avoient proposé de supprimer les tuyaux qui ne sont pas de l'essence du télescope; et ils avoient imaginé des moyens pour diriger l'objectif à l'objet, et se mettre avec l'oculaire dans l'éloignement et la situation convenables. C'est à ce dernier parti que s'en tint Huygens, et il s'attacha à le perfectionner dans son *Astrocopia compendiaria à tubi molimine liberata*, qu'il publia en 1684. Cette méthode de Huygens a été mise en pratique avec assez de succès, soit par lui-même, soit par divers autres astronomes, comme MM. Pound et Bradlei, lorsqu'ils se servirent de son verre de cent vingt-trois pieds pour observer Saturne; ce fut aussi de cette manière que s'y prit M. Bianchini, lorsqu'il se mit à observer Vénus avec des objectifs de

(1) Voyez son *Comm. de poliendis vitris*. Op. posth. tom. I.

(2) Journal des Scavans, 1681.

(3) Discours sur les Comètes. *Par.* 1666, à la fin.

(4) Lett. à l'abbé Charles, &c.

Campani, de quelques centaines de palmes. Mais nonobstant ces suffrages, on ne peut disconvenir que c'est encore quelque chose de fort embarrassant, et le télescope à réflection est venu fort à propos nous affranchir de la nécessité de recourir à ces moyens.

Huygens étoit d'un pays trop intéressé à la solution du problême des longitudes, pour ne pas tourner aussi de ce côté quelques-unes de ses vues. C'étoit en partie l'objet qu'il se proposoit en imaginant son horloge à pendule; car le problême dépend, comme l'on sait, presqu'uniquement de trouver une mesure exacte du temps en mer. Les premiers essais furent d'abord assez favorables à l'invention de Huygens, on en lit le récit dans les *Trans. Phil.* de l'année 1665; mais les observations postérieures ont appris que les moyens qu'il propose pour mettre le pendule à l'abri des inégalités occasionnées par les mouvemens du navire (1), ne suffisent pas. Huygens en a donc cherché d'autres, et il croyoit à la fin de sa vie les avoir découverts. Il dit dans les Actes de Leipsic de l'année 1693, qu'il a trouvé une courbe qui servira à concilier à ses pendules le mouvement le plus égal, sans qu'il puisse être troublé par ceux du navire, et il donne l'équation de la courbe en lettres transposées. Mais la mort, en l'enlevant, a aussi enlevé son secret.

Je ne dis qu'un mot de deux ouvrages posthumes de Huygens; l'un est son *Automatum Planetarium*, ou la description d'une machine propre à représenter les mouvemens et les périodes des planètes. On y remarque avec plaisir la manière ingénieuse dont Huygens parvient, malgré l'incommensurabilité de ces périodes, à représenter très-prochainement leur rapport. Il le fait avec tant d'exactitude, qu'après trente révolutions de la terre, Saturne, par exemple, n'est trop avancé dans son cercle que d'environ deux minutes et demie. Il se sert pour cela de cette espèce de fractions appellées *continues*, dont on a parlé à l'occasion de la quadrature du cercle de milord Brouncker.

L'autre ouvrage posthume de Huygens est son *Cosmotheoros seu de terris celestibus earumque ornatu conjecturae*, titre qui explique suffisamment l'objet de ce livre. Mais Huygens l'eût rendu bien plus agréable, si moins austère philosophe, il y eût fait usage des ressources de la fiction, à l'exemple de Kepler dans son *Somnium de astronomiâ lunari*, ou du père Kircher dans son *Iter extaticum*. L'idée du célèbre Jésuite étoit ingénieuse; il est dommage que son guide ne soit pas un meilleur philosophe. On ne sauroit toucher à cette matière sans songer

(1) *Horol. Oscill.*

aussitôt à l'ouvrage ingénieux et philosophique de M. de Fontenelle, nous voulons dire ses *Entretiens sur la pluralité des mondes*. Cet ouvrage est si connu, que ce que nous en dirions ici n'ajouteroit rien à sa célébrité.

I I.

Il est peu de sciences qui aient un plus grand besoin de la protection des souverains, que l'astronomie. Les autres parties des Mathématiques, presqu'uniquement l'ouvrage de la théorie et de la méditation, peuvent être cultivées avec succès par des particuliers doués de génie. Mais l'astronomie ne prenant d'accroissement qu'à proportion qu'on observe, et qu'on observe avec plus de précision, exige des dépenses considérables en instrumens, quelquefois des voyages dispendieux, des secours enfin le plus souvent au dessus des facultés d'un particulier. Sans la magnificence des *Ptolémées*, sans celle de quelques princes orientaux, amateurs de cette science, elle n'eût point fait, ni chez les Grecs, ni chez les Arabes, les progrès qu'on lui vit faire. Sans la protection de Frédéric, roi de Dannemarck, Tycho-Brahé n'eût jamais rassemblé les matériaux précieux que Kepler mit depuis en œuvre avec tant de succès.

L'astronomie n'a pas de moindres obligations à Louis XIV et à Charles II. Ses annales rappelleront toujours avec reconnoissance les secours et les encouragemens que ces princes lui ont donnés, et surtout la fondation des deux observatoires fameux de Paris et de Londres, élevés sous leurs auspices, et d'où sont sorties tant de découvertes brillantes. Nous y joindrons aussi l'établissement des deux académies célèbres qui fleurissent dans ces capitales; car quoique toutes les connoissances naturelles soient du ressort de ces sociétés, il semble que c'est surtout l'astronomie qui s'est ressentie de leur institution. En effet, si l'astronomie exige des secours et des dépenses royales, elle ne demande pas moins ce concours de vues, cette succession non interrompue de travaux qu'on ne peut attendre que d'un corps toujours subsistant, quoique ses membres se renouvellent. C'est ce motif qui nous a fait différer jusqu'ici à parler de cette institution si digne de figurer dans cet ouvrage.

C'est l'Angleterre, il faut en convenir, qui montra à la France l'exemple de ce genre d'établissement. La Société royale de Londres, aînée de quelques années de l'Académie royale des Sciences de Paris, date des premiers jours du rappel de Charles II. A la vérité, il semble que l'idée de ces assemblées savantes, l'Angleterre la tenoit de l'Italie et de la France même.

Il y avoit depuis plusieurs années à Florence une société de savans, connue sous le nom d'*Academia del Cimento*, qui s'adonnoit spécialement à la philosophie naturelle. Paris avoit vu aussi dès le temps du P. Mersenne divers particuliers liés par le seul amour des sciences, et surtout de la physique et des mathématiques, tenir des assemblées dont l'objet étoit de converser sur ces matières, et de se communiquer mutuellement leurs vues et leurs découvertes. Mais comme l'Angleterre se défend toujours de rien devoir au continent, encore moins à la France, elle rapporte la naissance de la Société royale à une autre cause. Suivant son histoire écrite en anglois par le docteur Sprat, cette société célèbre doit son origine aux assemblées savantes que tenoient, durant la tyrannie de Cromwel, quelques particuliers retirés à Oxford, et dont plusieurs étant attachés à la famille de Charles I, cherchoient autant à se dérober aux soupçons de l'usurpateur, qu'à contribuer aux progrès des sciences. Les principaux membres de ces assemblées étoient les docteurs Wallis, Wilkins, Ward, le célèbre Boile, Messieurs Rook, Hook, Wren, Petty. Après le rappel de Charles II, plusieurs d'entre eux revinrent à Londres où leur nombre s'accrut de quelques autres amateurs des connoissances naturelles, parmi lesquels on distingne milord Brouncker, les chevaliers Moray, Neil, &c. Charles II qui, malgré sa dissipation et son penchant au plaisir, aimoit les sciences, goûta l'idée de cette société, et lui accorda en 1660 des lettres patentes par lesquelles il l'érigea en Société royale, la mettant sous sa protection, et sous celle de ses successeurs. Elle commença en 1665 à publier ses mémoires qui portent le nom de *Transactions Philosophiques*. On ne sauroit trop regretter que cette précieuse collection soit encore si rare parmi nous, soit en original, soit dans une langue plus commune aux savans que la langue angloise. Ces raisons avoient engagé vers 1734, M. de Bremond, de l'Académie royale des sciences, à en donner une traduction françoise, et il en publia les années 1734, 1735, 1736, 1737, avec un volume de tables indiquant de diverses manières le contenu des volumes antérieurs à 1734. On ne sauroit trop louer la disposition de ces tables. La mort de M. de Bremond ayant interrompu ce travail, M. Demours, de la même académie, s'est proposé long-temps de le continuer, mais ses occupations, et peut-être la difficulté de faire imprimer un si volumineux recueil, sont cause que ce projet n'a point eu d'exécution, et grace à la tournure actuelle de l'esprit françois, il n'y a pas d'apparence qu'il en ait jamais. Je ne sais si le projet d'une traduction latine des *Transactions Philosophiques*, annoncée dans les *Acta eruditorum* de Leipsic de 176..., a

été effectué ; je n'en ai du moins jamais rencontré un seul volume.

Ajoutons ici qu'il en a été fait un abrégé en sept volumes *in-4°.* (en anglois), dont les premiers furent donnés par Lowthorp, secrétaire de la Société royale, et les suivans par MM. Benjamin Motte et Birch, ses successeurs. L'arrangement en est si bizarre, qu'à chaque fois qu'on veut y chercher quelque chose, il faut en faire une nouvelle étude. Mais l'ouvrage n'en est guère moins précieux ; car on y a, à peu de chose près, tout ce que contiennent de plus intéressant les volumes des *Transactions*. antérieurs à 1735. Il y a aussi une histoire particulière de la Société royale de Londres par M. Birch, qui en est une sorte de supplément. Il y a peu d'années enfin qu'on a donné à Paris, en 14 volumes *in-8°.*, un extrait *des Transactions*, par ordre de matières. Mais la partie mathématique et physico-mathématique n'y est donnée que par l'indication des titres des mémoires.

L'Académie royale des Sciences de Paris prit naissance en 1666. Lorsqu'après la paix des Pyrénées, Colbert forma le projet d'encourager les arts, le commerce et les sciences, il choisit ceux qui s'étoient le plus distingués par leurs découvertes et leurs talens, pour en former un corps sur lequel le roi verseroit ses bienfaits d'une façon plus particulière. Ces premiers académiciens furent MM. de Carcavi, Huygens, Roberval, Frenicle, Auzout, Picard et Buot, tous mathématiciens. On leur adjoignit ensuite des chimistes, des anatomistes, &c. et le roi leur assigna une des salles de sa bibliothèque, pour y tenir leurs assemblées. Chacun sait qu'en 1699 cet illustre corps reçut une nouvelle forme, et pour ainsi dire une nouvelle existence, avec des assurances d'une protection plus marquée de sa majesté. Avant ce temps, l'Académie avoit déjà publié à diverses reprises quantité de mémoires et d'écrits qui ont été rédigés en 10 vol. *in-4°.*, et qu'on nomme les *Anciens mémoires de l'Académie*. On a aussi son histoire, d'abord écrite en latin par M. Duhamel, son secrétaire, et ensuite refaite en françois par son célèbre successeur, M. de Fontenelle, qui y a répandu ces agrémens et cette clarté qu'il savoit si bien donner aux matières les plus abstraites. Personne n'ignore enfin que depuis son renouvellement, l'Académie a publié chaque année un volume de ses mémoires, avec leur extrait, et le récit des événemens les plus remarquables arrivés dans son sein, sons le tire d'*histoire*.

Le second établissement uniquement dévoué aux progrès de l'astronomie, est celui des observatoires de Paris et de Gréenwich. Ici Paris a la primauté ; à peine l'Académie des sciences étoit rassemblée, que Louis XIV qui vouloit aussi hâter les

progrès de l'astronomie et de la géographie, appelloit d'Italie le célèbre Dominique Cassini, et ordonnoit la construction d'un observatoire digne de sa magnificence. Le lieu en fut désigné dès le milieu de l'année 1667, et les fondemens en furent jettés la même année. Ce magnifique monument de l'astronomie, l'un des chefs-d'œuvre de Perrault, et de l'architecture françoise, est trop connu par les gravures, pour nous amuser à le décrire. L'ouvrage fut conduit avec rapidité, malgré sa grandeur et la nature de sa construction, et il fut entièrement achevé en 1675. Sa majesté le fournit de nombreux instrumens, ouvrages des meilleurs artistes, et depuis lors il n'a cessé de produire d'importantes découvertes en astronomie.

Londres, toujours émule de Paris, comme Paris l'est de Londres, ne tarda pas d'avoir dans ses environs un édifice destiné aux mêmes travaux. Voici ce qui donna lieu à sa construction. Vers l'année 1673, un nommé le sieur de Saint-Pierre se présenta à la cour de Charles II, annonçant la découverte des longitudes, et il obtint qu'on nommât des commissaires de l'amirauté pour examiner son invention. Ceux-ci travaillant à cet examen, admirent dans leurs assemblées divers mathématiciens habiles, entr'autres M. Flamstead. Cet astronome, encore jeune alors, mais qui avoit déjà donné des preuves d'un talent supérieur, montra facilement que l'invention proposée étoit insuffisante, parce que ni les tables des lieux des fixes, ni la théorie de la lune, que le S. de Saint-Pierre employoit à l'exemple de Morin, n'avoient acquis assez de perfection pour pouvoir compter sur elles. Il écrivit sur ce sujet deux lettres, l'une adressée aux commissaires, l'autre à l'auteur du projet, pour étendre et confirmer davantage ce qu'il avoit dit. Cette affaire fit beaucoup de bruit à la cour, par l'intérêt qu'y prenoit la fameuse duchesse de Portsmouth, dont le S. de Saint-Pierre avoit gagné la faveur, et les deux lettres de Flamstead étant tombées entre les mains de Charles II, il en fut étonné, et il ordonna aussitôt qu'on perfectionnât ces parties de l'astronomie pour l'utilité de la marine. On lui représenta que ce travail exigeoit un homme entier, et des secours que l'astronomie n'avoit point encore eus; sur quoi il ordonna la construction d'un observatoire, et il choisit lui-même, pour y observer, M. Flamstead, le nommant son astronome, avec cent guinées d'appointemens. On balança quelque temps sur la situation du nouvel observatoire. On jetta les yeux sur Chelsea, Hyde-Park, Gréenwich; mais enfin ce dernier fut préféré. C'est un lieu à deux mille de Londres, en descendant la Tamise. Là, sur une colline charmante où la vue est continuellement récréée par le passage d'une foule de bâtimens, s'élève l'obser-

vatoire dont nous parlons, plus régulier et commode que magnifique. Les fondemens en furent posés le 10 août 1675, et il fut achevé en 1679 M. Flamstead y a observé depuis ce temps, jusqu'à sa mort qui arriva en 1720. Il a eu pour successeur M. Hallei si connu partout où l'astronomie est en honneur. Sa place a été ensuite remplie par M. Bradley, non moins célèbre que ses deux illustres prédécesseurs, par diverses découvertes mémorables, et entre autres par celle de l'aberration de la lumière, et elle l'est aujourd'hui par M. Maskeline qui marche sur les traces de ses célèbres prédécesseurs.

I I I.

L'institution de l'Académie royale des sciences, et la construction d'un magnifique observatoire, ne sont pas les seuls encouragemens que l'astronomie reçut en France vers le milieu du siècle passé. L'Italie possédoit alors un homme rare par ses talens astronomiques, et qui s'étoit déjà illustré par quantité de découvertes, le célèbre Dominique Cassini. Louis XIV forma le dessein de le lui enlever, et d'en enrichir ses états, pour y faire davantage fleurir l'astronomie. Il le fit demander par son ambassadeur au pape Clément IX, et au sénat de Bologne. L'Italie qui connoissoit tout le prix de cet homme illustre, ne consentit pas facilement à s'en voir privée, et ne le céda à la France que pour six ans. Ce fut sous cette condition que M. Cassini partit pour Paris où il arriva au commencement de l'année 1669. Louis XIV le reçut avec les distinctions dont il savoit honorer le mérite, et le décora du titre d'astronome royal. Les six années de son congé étant sur le point d'expirer, l'Italie impatiente commençoit à revendiquer son bien; mais les bienfaits du roi fixèrent M. Cassini en France, où il a laissé une postérité qui a dignement soutenu, et qui soutient encore ce nom célèbre. Pour faire connoître toutes les obligations qu'on a à ce grand astronome, il nous faut reprendre les choses de plus haut, et avant son établissement en France. Mais on nous permettra de faire précéder ce récit de quelques details sur la vie et la personne de cet instaurateur de l'astronomie françoise.

M. Cassini (Jean Dominique) naquit à Perinaldo, dans le comté de Nice, le 8 juin 1625. Il se livra dès sa tendre jeunesse à l'Astronomie avec cette ardeur et ces succès qui caractérisent le génie, de sorte que le marquis de Malvasia lui procura en 1650 la chaire d'Astronomie vacante à Bologne par la mort de Cavalleri. Il vint en France en 1669, appellé par Louis XIV, et il continua durant encore plus de quarante ans à enrichir

l'astronomie d'une multitude d'inventions et d'ouvrages curieux. Vers la fin de sa vie, il eut le même sort que Galilée, nous voulons dire qu'il perdit ces yeux qui, de même que ceux de son célèbre compatriote, avoient découvert un nouveau monde, et même un monde bien plus reculé. Il mourut à Paris, le 12 septembre 1712. Le catalogue des écrits qu'il a publiés durant sa vie, seroit si long que nous nous en tiendrons à ceux que nous citons dans le cours de cet ouvrage. Le lecteur curieux de ces détails de bibliographie, pourra les rassembler d'après l'histoire de l'Académie. Nous ne devons pas omettre ici que parmi les statues d'hommes illustres, ordonnées par Louis XVI, sous la direction de M. d'Angiviller, il y en a une décernée à la mémoire de cet astronome célèbre. La France, quoiqu'il ne fut pas né dans son sein, s'est fait gloire de le regarder comme son enfant adoptif. Mais revenons au récit de ses travaux.

M. Cassini rendit dès l'année 1653 un service signalé à l'Astronomie. Chacun sait combien des observations faites avec un Gnomon d'une hauteur considérable, sont précieuses aux astronomes pour la théorie du soleil. Ces instrumens sont effectivement par leur grandeur presque les seuls capables de fournir la détermination de plusieurs points délicats de cette théorie, comme la déclinaison de l'écliptique, l'entrée du soleil dans les tropiques, &c. Il y en avoit un à Boulogne, dans l'église de Saint-Petrone; mais le P. Egnazio Dante qui l'avoit construit en 1575, n'avoit pu, apparemment à cause de quelque sujétion, décrire une méridienne pour y recevoir l'image du soleil, de sorte qu'il s'étoit contenté d'une ligne qui en déclinoit de quelques degrés. Son objet n'étoit que de montrer par une observation à la portée des moins intelligens, combien l'équinoxe du printemps s'écartoit du 21 mars, auquel il étoit censé arriver; ce qui n'exigeoit pas davantage de précision qu'il y en mit.

M. Cassini qui aspiroit à éclaircir quelques points délicats de la théorie du soleil par des observations d'une exactitude particulière, saisit l'occasion heureuse qui se présenta en 1653, de changer l'ouvrage de Dante, et de construire un gnomon parfait. On travailloit alors à restaurer et à augmenter le temple de S. Petrone. M. Cassini s'adressa au sénat de Bologne, pour avoir la permission qu'il desiroit, et il l'obtint. Il traça dans un autre endroit de l'église une véritable méridienne qui, contre l'attente et le jugement de tout le monde, passa entre deux piliers, contre l'un desquels elle paroissoit devoir aller échouer. Heureusement M. Cassini en jugea mieux, et pour le bien de l'Astronomie, il eut raison. Perpendiculairement au-dessus de cette ligne, et à la hauteur de mille pouces, ou cent vingt-cinq palmes bolonois, qui font environ quatre-vingt-trois pieds de Paris,

Paris, il plaça horizontalement une plaque de bronze solidement scellée dans la voûte, et percée d'un trou circulaire qui a précisément un pouce de diamètre. C'est par ce trou qu'entre le rayon solaire qui forme tous les jours à midi sur la méridienne l'image elliptique du soleil. Cette élévation considérable fait qu'à la variation d'une minute en hauteur, répondent près du solstice d'été, quatre lignes, et près de celui d'hiver, deux pouces une ligne; de sorte que les moindres inégalités, soit dans la déclinaison, soit dans le diamètre apparent du soleil, sont extrêmement sensibles. Ce magnifique ouvrage fut achevé en 1656, assez à temps pour permettre à M. Cassini de faire l'observation de l'équinoxe du printemps (1), à laquelle il avoit invité les astronomes, en leur faisant part de la construction de sa nouvelle méridienne, et des travaux qu'il se proposoit d'exécuter par son moyen.

Ce que M. Cassini avoit eu en vue, il l'obtint. Ce grand instrument le mit en état de faire à la théorie du soleil des corrections très-importantes, et qui par leur délicatesse échappoient à toutes les autres manières d'observer. Il trouva que la déclinaison de l'écliptique devoit être diminuée d'environ une minute et demie, c'est-à-dire, qu'au lieu de 23°, 30′, que lui donnoient la plupart des astronomes, elle n'étoit en 1660 que de 23°. 28′ 42″. Ces observations lui apprirent aussi que l'excentricité, ou la demi-distance des foyers de l'orbite solaire, étoit moindre que celle de Kepler, qui l'avoit faite dans ses tables de 1800 parties dont l'axe entier est 100000. M. Cassini lui en assigna seulement 1700. Il reconnut encore que Tycho s'étoit trompé en n'étendant les réfractions solaires que jusqu'au quarante-cinquième degré d'élévation, et il confirma par l'observation ce qu'une solide théorie lui avoit déjà appris, savoir que la réfraction s'étend jusqu'au zénith. Il mit enfin hors de contestation l'inégalité réelle du mouvement du soleil, par la comparaison exacte du diamètre apparent de cet astre, et de l'accélération de son mouvement dans les divers lieux de son orbite. C'étoit un point sur lequel il y avoit encore parmi les astronomes quelque division; mais lorsque l'oracle de Bologne, nous voulons dire la méridienne de Saint-Petrone, eut parlé, tous ceux qui balançoient encore, se rendirent. M. Cassini dressa, d'après tous ces élémens corrigés, de nouvelles tables solaires qu'il communiqua à Malvasia. Elles servirent à cet astronome pour calculer des éphémérides solaires des cinq années 1661, 1662, 1663, 1664 et 1665, qui s'accordèrent mieux que toutes les précédentes avec le mouvement du soleil. Il les éprouva

(1) *Obs. aequin. verni.* ann. 1666, in-fol.

à diverses reprises par le moyen de sa méridienne, et M. Montanari a attesté dans un écrit public, que le soleil ne manqua jamais de passer par le point de la méridienne et au moment marqués par le calcul. M. Cassini a eu depuis l'agrément de voir toutes ces corrections s'accorder de fort près avec les observations des astronomes de l'Académie, que le roi envoya en Amérique et vers l'équateur quelques années après (1).

Le magnifique monument dont nous venons de parler, ne sauroit manquer d'intéresser les amateurs de l'Astronomie, et leur fera sans doute desirer d'en suivre l'histoire jusqu'à nos jours. Lorsqu'après environ trente ans de séjour en France, M. Cassini alla revoir sa patrie, il ne manqua pas d'aller reconnoître l'état de son gnomon. Il se trouva que le cercle de bronze qui lui sert de sommet étoit un peu sorti de la ligne verticale où il devoit être, et que le pavé sur lequel étoit tracée la méridienne s'étoit un peu affaissé. M. Cassini rétablit les choses dans leur ancien état, et M. Guglielmini fut chargé pour l'instruction de la postérité, de décrire les opérations faites dans cette occasion. C'est-là le sujet du livre qu'il publia peu après sus le titre de *La meridiana di S. Petronio revista et ritirata per le osservazioni del S. Dom. Cassini, &c.* (Bon. *in-fol.*). Depuis ce temps, M. Eustache Manfredi a de nouveau vérifié et rectifié le gnomon de Saint Petrone. On lit dans les mémoires de l'académie de Bologne le récit des opérations qu'il fit dans cette vue, avec d'excellentes réflexions sur ces sortes d'instrumens. Au reste, dans ces deux vérifications on ne trouva pas que la position de la méridienne eût éprouvé aucun changement, ce qui détruit la conjecture de ceux qui avoient soupçonné que cette ligne étoit sujette à quelque variation. S'il y en a quelqu'une, on peut du moins assurer qu'elle est si lente, que dans un siècle entier elle n'est point perceptible.

Bologne n'est pas la seule ville qui jouisse de l'avantage d'un instrument si parfait et si utile. Nous avons déjà parlé de celui que Paul Toscanella avoit établi à Florence, et qui a été restauré par le P. Ximenez. Nous ne dirons rien de plus ici sur ce sujet, parce que nous destinons dans la dernière partie de cet ouvrage un article aux instrumens de ce genre.

M. Cassini a eu sur l'hypothèse elliptique adoptée par tous les astronomes, une idée dont il est à propos de parler ici. Il crut appercevoir encore dans l'ellipse ancienne employée par

(1) Elémens de l'Astronomie, déterminés par M. Cassini, et vérifiés par le rapport de ses Tables, avec les observations faites à l'Ile de Cayenne. &c. *Anciens Mem. de l'acad.* tom. VII.

Kepler quelques défectuosités, et pour y remédier, il en proposa un autre. Dans cette nouvelle ellipse il y a, comme dans l'ancienne, deux foyers; la différence consiste en ce que dans celle-ci les lignes tirées de chaque point aux deux foyers forment une somme constante, au lieu que dans celle de M. Cassini ces deux lignes forment un produit qui est partout le même. Mais il y a sur cela diverses observations à faire; la première, qui surprendra sans doute le lecteur, c'est que malgré toute sa sagacité, M. Cassini ne prenoit pas l'hypothèse de Kepler comme il le falloit. Il supposoit que Kepler établissant le soleil dans un des foyers de l'ellipse, faisoit de l'autre le centre des mouvemens moyens. Or cette supposition a effectivement le défaut que lui impute M. Cassini; mais la véritable hypothèse de Kepler, celle où les aires autour du foyer dans lequel réside le soleil croissent comme les temps, n'a pas ce défaut. En second lieu, l'ellipse de M. Cassini a elle-même des défauts qui ne permettroient pas de l'employer; on trouve qu'elle est trop resserrée, trop applatie aux environs de l'axe conjugué; de sorte que vers les 90 et 270e degrés de distance de l'apogée, elle représentoit le soleil beaucoup trop près. En troisième lieu, quand même cette ellipse seroit propre à représenter mathématiquement les mouvemens célestes, il ne paroît pas que la physique pût l'admettre. En effet, la courbe dont nous parlons, d'abord ressemblante à l'ellipse ordinaire (*fig.* 135, nos. 1, 2, 3, 4, 5.), c'est-à-dire, concave de tout côté vers son axe, quand les deux foyers ne sont pas trop éloignés l'un de l'autre, devient, lorsque ces foyers sont éloignés à un certain point, en partie concave, en partie convexe vers cet axe, comme on voit au no. 2. Ces foyers s'éloignent-ils encore, la courbe devient semblable à un huit de chiffre, ainsi qu'on voit au no. 3. Après cela, les foyers continuant à s'éloigner, elle se divise en deux ovales conjugués (voyez no. 4); et ces ovales dégénèrent enfin en deux ponts conjugués, lorsque les foyers atteignent les extrémités de l'axe. On voit par-là que s'il est quelque loi physique en vertu de laquelle l'ellipse dont on vient de parler puisse être décrite, elle seroit excessivement compliquée; et quoiqu'il n'y ait point de planète dont l'excentricité soit assez grande pour causer les bizarreries ci-dessus, il n'y a aucune vraisemblance qu'elles eûssent lieu dans quelqu'hypothèse d'excentricité que ce soit.

Je remarquerai encore ici que quelques auteurs se sont avisés de nommer cette ellipse *la Cassinoïde*, voulant par cette terminaison grecque dire en un mot la figure ou la courbe de M. Cassini; mais ce nom est tout-à-fait inepte. On dit Sphéroïde, Conchoïde, &c. pour dire qui ressemble à une sphère, à une

coquille, &c. C'est le seul sens du mot grec εἶδος, d'où ces mots et leurs semblables sont dérivés. Ainsi la *Cassinoïde* ne voudroit pas dire la courbe de M. Cassini, mais la figure ressemblante à M. Cassini. Si l'utilité de cette courbe en Astronomie eût répondu aux idées de cet astronome, il eût fallu nommer l'ellipse Cassinienne, comme on dit l'ellipse Apollonienne, et non l'*Apollonoïde*.

Une des principales découvertes sur lesquelles est fondée la grande célébrité de M. Cassini, est celle de la vraie théorie des satellites de Jupiter. Qui ne s'étonnera effectivement de voir l'esprit humain oser entreprendre de calculer les mouvemens de ces petites planètes si éloignées de notre portée. De quelles expressions Pline se fût-il servi pour caractériser une pareille entreprise, lui qui est si frappé d'admiration à la vue de celle de dresser un catalogue des fixes, qu'il ne peut se refuser au plus véhément enthousiasme.

La théorie des satellites de Jupiter avoit déjà exercé la sagacité des astronomes. Galilée, Marius, Hodierna (1) et Alphonse Borelli (2) en avoient fait l'objet de leurs travaux, sans parler de Reineri qui en promettoit des tables, dont sa mort précipitée occasionna la perte. Tous ces astronomes cependant, si nous en exceptons Reineri dont les succès nous sont inconnus, avoient échoué. On doit seulement à Borelli la justice de remarquer qu'il approcha de la vérité en quelques points, et même qu'il eut sur ce sujet des idées analogues à celles de Neuton, en attribuant les irrégularités des mouvemens de ces petites planètes à une cause assez ressemblante à l'attraction neutonienne, ce qu'on développera ailleurs davantage. Mais la gloire de démêler la plupart des véritables élémens de cette théorie étoit réservée à M. Cassini. Nouvel Hipparque, il construisit le premier des tables assez exactes des mouvemens des satellites de Jupiter. Elles parurent en 1666 (3), et elles étonnèrent fort les savans qui, découragés par le peu de succès de ceux qui avoient déjà travaillé sur ce sujet, commençoient à désespérer de voir jamais une théorie exacte de ces mouvemens. M. Picard qui compara ces tables avec les observations, trouva entre entre elles un accord qui le frappa, et souvent plus grand que M. Cassini qui n'avoit pas encore donné la dernière main à cette théorie, n'osoit soupçonner. Ce fut principalement ce trait de sagacité qui attira sur lui les regards de Louis XIV,

(1) *Mediceorum Syd. Ephem. &c.* Panormi, 1656, in-4°.

(2) *Theoriae med syderum ex causis Physicis deductae.* Rom. 1666, in-4°.

(3) *Ephem. Bonon. mediceorum syderum.* Bon. 1666, in-fol. *Inter varia Opera Astronomica.* Ibid.

et qui fit desirer à ce prince de posséder dans ses états un homme si rare. Arrivé en France, M. Cassini continua à travailler à la perfection de sa théorie. Il y fit quelques légers changemens que lui suggérèrent les observations nombreuses qu'il fit, et il l'exposa en 1693, dans un écrit (1) qu'on lit parmi les anciens mémoires de l'Académie (tom. VII). On entrera ailleurs dans les détails convenables sur ce sujet.

Mais, dira quelqu'un, à quoi peut servir la connoissance des éclipses de ces astres qui nous sont si étrangers, et qui, par leur petitesse et leur éloignement, semblent si peu faits pour nous. J'ai presque honte de répondre à une pareille question; cependant il est à propos de le faire en faveur de quelques lecteurs peu instruits. Oui, leur dirai-je, ces astres si éloignés, et à peine perceptibles, nous sont à bien des égards plus utiles que notre lune; c'est à eux que nous devons en grande partie la restauration de la Géographie. En effet, comme leurs éclipses sont si fréquentes qu'à peine se passe-t-il un jour qu'on n'en voye un entrer dans l'ombre de Jupiter, ou en sortir, il est aisé de voir qu'ils fournissent incomparablement plus de secours que la lune pour observer les longitudes des lieux de la terre. Car pour peu qu'on ait de connoissance de la sphère, on sait que pour déterminer la différence de longitude de deux lieux, il suffit de connoître la différence du temps compté dans ces deux lieux, au moment d'un phénomène qui arrive pour l'un et l'autre au même instant. Ainsi, que les satellites de Jupiter nous appartiennent ou non, peu importe; il suffit qu'ils nous offrent fréquemment de ces éclipses dont nous parlons. Mais la connoissance de la théorie de ces astres augmente de beaucoup l'utilité dont ils nous sont; il est facile de le rendre sensible. Si l'on ignoroit cette théorie, il faudroit, pour déterminer la différence de longitude d'un certain lieu avec Paris, avoir un observateur à Paris, concerté avec celui qui est dans cet autre lieu, afin d'observer la même éclipse du satellite. Mais ayant des tables vérifiées par l'expérience, et qui apprendront à quelle minute, sous le méridien de Paris, arrive chaque éclipse des satellites, il est évident que cela suppléera à l'observateur placé dans cette ville. Celui qui sera dans l'autre lieu n'aura donc qu'à observer, et comparer le moment de son observation à celui du calcul pour le méridien de Paris, il aura l'équivalent d'une observation faite sous ce méridien, et il connoîtra aussitôt la distance où en est le sien. Voilà pourquoi les astronomes ont travaillé avec tant de soin à se procurer la connoissance anticipée

(1) Les hyp. et les Tables des satellites de Jupiter, réformées sur de nouvelles observations. *Paris*, 1693.

et exacte de ces éclipses, à quoi ils sont parvenus, du moins en ce qui concerne le premier satellite, qu'on peut dire aujourd'hui être suffisamment soumis au calcul.

M. Cassini révendique encore plusieurs découvertes des plus curieuses de l'Astronomie-physique. Telles sont celles de la rotation de Jupiter et de Mars sur leur axe. Les yeux continuellement attachés sur la première de ces planètes, il apperçut enfin une tache dans une des bandes parallèles qui l'environnent, et par la révolution de cette tache, il conclut que le globe de Jupiter tournoit sur un axe presque perpendiculaire à son orbite dans neuf heures, cinquante-six minutes (1), ce que les observations des astronomes postérieurs et les siennes propres ont confirmé, à quelques légères variations près dans la durée de cette période. Il trouva par un moyen semblable, que Mars a une révolution autour de son axe en vingt-quatre heures, quarante minutes (2). Il entrevit aussi dans Vénus une tache brillante qui lui donna lieu de penser que sa révolution étoit à peu près de la même durée (3). Il n'osa cependant prononcer tout-à-fait sur ce sujet; et effectivement M. Bianchini a depuis prétendu que cette révolution est de vingt-quatre jours, et environ huit heures, et les astronomes sont encore partagés. C'est enfin M. Cassini qui perfectionna l'intéressante découverte d'Huygens sur le monde de Saturne, en découvrant quatre nouveaux satellites à cette planète (4). Il leur donna les noms de *Sidera Lodoicea*, en honneur du prince sous le règne et les auspices duquel ces nouveaux astres furent découverts pour la plupart; mais la postérité n'a pas plus fait d'accueil à ce nom qu'à celui d'*Astres de Médicis*, que Galilée avoit donné aux satellites de Jupiter. On crut devoir transmettre par un monument particulier la mémoire de cet évènement remarquable en Astronomie, et l'on frappa à ce sujet une médaille, avec ces mots : *Saturni satellites primùm cogniti.*

Il seroit trop prolixe d'entrer dans de pareils détails sur toutes les autres inventions de M. Cassini. Ce motif nous fera passer légérement sur ce qui les concerne. On lui doit, par exemple, la manière de calculer et de représenter pour tous les habitans de la terre, les éclipses du soleil par la projection de l'ombre de la lune sur le disque terrestre; cette méthode dont Kepler avoit donné l'idée, a été perfectionnée par M. Cassini, et a depuis été adoptée par tous les astronomes. M. Cassini a aussi donné une méthode fort ingénieuse pour déterminer, à l'aide

(1) *Lett. al. Sr. Ottavio Falconieri, intorno la varietà delle Macchie oss. in Giove è le loro revoluz.*, &c. Roma. 1665, *in-fol.*

(2) *Mart. circa prop. axem revolubilis observationes.* Bon. 1666, *in fol.*

(3) *Voyez* le Journal des Savans, 1667.

(4) *Voyez* art. I.

d'un seul observateur, la parallaxe d'une planète. Ce fut par ce moyen que dès l'année 1681 il déterminoit la parallaxe de Mars périgée, avec assez d'exactitude pour qu'il n'en résultât qu'une parallaxe horizontale solaire de dix secondes, ce qui approchoit beaucoup de la vérité, et reculoit bien loin les bornes de notre système planétaire. On doit enfin à M. Cassini l'application des éclipses de soleil à trouver les longitudes des lieux de la terre; la découverte de la lumière zodiacale, ou cette atmosphère lumineuse et en forme de lentille couchée dans le plan de l'écliptique, dont notre soleil est environné; diverses nouvelles périodes chronologiques, propres à concilier les mouvemens du soleil et de la lune; enfin son ingénieuse divination des règles de l'Astronomie indienne. Nous n'en dirons pas davantage. Quant à son hypothèse sur les mouvemens des comètes, où il fut moins heureux nous en parlerons avec quelqu'étendue dans l'article XIII de ce livre.

I V.

Les premiers soins de l'Académie royale des sciences à cultiver l'Astronomie, sont marqués par deux inventions des plus plus heureuses. L'une est la perfection du micromètre, et l'autre l'application du télescope au quart de cercle. Ces deux inventions ne tieennent pas un moindre rang en Astronomie, que celle de l'horloge à pendule. Car s'il est essentiel à l'Astronome d'avoir une mesure exacte du temps, il n'est pas moins important pour lui d'avoir le moyen de mesurer avec précision les intervalles célestes. Ce dernier avantage, il le doit aux instrumens dont on vient de parler; ce sont eux qui l'ont éclairé sur les élémens les plus délicats de l'Astronomie, et qui l'ont mis à portée d'appercevoir divers phénomènes dont la découverte a jetté de grandes lumières sur le système physique de l'univers.

La première idée et le principe du micromètre sont dûs à M. Huygens. Chacun sait qu'au foyer de l'objectif du télescope astronomique, il se peint une image parfaitement semblable à l'objet, et proportionnée à l'angle sous lequel il paroîtroit à l'œil nu. L'oculaire, comme l'on sait encore, est tellement disposé, que cette image est à son foyer, ce qui fait qu'elle est distinctement apperçue. M. Huygens en conçut l'idée de se servir de la mesure de cette image pour connoître celle de l'objet, et voici comment il s'y prit. Il plaça au foyer commun de l'objectif et de l'oculaire une ouverture circulaire, dont il mesura la grandeur apparente, c'est-à-dire, le nombre de minutes et de secondes qu'elle laissoit découvrir dans le ciel, par le temps qu'une étoile employoit à parcourir son diamètre. Cette première

connoissance acquise, lorsqu'il s'agissoit de mesurer le disque d'une planète, ou la distance de deux corps célestes, il introduisoit par une fente latérale faite au télescope, une petite verge de métal d'une largeur suffisante pour couvrir cet intervalle, et cette largeur comparée par le moyen d'une échelle à celle de l'ouverture totale, lui donnoit le diamètre apparent de cet objet. Tel fut le micromètre qu'employa Huygens, et qu'il décrit à la fin de son *Systema-Saturnium*.

Le marquis de Malvasia, noble Bolonois, et qui réunissoit en même temps trois qualités qui se trouvent rarement ensemble, celles de sénateur, de capitaine et de savant, alla quelques pas plus loin que Huygens (1). Il plaça au foyer du télescope un réticule, c'est-à-dire, plusieurs fils se croisant à angles droits, et formant plusieurs quarrés à chacun desquels devoit répondre un certain intervalle dans le ciel. Et comme il pouvoit, ou même qu'il devoit souvent arriver que l'objet à mesurer ne comprendroit pas précisément un ou plusieurs de ces quarrés, il en divisa un en plusieurs autres beaucoup plus petits, comme il avoit divisé le champ entier de la lunette par les premiers. Il est maintenant aisé de voir que par ce moyen il pouvoit connoître combien d'intervalles entre les filets principaux, et de portions de ces intervalles comprenoit l'objet qu'il vouloit mesurer, et par conséquent quelle étoit sa grandeur apparente.

Mais M. Auzout perfectionna encore cette invention, et la rendit plus propre à des déterminations extrêmement délicates. Il ne conserva que des filets parallèles avec un transversal qui les coupoit à angles droits, et afin de renfermer toujours l'objet à mesurer entre des filets parallèles, il imagina d'en faire porter un par un chassis mobile, glissant dans les rainures de celui auquel les autres étoient fixés. Ce chassis mobile, on le fait avancer et reculer par le moyen d'une vis portant un index dont les révolutions marquent de combien le fil mobile se rapproche ou s'éloigne des fixes. On tourne ensuite cet instrument placé au foyer d'une lunette, vers un petit objet éloigné de quelques centaines de toises, dont on a calculé trigonométriquement la grandeur apparente, d'où l'on conclut celle qui répond à un des intervalles égaux de ses filets. Après ces préparations, le micromètre est construit, et l'on peut le tourner vers le ciel, pour y mesurer la grandeur apparente de quelqu'objet que ce soit. Veut-on, par exemple, déterminer le diamètre apparent du soleil, on tourne l'instrument de manière que cet astre paroisse pendant quelques momens suivre la direction du transversal, et en avançant ou reculant le fil mobile, on fait en sorte

(1) *Ephemerid.* Pref.

que son disque soit précisément compris entre eux. Alors on examine, au moyen de l'index dont nous avons parlé, la distance du fil mobile à un des fixes, d'où l'on conclut avec beaucoup de précision le diamètre apparent de l'axe, ou l'intervalle entre les deux astres qu'on veut mesurer. Cette idée sommaire du micromètre suffira ici. Le lecteur curieux de plus grands détails, doit consulter l'écrit que M. Auzout publia sur ce sujet en 1667, et qu'on trouve parmi les anciens mémoires de l'Académie (tom. VII.). Il peut aussi recourir à divers autres auteurs, surtout à M. de la Hire qui en a expliqué les usages nombreux dans l'introduction à ses *Tables astronomiques*. On a imaginé dans la suite diverses nouvelles constructions de micromètres qui ont été rassemblées par Bion (1) et M. Doppelmayer, son continuateur. Mais la plus parfaite, et celle qui sert à un plus grand nombre d'usages, est la précédente ; et c'est, à quelques légers changemens près, celle qu'ont adoptée les astronomes. Le micromètre de cette espèce, avec les additions qu'y a faites le célèbre M. Bradley, est tout ce qu'il y a jusqu'ici de plus parfait. On en lit la description dans la troisième partie de l'Optique de M. Smith.

C'est à l'abbé Picard qu'on croit être redevable de l'application du télescope au quart de cercle astronomique. On lui associe aussi Auzout, et cela est fondé sur le témoignage de M. de la Hire (2). Cet académicien qui avoit vu Picard, et travaillé avec lui, dit que l'ayant questionné un jour sur la date et l'origine de cette invention, il lui avoit répondu que Auzout y avoit beaucoup de part. Mais pourquoi ne trouve-t-on aucune trace de cet aveu dans le livre *de la figure de la terre*, où Picard fait la description de sa nouvelle méthode, de manière à laisser du moins croire aux lecteurs qu'il en est l'unique auteur. Quoi qu'il en soit, les avantages de cette pratique sont tels, qu'on peut dire sans exagération qu'il en est peu de plus heureuses dans l'Astronomie. Tant qu'à l'exemple des anciens, on se servit de pinnules simples, l'observateur n'ayant d'autre secours que celui de ses yeux, avoit une peine extrême, ou plutôt ne pouvoit jamais parvenir à discerner parfaitement le bord de l'astre ou de l'objet auquel il miroit. D'ailleurs les étoiles fixes paroissent à l'œil nu environnées d'une chevelure qui leur donne un diamètre apparent beaucoup plus considérable qu'il n'est dans la réalité, et qui induisoit l'observateur dans une erreur continuelle. Le télescope adapté au quart de cercle, lève tous ces inconvéniens. Le limbe de l'astre, du soleil par exemple, paroît distinctement terminé, et l'on peut juger avec précision

(1) Traité des instrumens mathématiques.

(2) Mémoires de l'académie, 1717.

de l'instant auquel il arrive aux fils qui se croisent au foyer de l'objectif. Les étoiles sont dépouillées de cette chevelure incommode qui en augmente l'apparence à l'œil nu, et ne paroissant que comme des points lumineux et presqu'indivisibles, leur passage par ces fils est beaucoup mieux déterminé, ce qui fournit un moyen commode et beaucoup plus exact que ceux qu'on pratiquoit autrefois, pour mesurer leur déclinaison et leur ascension droite. Le quart de cercle enfin, garni d'un télescope et d'un micromètre, sert à mille déterminations délicates auxquelles l'instrument ancien ne pouvoit atteindre. Aussi cette invention fut-elle rapidement adoptée par tous les astronomes jaloux de l'exactitude. On ne trouve parmi ceux dont le suffrage est de quelque poids, que Hevelius qui lui ait refusé le sien. Le motif par lequel il autorisoit ce refus, étoit qu'il n'y avoit de cette manière aucune ligne de mire ou aucun axe de vision. Mais cette prétention étoit mal fondée, et même Picard avoit pris d'avance le soin d'établir le contraire. On démontre facilement par les lois de la Dioptrique, que le rayon passant par le centre de l'objectif, et allant au point où se croisent les fils placés au foyer commun de l'objectif et de l'oculaire, forme une ligne invariable; de sorte que ce ne peut être que le point de l'objet qui est dans la direction de cette ligne, ou qui en est éloigné d'un angle déterminé, qui puisse paroître au point où se croisent ces fils. Il y a donc, lorsque l'instrument est vérifié, et que le télescope n'éprouve aucun dérangement à l'égard du quart de cercle, il y a, dis je, une ligne équivalente à celle qui seroit menée par les deux ouvertures des pinnules ordinaires, et qui est le véritable rayon par lequel l'objet est apperçu.

Depuis que l'invention du micromètre, et l'application du télescope au quart de cercle ont été enseignées et employées par les astronomes français, l'Angleterre a fait revivre d'anciens droits sur l'une et l'autre. Aussitôt après l'annonce du micromètre faite par Auzout dans les *Transactions philosophiques*, M. Townley, astrononome du pays de Lancastre, y mit un écrit où il la revendiquoit à son compatriote Gascoigne qui perdit la vie à la suite de Charles I, dans la bataille de Morston-More, qui fut si funeste à ce prince; et pour justifier son assertion, il a donné dans le n°. 29 des mêmes *Transactions* la description de la machine de M. Gascoigne, dont il avoit quelques ébauches, et qu'il avoit perfectionnée. M. Flamstead qui avoit ramassé avec soin quantité de papiers et de lettres de Horoxes et Gascoigne, rapporte des observations de ce dernier, qui confirment le récit précédent. Enfin M. Gascoigne ne s'étoit pas borné au micromètre. Il avoit eu aussi l'idée d'appliquer le télescope au quart de cercle, et il

l'avoit exécuté avec succès. C'est ce que prouvent clairement divers fragmens de lettres, tirés de son commerce astronomique avec Horoxes et Crabtrée, et que M. Derham a rapportés dans les *Trans. phil.* de l'année 1723. Il paroît donc, d'après ces autorités, qu'on ne peut refuser à Gascoigne d'avoir eu le premier l'idée de ces deux inventions d'Astronomie-pratique. Mais comme en même temps il est clair que cette idée n'avoit jamais vu le jour en Angleterre, et à plus forte raison dans le Continent, l'honneur de l'invention n'appartient pas moins à Auzout et Picard. Robert Hook a aussi prétendu s'associer à cet honneur, et dit que dès l'année 1665 il avoit parlé à Hevelius de l'application du télescope aux instrumens d'Astronomie, sur quoi Hevelius lui répondit par une lettre adressée à la Société royale, dans laquelle il exposoit les motifs qui lui rendoient cette pratique suspecte. Mais Hook étoit un homme ardent à tout rappeller à lui, un de ces hommes qui veulent avoir tout fait et tout trouvé, et sa révendication ne paroît pas aussi fondée, même en adoptant les dates de ces lettres.

Les obligations qu'a l'Astronomie à ces deux premiers membres de l'ancienne Académie nous engage à faire connoître un peu davantage leurs personnes et leurs écrits. M. Picard (Pierre) étoit de la Flèche, mais nous avons en vain recherché l'année de sa naissance. Il fut un des huit premiers que Colbert réunit pour former l'Académie des sciences Sa dextérité à observer, et son exactitude extrême furent cause qu'il fut employé dans tous les immenses nivellemens qu'on entreprit pour amener des eaux à Versailles. On peut voir dans une vie de Charles Perrault quelques anecdotes singulières sur ce sujet. Cet astronome célèbre étoit engagé dans l'état ecclésiastique, et mourut en 1684. Il laissa divers ouvrages assez avancés que M. de la Hire prit soin de mettre en ordre, et publia en 1693. Ce sont un excellent traité de gnomonique, sous le titre de *Pratique des grands cadrans*; des *fragmens de Dioptrique*, et son *Traité du nivellement*. On les trouve dans le tom. VI des anciens mémoires de l'Académie. Le dernier a été publié à part en 1685. On lit dans le tom. VII sa Mesure de la terre, son Voyage à Uranibourg (qui avoient paru de son vivant) avec quantité d'observations astronomiques et géographiques faites en divers lieux de la France.

Quant à M. Auzout, on ne sait rien concernant sa naissance et sa patrie; il fut, ainsi que l'abbé Picard, un des premiers académiciens. Mais passé l'année 1667, il n'en est plus fait aucune mention dans l'histoire de l'Académie; il étoit à Rome en 1670, et il y mourut en 1693, suivant la liste chronologique des membres de l'Académie. Il a publié quelques écrits,

comme une *Éphéméride de la comète de* 1665 ; une lettre à l'abbé Charles sur les observations de Campani en 1666 ; son *Traité du micromètre* en 1667 ; quelques *Remarques sur une machine de M. Hook.* Ces trois dernières pièces sont dans le vol. VI des anciens mémoires de l'Académie.

V.

Il est inutile de faire ici de nouvelles réflexions sur l'utilité d'une mesure exacte de la terre. On a suffisamment montré dans le troisième livre de cette partie de quelle importance est cette mesure dans la géographie et dans l'Astronomie; d'ailleurs le diamètre de la terre étant comme la première échelle dont on se sert pour reconnoître les distances célestes, sa grandeur étoit à quelques égards le premier élément de l'Astronomie ; aussi de tout temps les astronomes ont fait des efforts pour se procurer cette connoissance, et sans remonter au-delà du même siècle, on avoit vu plusieurs hommes célèbres entreprendre de grandes opérations pour cet effet.

Il faut cependant l'avouer, et nous le faisons presqu'à regret, malgré ces travaux, la grandeur de la terre n'étoit rien moins que connue avec quelque précision. Snellius et Riccioli qui sembloient y avoir pris le plus de soin, différoient entre eux, qui le croira? de plus de sept mille toises sur la grandeur du degré. Il est vrai que les opérations de Riccioli, examinées avec un peu d'attention par un astronome habile dans l'art d'observer, présentoient mille sujets de les soupçonner d'erreurs considérables ; mais d'un autre côté, celles de Snellius, quoique bien moins sujettes à de pareils soupçons, n'en étoient pas exemptes, et on ignoroit à cette époque les corrections qu'il avoit faites à sa mesure peu avant sa mort, de sorte que de tous ces travaux il ne résultoit qu'un pirrhonisme complet sur la grandeur même approchée du degré terrestre.

L'Académie royale des sciences ne put voir subsister plus long-temps des doutes sur un point si important, et l'art d'observer ayant été extrêmement perfectionné depuis peu, elle jugea qu'il étoit temps de les éclaircir. L'abbé Picard, déjà célèbre par diverses observations très-délicates, fut donc chargé de mesurer de nouveau un degré terrestre dans les environs de Paris. Il l'entreprit et il l'exécuta dans les années 1669 et 1670, de la manière que nous allons dire.

Cet astronome suivit le même procédé que celui que Snellius avoit employé dans sa mesure, et que nous avons décrit en en rendant compte ; mais il y apporta des soins tels que l'Astro-

nomie n'en avoit encore aucun exemple. Il se servit d'abord d'un secteur de dix pieds de rayon scrupuleusement vérifié dans tous les degrés qui devoient servir à sa mesure. Il étoit garni d'un excellent télescope, avec des fils se croisant au foyer de l'oculaire, comme on a dit dans l'article précédent. Il mesura ainsi à Amiens et à Malvoisine la distance d'une étoile de Cassiopée, qui passoit à moins de dix degrés du zénith, de l'un et de l'autre lieu, et il trouva leur différence de latitude de 1°, 22′, 55″, Quant à sa mesure trigonométrique, tous les angles de ses triangles furent verifiés, et deux mesures réitérées de sa base, avec le soin dont il étoit capable, ne lui donnèrent qu'une différence de deux pieds; la première mesure ayant été de 5662 toises 5 pieds, et la seconde de 5663 toises 1 pied. C'est pourquoi il prit un milieu, et la fixa à 5663 toises. Il trouva enfin, après tous ses calculs, que la distance interceptée entre les parallèles d'Amiens et de Malvoisine étoit de 78850 toises, ce qui donne 57060 toises par degré. On peut voir le détail de ces opérations dans son ouvrage sur la mesure de la terre, inséré parmi les anciens mémoires de l'Académie, tome VII.

Nous avons dit que Picard avoit pris dans la mesure de sa base et de ses triangles tous les soins dont il fut capable. Mais dans des opérations si délicates, il y a tant de précautions à prendre, précautions dont plusieurs ne sont souvent suggérées que par le temps et les fautes d'autrui, que nous ne porterons aucune atteinte à sa réputation, en remarquant qu'il ne laissa pas de tomber dans quelques légères erreurs. Les contestations élevées dans ces derniers temps au sujet de la figure de la terre, ayant obligé de soumettre ses opérations au plus rigide examen, on a trouvé quelques légères corrections à y faire; mais qui, après une sévère discussion, ne donnent pas sur sa mesure du degré une trentaine de toises de différence. Nous entrerons, quand il en sera temps, dans quelques détails ultérieurs sur ce sujet.

Picard finissoit à peine sa grande opération de la mesure d'un degré terrestre, qu'il entreprit un voyage pour l'utilité de l'Astronomie. Afin de se servir avec quelque succès des observations de Tycho-Brahé, toujours estimées des astronomes; afin d'en lier la chaîne avec celle des modernes, il falloit avoir une connoissance plus précise de la position de son observatoire. Il y avoit à la vérité peu de doute sur la latitude; mais sa longitude étoit assez légitimement suspecte, l'art d'observer les éclipses n'étant pas encore porté, du temps de Tycho, à la précision qu'il a atteinte depuis par le moyen des lunettes et des pendules. Picard partit donc en 1671, pour vérifier la position d'Uranibourg. Ce séjour d'Uranie, autrefois si magnifique, étoit dans

un état bien capable d'exciter les regrets d'un amateur de l'Astronomie ; à peine en subsistoit-il des vestiges sur le terrain, et même dans la mémoire des hommes. Picard parvint cependant, après beaucoup de recherches, et à l'aide du plan de Tycho, à en reconnoître quelques endroits où il fixa ses instrumens. Il y trouva la latitude différente seulement d'une minute de celle que Tycho lui avoit assignée. Quant à la longitude, la différence étoit, comme on l'avoit soupçonnée, beaucoup plus considérable; elle alloit à quelques degrés.

Picard fit à Uranibourg une autre observation qui étonna beaucoup les astronomes. En relevant les angles de position de divers endroits à l'égard de la méridienne d'Uranibourg, et les comparant à ceux que Tycho avoit trouvés, il s'apperçut qu'ils étoient différens de dix-huit minutes, de sorte que ce célèbre astronome paroissoit s'être trompé de dix huit minutes dans la détermination de sa méridienne. Cependant c'est un peu trop se hâter que d'en conclure que Tycho ait commis une erreur si considérable dans une détermination aussi importante; Picard lui-même n'ose le faire, et il aime mieux conjecturer que ces angles ne devant servir qu'à la carte des environs de l'île d'Huene, ne furent pas pris par Tycho avec son exactitude ordinaire.

Quoi qu'il en soit, cette observation de Picard fit naître alors dans quelques esprits la pensée que la ligne méridienne pourroit bien être variable. Mais cette conjecture a été détruite par la stabilité de celle de Bologne, dans laquelle Cassini ne trouva pas la moindre variation, après plus de trente ans, non plus que Manfredi, qui l'a de nouveau vérifiée dans ces derniers temps (1). La position des pyramides d'Egypte, qui sont encore très-exactement orientées, suivant le rapport de M. de Chazelles, est un nouveau motif de croire que cette ligne est invariable. Car une position si exacte ne pouvoit être l'effet du hazard, il faut qu'elle ait été autrefois choisie de dessein prémédité, et qu'elle soit l'ouvrage des anciens Egyptiens. Il y a encore d'autres raisons qui rendent cette variation peu probable ; mais nous les supprimons pour abréger.

VI.

Tandis que Picard étoit à Uranibourg, l'Académie méditoit un autre voyage dont l'Astronomie et la physique ont tiré de grandes lumiéres. Il s'agissoit de déterminer par des observations immédiates, et plus certaines que toutes celles qu'on avoit

(1) *Comm. Acad. Bonon.* tom. II.

encore faites en Europe, divers élémens de la théorie du soleil, comme la déclinaison de l'écliptique, l'entrée de cet astre dans l'équateur, sa parallaxe, &c. Quelque soin qu'y eussent mis jusques là les astronomes, il restoit encore bien des incertitudes sur ces determinations délicates, à cause de l'obliquité sous laquelle le soleil paroît toujours dans ces contrées. Il falloit donc observer de quelqu'endroit de la terre, où cet astre passant très-peu loin du zénith, ne fût sujet à aucune réfraction, ni aucune parallaxe sensible. Ces avantages, on devoit les trouver aux environs de l'équateur, où le soleil ne s'écartant jamais du zénith que de 20 à 30°, la parallaxe et la réfraction ne peuvent influer que fort légérement sur les résultats. Un pareil voyage présentoit encore diverses utilités, entre autres celle d'observer en même temps dans des lieux très-éloignés, les deux planètes Mars et Vénus, afin de reconnoître quelle diversité d'aspect produisoit cet éloignement, et de porter par-là quelque jugement sur leur distance à la terre, et sur celle du soleil. On pourroit enfin observer ainsi immédiatement la parallaxe de la lune, élément de sa théorie si important, et qu'on n'avoit pu encore déterminer que par une sorte de tâtonnement.

Le voyage dont nous parlons fut donc résolu, et l'île de Cayenne, soumise à la domination françoise, fut jugée propre à cet objet; on le proposa au roi qui l'agréa : sur quoi Richer, un des académiciens, fut choisi pour l'exécuter; et muni d'amples instructions sur tous les points qu'on desiroit d'éclaircir, il partit vers la fin de 1671, et arriva à Cayenne au mois d'avril 1672. Il y observa d'abord les deux hauteurs solsticiales du soleil de cette année, et il détermina la distance des tropiques de 46°, 57′, 4″; ce qui donne pour l'inclinaison de l'écliptique à l'équateur 23°, 28′, 32″; c'étoit, à 10 ou 12″ près, celle que Cassini avoit déterminée dans ses tables. M. Richer observa aussi à Cayenne les deux équinoxes qui s'y firent durant son séjour, aussi bien que les hauteurs méridiennes du soleil pendant la plus grande partie de l'année 1672, et le commencement de 1673. Toutes ces observations servirent beaucoup à Cassini pour vérifier ses tables. Les observations correspondantes de Mars, discutées et comparées avec soin, ne donnèrent pour cette planète, lorsqu'elle est la plus voisine de la terre, que 25″ de parallaxe horizontale; d'où l'on conclut que celle du soleil, presque trois fois aussi éloigné, est seulement de 9 à 10″. Richer observa enfin un grand nombre d'étoiles, soit de celles qui ne sont point visibles en France, soit de celles qui s'élevant trop peu sur l'horison de ces contrées, y sont vues trop obliquement, et dont l'observation est sujette à de grandes incertitudes, à cause de l'inégalité des réfractions. On voit toutes ces observations dans

le voyage de cet astronome, qui a été inséré dans le tome VII des anciens mémoires de l'Académie.

Mais l'observation qui rend principalement mémorable le voyage de Richer, est celle du retardement du pendule à secondes qu'il y remarqua. Arrivé à Cayenne, il vit avec étonnement que son horloge, quoiqu'il eût donné au pendule la même longueur qu'en France, retardoit tous les jours d'environ deux minutes et demie sur le mouvement moyen du soleil, de sorte qu'il fallut pour l'y accorder, raccourcir ce pendule d'une ligne et un quart. Pour plus de certitude, il rapporta son pendule ainsi raccourci en France, et alors il se trouva en effet qu'il étoit plus court d'une ligne et quelque chose, que celui qui battoit les secondes à l'observatoire de Paris.

On ne fut pas médiocrement étonné en France du phénomène annoncé par Richer, et on le regarda d'abord comme fort douteux. On croyoit être d'autant mieux fondé à penser ainsi, que Picard étant à Uranibourg, n'avoit trouvé aucun changement à faire dans la longueur de son pendule, non plus que Roemer à Londres. Mais quelques années après, MM. Varin et Deshayes ayant été envoyés en divers lieux de la côte d'Afrique et de l'Amérique pour y observer, ils remarquèrent dans les lieux voisins de l'équateur la même chose que Richer. Il y a plus, ils furent obligés de raccourcir leur pendule d'une quantité plus considérable que cet astronome ne l'avoit rapporté. Il n'y a rien en cela qui doive nous étonner; il est au contraire tout-à-fait naturel que Richer observant pour la première fois un phénomène si inattendu et si singulier, fit tous ses efforts pour l'éluder en quelque sorte.

Ce retardement du pendule, à mesure qu'on le transporte dans des lieux plus voisins de l'équateur, est une observation tellement confirmée par le rapport unanime des astronomes, qu'il est inutile de nous arrêter davantage à le prouver. Mais c'est une mauvaise explication que celle qu'ont prétendu en donner quelques physiciens, en disant que c'est un effet de la chaleur du climat qui allonge la verge du pendule, et qui en rend par-là les vibrations plus lentes. Les expériences qu'on a de la dilatation des métaux opérée par la chaleur, apprennent qu'il en faudroit une bien plus considérable que celle qu'éprouve la verge d'un pendule, pour causer un allongement capable de produire un pareil retardement; et d'ailleurs les académiciens françois qui ont mesuré la longueur du pendule sur les montagnes du Pérou, et au milieu d'un air tempéré, ou excessivement froid, n'ont pas laissé d'observer le même phénomène.

Les nouvelles observations de MM. Varin et Deshayes ne permettant plus de douter que le pendule à secondes ne fût de

de différentes longueurs dans différentes latitudes, Huygens qui, lors de la première annonce du phénomène, ne s'étoit pas hâté d'en chercher l'explication, se mit à y réfléchir, et il la découvrit. Il vit d'abord que de ce retardement il suit que la pesanteur est moindre sous l'équateur et aux environs, que dans les autres lieux de la terre. Car puisque le même pendule oscille plus lentement dans les lieux voisins de l'équateur, c'est-à-dire, que la même masse roulant le long du même arc, tombe plus lentement, d'où cela peut-il venir? sinon de ce que sa pesanteur est moindre. Huygens apperçut en même temps une raison si naturelle de ce phénomène, qu'elle auroit dû, ce semble, le faire découvrir *à priori*. La pesanteur, dit-il, étant primitivement la même dans toutes les parties de notre globe, elle seroit partout égale, s'il étoit en repos. Mais qu'on lui donne le mouvement de circonvolution que tous les astronomes s'accordent à reconnoître, dès-lors il en naîtra une force centrifuge opposée à la pesanteur, et qui la diminuera inégalement dans les divers lieux de la terre; car cette force centrifuge est plus grande sous l'équateur que partout ailleurs, puisque tous les points de ce cercle parcourant journellement un plus grand espace, se meuvent avec plus de vîtesse. La force centrifuge détruira donc sous l'équateur une plus grande partie de la pesanteur que partout ailleurs, et par conséquent elle en détruira dans chaque lieu une partie d'autant plus grande, qu'il sera plus voisin de ce cercle. Ajoutons à cela que la force centrifuge tendant à écarter les corps dans le sens perpendiculaire à l'axe de la terre, sous l'équateur elle est directement opposée à la pesanteur, au lieu que dans les autres endroits, elle ne lui est opposée qu'obliquement. Ainsi, selon les lois de la mécanique, toute cette force est employée sous l'équateur à diminuer la pesanteur, et sous les parallèles à ce cercle, il n'y en a qu'une partie qui contribue à cet effet. Voilà une nouvelle cause pour laquelle la pesanteur primitive est moins diminuée dans les lieux hors l'équateur que sous ce cercle. Huygens, guidé par sa théorie des forces centrifuges, trouve que sous l'équateur les corps doivent peser d'une 289e moins que si la terre étoit en repos.

Cette conséquence, quoique bien digne de remarque, n'est cependant pas ce qu'il y a de plus mémorable dans la découverte de Huygens; allant plus loin, il conclut du phénomène dont nous parlons, que la terre n'est point parfaitement sphérique, comme on l'avoit cru jusqu'alors, mais qu'elle est applatie vers les poles, et renflée sous l'équateur (*fig.* 146). Cela suit du raisonnement ci-dessus, car supposons pour un instant la terre sphérique et en repos, les directions des graves, telle que celles du pendule, concourront au centre. Mais qu'on donne

à notre globe un mouvement de rotation, la force centrifuge qui tend à écarter de l'axe, sera oblique à la direction de chaque poids, excepté celui qui sera placé sous l'équateur. Ainsi chacun de ces poids sera écarté de sa direction primitive, et d'antant plus, que la force centrifuge lui sera moins oblique ou sera plus forte. Les directions des corps graves, excepté celles des poids placés sous l'équateur et au pole, n'iront donc plus aboutir au même point, mais elles feront avec l'axe de rotation des angles plus aigus que si la terre eut été en repos. Ce raisonnement est aisé à sentir, à l'aide de la figure 146, où les directions primitives sont marquées par des lettres ponctuées, et les directions actuelles par des lignes pleines. M. Huygens trouvoit que cette déviation du fil à plomb, de la direction centrale, et perpendiculaire à la surface de la terre supposée sphérique, étoit vers la latitude de 45°, égale à 5 minutes et 5 secondes, erreur considérable, et contraire à l'expérience qui nous apprend que les directions des graves sont perpendiculaires à la surface de la terre ou des fluides en repos. Cette surface ne sauroit donc être sphérique; mais il faut qu'elle soit plus relevée vers l'équateur, ou en forme de sphéroïde engendré par la révolution d'une ellipse autour de son petit axe.

Il est juste de remarquer que cette curieuse découverte n'est pas moins l'ouvrage de Neuton que de Huygens. Le célèbre philosophe anglois y parvenoit vers le même temps, par un raisonnement peu différent. Il est aussi le premier qui l'ait dévoilée au public dans son fameux livre des *Principes*. Huygens ne mit au jour ses réflexions sur ce sujet que quelques années après, savoir en 1690, dans son livre *De causâ gravitatis*. Il y fixe la quantité de l'applatissement de la terre, ou la différence de ses axes, à une 578e du diamètre de l'équateur, et il trouve pour la figure génératrice du sphéroïde terrestre, une courbe du quatrième degré. Mais nous réservons de plus grands détails sur ce sujet pour l'endroit où nous rendrons compte des travaux des modernes pour déterminer la vraie figure de la terre.

VII.

Des observations continuées long-temps et avec soin, ont ordinairement l'avantage de faire appercevoir des phénomènes dont on n'avoit encore aucun soupçon; souvent même il arrive que ces observations conduisent à une découverte plus intéressante que celle dont on cherchoit à s'assurer par leur moyen. L'exemple que nous offre cet article est un des plus remarquables.

M. Cassini et les astronomes de l'Académie, étoient attentifs

depuis plusieurs années à observer les éclipses des satellites de Jupiter, soit dans des vues géographiques, soit pour perfectionner la théorie de ces petites planètes. Ces observations firent reconnoître une nouvelle inégalité dans le mouvement du premier satellite. On remarqua que depuis l'opposition jusques vers la conjonction de Jupiter et du soleil, les émersions de ce satellite hors de l'ombre, qui sont les seules qu'on puisse observer, retardoient continuellement sur le calcul, de sorte que la différence étoit vers la conjonction d'environ 14 minutes. On observoit le contraire après la conjonction, c'est-à-dire, que depuis les premières immersions que l'on observe après la conjonction jusqu'aux dernières observations de ce genre qu'on peut faire avant l'opposition, l'entrée du satellite dans l'ombre anticipoit de plus en plus le calcul, la différence allant enfin jusqu'à environ 14 minutes.

On attribue ordinairement à Roemer d'avoir trouvé l'explication également vraisemblable et ingénieuse qu'on donne de ce phénomène. Mais on se trompe; on voit par un écrit de Cassini, publié au mois d'août 1675, que c'est cet astronome qui en est le premier auteur. » Cette seconde inégalité, dit-il, » paroît venir de ce que la lumière emploie quelque temps à » venir du satellite jusqu'à nous, et qu'elle met environ dix à » onze minutes à parcourir un espace égal au demi-diamètre » de l'orbite terrestre ». Cependant quelque temps après, Cassini, ébranlé par une difficulté dont on parlera bientôt, changea de sentiment. Mais cette explication abandonnée de son auteur, Roemer l'adopta, et la fit valoir d'une manière qui, malgré les difficultés de Cassini, réunit presque tous les suffrages; en voici le précis.

Si la terre restoit constamment au même point A (*fig.* 147) où elle est, lorsqu'on observe une des premières émersions du satellite, après l'opposition de Jupiter, on verroit toutes ces émersions arriver au moment indiqué par le calcul. Mais durant l'intervalle de cette émersion à la suivante, la terre passe en *a*, et s'éloigne de jupiter de la quantité *a*A. Si donc la lumière venant du satellite, emploie quelque temps à se transmettre d'un lieu à un autre, elle arrivera plus tard en *a* qu'en A. Ainsi l'observateur terrestre verra plus tard le retour de la lumière du satellite, que s'il eût resté en A. A la vérité, cette différence de temps sera insensible d'une émersion à la suivante. Mais quand la terre sera parvenue au point B de son orbite, alors le calcul anticipera le moment de l'observation, de tout le temps que la lumière mettra à parcourir la distance AB, presque égale au diamètre de l'orbite terrestre, et c'est-là précisément le phénomène qu'on observe. Lors au contraire que

la terre arrivée en C, commencera à appercevoir les immersions du même satellite dans l'ombre, la terre allant au devant de la lumière, l'observation anticipera de plus en plus le calcul, de manière que quand le spectateur terrestre sera en D, il verra l'immersion plutôt que le calcul ne l'indique, de tout le temps que la lumière met à aller de D en C.

Cette ingénieuse explication nous fournit la solution d'un des plus curieux problêmes qui puisse intéresser l'esprit humain; savoir, de déterminer la vîtesse avec laquelle la lumière se répand dans les espaces célestes. La quantité de temps dont le calcul des émersions anticipe le moment de l'observation, est de 15 à 16′, lorsque la terre est dans le point B, l'un des derniers d'où l'on puisse appercevoir Jupiter prêt à être caché dans les rayons du soleil. Delà on conclut, en comparant la corde AB avec le diamètre de l'orbite terrestre, que la lumière met 16 à 18′ à parcourir cette étendue, d'où il suit qu'elle vient du soleil à nos yeux dans l'espace de 8 à 9′. Mais la distance de cet astre à la terre est d'environ 22000 demi-diamètres terrestres. Ainsi la lumière en parcourt environ 43 dans une seconde; elle met moins d'une seconde et demie à venir de la lune jusqu'à nous. Cette vîtesse, quelque prodigieuse qu'elle soit, ne doit pas paroître incroyable à un philosophe. Le système de l'univers n'est qu'un composé de merveilles non moins dignes d'admiration, et aussi propres à confondre l'esprit humain.

Le mouvement successif de la lumière a été pendant longtemps sujet à deux objections, dont une étoit assez pressante. La première est de M. Cassini, et c'est celle qui lui fit changer de sentiment, comme on a dit plus haut. Si le mouvement successif de la lumière est la cause de l'inégalité dont on vient de parler, d'où vient, disoit-il, n'a t-elle point lieu à l'égard des trois autres satellites? Leurs éclipses devroient être sujettes aux mêmes accélérations et retardemens périodiques que celles du premier, cependant on n'observe rien de semblable. M. Maraldi l'ancien (1), qui, à l'exemple de son oncle, rejette ce mouvement de la lumière, fortifie cette objection de quelques autres, et surtout de celle-ci. Si c'étoit ce mouvement qui produisit le phénomène en question, on devroit, disoit-il, observer une troisième inégalité, dépendante du lieu de Jupiter dans son orbite, et qui feroit retarder les éclipses de ses satellites, depuis son périhélie jusqu'à son aphélie, et au contraire avancer depuis son aphélie jusqu'à son périhélie. Car toutes choses d'ailleurs égales, la distance de Jupiter à la terre va en croissant dans le premier cas, et en décroissant dans le second. Et cette dif-

(1) Mémoires de l'Académie, 1708.

férence de temps, ajoute-t-on, ne seroit pas insensible. En effet, la différence d'éloignement de Jupiter à nous, est dans ces deux cas le double de l'excentricité de son orbite, ce qui fait environ une moitié de la distance du soleil à la terre. Ainsi le temps employé par la lumière à parcourir cette distance, étant de 8 à 9′, il en faudra environ quatre de plus, Jupiter étant dans son aphélie, que lorsqu'il sera dans son périhélie.

Mais ces objections, qui étoient considérables du temps de MM. Cassini et Maraldi, sont aujourd'hui suffisamment résolues. De tous les satellites de Jupiter, le premier a été longtemps le seul dans lequel on pût démêler cette inégalité particulière, parce que c'est celui dont le mouvement est le plus régulier, et le mieux assujetti au calcul. Il n'en étoit pas, à beaucoup près, ainsi des autres; on commettoit encore à l'égard de ces derniers, et en usant même des meilleures tables, des erreurs beaucoup plus grandes que la plus grande équation dépendante du mouvement de la lumière. D'ailleurs leur entrée dans l'ombre est si lente, que jointe aux variations qui naissent de l'inégalité des télescopes, des yeux, et des hauteurs de Jupiter sur l'horizon, elle rend incertaine, à quelques minutes près, le vrai moment de l'immersion. Ainsi il n'est plus surprenant qu'on ne puisse point y reconnoître, d'une manière aussi décisive que dans le premier, le retardement ou l'accélération que produit le mouvement successif de la lumière.

A l'égard de la seconde objection, savoir celle de M. Maraldi, elle est entièrement résolue. Depuis que la théorie du premier satellite a été rectifiée en plusieurs points, l'inégalité provenante de l'excentricité de Jupiter a été parfaitement reconnue, et elle entre au nombre des élémens du calcul dans toutes les tables modernes. On peut voir entr'autres sur cela celles que M. Vargentin a publiées il y a quelques années, et qui par leur excellence sont dans une grande estime auprès des astronomes; mais ceci sera encore traité plus au long dans la suite de cet ouvrage. Ajoutons que cette heureuse découverte, déjà si conforme à la saine philosophie, a reçu dans la suite un nouveau degré de certitude, de celle de M. Bradlei sur l'aberration des fixes, dont on rendra compte dans le lieu convenable.

La découverte et la démonstration du mouvement successif de la lumière, est ce qui forme aujourd'hui le premier et le principal titre à la célébrité de M. Roemer. Quelques détails sur sa vie et ses travaux semblent naturellement trouver place ici.

M. Roemer (Olaus) nacquit à Copenhague le 25 septembre 1644 (*v. s.*), d'une famille peu avantagée du côté de l'état et de la fortune; mais le goût et le génie savent surmonter les obstacles, et M. Roemer ne laissa pas de suivre la carrière des

mathématiques, dans laquelle son premier introducteur fut Erasme Bartholin. Il travailloit avec lui, lorsque M. Picard, allant à Uranibourg, eût occasion de le connoître, et fut si charmé de sa sagacité, qu'il l'engagea à le suivre en France. Mais rien n'est plus hazardé que ce qu'on lit dans la préface du *Dictionnaire des mathématiques*, savoir que M. Picard ne l'employoit qu'à nettoyer ses verres. M. Roemer vint à Paris sur un pied plus distingué, puisque dès 1672 il fut admis dans l'Académie, et même pensionné du roi.

Roemer n'étoit pas moins versé dans la Mécanique que dans l'Astronomie. On lui doit l'invention de l'application des épicycloïdes à la forme des dents des roues dans les machines, pour leur donner plus d'uniformité dans le mouvement. Il composa et fit exécuter plusieurs planétaires, ou machines à représenter les mouvemens des planètes, et en particulier une pour les satellites de Jupiter qui mettoit en état de prédire leurs éclipses et leurs émersions avec une singulière exactitude. On peut voir sur cela et sur les divers travaux académiques de M. Roemer, l'ancienne histoire de l'Académie, par M. Duhamel.

M. Roemer fut rappellé en 1681 dans sa patrie par son souverain qui le décora aussitôt du titre de son astronome. Il remplit cette place pendant près de 25 ans, toujours occupé de vues utiles pour l'Astronomie, tant théorique que pratique. Telles furent surtout celles qui l'engagèrent à tenter de découvrir la parallaxe annuelle des fixes, d'où auroit suivi une démonstration positive du mouvement de la terre. Il pensa en effet l'avoir trouvée de 30″, et son disciple et successeur, Horrebow, a cru pouvoir le démontrer dans son *Copernicus triumphaus*; mais cette apparence de parallaxe tient, il faut en convenir, à une autre cause, comme on l'observera en parlant de l'aberration des fixes.

En 1705, M. Roemer passa du monde savant dans le monde politique, ayant été fait conseiller d'état, et premier magistrat de la ville de Copenhague. Il remplit cette double place avec distinction jusqu'en 1710 qu'il finit sa carrière le 19 septembre (*v. s.*), âgé de soixante-un ans seulement. M. Horrebow, son successeur dans la place d'astronome royal, n'a rien omis de ce qui pouvoit contribuer à sa gloire; il a écrit sa vie qu'on lit à la tête du livre qu'il publia en 1725, sous le titre de *Basis astronomiae*, &c. qui est une description de l'observatoire et des instrumens de Roemer.

VIII.

Pendant qu'on faisoit les belles découvertes qu'on a exposées dans les articles précédens, l'Académie des sciences, toujours attentive à leur principal objet qui est de servir à la société, n'oublioit rien pour tirer ce fruit de l'Astronomie, en perfectionnant par son moyen la navigation et la géographie. On voit cette savante compagnie rassembler avec soin dès sa naissance toutes les observations propres à ce grand dessein, entretenir des correspondances avec les observateurs les plus habiles répandus dans différens pays, dépêcher enfin quelquefois des observateurs pour éclaircir des points importans de géographie. Les voyages entrepris par MM. Picard et Richer n'étoient pas seulement relatifs à l'Astronomie ; ils avoient aussi pour objet la géographie et la navigation, ainsi que de déterminer d'une manière sûre la position de divers lieux.

Il étoit naturel que l'exécution de ce grand projet commençât par la France; aussi fut-ce le premier travail que s'imposa l'Académie avec l'agrément du ministère. On voit dès les années 1671 et 1672, divers géomètres et observateurs dispersés dans les provinces, en lever géométriquement le plan, et fixer la position des points principaux par des observations célestes. Mais ce fut en 1679 qu'on commença à mettre plus d'activité dans cette entreprise. On réputa qu'il falloit d'abord bien établir les extrêmités du royaume dans tous les sens. Picard et de La-Hire furent chargés de ce travail auquel ils employèrent environ deux ans. On peut voir le détail de leurs observations et de leurs courses dans l'histoire particulière de l'Académie; il suffira d'en présenter le résultat qui est très-propre à justifier l'utilité de ces travaux.

En effet, on ne sauroit se représenter combien de grossières erreurs se trouvoient dans la carte de la France, avant que l'Académie eut entrepris de la réformer. Toutes les bornes en étoient considérablenent déplacées. Les géographes mettoient entre Brest et Paris une différence en longitude, de 8°, et 9 à 10'. Les observations réitérées de Picard et de La-Hire apprirent qu'elle n'étoit que de 6°, 54'; de sorte que cette pointe de la Bretagne étoit avancée dans la mer de plus de 30 lieues qu'il ne falloit. Il en étoit à peu près de même de toute la côte de l'Océan. Il y a plus, la latitude de la plupart des villes méridionales du royaume étoit marquée moindre qu'elle n'étoit, et l'erreur qui alloit toujours en croissant à mesure qu'on s'éloignoit de la capitale, étoit de plus d'un demi-degré aux frontières ; erreur monstrueuse, si l'on considère avec quelle

facilité l'on peut mesurer la latitude d'un lieu. M. de La-Hire dressa une carte corrigée suivant ses observations, et où ces différences étoient marquées. Lorsqu'il la présenta au roi, ce prince qui voyoit son domaine resserré de tous côtés, dit en badinant que son Académie lui témoignoit bien peu de reconnoissance, puisque tandis qu'il la soutenoit par sa protection et ses dépenses, elle diminuoit l'étendue de sa domination. L'académicien répondit apparemment que la puissance d'un monarque dépendoit moins de cette étendue, que du nombre et de l'attachement de ses sujets, et qu'en cela sa majesté l'emporteroit toujours sur tous les autres princes de l'Europe.

Picard avoit proposé en 1681 à M. Colbert une entreprise qu'on commença à exécuter en 1683. Les corrections que donnoient les observations faites sur les côtes du royaume, et de côté et d'autre dans l'intérieur, avoient déjà appris qu'il falloit resserrer toute l'étendue que lui donnoient les anciennes cartes, à peu près proportionnellement à la distance des lieux à la méridienne ou au parallèle de Paris. Cependant cela ne suffisoit pas pour avoir une carte parfaite; car l'erreur n'étoit pas toujours proportionnelle à cette distance, ni dans le même sens. C'est par cette raison qu'on avoit commencé dès l'année 1671 à lever géométriquement la carte de plusieurs provinces du royaume; mais outre que cette méthode étoit excessivement longue, M. Picard entrevoyoit des difficultés dans la réunion de toutes ces cartes, les erreurs particulières pouvant s'accumuler, et rejetter les extrêmités fort loin de leur position véritable. Pour remédier à cet inconvénient, il proposa de tracer une méridienne, c'est-à-dire, de déterminer par des opérations géométriques la position de la méridienne de l'observatoire de Paris à travers tout le royaume. Cette ligne devoit être regardée comme une directrice générale très-commode pour y rapporter toutes les autres positions. Il y avoit dans cette entreprise un autre avantage relatif à la connoissance parfaite de la grandeur de la terre. Car au moyen de ces opérations, on devoit avoir avec plus de précision la longueur de tout l'arc du méridien, compris dans le royaume, et par conséquent la grandeur du degré avec bien plus d'exactitude. M. Picard vouloit enfin qu'on partageât toute l'étendue de la France en triangles appuyés les uns sur les autres, et ayant leurs sommets dans des endroits remarquables, dont la position auroit été aussi pour la plupart déterminée astronomiquement. Ce travail fait, il n'eut plus fallu que lever géométriquement l'intervalle du terrain renfermé dans chacun de ces triangles, et en les assemblant, on devoit avoir une carte aussi parfaite qu'il est permis de l'attendre de l'industrie humaine.

Ce

Ce plan parut raisonnable et expéditif à ce Mécène des arts et des sciences, M. Colbert, et il ordonna à l'Académie de l'exécuter. On se mit à l'ouvrage dès le milieu de l'année 1680. M. Cassini, accompagné de MM. Chazelles, Varin, Deshayes, Sedileau et Pernim, alla du côté du midi; et La-Hire, aidé de MM. Pothenot et Lefévre, tourna du côté du septentrion. M. Cassini prolongea cette même année la méridienne de 140000 toises, ou d'environ soixante-dix lieues, et détermina géométriquement, à l'égard de la méridienne de Paris, la position de tous les lieux un peu remarquables qui étoient situés dans l'étendue de pays qu'elle traversoit. M. de La-Hire en fit autant du côté du nord, et prolongea la méridienne jusqu'à Dunkerque et Mont-Cassel. Les choses en étoient à ce point, lorsque M. Colbert mourut. Cette mort si funeste aux beaux arts, que du moment même où elle arriva, on cessa de travailler au plus magnifique monument de l'architecture française, pour n'y songer de nouveau qu'après plus de soixante-dix ans, interrompit presque subitement le travail de la méridienne; M. Cassini continua néanmoins jusqu'au mois de novembre les opérations qu'il avoient commencées; il en présenta le dessin au roi qui les approuva, et les jugea dignes d'être poussées jusqu'à l'extrêmité du royaume; mais diverses circonstances en suspendirent la continuation. Elle ne fut reprise que plusieurs années après, savoir au mois d'août de l'année 1700. M. Cassini qui avoit commencé ce travail, le reprit alors, et le poussa durant le reste de cette année et la suivante, jusqu'aux Pyrénées. On eut par ce moyen une étendue de plus de six degrés du méridien, mesurée géométriquement; d'où l'on conclut la grandeur moyenne du degré terrestre de France de 57097 toises.

Il restoit encore à mesurer l'arc du méridien intercepté entre Paris et l'extrêmité septentrionale du royaume; car quoique nous ayons dit que M. de La-Hire y avoit travaillé en 1680, il n'avoit proprement fait que reconnoître les objets, pour revenir ensuite à des opérations plus exactes. On jugea donc qu'il falloit recommencer sa mesure où celle de M. Picard s'étoit terminée. M. Cassini, le fils du célèbre Dominique Cassini, en fut chargé, et l'exécuta en 1718. On trouva l'arc du méridien intercepté entre Dunkerque et Paris de 2°, 45′, 50″; et par la mesure trigonométrique, on conclut la grandeur moyenne du degré dans cette partie de la France, de 56960 toises. On peut voir le détail de toutes ces opérations dans le livre que M. Jacques Cassini publia peu après sur ce sujet (1). Personne n'ignore la division que cette mesure occasionna parmi les astronomes,

(1) De la grandeur et de la figure de la terre. Suite des Mém. pour l'année 1718.

concernant la figure de la terre. Mais cela appartient à l'histoire de l'Astronomie durant ce siècle; et comme ce doit être la matière d'un article considérable de la partie suivante de cet ouvrage, nous n'en dirons pas davantage pour le présent.

Le zèle avec lequel l'Académie travailloit à corriger la carte du royaume, ne l'empêchoit pas de porter en même temps ses vues plus loin, et de jetter les fondemens d'une correction semblable dans la géographie entière. Ce furent ces vues qui l'engagèrent à envoyer en 1681 et 1682 trois observateurs, MM. Duglos, Varin et Deshayes, observer la position du Cap-Verd, position très-importante pour déterminer en général celle de la côte d'Afrique. Comme l'on ne pouvoit observer au Cap-Verd même, on choisit l'île de Goerée qui en est à la vue, et où la France avoit alors un établissement. Les observations qu'on y fit montrèrent que cette partie de la géographie n'avoit pas moins besoin de correction que les autres. On trouva qu'à l'exception de Blaeu, tous les géographes avoient placé cette pointe occidentale de l'Afrique, beaucoup plus à l'ouest qu'elle n'est réellement. Delà MM. Varin et Deshayes allèrent à la Guadeloupe et à la Martinique; leurs observations confirmèrent l'Académie dans la persuasion où elle étoit déjà, que toutes les longitudes marquées dans les cartes à l'égard de l'observatoire de Paris, étoient trop grandes, et d'autant plus erronées, que les lieux étoient plus éloignés; remarque déjà faite par Pereisk et Gassendi à l'égard de l'étendue de la Méditerranée, et qui fut encore confirmée par le voyage que Chazelles fit en 1693 dans les Echelles du Levant. On conclut de ces observations, qu'il falloit rapprocher de 25 à 30° les pays extrêmement éloignés, comme les Indes et la Chine. On osa même dès lors construire sur ces principes le grand planisphère de l'observatoire; et lorsque M. Hallei vint en France, il fut bien étonné de voir que sur de simples conjectures, on eût placé aussi exactement qu'on l'avoit fait, le cap de Bonne-Espérance. Les observations qu'il avoit faites en 1677 dans l'île de Saint-Hélène, lui avoient appris que ce cap étoit de sept ou huit degrés plus occidental que ne le marquoient les cartes ordinaires, et c'étoit justement la correction qu'on y avoit faite dans le planisphère.

L'Académie devoit naturellement chercher à vérifier par des observations immédiates ses conjectures sur la carte de l'Asie. Cela eut certainement valu la peine d'un voyage, s'il n'y avoit pas eu déjà dans cette contrée de la terre plusieurs observateurs qu'il ne s'agissoit que de diriger et d'inviter à un commerce d'observations. Tout le monde sait que ce qui a soutenu long-temps, et qui soutient encore à la Chine les missionnaires Européens, c'est leur habileté dans les mathématiques, et surtout dans l'As-

tronomie pour laquelle les Chinois ont une vénération singulière. Aussi depuis le P. Ricci qui s'étoit ouvert l'entrée dans cet Empire, la compagnie de Jésus n'y envoyoit presque des hommes qui, au zèle évangélique, joignoient de l'habileté dans les sciences qui y sont estimées. Si leur zèle pour la propagation du christianisme n'a pas eu le succès qu'ils desiroient, ils ont eu du moins l'occasion de procurer à l'Europe des connoissances géographiques très-précieuses.

En effet, ces savans missionnaires n'avoient pas attendu les invitations de l'Académie des sciences pour faire une multitude d'observations utiles. Malgré leurs travaux apostoliques, peu de phénomènes avoient échappé à leur vigilance. Dans le catalogue des éclipses, dressé par le P. Riccioli, on en voit un grand nombre observées à Goa, à Macao et au Japon; et ces observations comparées avec celles des mêmes phénomènes faites en Europe, avoient déjà montré qu'il falloit beaucoup raccourcir l'étendue donnée jusqu'alors à l'Asie d'occident en orient. C'est sur ces fondemens que le Père Martini avoit construit ses cartes de la Chine, qu'il publia en 1654, sous le titre d'*Atlas sinicus;* et le P. Couplet, celles qu'il donna en 1684. Ils s'étoient néanmoins encore trompés de plusieurs degrés, surtout à l'égard de l'extrêmité orientale de la Chine, erreur qu'on excusera facilement quand on considerera qu'il n'est pas aisé de secouer tout à coup un ancien préjugé. D'ailleurs l'art d'observer n'étoit pas encore porté au point de perfection qu'il a atteint vers la fin du siècle passé.

L'Académie des sciences s'adressa à ces savans missionnaires pour se procurer les lumières qu'elle desiroit sur la description de l'Asie, et bientôt elle reçut d'eux une ample moisson d'observations de toute espèce, relatives à l'Astronomie ou à la géographie de l'Inde, que le P. Gouye publia en 1688, avec des notes, et qui font aussi partie des anciens mémoires de l'Académie. Elle eut le plaisir de voir confirmer ce qu'elle avoit soupçonné, savoir qu'il falloit rapprocher l'extrêmité orientale de l'Asie de 25 à 30°, et proportionnellement les lieux moyens, afin de représenter fidellement cette partie du monde. En effet, quelques observations d'éclipses faites à Goa, diminuèrent la différence de longitude de cette ville avec Paris de 23°. Il en fut de même de la ville capitale du royaume de Siam. Une autre observation faite à Macao, nous rendit plus voisins de ce port de 17°. Pekin fut, par la même voie, rapproché de Paris de plus 25°. Toutes ces corrections si considérables et si nécessaires ont depuis été confirmées par une multitude d'observations, ouvrage des astronomes de la même société, établis dans l'Inde ou à la Chine. Toujours attentifs à l'avancement de la géographie et de

l'Astronomie, ils ne cessent d'envoyer des observations propres à cet objet; et c'est à eux seuls que nous devons les connoissances exactes que nous avons aujourd'hui de ce vaste empire, de la Tartarie occidentale et des pays adjacens. Les cartes détaillées qu'ils en ont données en différens ouvrages, et surtout celle qui accompagne la grande histoire de la Chine, du Père de Mailla, sont un vrai trésor en géographie.

Quelque démonstrative que soit la méthode employée par l'Académie des sciences dans cette réformation de la géographie, elle n'a pas laissé de trouver des contradicteurs. On vit entre'autres, en 1690, le célèbre Isaac Vossius s'élever contre la manière de déterminer les longitudes des lieux par des observations astronomiques (1). Mais, soit dit sans prétendre déroger au mérite de ce savant, il parloit d'une matière sur laquelle il n'avoit pas même des connoissances élémentaires. Que penser en effet d'un homme qui dit *qu'il ne peut se persuader que des planètes si éloignées* (il parle des satellites de Jupiter) *puissent être une mesure des longitudes*, à quoi il ajoute *que jusqu'à ce qu'on sache faire des calculs plus exacts des éclipses, il vaut beaucoup mieux prendre les longitudes de la terre même ou des caps, que de les aller chercher dans le ciel.* Ces derniers mots tout-à-fait remarquables montrent que M. Vossius n'avoit pas une idée claire de ce qu'on appelle longitude en géographie. Car de quelle utilité sont les caps ou la terre même pour déterminer la différence de longitude d'un lieu à un autre. J'ai trop bonne opinion de mes lecteurs pour les amuser d'une réfutation qui ne suppose que quelques légères connoissances de la sphère. Au surplus on peut consulter là-dessus l'écrit solide que M. Cassini opposa à Vossius. On le trouve parmi les anciens mémoires, tome VII.

IX.

L'Angleterre si féconde en géomètres du premier rang, vers le milieu du siècle passé, ne l'est pas moins en astronomes célèbres. On y voit successivement fleurir Seth Ward, évêque de Salisbury; Street; Wing; Jean Neuton; Robert Hook; le chevalier Wren; les célèbres Flamstead et Hallei, &c. On voit aussi la Société royale former dès sa naissance diverses entreprises utiles à l'avancement de l'Astronomie, établir et rechercher des correspondances, faire des amas d'observations, et perfectionner en divers points l'art d'observer. Que ne lui doit-on par sur-

(1) *De longitudin.* 1690. Lond. *in*-4°.

tout pour avoir donné naissance au véritable système du monde? Cette brillante déconverte, l'ouvrage de l'immortel Isaac Neuton, suffiroit seule pour rendre mémorable dans l'histoire des sciences, la nation qui l'a vu naître, et le corps dont il fut un des membres.

Le fil naturel de notre sujet nous a déjà conduit à parler de qnelques-uns des astronomes que nous venons de nommer, comme Seth Ward, Street, Wing, &c. (1) Nous n'y ajonterons rien, et nous passerons à faire connoître les services que les autres ont rendus à l'Astronomie.

Le docteur Robert Hook est recommandable à plusieurs titres dans cette science. Ses tentatives pour déterminer la parallaxe de l'orbite terrestre (2), mériteroient ici une place, si elles ne nous avoient pas déjà suffisamment occupés (3). Nous ne nous arrêterons pour le présent qu'à quelques idées qu'on trouve à la fin du livre que nous venons de citer, et qui font extrêmement honneur à cet astronome. En effet, on ne voit nulle part le principe de la gravitation universelle aussi clairement énoncé, et plus développé avant M. Neuton, que dans le livre dont nous parlons. Voici les paroles de M. Hook.

J'expliquerai, dit-il, un système du monde différent à bien des égards de tous les autres, et qui est fondé sur les trois suppositions suivantes.

1°. Que tons les corps célestes ont non-senlement une attraction ou une gravitation sur leur propre centre, mais qu'ils s'attirent mutuellement les uns les autres dans leur sphère d'activité.

2°. Que tons les corps qui ont un mouvement simple et direct continueroient à se mouvoir en ligne droite, si quelque force ne les en détonrnoit sans cesse, et ne les contraignoit à décrire un cercle, une ellipse, on quelqu'autre courbe plus composée.

3°. Que l'attraction est d'autant plus puissante, que le corps attirant est plus voisin.

Il ajontoit qu'à l'égard de la loi suivant laquelle décroît cette force, il ne l'avoit pas encore examiné, mais que c'étoit une idée qui méritoit d'être suivie, et qui pouvoit être très-utile anx astronomes; conjecture heureuse, et qui s'est vérifiée d'une manière si brillante entre les mains de M. Neuton.

M. Hook fit aussi quelques expériences dans la vue de for-

(1) *Voyez* liv. III, art. 9.

(2) *An attempt to prove the motion of the Earth*, Lond. 1674, *in*-4°.

(3) *Voyez* le livre V de cette partie, article VI.

tifier les conjectures précédentes (1). Il suspendit d'abord une boule à un fil très-long, et après l'avoir mise en oscillation, il lui imprima un petit mouvement latéral; il remarqua que cette boule décrivoit une ellipse, ou une courbe en forme d'ellipse autour de la ligne verticale. Il attacha ensuite au fil de cette première boule un autre qui en portoit une plus petite, et après avoir donné à cette dernière un mouvement circulaire autour de la verticale, il mit la première en mouvement, comme dans l'expérience précédente. On vit alors que ni l'une ni l'autre ne décrivoit une ellipse, mais que c'étoit un point moyen entre elles, et qui sembloit être leur centre de gravité. D'où il conclut que dans un systême de planètes, tel que celui de la terre et de la lune, c'est leur centre de gravité commun qui décrit une ellipse autour de la planète centrale. Tout cela est fort ingénieux, néanmoins M. Hook ne faisoit pas attention que les planètes ne décrivent point des ellipses dont le centre soit occupé par la force attirante; c'est au foyer que réside cette force. On lui en fit l'observation, et même on l'excita par la promesse d'une récompense considérable à déterminer quelle loi d'attraction feroit décrire à un corps une ellipse autour d'un autre immobile, et placé à l'un des foyers. Mais cela tenoit à une géométrie trop délicate; et cette belle découverte, l'une des plus propres à honorer l'esprit humain, étoit réservée à Neuton.

Le chevalier Wren, dont on a déjà parlé comme mécanicien, mérite encore ici quelques lignes, à titre d'astronome. On lit dans l'histoire de la Société royale l'énumération de ses inventions astronomiques. On met dans ce rang divers instrumens nouveaux plus subtilement divisés, ou plus commodément suspendus que les autres; diverses additions faites au micromètre; des observations suivies sur Saturne et son anneau, avec une théorie des apparences de cette planète, écrite, dit-on, avant que celle d'Huygens eût vu le jour, ce qui semble dire que M. Wren se rencontra avec Huygens dans l'heureuse explication que celui-ci a donnée de ces apparences. On ajoute à cela une Sélénographie complète, et un globe lunaire représentant avec tant de vérité les cavités et les éminences de la lune, que lorsqu'il étoit éclairé et regardé de la manière convenable, on croyoit voir cette planète telle que la montre le télescope; une théorie de la libration de la lune, des essais pour déterminer la parallaxe annuelle des fixes; la méthode de calculer les éclipses de soleil par la projection de l'ombre de la lune sur le disque de la terre; méthode, dit l'auteur de sa vie, qu'il avoit imaginée dès l'année 1660; une hypothèse enfin sur

(1) *Voyez* sa vie, à la tête de ses Œuvres posthumes.

le mouvement des comètes, dont nous parlerons dans un des articles suivans. Mais les mêmes raisons qui nous ont privé de la connoissance détaillée de ses inventions en mécanique, nous privent aussi de celle de ses diverses inventions astronomiques.

X.

On peut contribuer de deux manières aux progrès de l'Astronomie. L'une consiste à observer assidûment les phénomènes célestes pour les transmettre à la postérité; l'autre à combiner ces observations, et à reconnoître par leur moyen les hypothèses les plus propres pour représenter les mouvemens des astres, et les prédire à l'avenir. Les progrès de cette dernière partie de l'Astronomie sont tellement liés à ceux de la première, que sans leur secours elle ne sauroit faire un seul pas assuré; en sorte qu'on ne doit guère moins de reconnoissance à ceux qui ont laborieusement rassemblé ces matériaux précieux, qu'à ceux qui les ont mis en œuvre.

C'est principalement par des travaux du premier genre que M. Flamstead s'est rendu recommandable. Cet astronome célèbre (Jean Flamstead ou Flamsteed, car on trouve son nom écrit par lui-même de ces deux manières qui, suivant la prononciation angloise, font également Flemstid) naquit à Denby, dans le comté de Derby, le 19 août 1649 (*v. s.*). La sphère de Sacro-Bosco, qui lui tomba par hazard entre les mains, décida son goût pour l'Astronomie. Il s'y adonna sans autres maîtres que quelques livres, jusqu'en 1669 qu'il adressa à la Société royale de Londres des éphémérides pour l'année 1670, ce qui le mit en relation avec les plus habiles astronomes de ce temps. Il continua d'observer à Denby jusqu'à la fin de 1673. Il vint alors résider à Londres, où il entra dans l'état ecclésiastique, et fut pourvu d'un bénéfice. Peu après il fut nommé, à l'occasion qu'on a dit dans l'article II, astronome royal, et directeur du nouvel observatoire élevé à Greenwich, où il ne cessa de vaquer aux observations jusqu'à sa mort. Elle arriva le 30 décembre 1719 (*v. s.*).

Nous avons dit que c'est principalement par ses observations que Flamstead s'est rendu recommandable. En effet, on lui doit quelque chose de plus que des observations, entre autres deux excellens écrits qu'il publia en 1672, sur l'*équation du temps* (1), et sur la *théorie lunaire* d'Horroxes (2). Ces écrits montrent qu'il n'étoit pas moins propre à la théorie de l'Astronomie qu'à la

(1) *De aequatione temporis diatriba*, &c. Lond. 1672, *in*-4°.

(2) *Inter opera Horoccii.* Lond. 1679, *in* 4°.

partie pratique. On a aussi de lui une Doctrine de la sphère, ouvrage plus sublime que ce qu'annonce ce titre, et dont l'ojet principal est une nouvelle méthode pour calculer les éclipses de soleil par la projection de l'ombre de la lune sur le disque de la terre. Il se trouve dans le *Syst. math.* de Jonas Moore; mais un goût particulier et une sorte de devoir le tournèrent principalement du côté de l'observation. Choisi par Charles II pour remplir la place d'astronome royal au nouvel observatoire de Greenwich, il n'y fut pas plutôt instalé, qu'il songea à remplir les vues de cette institution, qui étoient qu'on s'adonnât en particulier à rectifier les lieux des fixes, et à observer la lune pour fonder une théorie exacte de cette planète, à l'usage de la navigation. Occupé principalement de ces deux objets, M. Flamstead ne laissa pas de ramasser une foule d'observations de toute espèce. Ce trésor commença à être dans la possession du public en 1712, sous le titre d'*Historia celestis Britannica*, en un vol. *in-fol.* qui vit le jour par les soins de Hallei à qui le travail de cette édition fut confié. Mais comme elle avoit été faite contre le gré de M. Flamstead qui même est un peu maltraité dans la préface, où Hallei se plaint de son caractère difficile et morose, cet astronome ne reconnut jamais cet ouvrage comme sien, et entreprit lui-même une nouvelle *Historia celestis Britannica*, qui parut en 1725, après sa mort. Celle-ci est beaucoup plus ample, et est en 3 vol. *in-folio.* Outre les observations nombreuses et de toute espèce que contient cet ouvrage, on trouve dans le troisième volume de curieux prolégomènes sur l'histoire de l'Astronomie, et un nouveau catalogue des fixes plus complet qu'aucun des précédens. Car il contient les lieux de trois mille étoiles, presque toutes observées par Flamstead; et parmi lesquelles il y en a un assez grand nombre qui ne sont visibles qu'à l'aide du télescope. On y remarque aussi un catalogue particulier de soixante-sept étoiles du zodiaque, observées avec des soins particuliers, à cause qu'elles peuvent être occultées par la lune et par les planètes.

Flamstead se proposoit de publier sur ses observations un nouvel atlas céleste, ou de nouvelles cartes de constellations semblables à celles que Bayer avoit données en 1603. Mais sa mort interrompit ce projet. Il a été depuis mis en exécution par M. James Hodgson, astronome de la Société royale qui publia cet atlas en 1729 (grand *in-fol.*). C'est un présent dont les astronomes doivent lui savoir un gré extrême. On a aussi publié à Londres, en une grande planche, les constellations du zodiaque, dans l'observation desquelles M. Flamstead avoit redoublé de soins et d'attention. L'importance de ce morceau a porté M. le Monnier à le faire graver de nouveau à Paris, en

Y

y faisant les changemens convenables, à raison de la progression des fixes. Cette nouvelle édition du zodiaque de M. Flamstead a paru en 1755 (1).

X I.

Parmi les hommes qui ont couru la carrière de l'Astronomie, il en est peu qui l'ayent fait avec plus d'éclat que celui des travaux duquel nous allons nous occuper, savoir Edmond Hallei. Cet homme célèbre naquit à Londres, le 8 novembre 1656 (*v. s.*). Il étudia sous Thomas Gale, et donna dès sa tendre jeunesse des preuves nombreuses de son savoir et de son ardeur pour étendre ses connoissances. Sa réputation étoit déjà telle en 1677, époque où il n'avoit encore que vingt-un ans, qu'il fût envoyé par Charles II qui, au milieu de sa dissipation, aimoit et favorisoit l'Astronomie, à l'île S-Hélène pour y observer les étoiles de l'hémisphère austral, objet important pour la sûreté de la navigation dans les mers méridionales. De retour, il fut reçu à la Société royale de Londres, et peu après il partit pour Dantzick, afin d'y visiter Hevelius, voir ses instrumens, et s'assurer du fonds qu'on pouvoit faire sur ses observations, objet sur lequel Hook avoit jetté quelques doutes. Delà il parcourut la France et l'Italie, pour y voir tous les hommes de réputation qui y vivoient. De retour dans sa patrie, il y fut sédentaire pendant une quinzaine d'années, toujours employées utilement à l'accroissement de l'Astronomie, de la géométrie et de l'analyse, où il n'étoit pas moins profond que dans l'Astronomie, ainsi que le prouvent les nombreux morceaux qu'il donna à la Société royale de Londres. Lié intimément avec Newton, il n'épargna rien pour propager ses idées sur le système de l'univers ; il les célébra même par des vers qui prouveroient seuls combien est peu fondée l'imputation d'aridité que quelques détracteurs des mathématiques ont faite à ceux qui les cultivent. Nous ne nous refuserons pas à en citer un petit nombre que nous osons dire être de la plus noble poësie. Après quelques vers servant d'introduction, il ajoute :

Discimus hinc tandem qua causa argentea Phaebe
Passibus haud aequis eat, et cur subdita nulli
Hactenus astronomo numerorum fraena recuset ;
Discimus et quantis refluum vaga Cynthia pontum
Viribus impellat, fessis dum fluctibus ulvam
Deserit ac nautis suspectas nudat arenas,
Alternis ve ruens spumantia littora pulsat.

(1) Chez Deulhand, graveur.

On ne pouvoit, à ce qu'il nous semble, décrire en vers et plus nombreux et plus poëtiques les phénomènes des marées. Cette pièces de vers est à la tête des *Principes* de Neuton, de l'édition de 1713.

Après quelques années de ce laborieux repos, Hallei commença de nouvelles courses pour l'utilité des géographes et des navigateurs. Telle fut entre autres la longne et pénible navigation qu'il entreprit en 1698 pour vérifier sa théorie des variations de l'éguille magnétique, navigation qui ne fut terminée qu'en 1702, après avoir passé quatre fois la ligne.

La chaire de géométrie que le docteur Wallis occupoit à Oxford étant devenue vacante en 1702, Hallei fut nommé pour le remplacer; il se livra alors principalement à la géométrie, et à portée de la magnifique imprimerie de l'université, il donna sa superbe édition d'Apollonius et de Serenus, ainsi que celle du livre *De sectione rationis*, du premier de ces géomètres, et de celui *De sectione spatii.* On a parlé ailleurs et au long de ces ouvrages.

La mort de Flamsteed, arrivée en 1720, rendit M. Hallei entièrement à l'Astronomie; il fut nommé pour le remplacer en qualité d'astronome royal, et directeur du célèbre observatoire de Greenwich. Cette science reprit alors tous ses droits sur Hallei qui passa le reste de sa vie uniquement occupé du soin d'enrichir cette science de ses observations et inventions. Il termina cette carrière laborieuse et brillante, le 26 janvier 1742 (*v. s.*). Indépendamment d'une multitude de mémoires insérés dans les *Trans. philos.*, on a de Hallei les ouvrages suivans : *Catalogus stellarum australium, &c.* 1676, *in*-4°., ouvrage traduit en françois, et horriblement défiguré par un sieur Royer, son traducteur. Heureusement le texte latin y est joint. *Apollonii de sectione rationis et spatii*, 1706, *in*-8°. *Apollonii conicorum libri VIII et Sereni lib. II*, 1708; grec et latin, grand *in-fol.* et enfin ses *Tables célestes.* Voyez l'histoire de l'Académie des sciences, année 1742; on y lit l'éloge de M. Hallei, et de plus grands détails sur sa vie et ses ouvrages, tracés de la main de M. de Mairan. Nous allons maintenant entrer dans le récit circonstancié des diverses obligations que lui a l'Astronomie.

La première est son Catalogue des étoiles australes pour lequel il entreprit son voyage de l'île de St.-Hélène. Personne n'ignore quels soins les astronomes se sont toujours donnés pour faire l'énumération des étoiles, et en déterminer la position avec exactitude. Mais le siége de l'Astronomie ayant toujours été dans des contrées d'où une grande partie de l'hémisphère austral ne peut être apperçue, on n'avoit sur cette partie du ciel que des connoissances fort incertaines, et les catalogues

des étoiles qui y sont répandues, étoient ou incomplets, ou défigurés par des erreurs sans nombre. Hallei conçut le dessein d'aller faire une énumération exacte de ces étoiles. L'île de Sainte-Hélène, située vers le dix-septième degré de latitude australe, et où la compagnie angloise des Indes venoit de former un établissement, lui parut propre à ce dessein, et il demanda à y être envoyé. Il étoit encore fort jeune alors, mais il avoit déjà commencé à jetter les fondemens de la haute réputation qu'il a depuis acquise par divers traits de sagacité, entre autres par la solution directe et géométrique d'un problême qui avoit jusque là fort occupé les astronomes, savoir de déterminer dans l'hypothèse de Kepler les aphélies et l'excentricité des planètes, d'après trois observations données. Cette réputation naissante lui avoit valu la connoissance de M. Williamson, secrétaire d'état, qui affectionnoit les mathématiques, et de M Jonas Moore, intendant de l'artillerie, et lui-même habile mathématicien. Ils appuyèrent sa demande auprès de Charles II qui l'agréa, et qui donna ses ordres pour qu'il eût toutes les commodités convenables à son entreprise. Hallei partit donc pour Sainte-Hélène au commencement de 1675, et y arriva peu de mois après. Il s'attendoit à y trouver la température d'air la plus favorable aux observations; mais on l'avoit trompé, et ce ne fut qu'avec bien de la peine, et en saisissant tous les momens favorables avec une assiduité extrême, qu'il vint à bout de son dessein. Il releva avec un sextant de cinq pieds et demi de rayon les distances respectives d'environ trois cent cinquante étoiles, méthode qui lui parut la plus expéditive, et la seule qu'il pût employer dans la circonstance où il se trouvoit. De plusieurs de ces étoiles qui étoient sans noms, et de quelques-unes du navire *Argo*, il forma une constellation nouvelle qu'il nomma le Chêne de Charles II (*Robur Carolinum*), en mémoire de celui sous l'écorce duquel ce prince, après la déroute de Worcestre, échappa à la poursuite de Cromwell. Hallei ne pouvoit effectivement témoigner sa reconnoissance d'une manière plus noble et plus durable, qu'en en gravant les marques dans le ciel même, que les bienfaits de ce prince lui donnoient le moyen de mieux connoître.

Hallei fit à Sainte-Hélène une autre observation importante, savoir celle du passage de Mercure sous le soleil, arrivé le 28 octobre (*vieux style*) de l'année 1677. Il eut l'avantage d'en voir l'entrée et la sortie, ce que ne purent point faire quelques autres observateurs Européens qui virent aussi, mais imparfaitement ce passage, le soleil n'étant point encore levé pour eux, lorsque Mercure entra dans le disque de cet astre. M. Hallei publia toutes ces choses intéressantes en 1679, dans son livre

intitulé : *Catalogus stellarum Australium*, *seu supplementum catalogi Tychonici*, *&c.* Cet ouvrage contient encore d'excellentes réflexions sur le mouvement de la lune, dont nous aurons occasion d'entretenir le lecteur.

Le passage de Vénus sous le soleil, annoncé alors pour le 6 juin de l'année 1761, a été le sujet d'une des plus ingénieuses idées de Hallei. L'utilité de ces passages des planètes inférieures au-devant du soleil, en ce qui concerne la perfection de leur théorie, étoit connue depuis long-temps, et nous en avons donné une idée en rendant compte de la première observation de ce genre, celle de Mercure, faite en 1631. Hallei sut en tirer un autre usage que personne n'avoit apperçu avant lui. Il concerne la parallaxe du soleil, chose si nécessaire pour connoître la distance où nous sommes de cet astre, et la grandeur précise de notre système. Hallei trouvoit que le passage de Vénus sous le soleil, annoncé pour 1761, pouvoit donner cette parallaxe, et par conséquent la vraie distance du soleil, à un 500e près, et cela par une observation fort simple, savoir celle de la durée de ce passage vu de certains endroits de la terre. Cette idée qu'il avoit déjà annoncée en 1691, il l'a développa davantage en 1716, par un écrit particulier. Nous observerons cependant ici que Hallei se trompoit par l'effet d'une méprise sur la position d'un triangle qui entroit dans son calcul. On s'en est apperçu, lorsque ce passage étant peu éloigné, les astronomes se sont sérieusement occupés des meilleurs moyens d'observer ce phénomène, et d'en tirer des résultats. Mais il est toujours vrai que Hallei eût l'heureuse idée de le faire servir à la détermination exacte des dimensions de notre système planétaire; et en effet il a servi à déterminer la parallaxe du soleil, à quelques dixièmes de seconde près, sur lesquelles on est désormais partagé. Qu'il eût été agréable pour un astronome aussi zélé d'être témoin d'un spectacle aussi rare et aussi précieux pour l'Astronomie. Mais Hallei avoit déjà soixante ans, et il lui eut fallu aspirer à une vie plus que centénaire. Ne pouvant donc s'en flatter, il exhorte d'une manière pathétique les astronomes qui vivront alors à réunir toute leur sagacité et leurs efforts pour tirer de cette observation les fruits qu'on doit en attendre. Ses souhaits ont été remplis; mais l'histoire de ce phénomène, de ses observations, et des avantages qu'en a retiré l'Astronomie, appartient à ce siècle, et sera traitée dans la suite de cet ouvrage avec l'étendue convenable.

Nous nous contentons de parcourir ici les traits principaux de la sagacité d'Hallei en Astronomie. C'est pourquoi nous ne disons rien de divers écrits sur des matières astronomiques, qu'on trouve répandus dans les *Transactions*. Nous passerons

même ici sur sa *Théorie de la variation de la boussole*, de même que sur son *Astronomie cométique*, développement précieux de la sublime théorie de Neuton sur les comètes, parce que ces derniers objets seront mieux placés ailleurs. Nous nous arrêterons seulement encore à ses travaux sur la théorie de la lune.

La perfection de la théorie de la lune fut un des premiers objets des méditations de Hallei, lorsqu'il entra dans la carrière de l'Astronomie. Dès le temps où il publia son catalogue des étoiles australes, il avoit fait diverses découvertes importantes sur ce point astronomique. Une de ces découvertes est que, toutes choses d'ailleurs égales, la lune va plus vîte lorsque la terre est le plus éloignée du soleil, que lorsqu'elle est périhélie; c'est pourquoi il introduisit dans le calcul du lieu de la lune une nouvelle équation dépendante de la distance de la terre au soleil. Il remarqua aussi l'applatissement de l'orbite lunaire, qui se fait dans les sysigies, ou les conjonctions et oppositions, aussi-bien que quelques autres particularités du mouvement de la lune. Toutes ces remarques se sont trouvées depuis conformes à la théorie physique de cette planète, démontrée par Neuton.

Hallei sentit néanmoins, quoiqu'il eût beaucoup ajouté à cette théorie, qu'il restoit encore bien des choses à faire pour l'amener à la perfection desirée des astronomes. Il sentoit aussi que cette perfection n'étoit l'ouvrge ni d'un seul homme, ni d'un siècle. Ce motif lui inspira l'idée d'un autre moyen de soumettre au calcul les inégalités de la lune, que nous allons expliquer.

Les principales et les plus sensibles des inégalités de la lune, soit en longitude, soit en latitude, dépendent, comme savent les astronomes, de sa position, soit à l'égard de son apogée et de son nœud, soit à l'égard du soleil. Car ce sont ses configurations, et celles de ses nœuds et de son apogée avec cet astre, qui sont les causes de toutes les bizarreries qui occupent depuis si long-temps les astronomes; d'où il suit que si l'on trouvoit une période qui, en finissant, ramenât toutes ces choses comme elles étoient au commencement, les inégalités de la lune se renouvelleroient ensuite dans le même ordre, et l'on auroit un moyen facile de les prédire, pourvu qu'on les eût observées durant le cours de la période précédente.

L'antiquité, et même l'antiquité la plus reculée, a le mérite de fournir à l'Astronomie moderne une période qui, si elle ne remplit pas entiérement toutes ces conditions, du moins en approche de fort près. On a observé, dit Pline, que dans l'intervalle de deux cent vingt-trois lunaisons, les éclipses de soleil

et de lune se renouvellent dans le même ordre, et suivant Suidas, cette période fut connue des Caldéens sous le nom de *Saros*. Hallei qui avoit beaucoup d'érudition mathématique, avoit remarqué ce trait, et peut-être fut-ce la première occasion de songer à ce moyen de rectifier la théorie de la lune. Quoiqu'il en soit, il examina cette période, et par la comparaison de diverses observations, il trouva qu'effectivement après l'intervalle de temps ci-dessus, les phénomènes lunisolaires se renouvellent dans le même ordre, à moins d'une demi-heure près. Cette erreur vient de ce qu'à la fin de la période, les choses ne sont pas rétablies précisément comme elles étoient au commencement; car 223 lunaisons forment 18 ans Juliens, 11 jours, 7 heures, 43′, 45″, pendant lequel temps l'apogée de la lune a fait 13° de plus qu'une révolution entière, et les nœuds, deux révolutions moins 11°. Mais cette différence qui influe un peu sur le lieu réel de la lune et sur le temps, ne le fait pas sensiblement sur la grandeur des équations, et de-là vient qu'après l'intervalle d'une période entière, les différences des lieux calculés avec les lieux réels, sont à peu près les mêmes.

Hallei avoit déjà conçu dès l'année 1680 le dessein de rectifier la théorie de la lune à l'aide de cette méthode; il observa dans cette vue la lune pendant seize mois consécutifs des années 1682, 83 et 84, et il fit l'essai de sa nouvelle invention sur l'éclipse de soleil du mois de juillet 1684, dont il déduisit toutes les circonstances de celle qu'on avoit observée en 1666; et son calcul approcha bien d'avantage de la vérité qu'aucun autre déduit des meilleures tables. Il eut bien desiré pouvoir continuer ses observations durant une période complète de dix-huit ans; mais traversé par diverses affaires, il ne put commencer à se satisfaire là-dessus que lorsqu'il fut nommé astronome royal, et directeur de l'observatoire de Greenwich, à la place de Flamstead; ce qui arriva au commencement de 1720. Il reprit le travail dont nous parlons en 1722, et depuis le 3 janvier de cette année, jusques fort peu avant sa mort arrivée en 1742, il ne discontinua presque pas d'observer la lune toutes les fois qu'il lui fut possible. Il n'attendit cependant pas l'expiration d'une période entière pour informer le public de ses travaux. Il lui en rendit compte en 1731, c'est-à-dire, après une demi-période expirée, par un écrit qu'on lit parmi les *Transactions philosophiques* de cette année. Outre le témoignage extrêmement favorable qu'il rendoit à la théorie physique de Neuton, il y assuroit que par la méthode dont nous parlons, il pouvoit prédire, à une erreur près de deux minutes, le lieu de la lune, pour un instant quelconque des neuf années suivantes. Il annonça en même temps une chose très-intéressante

pour la navigation, savoir que cette exactitude étoit suffisante pour déterminer la longitude en mer, sans s'y tromper de plus d'une vingtaine de lieues aux environs de l'équateur, et de moins dans des latitudes plus grandes.

L'importance de semblables observations pour calculer les lieux de la lune, a excité divers astronomes célèbres à entreprendre le même genre de travail. Sur l'annonce que M. Hallei donna en 1731 de ses succès, et de ceux qu'il attendoit d'une plus longue suite d'observations, M. Delisle, alors à Pétersbourg, se mit à observer la lune, ce qu'il a continué pendant douze ans de suite, savoir depuis le mois de septembre 1734, jusqu'en 1746, pendant lequel intervalle de temps il a rassemblé plus de douze cents observations de cette espèce. Mais M. le Monnier est celui qui s'est livré à ce travail avec le plus de persévérance. Il a achevé la période de Hallei, et il en a commencé une seconde, qui est sans doute terminée dès long-temps. Lorsque ces observations auront été communiquées au public, on pourra se flatter d'avoir déjà un moyen assez juste de calculer le lieu de la lune, en attendant qu'on ait suffisamment réussi à soumettre au calcul les causes physiques des irrégularités de cette planète; et c'est ce à quoi l'on touche, au moyen des travaux réunis de tant de géomètres profonds qui ont travaillé sur ce sujet. Mais je reviens à Hallei.

Parmi les obligations nombreuses de l'Astronomie envers cet homme célèbre, obligations qu'une histoire particulière de cette science peut seule développer avec l'étendue convenable, nous citerons enfin ses *Tables astronomiques*. Ces tables, le résultat des vues les plus fines, et d'une multitude d'observations combinées avec sagacité, étaient en partie imprimées dès l'année 1725; mais M. Hallei travaillant sans cesse à les perfectionner, surtout en ce qui concerne la théorie de la lune, en différoit de jour à autre la publication, lorsqu'il mourut. Elles ont paru depuis, savoir en 1749, et elles sont justement regardées comme des plus parfaites que l'Astronomie eût encore produites. Il seroit trop long d'en développer tous les avantages, et d'exposer les principes sur lesquels elles sont construites. M. Delisle en a informé le public par deux curieuses et savantes lettres (1) auxquelles il nous suffira de renvoyer le lecteur.

X I I.

Rien ne seroit plus satisfaisant pour l'esprit que la physique

(1) Lettres de M. Delisle, sur les Tables de M. Hallei, 1749 et 1750, *in*-12. Journal des Savans, des mêmes années.

céleste de Descartes, si elle eut pu soutenir l'épreuve de l'examen et de l'observation. Ces tourbillons, c'est-à-dire, ces torrens de matière éthérée, qui, suivant l'idée de ce philosophe, entraînent les planètes autour du soleil, présentent à l'esprit un mécanisme intelligible, et qui enchante par sa simplicité. Mais cette idée si séduisante au premier coup d'œil, est sujette à tant de difficultés; elle se trouve malheureusement si peu d'accord avec les phénomènes, ou les lois de la physique, malgré les efforts de plusieurs hommes célèbres pour les concilier ensemble (1), qu'on est forcé de convenir que le système de Descartes n'est pas celui de la nature.

Neuton a pris une autre route, et sur les débris de ce système il en a élevé un nouveau plus solide et, selon toute apparence, plus durable. En effet, si l'accord toujours soutenu d'un système avec les phénomènes non-seulement considérés en gros, mais dans les détails, forme un préjugé avantageux en sa faveur, on ne peut qu'augurer ainsi de celui de M. Neuton. En vain ceux qui se refusent aux vérités établies par ce génie immortel, affectent de regarder le changement qu'il a fait dans l'empire philosophique comme une révolution passagère; nous croyons pouvoir avec confiance espérer le contraire. Une théorie établie, comme celle de Neuton, sur les phénomènes et la géométrie, n'a rien à craindre des vicissitudes du temps et des opinions des hommes.

La physique céleste de Neuton est fondée sur le principe de la gravitation universelle; toutes les parties de la matière, quel que soit le mécanisme ou la cause de cet effet, tendent, suivant le philosophe anglois, les unes vers les autres avec une force qui varie en raison inverse du quarré de la distance. C'est-là la pesanteur que nous éprouvons sur la surface de notre terre, et le ressort de tous les mouvemens célestes les plus compliqués. Nous exposerons les preuves qui conduisent nécessairement à admettre ce principe, lorsque, suivant la nature de notre plan, nous aurons dit quelques mots sur les traces qu'on en trouve avant M. Neuton.

Il est peu de vérités brillantes en physique qui n'ayent été entrevues par les anciens. Cette remarque se vérifie en particulier à l'égard du principe de la gravitation universelle. Sans fouiller avec M. Grégori dans les coins les plus obscurs de l'antiquité, nous y trouvons des traces marquées de ce principe. Anaxagore donnoit, comme on l'a déjà remarqué, aux corps célestes une pesanteur vers la terre qu'il regardoit comme le centre de leurs mouvemens. Ce fut surtout un des principes de la phi-

(1) *Voyez* art. VIII, liv. II.

losophie

losophie de Démocrite et d'Epicure ; car on le trouve clairement énoncé dans leur élégant interprête, le poëte Lucrece. C'est de ce principe qu'il tire la hardie conséquence, que l'univers est sans bornes. Ecoutons-le lui-même.

Praeterea spatium summaï totius omne
Undiquè si inclusum certis consisteret oris,
Finitumque foret, jam copia materiaï
Undiquè ponderibus solidis confluxet ad imum;
Nec foret omninò cœlum, neque lumina solis;
Quippè ubi materies omnis cumulata jaceret
Ex infinito jam tempore subsidendo.

Lorsque le véritable système du monde, ressuscité par Copernic, sortit de ses cendres, celui de la gravitation universelle jetta aussi quelques traits de lumière. Cet astronome célèbre n'attribuoit la rondeur des corps célestes qu'à la tendance de leurs parties à se réunir (1). Il n'alla pas à la vérité jusqu'à étendre la gravitation d'une planète à l'autre; mais Kepler plus hardi et plus systématique, alla jusque-là dans son *Commentaire sur les mouvemens de Mars*. Dans la préface de ce livre fameux, il fait peser la lune vers la terre, et *vice versâ*; de sorte, dit-il, que si elles n'étoient retenues loin l'une de l'autre par leur rotation, elles s'approcheroient et se réuniroient à leur centre de gravité commun. Ce même endroit nous offre plusieurs autres traits frappans de ce système (2), et il est surprenant que Kepler, après avoir si bien vu ce principe, n'en ait pas fait plus d'usage, et qu'il ait employé dans son explication du mouvement des planètes, des raisons aussi peu physiques que celles qu'il propose.

L'attraction ou la gravitation universelle de la matière fut aussi reconnue par quelques philosophes françois. Suivant Fermat, c'étoit-là la cause de la pesanteur. Un corps ne tomboit vers le centre de la terre que parce qu'il se prêtoit autant qu'il étoit possible à la tendance qu'il avoit vers toutes ses parties. Il ajoutoit qu'il étoit moins attiré lorsqu'il étoit entre le centre et la surface, parce que les parties les plus éloignées de ce centre commun l'attiroient en sens contraire des plus proches; d'où il conclut ce que Neuton a depuis démontré plus rigoureusement, que dans ce cas la pesanteur décroît, comme la distance au centre (3). C'étoit encore là le principe fondamental du système physico-astronomique que Roberval mit au jour en

(1) *De Revol.* c. 9.
(2) *Voyez* liv. V, art. I.
(3) Mers. *Harm. univ.* liv. II, prop. 12.

1644, sous le nom d'Aristarque (1) de Samos. Dans ce livre, Roberval attribue à toutes les parties de la matière dont l'univers est composé, la propriété de tendance les unes vers les autres. C'est-là, dit-il, la raison pour laquelle elles s'arrangent en figure sphérique, non par la vertu d'un centre, mais par leur attraction mutuelle, et pour se mettre en équilibre les unes avec les autres. Remarquons encore qu'Alphonse Borelli, dans sa théorie des satellites de Jupiter (2), employoit l'attraction; je le dis d'après M. Weidler (3), car il ne m'a pas été possible de me procurer ce livre de Borelli pour vérifier cette remarque. Je serois même porté à penser le contraire, d'après un autre de ses ouvrages qui parut peu d'années après (4). En effet, il n'y est rien moins que partisan de l'attraction; il la rejette même comme un principe peu conforme à la saine physique. Borelli auroit changé bien promptement d'opinion et de système.

Mais personne, avant Neuton, n'a mieux apperçu le principe de la gravitation universelle, ni plus approché d'en faire l'application convenable au système de l'Univers, que Hook. Les philosophes que nous venons de passer en revue, en avoient saisi, les uns une branche, les autres une autre. Hook l'embrassa dans presque toute sa généralité. On le voit clairement par le passage qu'on a cité dans l'article VIII de ce livre. Au reste il ne put démontrer quelle loi devoit suivre cette gravitation dans les différentes distances du centre, pour faire décrire aux corps célestes des ellipses ayant la force centrale dans un de leurs foyers. Et c'est tout-à-fait sans raison qu'après la découverte qu'en fit Neuton, il prétendit s'en attribuer la gloire ou la partager. Il y a encore bien loin de la conjecture de Hook, et des preuves dont il l'étayoit, aux sublimes démonstrations par lesquelles Neuton a depuis établi cette loi de l'univers. Mais Hook étoit, comme nous l'avons dit ailleurs, un de ces hommes qui à un mérite éminent joignent une suffisance odieuse, et qui veulent avoir tout fait et tout trouvé.

Tels étoient les progrès du système de la gravitation universelle, lorsque parut le célèbre philosophe anglois. Pemberton raconte (5) que ce fût en 1666 qu'il commença à soupçonner l'existence de ce principe, et à tenter de l'appliquer au mouvement des corps célestes. Retiré à la campagne, par l'appréhension de la peste qui régna cette année à Londres et aux

(1) Arist. Samii, *De mundi system. lib. sing.* Paris. 1644, *in*-4°.

(2) *Theor. Medic. Planet.* 1666, *in*-4°.

(3) *Hist. Astr.* liv. XV, art. III.

(4) *De mot. nat. à gravit. pendentibus*, 1670.

(5) *A View of Sir Isaac Neuton Philosophy.* Lond. 1725, *in*-4°., ouvrage traduit en français, sous le titre d'*Elémens de la Philosophie neutonienne.* Amst., 1755, *in*-8°.

environs, ses méditations se tournèrent un jour sur la pesanteur. Sa première réflexion fut que cette cause qui produit la chute des corps terrestres, agissant toujours sur eux, à quelque hauteur qu'on les porte, il pouvoit bien se faire qu'elle s'étendît beaucoup plus loin qu'on ne pensoit, et même jusqu'à la lune et au-delà. D'où il tira cette conjecture, que ce pouvoit être cette force qui retenoit la lune dans son orbite, en contrebalançant la force centrifuge qui naît de sa révolution autour de la terre. Il considéra en même temps que quoique la pesanteur ne parût pas diminuée dans les différentes hauteurs auxquelles nous pouvons atteindre, ces hauteurs étoient trop petites pour pouvoir en conclure que son action fût partout la même; il lui parut au contraire beaucoup plus probable qu'elle croissoit à différentes distances du centre.

Il restoit à découvrir la loi suivant laquelle se fait cette variation; pour cela il fit cette autre réflexion, savoir que si c'étoit la pesanteur de la lune vers notre globe qui la retînt dans son orbite, il en devoit être de même des planètes principales à l'égard du soleil, des satellites de Jupiter à l'égard de cette planète, &c. Or en comparant les temps périodiques des planètes autour du soleil avec leurs distances, on trouve que les forces centrifuges qui naissent de leurs révolutions, et par conséquent les forces centripètes qui les contrebalancent, et qui leur sont égales, sont en raison inverse des quarrés des distances. Il en est de même des satellites de Jupiter; d'où il conclut que la force qui retient la lune dans son orbite, devoit être la pesanteur diminuée dans le rapport inverse du quarré de sa distance à la terre.

M. Neuton ne s'en tint pas là, il fit encore le raisonnement que voici. Si la lune est forcée de circuler autour de la terre, parce qu'elle tend vers elle avec une pesanteur diminuée dans le rapport ci-dessus (c'est-à-dire, 3600 fois moindre qu'à la surface puisque la lune est éloignée du centre de la terre de soixante demi-diamètres terrestres), la chute qu'elle feroit étant uniquement livrée à cette force pendant un temps déterminé, celui d'une minute, par exemple, devra être la 3600ᵉ partie de l'espace que décrivent les corps pesans vers la surface de la terre pendant le même temps. Or cette chute, nous voulons dire ce dont la lune s'approcheroit de la terre durant une minute, si elle obéissoit uniquement à la pesanteur, c'est le sinus verse de l'arc qu'elle décrit durant ce temps. Neuton compara donc ce sinus verse, pour voir s'il se trouveroit exactement la 3600ᵉ partie de l'espace parcouru par les corps graves à la surface de la terre durant une minute. Ceci faillit à ruiner de fond en comble l'édifice qu'il commençoit à élever. Comme la mesure

assez exacte de la terre, prise par Norwood en 1635, lui étoit inconnue, il supposa avec les géographes et les navigateurs de sa nation que le degré contenoit 60 mille anglois. Mais comme au lieu de 60, il en contient environ $69\frac{1}{2}$, il ne trouvoit plus le rapport qu'il falloit pour vérifier sa conjecture. Bien des philosophes se fussent peu embarrassés de cette difficulté, et se la déguisant, eussent continué d'élever leur édifice; mais cet homme incomparable cherchant la vérité de bonne foi, n'avoit pas pour objet de faire un systême. Quand il vit qu'un fait renversoit toutes ses conjectures jusqu'alors si bien liées, il les abandonna, ou il remit à un autre temps à les examiner.

Ce fut seulement en 1676 que Neuton reprit le fil de ses idées sur ce sujet. Il y a apparence que l'ouvrage de Hook, dont nous avons parlé plus haut, en fût l'occasion. Le livre de la mesure de la terre par Picard, voyoit le jour depuis quelques années. Neuton s'en servit pour résoudre ou confirmer la difficulté qui l'avoit d'abord arrêté. Mais quand, au moyen de cette mesure, il eut déterminé exactement les dimensions de l'orbite lunaire, le calcul lui donna précisément ce qu'il cherchoit. Car en supposant, d'après les meilleurs astronomes, la distance moyenne de la lune à la terre de 60 demi-diamètres, et le degré terrestres de 57100 toises, on trouve que le sinus verse de l'arc décrit par la lune dans une minute, est de 15 pieds $\frac{1}{12}$. Or les corps voisins de la surface de la terre tombent dans une seconde, de cette même hauteur de 15 pieds $\frac{1}{12}$, et par conséquent dans une minute ou soixante secondes, cette chute seroit 3600 fois plus grande. D'où il est évident que la chute de la lune pendant cet intervalle de temps est 3600 fois moindre qu'à la surface de la terre. Après cette démonstration, M. Neuton n'hésita plus de conclure que la même force qu'éprouvent les corps voisins de la surface de la terre, la lune l'éprouve dans son orbite, et que c'est cette force qui l'y retient, et qui l'empêche de s'échapper en ligne droite.

Lorsqu'une fois Neuton se fut assuré de cette vérité, il rechercha quelle courbe devoit décrire un corps projetté, dans l'hypothèse rigoureuse que les directions convergent à un centre, et que la force qui y pousse ou attire ce corps, suit le rapport inverse des quarrés des distances à ce centre. Il trouva d'abord qu'en général, c'est-à-dire, quelle que soit la loi de la gravitation, les aires décrites par les lignes tirées continuellement du corps au centre de force, sont proportionnelles au temps Delà passant à l'hypothèse de la gravitation en raison inverse du quarré de la distance, il découvrit que la courbe décrite dans ce cas est toujours une section conique; ainsi lorsqu'elle rentre en elle-même, ce ne peut être qu'un cercle, ou une

ellipse ayant le centre de forces à l'un de ses foyers. Ce sont-là, ainsi que tout le monde sait, deux propriétés du mouvement des planètes autour du soleil. Il faut donc conclure avec Neuton, que les planètes sont retenues dans leurs orbites autour de cet astre par une force semblable à celle que nous éprouvons sur la terre, et qui décroît en raison réciproque du quarré de la distance.

Neuton en étoit là lorsqu'il fit connoissance avec Hallei. Cet ami illustre sentit aussitôt tout le prix de ces belles découvertes, et il l'engagea à les publier dans les *Trans. philos.* Mais bientôt il alla plus loin, et conjointement avec la Société royale, il l'exhorta puissamment à développer davantage, et à mettre en ordre toutes ces sublimes théories qu'il avoit dès lors ébauchées sur la mécanique, et sur divers points du système de l'univers; il s'offrit enfin à prendre sur lui les peines et les soins de l'édition. Ce furent ces instances, et pour ainsi dire cette violence qu'il fit au peu de goût qu'avoit Neuton pour se produire, qui hâtèrent la publication de ses *Principes.* Neuton n'employa, dit-on, que dix-huit mois à trouver une grande partie de ce que contient ce livre immortel, et à le rédiger. Enfin, après quelques difficultés élevées par Hook qui disputoit à Neuton d'avoir le premier démontré les lois de Kepler, l'ouvrage parut en 1687, sous le titre de *Philosophiae naturalis principia mathematica*, *in*-4°. On remarque que ce livre, si digne d'admiration, ne fût pas d'abord reçu, du moins dans le continent, avec les applaudissemens que lui ont donné depuis tous les philosophes de l'Europe, et ceux-là mêmes qui, n'admettant pas toute sa doctrine, pouvoient être sensibles aux nombreuses découvertes de tout genre qu'il contient d'ailleurs. On ne doit pas trop s'en étonner; à peine commençoit-on à convenir de toutes parts que la manière, du moins intelligible et mécanique dont Descartes tentoit d'expliquer les phénomènes de la nature, valût mieux que les mots vuides de sens qu'on donnoit dans les écoles pour des raisons; à peine enfin commençoit-on à se loger dans l'édifice élevé par le philosophe françois; il étoit dur d'être obligé de l'abandonner si tôt. A l'égard de l'Angleterre, ne lui faisons pas entièrement honneur de la justice qu'elle rendit d'abord à Neuton. Quand on sait combien la nation angloise est exclusive à l'égard de tout mérite étranger, et combien elle est partiale en faveur de ce qui a pris naissance chez elle, on sera disposé à croire que la qualité d'Anglois dans Neuton applanit beaucoup l'admission prompte qu'y obtinrent ses dogmes philosophiques.

On voit par l'exposé que nous avons fait plus haut du progrès des idées de Neuton, que la gravitation universelle n'est point

une pure hypothèse. C'est une vérité de fait, une conséquence à laquelle le conduit l'analogie et l'examen approfondi des phénomènes. Mais pour établir ceci avec plus d'évidence, il est besoin de faire encore quelques réflexions.

L'hypothèse des tourbillons une fois ruinée, et elle paroît l'être sans ressource après ce qu'on a dit dans le livre IV de cette partie, les corps célestes ne sont point portés par des courans de matière éthérée, circulans autour du soleil, ou d'une planète principale. D'un autre côté, la continuité des mouvemens des astres, qui sont toujours les mêmes dans les endroits semblables de leurs orbites, est pour nous une puissante raison d'assurer que les espaces célestes ne sont remplis d'aucune matière sensiblement résistante. Car Neuton a montré qu'un fluide semblable à celui dont Descartes remplissoit ces espaces, détruiroit dans peu le mouvement des corps qui le traverseroient. Cependant les comètes parcourent les espaces célestes dans toutes les directions imaginables, et avec la même liberté que si c'étoit un vuide parfait; d'où il suit qu'un pareil fluide n'existe point. Et il ne serviroit à rien d'imaginer ce fluide atténué à un point excessif; car un célèbre partisan des tourbillons (1) a fait l'aveu que quelle que soit sa ténuité et la division de ses parties, dès qu'on supposera la même masse, il y aura la même réaction, la même résistance, vérité d'ailleurs si conforme aux lois du mouvement, reconnues et avouées de tous les mécaniciens, qu'à moins de s'en former de nouvelles, on ne sauroit la contester.

Le mouvement des corps célestes est donc la suite d'un mouvement une fois imprimé. Mais les lois de la mécanique nous apprennent qu'un corps une fois mu ne s'écarte jamais de la ligne droite qui est la direction primitive qu'il a reçue, à moins que quelque cause ne l'en détourne. C'est pourquoi, puisque nous voyons les planètes parcourir autour du soleil une ligne courbe, il faut nécessairement qu'à chaque instant elles soient détournées par quelque force de la direction rectiligne. Ajoutons que la direction de cette force tend vers le soleil. Car l'observation a montré que les planètes principales décrivent autour de cet astre des aires proportionnelles aux temps; et c'est un théorême de mécanique aussi incontestable que les démonstrations de géométrie, que lorsqu'un corps, en vertu d'une impulsion primitive, décrit autour d'un point des aires proportionnelles au temps, la force qui le détourne de la ligne droite est dirigée vers ce point. Ainsi il est solidement établi que les planètes ne circulent autour du soleil que par l'action combinée d'une impulsion primitive et latérale, et d'une force sans cesse

(1) M. Saurin. *Voyez* Mémoires de l'Académie, 1707.

agissante qui tend à les rapprocher de cet astre. Il en est de même des planètes secondaires qui circulent autour des principales, et enfin par degrés de toutes les parties dont chacun de ces corps est composé. Chacune d'elles tend à se réunir aux autres avec une force proportionnelle à sa masse, et *vice versâ*, comme l'aimant et le fer s'attirent mutuellement. Cette force, c'est l'attraction neutonienne, ou la gravitation universelle. Peu nous importe, du moins ici, quelle en est la nature. Est-ce une impulsion réitérée sur le corps, ou bien une nouvelle propriété de la matière? c'est ce dont nous ne nous embarrasserons point. Il nous suffira qu'il soit démontré qu'il y a dans l'univers une force qui tend à rapprocher les planètes principales du soleil, et nous pouvons à cet égard ne pas aller plus loin que Neuton (1). Il proteste en plusieurs endroits de ses *Principes* qu'il n'entend par le mot attraction que cette force dont nous venons de parler, quelle qu'en soit la nature. » Je me sers, dit-il, du terme d'at- » traction, pour exprimer d'une manière générale l'effort que » font les corps pour s'approcher les uns des autres, soit que » cet effort soit l'effet de l'action des corps qui se cherchent » mutuellement, ou qu'il soit produit par des émanations de l'un » à l'autre, ou par l'action de l'éther, ou de tel autre milieu cor- » porel ou incorporel. Je vais, dit-il encore dans le même ou- » vrage, expliquer les effets de ces forces que je nomme *attrac-* » *tions*, quoique peut-être, pour parler physiquement, il fût » plus exact de les nommer *impulsions* ».

Mais c'est surtout dans son optique (2) qu'il donne un témoignage authentique et frappant de sa manière de penser à cet égard. On l'y voit tâcher de déduire la cause de cette gravitation d'un milieu subtil et élastique qui pénètre tous les corps. Voici cet endroit remarquable. » Ce milieu, dit Neuton, n'est- » il pas plus rare dans les corps denses du soleil, des étoiles, » des planètes et des comètes, que dans les espaces célestes » vuides qui sont entre ces corps-là; et en passant dans des » espaces fort éloignés, ne devient-il pas continuellement plus » dense, et par-là n'est-il pas la cause de la gravitation réci- » proque de ces vastes corps, et de celles de leurs parties vers » ces corps mêmes; chacun d'eux tâchant d'aller des parties » les plus denses vers les plus rares?..... Et quoique l'accrois- » sement de densité puisse être excessivement lent à de grandes » distances, cependant si la force élastique de ce milieu est ex- » cessivement grande, elle peut suffire à pousser les corps des » parties les plus denses de ce milieu vers les plus rares avec

(1) Liv. 1, Sect. XI, *à la fin*. Ibid. Sect. XI, *au commencement.*
(2) Optique. *Quest.* 21 *et* 22.

» diminution de ses forces, et pourtant si puissante, qu'elle » fasse tourner une aiguille aimantée au-delà du verre ».

Ce long passage doit mettre suffisaument Neuton à l'abri de l'accusation que lui ont intentée quelques-uns de ses antagonistes, savoir de ramener dans la philosophie les causes occultes si justement proscrites par les modernes. Rien n'est plus injuste que cette imputation, Neuton n'eût-il même pas protesté aussi souvent qu'il l'a fait sur le sens qu'il donne au mot d'attraction. Les anciens étaient répréhensibles, en ce que chaqu'à phénomène ils employoient une nouvelle propriété. Mais le procédé de Neuton est bien différent : il employe la gravité ou la gravitation universelle à expliquer tous les phénomènes célestes, et même à en déduire certains qui n'étoient point apperçus de son temps, et que l'observation a depuis vérifiés, comme la Nutation de l'axe de la terre. Le mécanicien qui examine l'action que les corps exercent les uns sur les autres, en conséquence de leur gravité ou de leur choc, est-il tenu de commencer par connoître et expliquer ce que c'est que la gravité, le mouvement, l'impulsion, &c.? sa vie se passeroit infructueusement dans ces discussions obscures, et la mécanique seroit encore à naître.

A la vérité, il semble que Neuton n'a pas toujours été aussi ferme dans cette manière d'envisager l'attraction, soit, comme l'ont soupçonné quelques-uns, qu'il l'affectât seulement pour ménager ses lecteurs, soit qu'il ait réellement changé d'avis. Le célèbre Roger Cotes, dans la préface qu'il a mise à la tête de la nouvelle édition des *Principes*, de 1713, a tranché le mot, et donné la gravitation universelle pour une propriété inhérente à la matière. Quantité d'autres partisans de la doctrine du philosophe anglois ont imité Cotes, et c'est même aujourd'hui l'opinion de la plupart. Cependant, malgré cette espèce de défection générale, quelques Neutoniens ont resté constamment attachés à la première façon de penser de leur maître. Je cite entr'autres M. Maclaurin. Ce mathématicien célèbre traite fort cavalièrement, et va même jusqu'à qualifier d'ignorans, ceux qui peuvent regarder l'attraction comme une propriété de la matière (1).

Voilà une autorité pressante ; mais outre qu'elle est contrebalancée par d'autres qui ont aussi leur poids, ceux qui font de l'attraction une propriété de la matière, savent défendre leur sentiment avec des raisons assez pressantes. Ils prétendent, avec assez de justice, que ceux qui regardent l'attraction comme un monstre métaphysique, ne ressemblent pas mal au vulgaire,

(1) Exposition des découvertes philosophiques de M. Neuton, liv. II, c. 1.

qui traite d'impossible tout ce dont il n'a eu précédemment aucune idée, tandis qu'il ne fait pas attention à des phénomènes qui ne lui paroîtroient pas moins surprenans, s'il ne les avoit tous les jours sous les yeux. En effet, connoissons nous mieux la nature de l'impulsion ? Tout ce que nous savons sur ce sujet, c'est que la matière étant impénétrable, lorsqu'un corps en choque un autre, il falloit, pour ne pas violer cette loi, ou que le corps choquant s'arrêtât tout court, ou qu'il rebroussât chemin, ou que l'un et l'autre se distribuassent, suivant un certain rapport, le mouvement qui étoit dans le premier. Mais, disent ils, conçoit-on mieux comment se fait cette communication du mouvement ? Leurs adversaires sont contraints de dire que c'est l'auteur même de l'univers qui, en vertu des lois qu'il a établies pour sa conservation, meut le corps choqué, et modifie d'une certaine manière le mouvement du corps choquant. Or en faisant une pareille réponse, on fournit aux partisans de l'attraction une arme pour la défense de leur opinion : car ils sont également en droit de dire que Dieu, en vertu des lois qu'il s'est imposées pour la conservation de l'univers, produit dans les corps cette tendance, ce mouvement commencé, en quoi consiste l'attraction. Il n'y a donc dans l'attraction, même considérée comme propriété de la matière, aucune impossibilité métaphysique ; et c'est tout ce que prétendent les philosophes dont nous parlons. On peut voir dans le *traité de la figure des astres*, par M. de Maupertuis, ce raisonnement et divers autres développés avec plus d'étendue, et avec cette précision lumineuse qui caractérise tous les écrits de cet homme célèbre.

Jean Bernoulli a fait contre l'attraction une difficulté spécieuse, et qui mérite d'être discutée. Il prétend que l'attraction ne sauroit être en même temps proportionnelle à la masse du corps attiré, et suivre le rapport inverse du quarré de la distance. « Car, dit-il (1), une particule élémentaire, à un éloigne-
» ment double du corps attirant, en recevroit une force, non
» sous-quadruple, mais sous-octuple de celle qu'elle reçoit à
» une distance simple; puisque la densité ou la multitude des
» rayons partant du corps attirant, et qui saisissent la parti-
» cule, doit être estimée par la quantité de la masse, et non
» par celle de la surface ; d'où il suivroit que la force de cette
» attraction diminueroit comme les cubes, et non comme les
» quarrés des distances ».

Cette difficulté, depuis renouvellée par un habile antagoniste

(1) Nouvelle Physique céleste, §. 42.

de l'attraction (1), seroit effectivement très-pressante, peut-être même sans réponse, si les choses se passoient comme ces auteurs le supposent. Il faut, pour lui conserver sa force, que l'attraction soit l'effet d'une émanation partant d'un centre, et se répandant à l'entour par des lignes en forme de rayons. On le voit suffisamment par l'exposé même de l'objection. Mais cette manière de concevoir l'attraction n'est fondée que sur l'analogie de la loi qu'elle suit, avec celle suivant laquelle décroît la lumière, à différentes distances du point lumineux : et rien n'oblige ceux qui font de l'attraction une propriété inhérente à la matière ; rien, dis-je, ne les oblige à lui assigner une pareille cause. Au contraire, puisque cette tendance au mouvement est un effet immédiat de la volonté du créateur, rien n'empêche que dans chaque particule élémentaire, elle ne soit en raison de la masse, et qu'elle ne décroisse en raison réciproque du quarré de la distance à chaque autre particule; et des amas de ces particules élémentaires, se formeront des corps qui graviteront les uns vers les autres en raison des masses, et en raison inverse des quarrés des distances.

Nous pourrions discuter de la même manière diverses autres objections qu'on a élevées contre l'attraction; mais cet examen seroit trop long. Il suffira de remarquer que les plus pressantes et les mieux fondées, ont été rassemblées par le savant Père, depuis cardinal, Gerdil, dans l'ouvrage cité ci-dessus, ouvrage qui par la nature des objections, et par le ton d'égards que l'auteur observe pour les grands hommes dont il combat les sentimens, eut mérité d'être analysé par quelqu'habile Neutonien. Ce n'est pas que ce savant écrivain révoque en doute l'existence de cette loi, dont Neuton a fait le ressort de l'univers ; il combat seulement le sentiment de ceux qui font de l'attraction une propriété essentielle, ou métaphysique de la matière, ou qui, pour expliquer certains phénomènes, prennent la liberté de la faire croître ou décroître, suivant d'autres puissances que l'inverse du quarré de la distance. Ainsi quand même quelques-unes de ces objections seroient sans réponse, elles ne porteroient aucune atteinte à la théorie de Neuton ; elles ne feroient que montrer la nécessité de recourir à quelqu'explication mécanique de l'attraction, semblable à celle qu'il a lui-même soupçonnée.

Après s'être assuré par les preuves ci-dessus de l'existence de cette force, que nous nommons la gravitation universelle de

(1) Dissertation sur l'incompatibilité de l'attraction et de ses différentes lois avec les phénomènes, et sur les tuyaux capillaires, par le P. Gerdil, Barnabite, de l'institut de Bologne.

la matière, nous allons développer les principaux phénomènes qui en dérivent. Mais avant que de nous élever dans les espaces célestes, arrêtons-nous un peu avec M. Neuton (1) à considérer les effets qu'elle produit entre les corps, à raison de leur masse et de leur figure.

La gravitation universelle étant admise, il est évident que chaque particule de matière sera attirée par toutes les autres. Un corps voisin d'un amas de matière sera donc attiré par toutes les particules dont cet amas est composé, et il tendra vers lui avec une force et une direction, composée de toutes les forces et toutes les directions particulières avec lesquelles il tend vers ces particules. Si la gravitation suivoit le rapport direct des distances, Neuton démontre que cette direction composée seroit celle qui passeroit par le centre de gravité de la masse, et la force elle-même seroit aussi proportionnelle à la distance de ce centre. Il en est de même, à certains égards, lorsque l'attraction suit le rapport inverse des quarrés des distances; mais il faut pour cela que le corps soit formé en sphère, et que cette sphère soit homogène, ou du moins que la densité soit la même à égales distances du centre. Dans ces deux cas, un corpuscule de matière, placé hors de cette sphère, tendra vers elle, de même que si toute sa matière étoit réunie à son centre, et la force avec laquelle il tendra vers cette même sphère, suivra le rapport inverse du quarré de la distance au centre. J'ai dit un corpuscule de matière, placé hors de la sphère : il y a en effet ici une distinction à faire ; car si ce corpuscule étoit placé au-dedans d'une sphère homogène, il graviteroit vers son centre avec une force qui suivroit le rapport des distances au centre. La raison de ceci est la suivante. Le même corpuscule, placé sur la surface de deux sphères inégales, tend vers elles avec des forces qui sont directement comme les quantités de leur matière, et inversement comme les quarrés des distances au centre. Mais les quantités de matière sont comme les cubes des rayons de ces deux sphères : ainsi les forces seront directement comme les cubes des rayons, et inversement comme les quarrés de ces rayons, c'est-à-dire, comme les cubes divisés par les quarrés ; ce qui n'est que la raison directe des rayons. D'un autre côté, M. Neuton démontre qu'un corpuscule placé au-dedans d'une sphère creuse, n'en éprouve aucune action, parce que toutes les attractions particulières se détruisent mutuellement. Un corps placé dans l'intérieur d'une sphère, n'éprouvera donc que l'action de la sphère dont le rayon est sa distance au centre ; et par ce que l'on a

(1) Princip. Sect. XII.

dit ci-dessus, la force avec laquelle il sera attiré, décroîtra comme la distance à ce centre.

Après avoir fait connoître de quelle manière une sphère attire un corpuscule placé hors d'elle, il sera facile de reconnoître comment deux sphères s'attirent mutuellement. Il suit clairement de ce qu'on vient de dire, que l'action qu'elles exerceront l'une sur l'autre sera la même que si toute la masse de chacune étoit reduite à son centre. Mais encore une fois, tout ceci n'a lieu que dans le cas où l'attraction est comme la distance, ou en raison inverse du quarré de cette distance; et même dans ce dernier cas, il n'y a que les sphères de l'attraction totale desquelles il résulte dans leurs différens éloignemens, une attraction qui suit la même loi que celle des particules dont elles sont composées. Voilà un privilége assez remarquable dont jouissent les deux lois de l'attraction en raison de la distance, ou de l'inverse du quarré de cette distance; et s'il nous étoit permis, à nous foibles mortels, d'entrer dans les vues de la divinité, ne pourrions-nous pas soupçonner avec Maupertuis (1), que ce privilége particulier est le motif qui l'a déterminé en faveur de la seconde de ces lois plutôt que pour toute autre. Car quoique la première en jouisse également, et même dans une plus grande etendue, elle a d'ailleurs un inconvénient, savoir qu'un corps en attireroit un autre, d'autant plus qu'ils seroient éloignés, ce qui ne paroît pas compatible avec nos idées.

Neuton ne s'est pas borné à ces deux lois d'attraction; il a aussi porté son attention sur les diverses lois qu'on peut supposer dans l'abstraction mathématique. Voici, entre autres, un théorême curieux qu'il démontre sur ce sujet. Si une particule de matière gravite suivant la raison réciproque du cube de la distance, la force avec laquelle elle sera attirée dans le contact avec la masse attirante, sera infiniment plus grande qu'à quelque distance finie que ce soit (2). Au reste cette proposition, Neuton ne la donne avec plusieurs autres qu'il démontre dans les sections suivantes, que comme des vérités purement mathématiques. Mais elle a suggéré à quelques-uns de ses sectateurs l'idée de s'en servir, pour rendre raison de la dureté des corps. Ils supposent que les particules de matière dont les corps sont composés, s'attirent suivant la raison réciproque des cubes des distances, et par-là ils expliquent d'où vient que ces particules étant contiguës, adhèrent si fortement entre elles, et exigent une grande force pour être séparées. Cependant cette

(1) Mémoires de l'Académie. 1737.
(2) Princip. Liv. 1, Sect. XIII.

explication est sujette à bien des difficultés. En premier lieu, si l'on admettoit une pareille loi, deux particules de matière ne seroient plus séparables par aucune force finie, dès qu'une fois elles auroient été dans un contact immédiat; ce qui est contre l'expérience. A la vérité, on pourroit supposer que l'attraction diminuât davantage qu'en raison inverse du quarré de la distance, et moins que dans celle du cube, de sorte qu'au contact elle fût seulement beaucoup plus grande qu'à la plus petite distance finie; mais quoique la géométrie puisse trouver son compte dans cette supposition, la saine physique pourra-t-elle s'en accommoder? En second lieu, admettre dans le système solaire, une attraction suivant le rapport réciproque des quarrés des distances, et ensuite admettre entre les parties des corps solides, ou destinés à s'unir, une loi d'attraction réciproque au cube, cela n'est guère philosophique. Si la gravitation universelle n'est pas une chimère, il est extrêmement probable que la même loi règne partout. Il faudroit donc en imaginer une qui fut exprimée par une fonction telle que, dans les grandes distances, la seule raison inverse du quarré de la distance eût lieu, et dans les petites celle du cube. La possibilité d'une pareille loi a été vivement agitée entre deux académiciens célèbres (1). Nous sommes fort éloignés de vouloir prononcer sur cette question; elle tient à une métaphysique trop délicate, et d'ailleurs, *non nostrum est tantas componere lites*. Si cependant il nous est permis de dire notre avis, il nous semble que c'est un peu trop se hâter que de faire ainsi de la gravitation universelle l'unique principe de tous les phénomènes que nous voyons s'exécuter sous nos yeux. Si ces phénomènes s'en déduisoient avec cette facilité qu'on remarque dans d'autres parties de cette théorie, à la bonne heure. Mais faire avec Keil toutes les suppositions qu'on croit propres à expliquer les phénomènes, c'est s'écarter de la route tracée par Neuton qui désapprouve entièrement cette manière de procéder en physique. Il ne suffit pas, suivant ce grand homme, qu'un fait supposé puisse servir à expliquer un phénomène. Il faut avoir été conduit à ce fait par d'autres phénomènes qui en soient une preuve directe. On a, il est vrai, des preuves très fortes que certains corps doués d'une force qui, à une distance très-petite, est incomparablement plus puissante, qu'à une distance sensible; mais gardons-nous de prononcer sur la loi de cette force, ou de la confondre avec le principe que l'on a si bien prouvé être le ressort et le modérateur du mouvement des planètes. Ce seroit même une précipitation peu philoso-

(1) *Voyez* Mémoires de l'Académie, années 1737 et 1738.

phique, que de prétendre que cette force ne sauroit être l'effet de quelque mécanisme particulier. Le magnétisme qui est une de ces sortes d'attractions qui s'opèrent à l'aide d'un fluide invisible (1), les attractions et répulsions électriques, dans lesquelles ce fluide électrique se décéle aux yeux et au tact, doivent nous inspirer une grande défiance de nos lumières sur ce sujet, et nous porter à n'aller en avant qu'avec une extrême circonspection.

Dans tout ce qu'on a dit jusqu'ici sur le système de l'univers, on a supposé tacitement, comme on le fait d'ordinaire, que le soleil seul attire à lui les planètes, et d'après ce principes, on a fait voir avec M. Neuton, que celles-ci décrivent autour de cet astre des ellipses à l'un des foyers desquelles il est placé. Mais, suivant cette théorie, la gravitation est réciproque; c'est pourquoi si le soleil attire les planètes, chacune d'elles l'attire à son tour, et delà naissent quelques aberrations peu sensibles à la vérité, mais desquelles il est cependant à propos de tenir compte (2).

Premièrement, le soleil n'est point parfaitement immobile. En ne supposant, par exemple, qu'une seule planète tournant autour de lui, ils décriroient l'un et l'autre dans le même temps, et autour de leur centre de gravité commun, des ellipses semblables. Ajoutons-y maintenant une seconde planète, celle-ci sera attirée, et par la première, et par le soleil; c'est pourquoi elle tendra à un point moyen entre deux. Ce point seroit le centre de gravité de ces deux corps, si l'attraction étoit précisément proportionnelle à la distance. Il n'en est pas tout-à-fait de même dans la loi d'attraction réciproque aux quarrés des distances, parce que dans ce cas un corps qui tend vers deux autres à la fois, ne tend pas, comme dans le précédent, à leur centre de gravité. Cependant s'il y a entre ces deux premiers corps une extrême disproportion, alors le troisième tendra sensiblement à leur centre de gravité commun, et avec une force réciproquement proportionnelle au quarré de la distance à ce centre. Or c'est-là le cas du soleil comparé à toutes les autres planètes prises ensemble : sa masse surpasse tellement la leur, comme on le fera voir bientôt, que lors même qu'elles se trouvent toutes du même côté, le centre de gravité du soleil et de tous ces corps est à peine éloigné de la surface de cet astre d'un de ses demi-diamètres. D'un aure côté, l'attraction étant réciproque,

(1) Il me semble qu'on ne peut en douter, si l'on considère qu'un morceau de fer mis dans le seul voisinage de l'aimant, et restant ainsi durant un temps convenable, acquiert la vertu magnétique. D'ailleurs le feu interrompt ou arrête l'action du magnétisme.

(2) *Voyez* Princip. Liv. 1, Sect. XI.

le soleil et la première planète sont attirés par la seconde, et delà naît encore un mouvement du centre de gravité des deux premiers corps autour de celui des trois.

Ce que nous venons de dire de trois corps, dont deux circulent autour d'un troisième qui est incomparablement plus gros, se doit entendre de tant d'autres qu'on voudra. Ainsi dans notre système planétaire, ce n'est point autour du centre du soleil que les planètes font proprement leurs révolutions : c'est autour du centre de gravité commun de tout le système, et ce centre de gravité est le seul point immobile ; le soleil lui-même tourne à l'entour de ce point, et s'en éloigne ou s'en approche, suivant la situation des autres planètes. Mais, comme nous l'avons dit plus haut, la grande supériorité de la masse du soleil sur celles de toutes les planètes réunies ensemble, rend ce mouvement insensible. Ainsi, quoique mathématiquement parlant, cette complication d'actions altère un peu la proportionnalité des aires avec les temps dans les orbites planétaires, et la loi réciproque des quarrés des distances, elle le fait si peu sensiblement, que l'effet n'en est perceptible qu'après un grand nombre de révolutions. Delà peut venir le mouvement des apsides et des nœuds des planètes, ainsi que M. Neuton l'a reconnu dans le Sch. de la proposition XIV de son troisième livre. Nous remarquons ceci expressément, parce que quelques écrivains ont donné le mouvement des apsides des planètes principales, comme un phénomène inexplicable dans le système de la gravitation universelle, et qu'ils ont prétendu tirer delà une objection puissante et sans réplique contre cette théorie. Ils ne l'eussent jamais faite cette objection, s'ils eussent un peu mieux connu l'ouvrage de M. Neuton, et tous les détails de son système.

Il faut encore remarquer, à l'égard des systèmes particuliers, par exemple de celui de la terre et de la lune, un effet de la gravitation réciproque. Ce n'est point la terre qui décrit autour du soleil supposé immobile, une orbite elliptique : c'est le centre commun de gravité, de la lune et de la terre ; et tandis que la lune fait une révolution autour de la terre, ou de ce centre, la terre en fait aussi une autour du même centre. Delà naît une équation à laquelle les astronomes doivent avoir égard dans le calcul du lieu de la terre ; car la masse de notre globe étant environ quarante fois plus grande que celle de la lune, la distance du centre de la terre au centre de gravité commun, sera d'environ un rayon terrestre et demi ; lors donc que la lune sera en quadrature avec le soleil, le lieu véritable de la terre précédera ou suivra le lieu du centre de gravité d'environ un rayon et demi de la terre, et il y aura de l'un à l'autre une

différence

différence d'une fois et demi la quantité qui répond à la parallaxe gorizontale du soleil. Et il est aisé de voir que dans les autres positions du soleil, cette correction sera à la quantité ci-dessus, comme le sinus de la distance de la lune aux sysigies, est au sinus total.

Nous venons maintenant à une des déterminations les plus ingénieuses que nous fournisse le système physique de M. Neuton, savoir la comparaison des masses du soleil et des planètes. Mesurer la quantité de matière contenue dans ces corps si éloignés de nous, c'est sans doute un problême qui paroîtra à plusieurs de nos lecteurs insoluble, pour ne pas dire ridicule. Nous les prions cependant de suspendre leur jugement : ils verront que Neuton est parvenu à sa solution d'une manière qui n'est pas une conjecture, mais un raisonnement convaincant (1). Essayons de la rendre sensible.

Nous avons déjà remarqué qu'un corps qui gravite vers une sphère, dont toutes les parties attirent en raison réciproque des quarrés des distances, en éprouve la même action que si toute la matière dont cette sphère est composée étoit réduite à son centre. Si cette quantité de matière est double, le corps, à même distance, éprouvera un effort double, et s'il en éprouve un effort double, on devra en conclure qu'il y a deux fois autant de matière dans la sphère attirante. Il seroit donc facile de connoître la masse du soleil, si nous avions des expériences de la pésanteur des corps sur la surface de cet astre, comme nous en avons sur la surface de la terre ; mais si l'on n'a pas de pareilles expériences, on a précisément l'équivalent, dès qu'on connoît en demi-diamètres solaires la distance d'une planète tournant autour du soleil, de Mercure, par exemple, et le temps de sa révolution. Car la force avec laquelle elle gravite vers le soleil, est donnée par là, puisqu'elle est proportionnelle au sinus verse de l'arc parcouru par Mercure dans un temps déterminé, par exemple, celui d'une seconde. Ainsi on connoîtra par un calcul fort simple de combien Mercure tomberoit vers le soleil dans une seconde, s'il étoit livré à l'impression unique de la gravitation ; et cette force étant connue à la distance du rayon de l'orbite de Mercure, on déterminera facilement ce qu'elle seroit à la surface du soleil, puisqu'on sait que ces forces sont entre elles réciproquement comme les quarrés des distances. Mais d'un autre côté on connoît l'espace qu'un corps parcourt durant une seconde en tombant sur la surface de la terre, c'est-à-dire, à la distance d'un demi-diamètre terrestre : on peut donc trouver par le rapport du demi-diamètre

(1) *Princip.* Liv. III, p. 8.

de la terre à celui du soleil, de combien tomberoit un corps transporté à un demi-diamètre solaire, loin du centre de notre globe. Ainsi nous aurons deux poids également distans des centres des deux globes respectifs, avec les espaces qu'ils parcourroient en même temps, en vertu de l'attraction qu'ils en éprouvent. Il n'y aura donc qu'à comparer ces espaces, et leur rapport sera celui des masses attirantes.

Il est facile de voir qu'on parviendra par une semblable méthode à déterminer le rapport de la masse du soleil, avec celles de Jupiter ou de Saturne. Car ces planètes ont aussi des satellites qui font leurs révolutions à des distances connues de leurs centres, et dans des temps périodiques connus. Or il ne nous en faut pas davantage pour déterminer quel espace les corps parcourent en tombant à la surface de Jupiter et de Saturne dans un temps donné. Feignons dans une planète quelconque un astronome connoissant le système de la gravitation universelle, et ayant observé la distance de notre lune à la terre en demi-diamètres terrestres, il détermineroit de même de combien les corps pesans tombent ici dans un temps déterminé, et par-là le rapport de la masse de la terre à celle du soleil, ou de la planète qu'il habite.

Il y a un autre moyen équivalent, et un peu plus court de parvenir à la même destination. C'est celui qu'emploie Neuton : est également aisé à concevoir. Plus une planète a de masse, plus, à égale distance, il faut que la vîtesse de projection d'un corps soit grande, et par conséquent que son temps périodique soit court, pour le soutenir dans une orbite circulaire, telles que sont sensiblement celles des planètes et de leurs satellites. Or on démontre facilement qu'à distances égales, les forces, ou la quantité de matière attirante, sont réciproquement comme les quarrés des temps périodiques; et qu'à distances inégales, ces mêmes masses sont en raison composée de la directe des cubes des distances, et de l'inverse des quarrés des temps périodiques. Il n'y a donc qu'à connoître les distances des satellites à leurs planètes principales, et la distance de celles-ci au soleil, aussi-bien que leurs temps périodiques, et l'on aura par la règle qu'on vient de donner, les rapports des masses du soleil et de ces planètes. C'est ainsi que Neuton trouve que les quantités de matière contenue dans le soleil, Jupiter, Saturne et la terre, sont respectivement comme 1. $\frac{1}{1033}$. $\frac{1}{2401}$. $\frac{1}{227512}$. Il compare aussi leurs densités par le rapport connu de leurs volumes, et il trouve qu'elles sont dans les rapports de 100. $94\frac{1}{2}$. 600. et 401. Il recherche enfin les forces avec lesquelles le même poids transporté à la surface de ces différens corps, péseroit sur eux, et il trouve qu'elles sont en raison de 10000. 943. 529. et

435. A l'égard des autres planètes, comme elles n'ont point de satellites, le premier chaînon du raisonnement qui nous a conduits jusqu'ici, nous manque ; et l'on ne sauroit déterminer par une démonstration mathématique la masse qu'elles contiennent. Mais au défaut de cette démonstration, Neuton recourt à une conjecture assez plausible. Ayant remarqué que les planètes les plus éloignées dont nous venons de calculer les masses, sont les moins denses, il en conclut à l'égard des autres, que leur densité augmente en approchant du soleil, et à peu près en raison des chaleurs qu'elles éprouvent. Ainsi il fait Mercure sept fois aussi dense que la terre, et il raisonne de même à l'égard de Vénus et de Mars.

Il ne reste plus que la lune qui, quoique planète secondaire, nous intéresse particulièrement à cause de sa proximité, et des effets qu'elle produit sur notre globe. Elle n'a aucune satellite ; nous n'avons aucune expérience de chûtes des corps sur sa surface. Comment faire pour déterminer sa masse ? Neuton y parvient, ou du moins enseigne le moyen d'y parvenir, à l'aide d'une considération tout à fait ingénieuse. Il remarque que les marées, dans les sysigiès, sont causées par les forces réunies de la lune et du soleil, et au contraire dans les quadratures, par la différence de ces forces. Il prend donc quelques observations de marées, faites dans ces deux circonstances, et il en conclut le rapport de la force de la lune à celle du soleil, comme de 9 à 2. Mais il est aisé de voir que la force de la lune est la masse de la lune divisée par le quarré de sa distance à la terre, et la force du soleil celle de la masse de cet astre, pareillement divisée par le quarré de sa distance à notre globe. D'où il fut facile à M. Neuton d'inférer que la masse de la lune est à celle de la terre, comme 1 à 40 bien près; et ensuite ayant égard à son volume donné par son diamètre apparent, que sa densité est à celle de la terre comme 11 à 9 environ. Mais M. Daniel Bernoulli (1) remarquant que les marées employées par Neuton ne sont pas assez affranchies des circonstances étrangères à l'action pure des deux luminaires, fait quelque changement à cette détermination, et prend pour le rapport des forces moyennes de la lune et du soleil, celui de 5 à 2. D'où il suivroit, en supposant la parallaxe du soleil de 10 secondes, que la lune auroit une masse soixante-douze fois moindre que celle de la terre, et une densité qui seroit à celle de notre globe comme $6\frac{1}{4}$ à 9. Mais aujourd'hui que les circonstances ont fourni des observations plus précises sur l'effet des marées dans des mers très-étendues, comme la mer Pacifique, l'on a été conduit à ad-

(1) Traité sur le flux et reflux de la mer. Chap. VI, art. 10.

mettre des déterminations un peu différentes. On en fera mention dans la suite de cet ouvrage, en parlant de la Nutation de l'axe terrestre, phénomène auquel la masse de la lune a tant de part.

Outre les phénomènes généraux que nous venons d'exposer, il y en a plusieurs autres particuliers qui dépendent du même principe. C'est de l'action inégale du soleil sur la terre que naissent les bizarreries des mouvemens lunaires qui font depuis si long-temps le tourment des astronomes. M. Neuton a la gloire d'avoir le premier découvert et porté bien loin la théorie physique des mouvemens de cette planète. C'est cette même cause qui produit dans le globe ou le sphéroïde de la terre, deux mouvemens : l'un par lequel l'intersection du plan de son équateur anticipe à chaque révolution annuelle sur le lieu de la précédente; ce qui fait paroître les étoiles fixes s'avancer dans la suite des signes, phénomène appellé la précession des équinoxes; l'autre par lequel l'angle de l'écliptique et de l'équateur augmente et diminue alternativement, ce qu'on nomme la nutation de l'axe de la terre. Le flux et reflux de la mer, phénomène si connu, se déduit aussi de la manière la plus satisfaisante, de l'action du soleil et de la lune sur les eaux de l'Océan. Ce sont-là autant de branches de la théorie de la gravitation universelle, qui doivent leur naissance à M. Neuton. Chacune d'elles nous fourniroit la matière d'un article particulier; mais comme ce sont des géomètres de ce siècle, qui, aidés des lumières de ce grand homme, ont donné à ces diverses théories leur principal accroissement, nous différons d'en parler jusqu'à la partie suivante de cet ouvrage, dans la vûe de présenter tout à la fois et d'une manière plus satisfaisante le tableau de leurs progrès. Nous terminerons ce que nous avons encore à dire sur les découvertes physico artronomiques de Neuton, par l'exposition de sa théorie des comètes, qui fera l'objet de l'article suivant.

Les *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, sont un ouvrage si plein de géométrie sublime, et si peu à la portée du commun des lecteurs, qu'il étoit à propos que quelqu'un entreprît d'en faciliter l'intelligence. David Grégori se proposa cet objet, et publia dans cette vue, en 1702, son livre intitulé *Astronomiae physicae ac geometricae Elementa* (1). C'est un ouvage estimable, mais qui n'a pas répondu à l'attente qu'on en avoit conçue; car en général ce ne sont que les *Principes* mis dans un ordre un peu différent, et ce qui est obscur et difficile dans ces derniers, ne l'est guère moins chez Grégori;

(1) *Oxonii*, 1702; *in-fol.* — *Genevae*, 1726; *in-4°.* 2 vol.

de sorte qu'on ne peut pas dire qu'il ait jetté un grand jour sur cette matière. Il falloit quelque chose de mieux pour applanir tous les endroits difficiles des *Principes*; et c'est ce que les PP. Jacquier et le Seur, savans Minimes, ont exécuté très-heureusement par le commentaire latin qu'ils ont donné en 1740, ouvrage dans lequel ils ont inséré un grand nombre de morceaux intéressans. On a aussi un commentaire sur les principaux points de la physique céleste de M. Neuton, à la suite de la traduction françoise des *Principes*, de Madame la marquise du Châtelet; c'est l'ouvrage de M. Clairaut, et c'est tout dire. Le célèbre M. Maclaurin n'a pas dédaigné d'entreprendre une exposition des mêmes vérités, propre à en procurer l'intelligence aux lecteurs qui craignent un grand appareil de géométrie. Cet ouvrage, d'ailleurs original et profond en bien des points, parut en 1748, traduit en françois sous le titre d'*Exposition des découvertes philosophiques de M. le chevalier Neuton*. Nous citerons enfin avec éloge les *Institutions neutoniennes*, de M. Sigorgne, qui a d'ailleurs vigoureusement combattu les tourbillons cartésiens, dans divers écrits publiés vers l'année 1740.

XIII.

De toutes les parties de l'astronomie, celle qui a commencé le plus tard à prendre quelqu'accroissement solide, est la théorie des comètes. Ces astres ne furent regardés par les anciens que comme des météores peu différens des feux et des exhalaisons que nous voyons quelquefois s'enflammer dans l'atmosphère. Si quelques philosophes, comme Appollonius de Mynde, et les Pythagoriciens eurent sur ce sujet des idées plus justes, ces semences de la vérité furent étouffées sous le poids du préjugé, et surtout de l'autorité de la physique péripatéticienne : delà vient que l'antiquité a été si peu soigneuse à nous transmettre des observations de ces phénomènes, et nous ne saurions trop regretter qu'elle ait été si peu éclairée sur ce sujet, lorsque nous considérons que ce défaut de matériaux anciens renvoie à plusieurs siècles d'ici la décision d'un des points les plus curieux de l'astronomie physique.

On ne trouve jusqu'à l'époque de Tycho-Brahé, qu'erreurs parmi les philosophes sur ce qui concerne les comètes. Cet homme célèbre commença à dessiller les yeux de ses contemporains sur ce point, par une découverte importante. Il démontra par la petitesse de la parallaxe de ces astres, qu'ils étoient fort supérieurs à la lune. Il tenta même de représenter leur cours en les faisant mouvoir dans une orbite autour du soleil, en quoi néanmoins il faut remarquer que ce n'étoit entre

ses mains qu'une hypothèse purement astronomique, et qu'il ne soupçonnoit en aucune manière que ce fussent des planètes circonsolaires d'une espèce particulière. La découverte de Tycho fut confirmée par les observations et le suffrage de divers astronomes de son temps, tels que Mæstlin, Rothman, le landgrave de Hesse, &c. &c. Au commencement du dix-septième siècle elle reçut un nouveau jour des observations de Galilée, de Snellius, de Kepler, et de divers autres. Ce fut bientôt une doctrine admise et enseignée par tous les astronomes de quelque poids et de quelque capacité; et les oppositions qu'y mirent de serviles Péripatéticiens, tels qu'un Claramonti, un Bérigard, Liceti, et quelques autres, ne firent que mettre dans un grand jour leur ignorance, ou leur obstination à fermer les yeux à la vérité.

Les astronomes étant une fois détrompés sur la place qu'ils devoient assigner aux comètes, il étoit tout à fait naturel qu'ils essayassent de soumettre leurs mouvemens au calcul. Tycho et Mæstlin en avoient donné l'exemple; il fut suivi par Kepler. Cet astronome fameux crut pouvoir représenter ces mouvemens en supposant qu'ils se fissent dans des lignes droites; il ne put cependant se dissimuler que si les comètes décrivoient des lignes droites, ce n'étoit pas d'un mouvement égal et uniforme. Cela eut dû lui inspirer l'idée que cette trajectoire étoit curviligne; mais ne voulant pas renoncer à la ligne droite, il fut contraint d'admettre dans les comètes une accélération et une retardation réelle. Kepler enfin, cet homme si clairvoyant, et doué d'un génie si propre à saisir du premier coup tout ce qui donnoit à l'univers plus de magnificence, d'ordre et d'harmonie, ne fut guère plus éclairé que le vulgaire sur la nature de ces astres. Au lieu de soupçonner ce que nous avons aujourd'hui tant de raison de tenir pour assuré, il se borna à les regarder comme de nouvelles productions qui, semblables aux poissons de l'Océan, ne servoient qu'à remplir l'immensité de l'æther (1).

L'hypothèse qui fait mouvoir les comètes dans des lignes droites, a été pendant long temps l'hypothèse favorite de bien des astronomes. Les éphémérides que Auzout donna au commencement de 1665, pour la comète qui paroissoit alors, étoient calculées sur ce même principe; et comme elles s'accordèrent d'assez près avec les observations, elles étonnèrent beaucoup les astronomes; mais c'est surtout de M. Cassini que cette hypothèse tire sa célébrité. Il en fit le premier essai sur la comète qui parut en 1652, et il continua à l'appliquer à toutes les autres avec assez de succès pour persuader à bien des gens

(1) *De Comet.* lib. 3.

qu'il avoit saisi la véritable hypothèse. On lit dans les mémoires de l'Académie de l'année 1706, quelques détails sur la manière dont il calculoit le mouvement d'une comète. Il supposoit qu'elle faisoit son cours, non précisément dans une ligne droite, mais dans un cercle extrêmement excentrique à la terre, et si grand que la partie visible au spectateur terrestre pût passer sensiblement pour une ligne droite. Il déterminoit ensuite facilement la position de sa trajectoire après trois observations distantes entre elles de quelques jours. Car le problême se réduit à ceci : trois lignes, comme T A, T B, T C (*fig.* 148, faisant entre elles des angles donnés, tirer une ligne comme A E, dont les parties A B, B C, soient entre elles comme les temps écoulés entre les observations. Alors la perpendiculaire T P désignoit en P le point du périgée. Quand il en étoit besoin, M. Cassini donnoit à ce point un mouvement par lequel il rectifioit les lieux de la comète, conformément aux observations.

Mais il y a plusieurs remarques importantes à faire sur cette hypothèse. Il nous semble, malgré le respect que nous avons et que tout amateur des mathématiques doit avoir pour le grand Cassini, qu'elle est défectueuse en bien des points, et qu'elle ne méritoit pas la mention réitérée qu'en fait l'ingénieux secrétaire de l'Académie (1). En premier lieu, la manière dont Cassini déterminoit les élémens de son calcul, montre qu'il établissoit la terre comme immobile à l'égard de la trajectoire de la comète. Or cela ne sauroit s'accorder avec le véritable systême de l'univers, suivant lequel la terre a un mouvement journalier sur son orbite. Si donc l'on suppose que le chemin des comètes soit en lui-même rectiligne, leur mouvement devra être regardé comme composé de leur mouvement réel sur cette ligne droite, et du mouvement apparent qui résulte du transport de la terre d'un lieu à un autre. C'est de cette manière bien plus ingénieuse et plus conforme aux phénomènes, que le chevalier Wren déterminoit la trajectoire d'une comète (2). Il supposoit quatre observations un peu distantes les unes des autres; ensuite il concevoit dans le plan de l'écliptique les quatre lignes tirées des quatre lieux de la terre, aux quatre lieux correspondans de la comète, réduits à l'écliptique. Il ne s'agissoit plus que de placer entre ces quatre lignes une droite qui fût coupée par elles en segmens proportionnels aux intervalles entre les observations, problême de géométrie qu'il résolvoit. La position de cette ligne étoit, suivant lui, la trajectoire de la comète réduite au plan de l'écliptique. Il falloit ensuite déterminer

(1) *Voyez* Hist. de l'Acad. 1699, 1702, 1707, &c.
(2) *Voyez* Grégori dans le livre cité ci-dessus.

d'astronomes veillèrent effectivement; mais il me semble que si j'eusse été de ce temps, la prédiction de M. Bernoulli n'auroit pas troublé mon repos. Je doute même que si son auteur eût vécu alors, il eût été du nombre de ceux qui veillèrent. En effet cette prédiction, et le système sur lequel elle est fondée, ne sont que l'ouvrage d'une jeunesse ingénieuse à la vérité, mais un peu précipitée.

Je reviens à l'hypothèse de Cassini, pour répondre à une question qui se présente naturellement. Comment se peut-il faire, dira quelqu'un, que cette hypothèse étant fausse, ait néanmoins assez bien satisfait aux observations, pour pouvoir être réputée pendant un temps pour la véritable? La réponse à cette question me paroît facile. Les comètes, suivant le système reçu aujourd'hui, se meuvent dans des orbites elliptiques si allongés, qu'elles approchent beaucoup de la parabole. Or une parabole est composée de deux branches qui, à une assez petite distance du sommet, ne diffèrent guère de la ligne droite, et ce sommet est assez souvent fort voisin du soleil. D'un autre côté, l'apparition d'une comète dépendant en partie de la position de la terre, il arrive le plus souvent qu'on ne l'apperçoit que dans une des deux branches de son orbite. Pour rendre ceci sensible, supposons que la parabole ABD (*fig.* 149) représente la trajectoire d'une comète, et que tandis qu'elle descend vers le soleil le long de la branche BA, la terre aille de T en *t*, cette comète sera cachée dans les rayons du soleil; elle ne frappera les yeux du spectateur terrestre que lorsqu'elle aura dépassé les environs de cet astre, et qu'elle décrira la partie ED de son orbite. Elle paroîtra donc alors se mouvoir presque sur une ligne droite, puisque cette partie de parabole ne s'en écarte pas beaucoup, et qu'elle en approche de plus en plus, à mesure qu'elle s'éloigne du sommet. Que s'il arrive qu'on voie la comète dans l'une et dans l'autre branche de son orbite, savoir d'abord s'allant plonger dans les rayons du soleil, ensuite s'en éloignant, comme alors on la perd de vue pendant quelque temps, on ne manque pas de la prendre, lorsqu'elle reparoît, pour une nouvelle. On en a un exemple remarquable dans celle de 1680 et 1681. Cassini, et ceux qui se servirent de l'hypothèse de la trajectoire rectiligne, en firent deux, et calculèrent leurs mouvemens, comme s'ils se fussent faits sur deux lignes droites, passant l'une et l'autre assez près du soleil. L'exactitude avec laquelle leurs calculs répondirent à l'observation, dut même paroître d'un grand poids en faveur de leur hypothèse. Car la parabole que décrivoit cette comète étant extrêmement alongée, ses deux branches, à peu de distance du soleil, devoient s'écarter très-peu de la ligne droite.

Aussi voyons-nous que ce fut principalement en 1680 que Cassini étonna la cour et la ville par l'exactitude de ses prédictions sur les comètes. Mais ce triomphe de l'hypothèse des trajectoires rectilignes, n'avoit pour cause que l'heureux concours des circonstances que nous venons de dire. C'est pourquoi il ne fut que passager, et cette hypothèse a cédé la place à une autre incomparablement plus exacte.

En effet, malgré tout ce qu'on a dit en faveur de l'hypothèse adoptée par Cassini, il étoit déjà reconnu par les astronomes que la trajectoire des comètes étoit une ligne courbe, et même concave vers le soleil. Hevelius le démontre dans sa *Cométographie*, en faisant l'examen des éphémérides que M. Auzout avoit données pour la comète du commencement de 1665. Hooke, dans son livre intitulé *Cometa*, appuie encore d'une manière plus décisive sur la courbure des trajectoires des comètes. Il dit positivement qu'il faut se refuser aux témoignages des observations, ou reconnoître que le chemin des comètes est concave du côté du soleil.

Il y a des personnes qui, trop jalouses de l'honneur d'Hévélius ou de son pays, peut être aussi voulant déprimer un peu Neuton, ont entrepris de lui associer cet astronome dans la découverte de la route parabolique des comètes. Il est vrai qu'Hevelius leur donne cette forme; mais quand on considère les motifs physiques qui lui faisoient adopter cette idée, on sera bien éloigné de l'associer à Neuton. En effet Hevelius regardoit les comètes comme des espèces d'éruptions du corps du soleil, et même des planètes, lancées hors d'elles dans l'espace; or, disoit-il, un corps projetté avec une force quelconque sur la surface de la terre, décrit une parabole. Ainsi il en doit être de même d'un corps lancé de la surface du soleil; sa trajectoire sera une parabole. Mais qui ne voit une dissemblance extrême entre cette idée et celle de Neuton? D'après celle du philosophe anglois, la comète décrit une courbe parabolique dont le soleil occupe le foyer, par un effet de la gravitation de tous les corps vers le soleil; selon Hevelius, le soleil n'est pas plus au foyer de l'orbite parabolique de la comète, que la terre à celui de la parabole du corps projetté d'un point de sa surface. Ainsi l'idée d'Hevelius n'a pu contribuer en rien à celle de Neuton, qui est une conséquence de son système général.

Quant à sa physique sur les comètes, on est forcé de dire qu'elle ne répond pas à l'idée d'un si célèbre astronome; car il leur refuse la figure globuleuse. Il veut qu'elles soient comme des espèces de disques, et il tente d'expliquer par là pourquoi elles ne se meuvent pas en ligne circulaire, comme les planètes;

ce ne sont enfin, selon lui, que des amas d'exhalaisons qui, après avoir circulé pendant quelque temps dans les athmosphères des planètes, en s'élevant toujours, en sortent enfin, et prennent un mouvement curviligne de différente nature parabolique, elliptique ou hyperbolique, suivant la vîtesse avec laquelle elles se sont échappées. C'est dans le livre IX de sa *Cométographie*, qu'Hevelius expose ces idées. Comment a-t-on pu voir là une ébauche même de celles de Neuton?

Tels étoient les progrès de la théorie des comètes, lorsque parut celle de 1680, sujet de tant de terreur pour le vulgaire, et de tant de recherches et d'admiration pour les savans. Elle fut apperçue et observée pour la première fois avec exactitude le 4 novembre (*v. s.*), à Cobourg en Saxe, par M. Gottfried Kirch. Elle alloit alors en se plongeant presque directement vers le soleil. Elle accéléra son mouvement jusqu'au 30 novembre, qu'elle fit environ 5° en un jour : elle le retarda ensuite jusqu'à ce qu'on la perdît de vue; ce qui arriva dans les premiers jours de décembre. Elle recommença à se montrer vers le 22 de décembre, revenant du soleil, et quelques jours après, elle décrivit environ 5° en un jour. Son mouvement alla toujours depuis en retardant jusqu'au milieu de mars de l'année 1681, qu'on cessa de la voir. Elle coupa l'écliptique en deux points, non diamétralement opposés, mais éloignés l'un de l'autre seulement de 98°, savoir vers la fin du signe de la Vierge et le commencement de celui du Capricorne; et elle parcourut depuis son apparition jusqu'à son occultation, près de neuf signes, traînant après elle, à son retour du soleil, une queue qui alla jusqu'à 70° de longueur. On prouve que ce fut la même comète, par la ressemblance du noyau, ou du corps qui parut le même avant et après son passage près du soleil, par celle de son cours dont la direction fut la même, et surtout par l'accord des observations avec les calculs faits par Neuton, d'après cette hypothèse.

Ce fut une sorte de bonheur pour l'astronomie, que la terre se trouvât dans une position assez avantageuse pour voir l'approche de cette comète vers le soleil, et son retour du voisinage de cet astre. Sans cette heureuse circonstance, le véritable systême du mouvement des comètes eût peut-être encore tardé long-temps à paroître. La singularité de celle dont nous parlons, en hâta la naissance.

C'est d'une petite ville d'Allemagne qu'on vit sortir les premières étincelles de ce systême, comme autrefois l'on avoit vu celui de Copernic sortir d'une petite ville de Prusse (Varmie), séjour ordinaire de cet homme célèbre. Celui à qui l'on est redevable de cette belle découverte, est G. S. Doerfell, ministre

à Plaven dans le Voigtland, pays dépendant de la Saxe. Cet astronome trop peu connu, et injustement passé sous silence par la plupart des écrivains sur cette partie de l'astronomie, fut un des premiers qui remarquèrent la nouvelle comète. Il l'observa avec soin depuis le 22 de novembre jusqu'à la fin de janvier : il reconnut et il prouva que c'étoit la même qui, après s'être approchée du soleil, et plongée dans ses rayons, reparut de nouveau en s'en eloignant; il montra que son cours s'étoit fait sur une parabole ayant le soleil à son foyer. Il fixa la distance à laquelle elle passa du soleil, à 7000 parties environ, dont lé diamètre de l'orbite terrestre contient cent mille; ce qui diffère à la vérité de la détermination de M. Neuton, qui ne la fait que de 612 de ces parties. Mais cette différence ne doit pas nous étonner, ni faire tort à l'astronome allemand; car il n'étoit pas naturel d'attendre quelque chose d'aussi exact que de M. Neuton. Doerfell publia en 1681 un traité (1) où il établit au long toutes ces choses. Mais la langue dans laquelle il étoit écrit, le peu de réputation de son auteur, empêchèrent qu'il ne fît dans le monde savant la fortune qu'il méritoit. On n'a commencé à le connoître que long temps après que M. Neuton a eu établi les mêmes vérités. J'aurois fort désiré voir cet ouvrage, pour en parler avec plus de connoissance de cause; mais je n'ai jamais pu me le procurer. M. Weidler, entreprenant d'écrire l'histoire de l'astronomie, eut fait une chose utile, et dont on lui auroit sû gré, si, parlant de ce petit écrit de Doerfell, il l'avoit, vu sa rareté, traduit et inséré dans son ouvrage.

En rapportant ce qu'on vient de lire, nous n'avons pas eu dessein de déroger en rien à la gloire de M. Neuton. Quoique ce grand homme ait été prévenu dans la publication de cette belle découverte, le droit qu'il a sur elle ne sauroit être contesté. En effet, ce qui n'étoit chez Doerfell qu'une hypothèse purement astronomique, est chez M. Neuton une vérité physique, une branche de son système général. Il étoit impossible que le philosophe anglois ayant établi la gravitation de toutes les planètes vers le soleil, et reconnoissant, avec tous les astronomes habiles de son temps, les comètes pour des astres éternels, ne les soumît pas à la même action que les autres corps de l'univers. Il étoit donc nécessaire qu'il en fît de véritables planètes circonsolaires; et puisque tantôt elles paroissent,

(1) *Astronomische betractung des grosser cometen welcher A.* 1680 *und* 1681, *erschienen &c. Zu Plaven von G. S. D.* C'est-à-dire, *Astronomica tractatio cometae magni qui A.* 1680 *et* 1681 *apparuit, &c.* A Plavex, par G. S. Doertell.

tantôt elles se soustraient à notre vue par leur éloignement, il ne pouvoit que leur donner des orbites extrêmement excentriques, ou en forme d'ellipse très-alongée ; et comme une pareille ellipse diffère peu d'une parabole dans les environs de son sommet, qui sont les seuls endroits où une comète se montre à nous, il étoit tout naturel que Neuton, pour simplifier le calcul, donnât à ces astres des orbites paraboliques.

Mais Neuton ne s'en tient pas à ces preuves, quoique déjà puissantes, de son système. A l'aide d'une subtile et sublime géométrie, il enseigne de quelle manière on peut, d'après trois observations, et dans l'hypothèse parabolique, déterminer l'orbite d'une comète. Il applique ensuite cette méthode à celle de 1680, et après avoir déterminé son orbite, et l'avoir rectifiée par quelques observations, il calcule jour par jour les lieux qu'elle a dû occuper dans le ciel. On est étonné de voir avec quelle précision ce calcul et les observations de M. Flamstead s'accordent ensemble. Malgré l'irrégularité extraordinaire du cours de cette comète, la plus grande différence, soit en longitude, soit en latitude, n'excède pas deux minutes et demie ; ce qui est à peine ce qu'on peut faire à l'égard des planètes, et qui excède de beaucoup l'exactitude avec laquelle on a jamais calculé les lieux de la lune. M. Neuton en fit de même à l'égard des comètes des années 1664, 1665 et 1682, et dans l'édition des *Principes*, donnée en 1726, on en trouve cinq calculées de cette manière, et avec le même succès. Tant de précision ne sauroit être l'effet du hazard, et il en résulte en faveur de Neuton, une preuve à laquelle on ne peut se refuser.

Lorsque nous parlons d'une si grande exactitude dans les calculs que Neuton donna pour la comète de 1680, nous avons entendu parler de ceux qu'on lit dans la dernière édition de ses *Principes*, et qui ont été rectifiés par M. Hallei. Dans la première édition il y avoit des différences du calcul avec l'observation, qui alloient à un demi-degré ; mais ces différences ne regardoient que diverses observations qu'on lui avoit envoyées d'Italie, d'Amérique, &c. observations dont le peu d'exactitude s'apperçoit assez facilement. L'accord du calcul avec les observations faites en Angleterre, et que lui fournit Flamstead, étoit incomparablement plus grand. Dans la suite M. Neuton vint à connoître celles qu'avoit faites à Cobourg en Saxe, M. Gotfried Kirch, observateur habile, durant le mois de novembre, et il s'en servit pour rectifier davantage les élémens de sa théorie. Enfin M. Hallei poussant la précision encore plus loin, a calculé le mouvement de cette comète dans une orbite elliptique, telle qu'il la faudroit pour

que la comète ne la parcourût que dans 575 ans, et c'est ce calcul qui ne diffère au plus que de deux minutes et demie de l'observation.

Une particularité remarquable à l'égard de la comète de 1680, c'est qu'elle passa dans son périgée à une très-petite distance du soleil. Suivant M. Neuton, elle ne fut alors éloignée de la surface de cet astre que de 612 parties, dont le rayon de l'orbite terrestre en contient 100000. Ainsi elle approcha du soleil 163 fois plus que la terre, et elle ressentit une chaleur qui surpasse environ 26000 fois la plus grande que nous éprouvions ici; et comme la chaleur d'un fer rouge n'est guère qu'une douzaine de fois plus grande que la chaleur directe d'un soleil d'été, il s'ensuit que la comète dont nous parlons éprouva une chaleur au moins deux mille fois plus grande que celle d'un fer rouge. Ceci montre que cette comète devoit être un corps bien compact, pour n'avoir pas été dissipée par une chaleur aussi prodigieuse; ce qui ajoute un nouveau degré de force au sentiment qui en fait des corps éternels. Ajoutons encore que M. Neuton conjecture que cette comète et toutes les autres, s'approchant de plus en plus du soleil à chaque révolution, elles tomberont dans cet astre, comme pour lui servir d'aliment, et rétablir la perte qu'il fait continuellement par la lumière qu'il nous envoie. Mais ce sont-là des conjectures purement physiques qu'il ne faut point mettre à côté des découvertes astronomiques que nous venons d'exposer, et qui n'en seront pas moins des vérités solidement établies, quel que soit le sort de ces conjectures. A l'égard de cet ornement singulier qui accompagne ordinairement les comètes, nous voulons dire de leurs queues, voici en peu de mots ce qu'il y a de plus probable sur ce sujet.

Nous ne nous arrêterons pas à réfuter l'opinion des anciens, et de quelques modernes qui ont fait venir les queues des comètes de la réfraction des rayons solaires au travers du corps ou du noyau de ces astres. Outre que ce noyau est visiblement opaque, on ne voit pas comment ces rayons pourroient être réfléchis à nos yeux par une matière aussi subtile que l'éther. Aussi Kepler qui avoit d'abord été de ce sentiment, et qui avoit même traité de monstrueux celui qui faisoit venir ces queues d'une matière appartenante au corps de la comète, se rétracta dans la suite. Il attribua alors les queues des comètes à leur atmosphère et aux parties les plus volatiles de leurs corps, entraînées par les rayons du soleil. C'est à peu de chose près l'opinion qu'a embrassée Neuton, si ce n'est qu'il compare ces queues à la fumée d'un corps brûlant qui se dirige en haut et perpendiculairement, s'il est en repos, et obliquement et de côté, s'il

est en mouvement. De même, dit Neuton, les vapeurs exhalées d'une comète à son approche du périhélie, et après l'avoir passé, se dirigent du côté opposé au soleil, mais avec un peu de déflection de côté, à cause du mouvement du corps de la comète.

C'étoit là tout ce qui s'étoit dit de plus probable sur l'article des queues des comètes avant M. de Mairan. Cet illustre physicien à qui nous devons une explication du phénomène de l'aurore boréale (1), conjecture avec beaucoup de vraisemblance, que les queues des comètes sont produites par la matière de l'athmosphère solaire dont ces corps se chargent lorsqu'ils arrivent à leur périhélie, et qui est poussée dans une direction opposée à celle du soleil, soit qar le choc des rayons solaires, soit par une cause semblable à celle que Neuton donne de l'ascension des vapeurs dont il compose ces queues. En effet, on a remarqué que les comètes ne commencent à avoir de queue sensible que lorsqu'elles sont parvenues à une distance du soleil, moindre que celle de la terre, ce qui est à peu près le demi-diamètre de l'athmosphère solaire. Au contraire, celles qui ont passé dans leur périhélie à une plus grande distance du soleil, comme celles de 1585, 1718, 1729, 1747, ont été vues sans queue ; mais il faut voir dans l'excellent ouvrage que nous avons cité plus haut, les preuves qui établissent cette conjecture. Revenons à la théorie des comètes.

Après Neuton, il n'est personne à qui cette partie de l'astronomie ait d'aussi grandes obligations qu'à l'illustre M. Hallei. Ce savant Astronome donna en 1705, à la Société royale de Londres, un écrit intitulé *Cométographia, seu Astronomiae cometicae Synopsis*. Là, en supposant les méthodes enseignées par Neuton, pour déterminer la position de l'orbite d'une comète après quelques observations, il propose des tables pour en calculer les lieux, pareilles à celles dont les astronomes étoient déjà en possession pour calculer ceux des planètes. Il a plus fait dans la suite, et il en a donné d'autres propres à calculer ces lieux dans l'hypothèse plus exacte d'une orbite elliptique. Mais voici l'article le plus intéressant et le plus curieux du travail de M. Hallei. C'est le calcul qu'il fit des orbites de vingt-quatre comètes sur lesquelles il trouva des observations de quelqu'exactitude, et qu'il rédigea en table pour pouvoir en faire la comparaison. Il eut le plaisir de voir vérifier par ce moyen le sentiment de ceux qui font des comètes des astres sujets à des retours périodiques. En effet, l'inspection de la table dont nous parlons, montre que les comètes

(1) Traité physique et historique de l'aurore boreale. *Paris*, 1731, 1754, *in-4°*.

de 1531, 1607, 1682, ont eu, à très-peu de différence, la même orbite, et des apparitions distantes d'environ soixante-quinze ans. Elles ont eu leur nœud ascendant vers le vingtième degré du Taureau; leur périhélie ou le point où elles furent les plus voisines du soleil, vers le premier degré du Verseau; l'inclinaison de leur orbite à l'écliptique de 17 à 18°; Enfin la distance périhélie de celle de 1531, fut de 56700 parties, dont la distance moyenne de la terre au soleil en contient 100000; celle de la comète de 1607 fut de 58618, et celle de la dernière de 58328. La différence qu'on apperçoit entre la première de ces distances et les deux dernières, ne doit pas former une difficulté, parce que les observations d'Apianus, sur lesquelles l'orbite de cette comète a été calculée, se ressentent du peu de progrès qu'avoit encore fait l'astronomie pratique, et du peu de soin qu'on mettoit à observer les comètes. Ainsi M. Hallei avoit de fortes raisons de penser que cette comète avoit déjà paru plusieurs fois, et qu'on devoit espérer son retour vers 1758. Cette identité de la comète de 1531 avec celles de 1607 et de 1682, étoit encore d'autant plus vraisemblable, qu'en remontant plus haut, de 75 en 75 ou 76 ans, on trouve des comètes. Il en parut une en 1456, une en 1380, une autre en 1305. A la vérité, aucun astronome ne nous en a transmis d'observations capables de nous assurer si c'est la même; mais en comparant les circonstances de leurs mouvemens, remarquées par les historiens, avec celles de la comète dont il s'agit, respectivement aux diverses saisons de l'année où on les vit, M. Hallei trouvoit encore qu'elles s'accordoient assez bien. Il ne craignit donc plus d'annoncer pour 1757 ou 1759 le retour de la comète observée par Apianus. Tout le monde sait que la prédiction s'est vérifiée; mais c'est un objet qui appartient à l'astronomie de ce siècle, et qui sera traité ailleurs avec l'étendue convenable.

M. Halley conjecturoit encore que la comète de 1661, observée par Hevelius, et celle de 1532, vue par Apianus, étoient la même, quoiqu'il y ait quelque différence assez considérable entre les lieux des périhélies ou des moindres distances au soleil. Il croyoit pouvoir les rejetter sur la grossièreté des observations d'Apianus. Mais cette comète qui auroit du reparoître en 1780 ou 1781, n'a point été revue; enfin M. Hallei conjecture que la belle comète de 1680 a reparu plusieurs fois à la distance de 575 ans. Il se fonde sur ce qu'en 1106 on trouve une grande et belle comète dont les apparences sont assez ressemblantes à celle de 1680. On en voit aussi une semblable en 531; et l'an 46 avant J. C. avoit paru cette prodigieuse comète si célébrée par les historiens, et qui suivoit de près

la

la mort de Jules César. Mais M. Hallei va bien plus loin, et continuant de rétrograder ainsi de 575 en 575 ans, il trouve que la même comète a dû paroître vers le temps du déluge universel, et il forme la conjecture, hardie au moins, que c'est le moyen dont la divinité s'est servi pour produire cette horrible catastrophe; car Hallei et Neuton, comme Pascal, avoient encore cette foiblesse de croire en un dieu. Hallei voyant cet astre acccompagné d'une queue immense qui, suivant Neuton, n'est qu'une traînée de vapeurs élevées par la chaleur du soleil, il a pensé que la terre a pu la rencontrer; dans cette supposition, ces vapeurs ont dû retomber sur elle, par l'effet de la gravitation universelle; et voilà l'énorme quantité d'eau dont notre globe fut alors inondé, et dont les commentateurs de l'Écriture ont tant de peine à trouver le réservoir. Le célèbre Whiston, a appuyé de toutes ses forces cette explication du déluge, et semble avoir mérité par-là d'en être réputé l'auteur, quoiqu'elle soit de M. Hallei. La hardiesse de cette conjecture ne doit pas nuire à l'idée que mérite si justement ce grand astronome. Je remarquerai seulement qu'il n'est guère croyable qu'un pareil effet dût s'ensuivre de la rencontre de la terre avec la queue d'une comète. Des vapeurs raréfiées au point de nager dans l'éther, quand elles formeroient un volume égal à celui de l'orbe de la terre, ne produiroient certainement pas une quantité d'eau suffisante pour de tels ravages. C'est ce qu'il est aisé d'établir, en rappelant ce que M. Newton a démontré, savoir qu'un pouce cube d'air, à la distance d'un demi-diamètre terrestre, seroit raréfié au point d'occuper un espace égal à celui de l'orbe de Saturne. Quelle doit donc être la ténuité de l'éther qui remplit les espaces célestes, et par conséquent celle des vapeurs qui y nageroient : mais ceci n'est pas de mon objet. Terminons ce que nous avons à dire de cette comète par une autre observation curieuse. Un homme célèbre (1) a encore conjecturé que cette même comète parut au temps d'Ogyges, et que c'est elle qui donna lieu au phénomène que rapportent avec étonnement quelques historiens. Ils racontent que 40 ans environ avant le déluge d'Ogyges, on vit la planète de Vénus s'écarter de sa route ordinaire, accompagnée d'une longue queue; sur quoi ce savant observe judicieusement, que les hommes de ce temps, encore tout neufs dans la connoissance du ciel, prirent une comète se dégageant des rayons du soleil, pour Vénus changeant de cours, et se revêtant d'une queue. Mais tant de comètes ont pu don-

(1) M. Freret, *mémoires de l'acad. des Inscr.* Ann. 17.

ner lieu à cette méprise, qu'on ne sauroit établir sur cela rien de certain.

Je crois devoir à peine m'arrêter sur les conjectures de divers auteurs qui, d'après les historiens, ont cru pouvoir déterminer diverses autres révolutions périodiques de comètes. Ces apparitions sont si fréquentes, qu'il n'est pas difficile, quand on le cherche tant soit peu, d'en trouver qui soient distantes de quelques intervalles égaux; de sorte qu'on ne peut déduire delà aucune conséquence pour le retour périodique de ces astres Si cependant on peut établir quelque conjecture sur cette comparaison, aucune ne seroit mieux fondée que celle qui feroit de la comète de 1686, la même que celle de 1512. Car on en trouve une 174 ans auparavant, en 1338, puis 1165, en 900, en 817, et enfin 870 ans auparavant, c'est-à-dire, à la distance de cinq fois 174 ans, en l'année 53 avant Jesus-Christ; de manière que cette comète auroit une période de 174 ans environ. Je dois cette remarque à M. Struick. Quant aux comètes de 1737 et de 1536, que M. Machin a prises pour la même dans les *transactions philosophiques*, n°. 444, cela n'a aucun fondement, et M. Machin s'est rétracté lui-même dans le numéro suivant. En effet, en comparant leurs élémens, on voit qu'elles n'ont rien qui se ressemble. Je n'eusse rien dit de cette méprise, si je ne l'avois pas trouvée répétée dans presque tous les livres où l'on parle du retour des comètes.

La theorie des comètes de Neuton, a eu le même sort que la physique céleste dont elle fait partie. Tant que le système de Descartes a disputé le terrain à celui de Neuton, on s'est retourné de bien des manières pour échapper à la force des preuves qui déposoient en faveur du sentiment du philosophe Anglois. Que n'a-t-on pas fait surtout pour éluder l'objection que fournit contre les tourbillons Cartésiens le mouvement rétrograde ou latéral de plusieurs comètes. Il y auroit même quelque lieu de s'étonner du silence qui régnoit alors entre les astronomes François sur la théorie de Neuton, si l'on ne savoit que Descartes sembloit triompher vers ce temps. L'ingénieux secrétaire de l'académie écrivoit dans l'extrait d'un des mémoires cités (1), que le système des tourbillons, après tant de difficultés qu'il avoit essuyées, paroissoit enfin avoir satisfait à tout; et n'avoir plus rien à craindre des efforts de ses antagonistes. Mais jamais cri de triomphe ne fut plus voisin de la déroute entière. L'applatissement de la terre, démontré peu d'années après, et l'exposition lumineuse que M. de Maupertuis fit vers le même temps de la théorie de l'attraction, dans son

(1) Mém. de l'Acad. de 1736.

livre *de la figure des astres*, produisirent une révolution presque subite et générale dans la manière de penser. Depuis ce temps enfin, la théorie des comètes de Neuton a tellement prévalu, que ceux-là même qui depuis plusieurs années la rejettoient, sont devenus ses partisans. Il est si rare dans l'empire philosophique de changer d'avis, qu'il y a peut-être en cela plus de gloire pour eux, que s'ils eussent d'abord adopté le sentiment de Neuton. Il y a aussi cet avantage pour la théorie dont nous parlons, qu'on ne peut pas dire qu'elle ait été admise avec trop de précipitation, et sans examen. Au contraire il semble qu'on peut assurer qu'une vérité ne fut jamais plus solidement établie, que lorsqu'elle s'est attiré le suffrage des habiles gens qui l'avoient d'abord méconnue et contestée.

Depuis que les astronomes ont adopté la théorie de Neuton, la table de M. Hallei s'est beaucoup accrue. Au lieu de vingt-quatre comètes que contenoit cette table, et dont les élémens sont calculés, on a aujourd'hui environ le triple. M. l'abbé de la Caille en a donné trente-six dans ses *Élémens d'Astronomie*; mais M. Struick qui a fait des recherches particulières sur l'histoire et la théorie des comètes, dans un livre dont on parlera à la fin de cet article, y en a ajouté plusieurs. Sa table en contient quarante-cinq, auxquelles ajoutant celle de 1758, il s'en trouvoit alors quarante-six de calculées. Il ne faut cependant pas penser que toutes ces déterminations soient de la même exactitude; il n'y en a guère qu'une trentaine sur lesquelles on puisse compter; mais comme la discussion des unes et des autres nous méneroit trop loin, nous nous bornerons ici à quelques observations générales qui naissent de l'inspection de ces tables.

En premier lieu, on voit qu'il n'y a pas moins de comètes rétrogrades que de directes, et que leurs orbites coupent l'écliptique sous toutes sortes d'angles, de sorte qu'il en résulte une preuve puissante contre les tourbillons qu'on ne sauroit concilier avec des directions aussi contraires et aussi constantes; mais on s'est suffisamment étendu ailleurs sur ce sujet, c'est pourquoi il est inutile d'y rien ajouter de nouveau.

En second lieu, on observe que la plupart des comètes descendent dans la sphère de l'orbe de la terre, les unes plus, les autres moins; des trente six comètes dont la Caille donne l'orbite calculée, il n'y en a que six dont la moindre distance du soleil excède celle de la terre à cet astre.

En troisième lieu, les comètes n'ont point de zodiaque fixe, comme l'avoit pensé un homme célèbre qui leur avoit attribué celui qui est désigné par les deux vers suivans.

Antinoüs, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

L'inspection des tables dont nous parlons, et les observations montrent qu'il n'y presque aucune constellation dans laquelle, au rapport des astronomes et des historiens, on n'ait vu passer des comètes.

En quatrième lieu, les positions et les inclinaisons si différentes avec lesquelles les orbites des comètes coupent l'écliptique, semblent n'être pas l'effet du hasard, et nous donnent lieu d'admirer et de reconnoître la sagesse de l'être suprême. Si les plans de ces orbites eussent été dans celui de l'écliptique, ou fort voisins, toutes les fois qu'une comète descendroit vers le soleil, ou en reviendroit, nous serions exposés au danger d'en être choqués, si malheureusement notre globe se trouvoit arriver en même temps au point d'intersection; ou du moins, suivant Wiston, nous courrions risque d'être inondés de la queue qu'elle traîne après elle. Mais au moyen de l'inclinaison des plans de ces orbites à celui de l'écliptique, il n'y en a aucune qui rencontre celle de la terre. Ce seroit à la vérité un spectacle assez curieux que celui d'une comète passant à un ou deux diamètres de notre globe; il pourroit même en résulter dans notre petit système des changemens physiques qui nous seroient avantageux: nous pourrions, suivant l'idée ingénieuse (1) d'un homme célèbre, acquérir une nouvelle lune, si quelque comète passoit assez près de notre globe pour en ressentir une attraction supérieure à celle du soleil. Mais à le bien considérer, il vaut encore mieux être privés de ces avantages, et être à l'abri d'un danger aussi grand que le seroit celui qui nous menaceroit, si un pareil corps pouvoit nous choquer. De toutes les comètes, celle qui paroît jusqu'ici pouvoir nous approcher de plus près, c'est celle de 1680. M. Hallei a trouvé par le calcul que le 11 novembre 1680, à une heure après midi, elle fut si près de l'orbite terrestre, qu'elle n'en étoit éloignée que d'environ un demi-diamètre solaire, ou un peu moins que la distance de la lune à la terre. Mais il n'y avoit encore là aucun danger pour nous; il y eut eu seulement matière à une curieuse observation, si la terre se fût trouvée dans le point convenable de son orbite. Nous pouvons, il est vrai, n'en pas être toujours quittés à aussi bon marché. Suivant le hardi M. Wisthon, cette comète qui a déjà été l'instrument de vengeance dont Dieu se servit pour noyer le genre humain, lorsqu'allant vers son périhélie, elle nous atteignit de sa queue, peut aussi quelque jour, revenant de son périhélie, nous inonder de la vapeur ardente de cette même queue, et produire par-

(1) Cette idée n'est qu'ingénieuse; on a démontré depuis que la comète, quelle qu'elle fût, après nous avoir fort épouvantés, passeroit outre.

à l'incendie universel qui doit précéder l'arrivée du souverain juge des hommes. Mais je le remarquerai encore, on ne doit point juger de la théorie de M. Neuton par ces idées hardies.

Divers auteurs ont travaillé à nous faire l'histoire des comètes. C'est l'objet d'une des divisions de la *Cométographie* d'Hevelius. On a aussi du chevalier Lubienetzky un ouvrage intitulé *Theatrum cometicum*, en 3 vol. *in-folio;* mais il est difficile de ne pas rire de la simplicité de ce bon chevalier qui nous a plutôt donné une histoire universelle à l'occasion des comètes, que l'histoire de ces astres. Pour remplir le titre d'un pareil ouvrage, il eût fallu rapprocher et combiner les passages des divers historiens qui ont parlé des comètes, afin de déterminer par-là, autant qu'il est possible, les diverses circonstances de leur mouvement, et c'est ce que n'a point fait le bon chevalier qui tire enfin de tout son fatras historique la conséquence, que les comètes sont d'un heureux présage pour les bons, et d'un mauvais pour les méchans. M. Struick a beaucoup mieux traité ce sujet dans sa *Description des comètes* (1), que j'ai déjà citée quelquefois. C'est un ouvrage que les astronomes eussent sans doute vu avec plaisir et avec reconnoissance, s'il n'étoit pas écrit dans une langue aussi peu commune que la hollandoise. Mais nous avons depuis quelques années un ouvrage qui remplit tout ce qu'on peut désirer sur cet objet si intéressant; c'est la *Cométographie*, &c. du feu abbé Pingré, ouvrage publié en 1783, en 2 vol. *in-4°*. On ne peut rien ajouter à l'érudition et au savoir en astronomie que son auteur y développe. Nous aurons plus d'une fois occasion de le citer quand nous serons arrivés à l'endroit de cet ouvrage, où nous devons spécialement traiter des comètes.

X I V.

Il est temps de terminer ce livre, et nous allons le faire, suivant notre coutume, en rassemblant ici divers astronomes de mérite, dont le fil de notre matière ne nous a pas permis de parler, ou de rappeler les travaux avec assez d'étendue. Nous commençons avec justice cette énumération par M. Hevelius. Cet homme célèbre, l'un de ceux qui, par ses travaux et ses écrits, ont le plus servi l'astronomie dans le siècle dernier, et dont le nom propre est Jean Hevel, naquit à Dantzick, le

(1) Elle fait partie d'un ouvrage intitulé *Inleeding tot Algemeene Geography*. Amst. 1740, *in-4°*, ou *Introduction à la Géogr univ.* et elle a eu une suite sous le titre de *Vervolg van de beschryving der start-sterren;* ibid. 1750, *in-4°*. C'est-à-dire, Suite *de la description des comètes*. Ce sont deux curieux et excellens ouvrages, quoique remplis de choses assez disparates.

22 janvier 1611 (*v. s.*), d'une famille sénatoriale et distinguée par son opulence. Après avoir parcouru diverses parties de l'Europe, et avoir donné quelque temps aux affaires, il se livra avec ardeur à l'Astronomie, d'après les exhortations de Cruger, mathématicien de cette ville, et son premier instituteur dans ces sciences. Ses travaux en ce genre ne l'occupèrent cependant pas tellement, qu'il n'eût le temps de remplir les places auxquelles l'appelloit sa naissance. Il fut fait échevin de Dantzick, en 1641, et en 1651, il fut élevé au grade de sénateur qu'il remplit avec distinction jusqu'à sa mort arrivée en 1687. Il a laissé un grand nombre d'ouvrages que nous aurons occasion de faire connoître dans cette courte histoire de ses travaux.

Ce fut vers l'année 1647 que M. Hevelius commença à s'adonner avec ardeur à l'Astronomie. Le premier ouvrage par lequel il se montra dans le monde savant, est la description de la lune, sous le titre de *Selenographia*, qui parut en 1647 (*Gedani*, *in-fol.*), ouvrage tout-à-fait remarquable par l'exactitude des représentations qu'il nous y a données de cet astre, et de ses taches, suivant ses différentes phases. Aussi sont-elles gravées par M. Hevelius même, et en effet, il n'y avoit qu'un astronome, joignant comme lui le talent de la gravure à ses autres connoissances, qui fût capable de la patience nécessairo pour amener un pareil travail à sa perfection. Cependant, malgré ces peines, M. Hevelius n'a pas eu le plaisir de voir passer en usage la dénomination qu'il donna aux taches de la lune. Cet avantage lui a été ravi par le Père Grimaldi, ainsi qu'on l'a lu à la fin du livre IV.

M. Hevelius publia, les années suivantes, divers ouvrages. Dans le premier, intitulé *De motu lunae libratorio* (*Gedani*, 1651; *in-fol.*), et adressé en forme de lettre à Riccioli, il explique le mouvement de libration de la lune, d'une manière satisfaisante, et qui est, je crois, adoptée aujourd'hui par tous les astronomes. Viennent ensuite, une lettre latine sur les deux éclipses de l'année 1654; son livre *De nativâ Saturni facie ejusque phasibus*, en 1656; son observation du passage de Mercure sous le soleil, arrivé en 1661, à laquelle il joignit l'écrit d'Horroxes sur le passage de Vénus sous cet astre, observé en 1639, écrit qui n'avoit point encore vu le jour, avec l'histoire de la nouvelle étoile périodique découverte peu d'années auparavant dans le col de la Baleine, dont il fut un des principaux observateurs. On lui doit aussi divers traités sur les comètes, comme son *Prodomus cometicus*, qui concerne la comète de 1664; sa *descriptio cometae anni 1665*, &c. Deux lettres sur celles de 1672 et 1677; sa *Cométographia*

enfin (*Ged. in-fol.*), ouvrage fort étendu sur ce sujet, et où, quoiqu'il ait entièrement manqué le but en ce qui concerne la nature de ces astres, on ne laisse pas de trouver des remarques très-bonnes et très-importantes. Nous en avons dit quelque chose de plus dans l'article précédent.

Personne, après Tycho-Brahé, n'eut un observatoire mieux fourni en instrumens excellens, que M. Hevelius : on peut ajouter que personne n'eut plus de dextérité à s'en servir ; c'est la justice que lui rendit Hallei au retour de son voyage de Dantzick, voyage qu'il avoit fait dans l'unique vue de converser et de travailler avec cet astronome fameux. M. Hallei atteste qu'ayant observé plusieurs fois avec lui, et à l'aide d'instrumens garnis de télescopes, suivant la pratique alors presque récente, tandis que Hevelius le faisoit de son côté avec les siens garnis de simples pinnules, il n'y eut jamais une minute entière de différence entre leurs observations. Cependant on ne sauroit s'empêcher de taxer un peu M. Hevelius d'opiniâtreté, en ce qu'il refusa toujours d'adopter l'usage des pinnules télescopiques. Mais que ne peut pas la prévention sur les meilleurs esprits ! Hevelius étoit déjà fort avancé dans sa carrière, lorsque parut la nouvelle invention : pour l'adopter, il eût fallu réformer tout son observatoire, et c'eût été porter une sorte d'atteinte à ses observations antérieures ; c'est pourquoi, malgré la querelle un peu vive que lui fit Hooke (1), et le suffrage des meilleurs astronomes en faveur de cette nouvelle pratique, Hevelius tint ferme, et continua d'observer à sa manière. Il nous a donné la description de son observatoire et de ses instrumens, dans son ouvrage intitulé : *Machinae celestis pars prior* (*Ged.* 1673, *in-fol.*). Cette première partie fut suivie, en 1679, de la seconde, où il communiqua au public ses observations de toute espèce. Mais celle-ci est devenue excessivement rare, par le fatal incendie qui détruisit, au mois de septembre 1680, sa maison, son observatoire, son imprimerie, &c., et qui lui causa une perte de plus de trente mille écus. Cependant peu après il rétablit son observatoire, quoique sur un pied moins brillant; et s'étant remis à observer, il eut en 1685 la matière d'un nouveau volume d'observations. Il y avoit alors quarante-neuf ans qu'il observoit ; c'est pour cela qu'il intitula ce livre : *Annus climactericus seu rerum uranicarum annus quadragesimus nonus*. Cet ouvrage fut le dernier qu'il publia ; sa mort, qui arriva deux ans après, l'empêcha d'en mettre au jour deux autres qu'il méditoit, et qu'il avoit fort avancés. Ils furent publiés en 1690 (*in-fol.*), par

(1) *Animad. in Mach. celest. Hevelii.* 1674, *in-4°.*

les soins de ses héritiers. L'un est son *Uranographia*, intitulée : *Firmamentum Sobiescianum* (*in-fol.*), parce que son dessein étoit de le dédier au roi Sobieski. On y trouve 1888 étoiles rédigées en constellations, dont plusieurs sont de l'invention de Hevelius, comme la Giraffe, la Renne, l'Écu de Sobieski, &c., et ont été adoptées par la plupart des astronomes. L'autre porte le titre de *Prodromus astronomiae, seu tabulae solares et catalogus fixarum* (*in-fol.*); ces tables solaires méritent peu, suivant l'abbé de la Caille, l'estime des astronomes.

M. Hevelius entretint durant tout le cours de sa vie une correspondance très-active avec la plupart des savans de l'Europe. On peut juger facilement quelle ample et précieuse moisson de faits et d'observations contenoit ce commerce épistolaire. Il s'étoit accru à sa mort jusqu'à dix-sept volumes *in-folio*, que M. Delisle, passant par Dantzick en 1725, acheta de ses héritiers, avec quatre volumes de ses observations. Ce précieux recueil a passé depuis entre les mains de M. Godin, l'un des académiciens qui ont travaillé à la mesure d'un degré de la terre sous l'équateur, et dont les talens l'avoient fait appeller en Espagne, pour y diriger la nouvelle école de marine fondée à Cadix en 1750. M. Godin étant mort à Cadix, il est probable que le roi d'Espagne est aujourd'hui possesseur de ce trésor. A dieu ne plaise que je veuille rien dire de défavorable à la nation espagnole, mais il me semble que la vraie place d'une collection semblable eût été la bibliothèque de l'académie des sciences de Paris, ou la bibliothèque nationale.

On me permettra de faire ici honneur à ma patrie d'un astronome qui, quoique peu connu, ne laissoit pas d'être un des plus adroits observateurs de son temps; il se nommoit Gabriel Mouton. On a de cet astronome lyonnois un ouvrage sur les diamètres apparens du soleil et de la lune (1), qu'il s'attacha à déterminer par une longue suite d'observations. On y trouve les preuves de ce que je viens de dire sur cet observateur; car on l'y voit déployer beaucoup de dextérité dans l'emploi du télescope et du pendule simple alors le seul connu, à la détermination ci-dessus. Il montra le premier aux astronomes l'usage des interpolations, pour remplir dans les tables les lieux moyens entre ceux qu'on a calculés immédiatement, ou pour suppléer dans une suite d'observations à celles qui manquent. C'est ce qu'on exécute par le moyen des interpolations avec bien plus d'exactitude que par les parties proportionnelles. Ce livre contient encore quelques pièces estimables, concernant la hauteur du pole de Lyon, l'équation du temps,

(1) *Obs. diam. Solis et Lunae apparentium*, *&c.* Lugd. 1670, *in-4°*.

la

la manière de transmettre à la postérité toute sorte de mesures, &c. Cet astronome enfin, à qui il ne manqua guère, à notre avis, que d'être placé sur un théatre plus brillant, excelloit aussi dans la Mécanique. Il laissa quantité d'écrits qui n'ont pas vu le jour, et que l'ouvrage cité ci-dessus donne lieu de regretter. Parmi ces écrits sont des tables de sinus, calculées de seconde en seconde, que possédoit l'académie des sciences. M. Mouton étoit né à Lyon ou dans les environs, vers 1618. Il étoit ecclésiastique, et prêtre d'une des collégiales de cette ville, où il mourut en 1694.

On ne doit pas passer ici sous silence un homme qui servit fort utilement l'Astronomie sur la fin de ce siècle et au commencement de celui ci ; je veux parler de M. de La-Hire. Nous ne dirons mot ici de ce que lui doivent la géométrie et les autres parties des mathématiques, car il les cultiva toutes avec une ardeur presque égale, et il n'en est aucune dans laquelle son nom ne joue un rôle distingué. L'astronomie lui doit en particulier une longue suite d'observations, principalement consignées dans les Mémoires anciens de l'académie, et dans les modernes jusques en 1718, où il termina sa longue et laborieuse carrière. On lui dut des tables astronomiques, qui furent pendant long temps les plus exactes ; il en publia la première partie en 1687, sous le titre de *Tabularum astronomicarum pars prior, &c.* Cette partie ne comprend que les tables des mouvemens du soleil, de la lune et des étoiles fixes ; elles furent réimprimées et complettées en 1702, et parurent sous le titre de *Tabulae Ludovici Magni jussu et munificentia exaratae, &c.* (*Paris. in-4°.*). On y voit que M. de La-Hire avoit tenté au moins d'affranchir ses tables de la supposition de toute hypothèse ; en quoi je laisse à ceux qui sont plus versés que moi dans l'astronomie, le soin de juger s'il avoit raison. Il en est une, celle de Kepler, trop bien prouvée, pour qu'elle ne doive pas servir de base à tous les calculs. Quoiqu'il en soit, ces tables ont été long-temps estimées, c'est-à-dire, jusqu'à ce que de nouvelles découvertes astronomiques, comme celles de l'aberration de la lumière, de la nutation de l'axe de la terre, de l'action des planètes les unes sur les autres, &c., ont obligé d'en fixer les principaux élémens d'une manière un peu différente. Elles ont été traduites en différentes langues, et même en indien, pour un Raja curieux d'astronomie ; c'est une anecdote que nous apprend le P. Pons, dans une lettre insérée parmi celles des missionnaires jésuites. Elles n'ont enfin cédé en quelque sorte le pas qu'à celles de M. Hallei. Ce membre illustre de l'académie des sciences étoit né en 1740, d'un père, célèbre peintre ; il avoit lui-même

cultivé la peinture dans sa jeunesse, et auroit pu se distinguer dans cette carrière, si l'amour des mathématiques ne l'eût pas entraîné dans une autre. Il laissa un fils, Gabriel Philippe de La-Hire, qui fut, comme lui, de l'académie des sciences, et qui, quoique médecin de profession, fut observateur, mécanicien et géomètre. Il fut chargé pendant quelques années du calcul des éphémérides, que publioit annuellement l'académie, sous le titre de *Connoissance des temps.* Il suivit de près son père au tombeau, étant mort en 1719.

Nous passerons plus légèrement sur quelques autres astronomes françois, qui méritent pourtant qu'il en soit fait quelque mention ; tels sont M. Comiers, auteur d'un *Discours sur les Comètes*, et de divers autres écrits et observations, insérés dans les journaux du temps ; M. Gallet, dont on a aussi diverses observations et de nouvelles tables du soleil et de la lune, qu'il publia en 1670, sous le titre d'*Aurora Lavenica* ; un P. Bonfa, jésuite d'Avignon, dont on a aussi quelques observations, entr'autres des comètes de 1681 et 1682, qui paroissent bien faites ; les PP. Grandamy et de Billy, jésuites : celui-ci habile analyste, et auteur de nouvelles tables astronomiques intitulées : *Lodoicaeae*, et de quelques autres ouvrages relatifs à l'astronomie : celui-là, auteur de divers écrits sur les comètes de 1664 et 1665, ainsi que d'une prétendue démonstration du repos de la terre, dont on a parlé dans le livre V de cette partie ; M. Petit, enfin, intendant des fortifications, et homme doué de connoissances très-variées, soit dans la physique, soit dans les mathématiques. On a de lui des observations de la plupart des phénomènes arrivés de son temps, et plusieurs écrits, entr'autres une dissertation sur les comètes, faite à l'occasion de celle de 1664 et 1665, où il approche en certains points assez de la vérité. M. Petit eut une opinion assez semblable à celle de Maria, astronome italien, sur l'instabilité de la latitude des lieux, et il s'efforça de le prouver à l'égard de celle de Paris ; mais c'est une opinion qui n'est fondée que sur l'inexactitude des observations anciennes.

Vers ce même temps vivoit à Paris un observateur peu connu aujourd'hui, et qui se distingua, du moins, par la singularité des titres qu'il donnoit aux feuilles qu'il publioit sur ses observations ; c'étoit un avocat, nommé M. Payen. On a de lui les petits écrits suivans : *Ænigma astronomicum, seu adulterium Solis et Lunae visibile in hemispherio Parisiensi ; anno 1666, die 16 junii (Par. in-fol.) ; Selénelion ou apparition lunisolaire en l'île Gorgone, obs. en 1666, par A. F. Payen (Par. 1666, in-4°.)* : cette île Gorgone est, je crois, celle de Gorée, où il s'étoit trouvé à cette époque ; *Emblema astronomicon seu*

sol larvatus, *ann.* 1666, *die 2 julii* (*Ibid.* 1666, *in-4°.*); *Monopolion celeste conjonctionis Saturni et jovis*, *an* 1663, *et conj. Saturni et Martis*, *ann.* 1666 (*Ibid.* 1666, *in-4°.*). Il y a apparence que M. Payen s'applaudissoit beaucoup de ces ingénieuses allégories ; il eût mieux fait, à notre avis, de donner à ses écrits des titres plus simples, tels que celui-ci : *Lettre de M. Payen* à M. Montmort, sur l'éclipse du soleil, du 2 juillet 1666. Cette éclipse paroissoit remarquable, en ce qu'elle avoit été précédée quinze jours auparavant d'une de lune, le soleil et la lune étant à la fois sur l'horizon ; ce qu'on sait être possible, par l'effet de la réfraction horizontale.

Si l'on veut encore un titre bizarre et du même temps, c'est celui d'un écrit astronomique d'un M. J. M. Schneuber : *Convivium cometicum in nuptiis Mercurii et Uraniae appositum* (*Argentorati.* 1665). Il est, je crois, question dans cet écrit des deux comètes, de 1664 et 1665, que l'auteur feint être venues au repas de noces de Mercure et d'Uranie. Voilà bien de la fiction en pure perte. Mais ce titre le cède encore au suivant : *Jovis per umbrosa Dianae nemora venartis deliciae Nuhrembergicae* ; ce qu'on n'auroit surement pas deviné, si ses auteurs n'eussent pas ajouté tout de suite cette explication : *Id est insignis et infrequenter visa jovis à luna occultatio*, *die ultima Martii elapsi* (1686), *observata à Christoph. Eimmarto et J. Jac. Zimmerman* (*Nuremb.* 1686, *in 4°.*). Le lecteur voudra bien me pardonner cette petite digression ; il est bon, quand l'occasion s'en présente, de semer de quelques fleurs un chemin aussi aride que celui que nous parcourons.

Je passe maintenant en Italie, où je trouve quelques astronomes dont nous n'avons point eu occasion de parler ; mais la France lui avoit ravi, en adoptant M. Cassini, le premier de ses ornemens en ce genre. Nous trouvons vers cette époque, en Italie, un P. Gottigniez, jésuite, qui disputa à M. Cassini quelques unes de ses découvertes sur Jupiter et Mars, et dont on a des observations sur les comètes de 1664, 65 et 68 ; Campani qui se rendit célèbre par la longueur et l'excellence de ses télescopes, à l'aide desquels il fit dans le ciel quelques observations remarquables (1) ; Eustache Divini, pareillement remarquable par son habileté à travailler les verres de télescopes, et qui eut aussi avec M. Cassini quelques disputes, dans lesquelles il avoit tort, mais il le reconnut ; Flaminio de Mezzavacchis, Bolonois, qui publia à diverses reprises des éphémérides célestes, intitulées : *Ephemerides Felsineae*, du nom de Felsina, qui est l'ancien nom de Bologne. Elles conduisoient de 1675 à 1684,

(1) *Ragguaglio di due nuove osservaz.* 1665, *in-4°.*

et elles eurent une première continuation sous le titre de *Otia seu Ephem. Felsineae recentiores*, *ab ann.* 1684 *ad* 1700, et une seconde depuis 1701 jusques en 1720. Pierre Mengoli, de Bologne; qui publia en 1673 ses observations astronomiques; Alphonse Borelli, dont il a été plusieurs fois parlé comme géomètre et comme mécanicien, à l'occasion de son fameux livre *de Motu animalium*; il fut auteur de tables des Satellites de Jupiter, qui, quoique défectueuses, font cependant quelque honneur à son talent astronomique; car il ne laissa pas de démêler quelques-uns des élémens de leurs mouvemens. Mais il étoit réservé à Dominique Cassini de faire faire le plus grand pas à cette théorie. Montanari et Guillelmini, furent aussi à Bologne des astronomes, dont on a des observations de divers phénomènes; enfin Jean François de Laurentiis, (c'est-à-dire, en son nom Lorenzi), astronome de Pesaro, fut auteur de quelques observations, qu'il publia sous le titre d'*Observationes Saturni et Martis Pisaurienses* (1672).

Il ne nous reste, pour achever cette énumération, peut-être déjà trop longue et trop sèche, qu'à passer en revue quelques astronomes que nous offre l'Allemagne. MM. Eimmart et Vurtzelbaur se présentent les premiers. La ville de Nuremberg fut le siége de leurs travaux, lorsque cette ville, qui avoit été pendant bien des années le siége de l'astronomie sous les Regiomontanus et les Walther, voulut de nouveau encourager cette science, et fit construire un observatoire. M. Eimmart qui observoit déjà depuis plusieurs années dans sa maison, fut choisi pour habiter ce nouveau monument élevé à Uranie. Il continua d'y observer, depuis 1668 jusqu'en 1705, qui fut l'année de sa mort. Il a communiqué au public quelques-unes de ses observations, soit en particulier, soit par la voie des journaux de Léipsick, en quoi il a rendu plus de service à l'Astronomie, que par l'ouvrage presque seul qui existe de lui, sous le titre de *Ichnographia nova contemplationum de sole ex desolatis antiquorum ruderibus eruta*, &c. ramas assez inutile d'érudition et de mauvaise physique sur la nature du soleil. Les autres observations et ouvrages de M. Eimmart ont resté en manuscrits, formant 12 vol. *in-fol.* Il y a quelques années qu'un prospectus en fit offre aux Savans. Ce recueil présente des choses curieuses, entr'autres une immense correspondance, avec un grand nombre d'hommes célèbres de l'Europe. Les dessins de 300 phases de la lune, vues au telescope et dessinées par sa fille, mademoiselle Maria-Clara Eimmart, depuis femme de M. Muller, qui succéda à son beau père dans la direction de l'observatoire de Nuremberg. Mademoiselle Eimmart étoit assez instruite dans la pratique de l'astronomie et du calcul, pour être en état d'aider son père et son mari.

M. Vurzelbaur, observoit aussi à Nuremberg, dont il étoit un citoyen aisé. On a de lui quelques ouvrages, entr'autres deux, l'un intitulé : *Uranies basis astronomica, seu rationes solis motus annui ex obs. secul. XV et XVII*; l'autre concernant la position de Nuremberg, sous le titre de *Uranies Noricae basis Geog.* La plupart de ses observations n'ont pas vu le jour. Au reste, M. Vulzelbaur s'est fait quelque tort par son opiniâtreté, à rejetter l'usage du telescope adapté au quart du cercle. Il est bon de le savoir pour apprécier ses observations. Il mourut en 1725.

M. Eimmart avoit eu, à ce qu'il paroît, pour coopérateur dans ses fonctions astronomiques, un astronome nommé Zimmermann : car ils firent ensemble cette observation de l'occultation de Jupiter par la lune, qu'ils publièrent sous le singulier titre rapporté plus haut. Zimmermann habita successivement Stutgard, Nuremberg et Hambourg, où il observa et écrivit divers ouvrages, dont un est intitulé : *Scriptura Sacra-Copernisans.* Il entreprend d'y prouver que l'écriture est plus favorable que contraire au système de Copernic ; c'est bien assez qu'elle lui soit indifférente.

La Saxe possédoit vers le même temps un astronome de mérite, dans la personne de M. Gottfried Kirch ; élève d'Hevelius dans l'art d'observer, il publioit chaque année, en Saxe, des éphémérides, à la fin desquelles il annonçoit les observations principales faites l'année précédente. De quelques étoiles informes il forma trois nouvelles constellations, le globe Impérial, les glaives électoraux de Saxe ; ce sont les armes de cet Electorat, et le sceptre de Brandebourg ; mais en général les astronomes ont peu goûté ces nouvelles constellations. Sa réputation le fit appeller à Berlin par le grand Electeur Frédéric I, lorsqu'il forma sa nouvelle académie, et fit construire un observatoire, dont il eut la direction, sous le titre d'astronome royal. Un assez grand nombre d'observations insérées dans les anciens mémoires de Berlin (*Miscellanea Berolinensia*), et dans les actes de Léipsick, ont été le fruit de cet établissement et l'ouvrage de Kirch. On distingue parmi ces observations, celles qu'il fit des changemens de la fameuse étoile du col de la baleine, et celle du passage de Mercure devant le soleil en 1707, qui ne fut guère vu qu'à Berlin. M. Kirch mourut en 1710, et eut dans son fils, M. Christfried Kirch, un héritier de ses talens ; ce qui lui merita, en 1720, la place de son père. Il mourut en 1740, laissant, soit dans les *Miscellanea Berolinensia*, soit dans les *Transactions philosophiques*, des preuves de son habileté en astronomie, et de son assiduité à observer.

Nous remarquerons ici que M. Kirch, le père, sut inspirer à

son épouse, mademoiselle Winckelmann, son goût pour l'astronomie, et qu'elle y fit, comme mademoiselle Eimmart, d'assez grands progrès pour être en état d'aider son mari dans ses travaux astronomiques. On voit cependant par un ouvrage allemand, qu'elle publia en 1712, qu'elle n'étoit pas entièrement désabusée des rêveries astrologiques. M. Gottfried Kirch avoit lui-même un peu baissé la tête sous ce préjugé; mais il étoit excusable jusqu'à un certain point, car les éphémérides étant des espèces d'almanachs destinés ponr un peuple qui croyoit encore à l'astrologie, il falloit pour les débiter, y insérer les prédictions d'usage. Il falloit enfin, pour me servir des termes de Kepler, que la sœur bâtarde, l'astrologie, nourrit sa sœur légitime, l'astronomie.

L'homme est de feu pour le mensonge,
Et de glace à la vérité.

A l'occasion de ces deux dames astronomes, nous allons en faire connoître encore quelques-unes, quoique d'une époque un peu antérieure, pour qui Uranie eut des charmes. L'une est mademoiselle Cunitz, femme du médecin Silésien Elias A-Loeven (*à Leonibus*). Cette dame qui, d'ailleurs possédoit sept langues, et peignoit fort bien, avoit étudié et cultivoit l'astronomie, non cependant sans mélange d'astrologie. Son mari qui étoit aussi versé dans l'astronomie, l'engagea à faire un abrégé des tables Rudolphines, et à en éclaircir les préceptes; ce qu'elle fit dans l'ouvrage qu'elle publia en 1650 sous le titre de *Urania propitia, seu tabulae astronomicae mire faciles, vim hypothesium physicarum Kepleri complexae*, &c., en latin et en allemand; ces tables néanmoins, quoique dites fondées sur les hypothèses physiques de Kepler, n'ont pas satisfait les astronomes, parce que ces hypothèses y sont fréquemment altérées. Mais on n'en doit pas moins admirer une femme, dont l'esprit a pu se porter à des études si abstraites. Remarquons cependant que son mari convient, dans la préface de ce livre, lui avoir prêté par fois une main auxiliatrice.

L'autre dame astronome, ou du moins savante en astronomie, dont j'ai à parler, est mademoiselle Dumée. On lui doit des *Entretiens sur l'opinion de Copernic*, *in*-4°., où, suivant le journal des Savans de 1680, elle examine les preuves de ce système astronomique et les objections qu'on y oppose. Le résultat en est, que les phénomènes prouvent cet arrangement de l'univers. Cet ouvrage, que je n'ai jamais rencontré, pas même sur les catalogues, semblent avoir fourni à M. de Fontenelle l'idée de ses ingénieux *Entretiens sur la pluralité des mondes*. Mademoiselle Dumée étoit femme d'un officier François; et ayant perdu son mari dans une campagne d'Allemagne, elle chercha

dans les faveurs d'Uranie une consolation à son veuvage. Voilà d'ailleurs tout ce que nous en savons. Mais nous aurons occasion, dans la suite de cet ouvrage, de faire mention de plusieurs autres femmes qui, à l'exemple d'Hypatia, firent leur cours à cette muse.

Nous devons enfin donner ici une place à un Chartreux qui, dans le fond de sa solitude, cultiva l'astronomie. C'est le Père Anthelme, de la chartreuse de Dijon. Le traducteur du catalogue des étoiles australes de Halley, publié en 1679, lui fait honneur au moins d'une partie de cet ouvrage; peu d'années après, le Père Anthelme donna sur la fameuse comète de 1680-1681, un petit écrit, contenant ses observations et ses idées sur le mouvement, la place et l'orbite de cet astre, dont il reconnoît la pérennité. Cet écrit est anonyme; car, suivant la règle de ces bons religieux, il leur étoit bien permis, pour charmer leur solitude, de cultiver les sciences; mais il leur étoit défendu de rien publier sous leur nom, de crainte que l'appas de la gloire ne nuisît à l'humilité et à l'abnégation dont ils devoient faire profession.

Fin du Livre neuvième de la quatrième Partie.

SUPPLÉMENT,

CONTENANT L'HISTOIRE DE LA NAVIGATION

JUSQU'AU COMMENCEMENT DU DIX-HUITIÈME SIÈCLE.

L'ABONDANCE extrême de notre matière, nous a contraints de renvoyer à un autre endroit la partie du volume précédent, où nous devions faire l'histoire de la navigation, considérée du côté mathématique, ou comme l'art de se conduire par certaines règles astronomiques et géométriques au travers du sein des mers. Nous allons remplir ici la promesse que nous avons faite alors au lecteur, de lui rendre avec quelque usure ce que nous lui avons en quelque sorte emprunté.

Nous ne reviendrons pas ici sur ce que nous avons dit de la navigation des anciens, dans le premier livre de la première partie de cet ouvrage. Cet art n'a commencé d'être établi sur de solides principes, et d'employer la géométrie et l'astronomie, comme il le fait aujourd'hui, que vers le milieu du quinzième siècle ; époque mémorable des grandes navigations des Portugais. Enhardi par l'invention de la boussole, qui permettoit de s'orienter au milieu de la plus profonde nuit, le navigateur osa bientôt perdre entièrement la vue des terres ; l'esprit de découvertes, aiguillonné par celui du gain et par l'espérance de trouver des pays riches en métaux et en productions précieuses, inspira de grandes entreprises, et l'on vit bientôt la géographie changer de face, par la découverte d'un nouveau Continent, et d'un passage qui rendit plus accessible une partie de l'ancien monde, sur laquelle on n'avoit que des lumières fort imparfaites.

C'est aux Portugais, il faut le reconnoître, que nous devons l'exemple de cette ardeur, qui nous a valu une connoissance plus parfaite de notre globe. Vers le milieu du quinzième siècle, dom Henri (1), fils de Jean, roi de Portugal, prince philosophe et versé dans les mathématiques, conçut le noble dessein de pousser plus loin les découvertes, que le hasard et l'appas du gain avoit fait faire le long des côtes d'Afrique. Aidé des deux mathématiciens, Joseph et Roderic, qu'il s'étoit attachés, il

(1) Je remarque ici que, de même que dans les noms espagnols on doit écrire *don*, on doit écrire cette qualification dans les noms portugais par *dom*.

enseigna

enseigna aux navigateurs des méthodes, et leur mit entre les mains des instrumens propres à observer le soleil et les étoiles, afin de les diriger sûrement dans leur route. Encouragés par ces instructions, ils franchirent bientôt les bornes qui les avoient arrêtés jusqu'alors. La découverte de toute la côte d'Afrique, celle d'un passage plus court aux Indes orientales, la découverte de l'Amérique, furent les fruits que la navigation retira en moins d'un demi-siècle de ces secours; mais ce n'est pas ici le lien de présenter le spectacle intéressant des découvertes des Portugais et des Espagnols. Je vais me resserrer dans ce qui est essentiellement de mon plan, je veux dire, exposer les progrès de la navigation, considérée comme l'art de se conduire en mer à l'aide de l'astronomie et de la géométrie.

Le premier élément de la navigation est de connoître la position respective des lieux, et la route qu'on doit tenir pour aller de l'un à l'autre. C'est ce que les navigateurs font par le moyen de leurs cartes hydrographiques. Cette raison nous porte à commencer par-là le précis que nous nous proposons de donner de cette science.

L'invention des cartes hydrographiques est l'ouvrage du prince dom Henri. Il y avoit long-temps qne celles de géographie étoient connues : mais des cartes construites suivant le même principe, eussent été inutiles dans la navigation. Le prince dont nous parlons, et ses mathématiciens, préférèrent, par les raisons qu'on verra bientôt, de développer la surface du globe terrestre en étendant les méridiens en lignes droites et parallèles entre elles. Pour prendre une idée claire de ce développement, qu'on imagine que les parallèles du globe terrestre soient en même-temps flexibles et extensibles, et les méridiens seulement flexibles; qu'on déploie ensuite toute la surface de ce globe, en étendant les méridiens en lignes droites et parallèles, on aura la surface terrestre développée en un rectangle, dont la longueur sera la circonférence de l'équateur, et la largeur celle d'un demi-méridien. Ce sont-là les premières cartes qu'employèrent les navigateurs, et qn'on nomme *plates*, parce qn'elles sont en quelque sorte formées de la surface du globe applati. Le motif pour lequel on s'est astreint à désigner les méridiens par des lignes droites et parallèles, est celui-ci : c'est afin que la trace du vaisseau qui auroit parcouru un certain rhumb de vent, pût se marquer dans la carte par une ligne droite. Car s'ils eussent été inclinés les uns aux autres, ou des lignes courbes comme dans les cartes ordinaires de géographie, cette trace n'auroit pu être qu'une ligne courbe; ce qui n'auroit point répondu à l'intention du navigateur.

Mais il y a dans ces sortes de cartes deux inconvéniens; l'un

consiste en ce que la proportion des degrés de parallèles et de ceux des méridiens n'y est point conservée. Ils y sont représentés comme égaux, quoiqu'ils soient réellement d'autant plus inégaux, qu'on approche davantage du pole. C'est-là le défaut que Ptolemée (1) reprochoit dans sa *Géographie*, aux cartes de Marin de Tyr, qui étoient précisément comme celles qu'on vient de décrire. De-là naît une erreur sur l'estime du chemin qui paroît plus grand qu'il n'est réellement dans tous les rhumbs obliques, et dans ceux d'est et ouest. A la vérité les navigateurs ont des méthodes pour prévenir cette erreur, mais les réductions qu'ils pratiquent, à moins qu'il n'y ait pas une grande différence en latitude, sont, ou peu exactes, ou fort laborieuses. Le second et le plus essentiel défaut des cartes plates, est que le rhumb qu'elles indiquent en tirant une ligne d'un lieu à un autre, n'est point le véritable, excepté lorsque ces lieux sont sous le même méridien ou le même parallèle. Je m'étonne que cette erreur ait échappé à la plupart des auteurs de navigation ; car lorsqu'ils veulent enseigner à trouver le rhumb de vent convenable pour aller d'un lieu à un autre, ils ordonnent de les joindre par une ligne droite, et d'examiner à quel rhumb de la rose des vents cette ligne est parallèle, ou quel angle elle fait avec les méridiens. Il est cependant facile de se convaincre que cet angle n'est point celui du véritable rhumb. Il suffit pour cela de faire attention que le rapport des degrés du méridien et des parallèles n'étant point conservé, les deux côtés du triangle-rectangle qui déterminent l'angle du rhumb, ne sont point dans leur vrai rapport : ainsi l'angle qu'on trouve par ce moyen ne sauroit être le véritable. On peut encore le montrer par un exemple fort simple : nous supposerons deux lieux, l'un sous l'équateur et le premier méridien, l'autre à la latitude de 89 degrés, avec une longitude de 80°. Il est visible que le véritable rhumb, pour aller de l'un à l'autre, différeroit à peine du méridien : cependant si l'on cherchoit ce rhumb suivant la méthode précédente, on trouveroit un angle presque demi droit. L'angle qu'indiquent les cartes plates, est donc faux. Heureusement les navigateurs ne cherchent jamais à faire des courses aussi considérables en suivant un seul rhumb. Les divers obstacles qu'ils rencontrent en mer, comme les côtes, les endroits dangereux par des bancs ou des écueils, les obligent de partager leur route en une multitude de petites portions. C'est par cette raison que l'erreur que nous venons de relever leur a échappé : car elle est d'autant moindre, que la distance est moins considérable ; et il leur est d'ailleurs familier d'attribuer

(1) Lib. I, c. 20.

aux courans, à la dérive, &c., la plupart de celles qu'ils commettent dans leur estime, quoiqu'il y en ait parmi elles qui sont comme celle-ci des erreurs de théorie.

On remarquoit dès le milieu du seizième siècle le premier des défauts dont je viens de parler, et on sentit dès-lors la nécessité de chercher quelqu'autre manière de representer la surface du globe terrestre, qui en fût exempte. Mercator, le fameux géographe des Pays-Bas, en donna la première idée, en remarquant qu'il faudroit étendre les degrés des méridiens, d'autant plus qu'on s'éloigneroit davantage de l'équateur. Mais il s'en tint-là, et il ne paroît pas avoir connu la loi de cette augmentation. Edouard Wright la dévoila le premier, et il montra qu'en supposant le méridien divisé en petites parties, par exemple de dix en dix minutes, il falloit que ces petites parties fussent de plus en plus grandes en s'éloignant de l'équateur dans le même rapport que les sécantes de leur latitude. Ceci mérite d'être davantage développé : voici le raisonnement par lequel on a découvert ce rapport.

Puisque le degré du parallèle qui décroît réellement est toujours représenté par la même ligne, si l'on veut conserver le rapport du degré du méridien avec celui du parallèle adjacent, il faut augmenter celui du méridien en même raison que l'autre décroît. Mais on sait que le degré du parallèle décroît comme le cosinus de la latitude, c'est-à-dire, qu'un degré d'un parallèle quelconque est à celui du méridien, ou de l'équateur, comme le cosinus de la latitude au sinus total. D'un autre côté, le cosinus d'un arc est au sinus total, comme celui-ci à la sécante : il faudra donc que chaque petite partie du méridien, interceptée entre deux parallèles très-voisins, soit à la partie semblable de l'équateur, comme la sécante de la latitude au sinus total ; et par conséquent, le dégré intercepté, par exemple, entre les parallèles qui passent par les 30 et 31e. degrés de latitude, sera au degré de l'équateur, comme la somme des petites parties dans lesquelles on aura divisé ce degré, à autant de fois le rayon. Si donc on additionne continuellement les sécantes, de minute en minute, par exemple, jusqu'à un certain parallèle, cette somme des sécantes représentera la distance de ce parallèle à l'équateur dans les cartes réduites sans erreur sensible. Wright publia cette invention en 1599, dans un livre imprimé à Londres, et intitulé : *Certains errours in Navigation detect'd and correct'd.* Dans cet ouvrage, Wright calcule l'accroissement des parties du méridien par l'addition continuelle des sécantes de dix en dix minutes. Cela est à peu près suffisant dans la pratique de la navigation ; mais les géomètres qui ne se contentent pas d'approximations, quand ils peuvent atteindre

à l'exactitude rigoureuse, ont depuis recherché le rapport précis de cet accroissement. Pour cela, ils ont supposé, en suivant les traces du raisonnement de Wright, que le méridien fût divisé en parties infiniment petites ; et ils ont démontré que cette somme des sécantes infinies en nombre, comprises entre l'équateur et un parallèle quelconque, suit le rapport du logarithme de la tangente du demi-complément de la latitude de ce parallèle (1). On a dressé sur ce principe des tables plus exactes de l'accroissement des parties du méridien, pour guider les constructeurs de cartes hydrographiques. On trouve ces tables dans divers traités modernes de navigation, comme ceux de Bouguer, de Robertson, &c.

Cette sorte de cartes remplit parfaitement toutes les vues des navigateurs. A la vérité, les parties de la terre y sont représentées toujours en croissant du côté des poles, et d'une manière tout-à-fait difforme. Mais cela importe peu, pourvu qu'elles fournissent un moyen facile et sûr de se guider dans sa route. Or c'est l'avantage propre aux cartes dont nous parlons. Les rhumbs de vents y sont représentés comme dans les premières, par des lignes droites, et ces lignes indiquent, par l'angle qu'elles forment avec le méridien, le véritable angle du rhumb. On a enfin sur ces lignes la vraie distance des lieux, ou la longueur du chemin parcouru, pourvu que pour les mesurer on se serve de l'arc du méridien compris entre les mêmes parallèles, comme d'échelle ; ce qui donne une solution en même temps aisée et exacte de tous les problêmes de navigation. On nomme ces cartes *réduites*, ou *par latitude croissante*. Elles commencèrent à s'introduire chez les navigateurs vers l'an 1630 ; et ce furent, suivant le P. Fournier, des pilotes Dieppois qui en firent usage les premiers. Quoi qu'il en soit, ce sont sans contredit les meilleures, nous dirons plus, les seules bonnes pour des navigations de long cours, et il seroit à desirer que ce fussent les seules qu'on vît entre les mains des navigateurs. On ne sauroit aspirer à trop d'exactitude dans un art où une légère erreur peut être funeste à tant de monde, et cette exactitude fût-elle même moins importante, on n'a aucune raison de la négliger, lorsqu'on peut y atteindre sans nuire en aucune manière à la facilité de la pratique.

Le géomètre et navigateur à qui l'on doit cette ingénieuse découverte étant peu connu en France, on ne sera peut-être pas fâché d'apprendre quelques circonstances de sa vie et de ses inventions. Nous les tirons de l'ouvrage de M. Sherburn sur le

(1) Voyez une note à la fin du livre.

poëme de Manilius (1). Edward Wright naquit, à ce qu'il paroît, vers 1560 ; et après des études à Cambridge, il accompagna en 1589 le comte George de Cumberland dans son expédition des Açores. Ce voyage fut entrepris, dans la vue de se perfectionner dans la pratique de la navigation : il y reconnut l'insuffisance et le peu d'exactitude des cartes ordinaires d'hydrographie ; c'est-là ce qui l'engagea à les rectifier par les nouvelles cartes de latitude croissante, les seules exactes et qui doivent être employées à la mer, si on se pique d'exactitude ; tel fut l'objet de son ouvrage, intitulé : *Errours in Navigation*, dont nous venons de parler, et qui parut en 1599.

Rendu à sa patrie, Wright s'adonna à la pratique de l'astronomie, et se fit fabriquer un grand quart de cercle de six pieds de rayon, avec lequel il observa soigneusement les hauteurs du soleil pour en conclure sa plus grande déclinaison et l'obliquité de l'écliptique. Nous n'avons malheureusement pas de plus grands détails de ses observations ; mais sa réputation l'ayant fait nommer instituteur en mathématiques du prince Henri, jeune homme d'une grande espérance, il entreprit pour cette instruction, et fit exécuter une grande sphère mécanique qui représentoit tous les mouvemens célestes, et en particulier ceux du soleil et de la lune, ensorte qu'on pouvoit y reconnoître leurs éclipses pendant une période de 17100 ans. Cette curieuse machine astronomique courut de grands risques en 1646. Elle fut fort dégradée par les *niveleurs* Anglois, et auroit fini par être vendue pour le prix des matières, si le chevalier Jonas Moore n'en avoit fait l'acquisition. Il la fit rétablir à grands frais, et elle fut mise au nombre des curiosités mathématiques et physiques, que cet amateur des arts, mathématicien habile, et l'un des premiers membres de la Société royale de Londres, avoit rassemblées dans sa maison à la Tour de Londres, dont il étoit gouverneur. Mais nous n'avons pu suivre plus loin le sort de cette curieuse pièce de mécanique.

Wright avoit composé divers autres ouvrages sur la Sphère, sur la Navigation, et en particulier un Traité complet de cet art, sous le titre de *The Havens finding art*, c'est-à-dire, *Portuum investigandorum ars*. Ils ne paroissent pas avoir été imprimés. Il fut enfin, (ce que Sherburn a ignoré) un des premiers promoteurs de la théorie et de la pratique des logarithmes, avec Briggs ; car il en avoit construit des tables : mais sa mort, arrivée vers 1618 ou 1620, l'empêcha de les publier. Ce fut son fils qui les mit au jour en 1621.

On fait usage dans la navigation d'une théorie, dont il faut

(1) *The sphere of Manilius, made an english poeme*, 166.., *in-fol. p.* 86.

donner ici une idée. Lorsqu'un vaisseau suit constamment un même rhumb de vent oblique au méridien, la ligne qu'il décrit n'est pas un grand cercle. Il est facile d'en appercevoir la raison ; car un cercle oblique à un des méridiens ne sauroit les couper tous sous le même angle, au lieu qu'en suivant le même rhumb de vent, on décrit sur la surface de la mer une ligne également inclinée à tous les méridiens. Cette ligne a reçu le nom de *loxodromie* (*course oblique*), et elle a quelques propriétés dignes de considération.

Nous remarquerons d'abord que la ligne *loxodromique*, est une spirale qui va toujours en approchant du pole, mais qui, dans la spéculation mathématique, ne sauroit jamais l'atteindre; car si elle l'atteignoit, il en naîtroit une absurdité : en effet, sa nature étant de couper tous les méridiens sous le même angle, en arrivant au pole, elle couperoit à la fois, avec la même obliquité, une multitude de lignes inclinées entr'elles ; ce qui est absurde.

La ligne loxodromique a beaucoup d'analogie avec une autre courbe célèbre parmi les géomètres ; savoir la *spirale logarithmique :* car cette dernière coupe tous les rayons partans de son centre sous le même angle ; et sa propriété est, que les angles des rayons entr'eux croissant arithmétiquement, les rayons eux-mêmes croissent géométriquement, en sorte que les angles sont comme les logarithmes des rayons. M. Halley a fait sur cela une remarque curieuse (1). C'est qu'en supposant l'œil dans le pole opposé à celui vers lequel s'approche la loxodromie , elle se projette sur le plan de l'équateur en une logarithmique spirale : delà il tire cette conséquence utile dans la pratique de la navigation ; savoir, que lorsqu'un vaisseau suit une loxodromie, la variation de longitude est comme le logarithme de la tangente du demi complément de latitude ; car l'angle que font les méridiens représentent la variation de l'angle, et les rayons de la spirale sont visiblement comme les tangentes des demi-complémens de latitude.

Représentons-nous maintenant une partie de la surface du globe (*fig.* 150), et que AF soit l'équateur, P le pole, PB, PC, PD, des méridiens fort voisins les uns des autres. Qu'on mène les arcs de parallèle B*b*, C*c*, D*d*, &c. On voit facilement que tous ces triangles AB*b*, BC*c*, CD*d*, sont semblables : donc AB : A*b* :: BC : B*c* :: CD : D*d*, &c. ou bien AB : B*b* :: BC : C*c* :: CD : D*d*, &c. ou comme le sinus total au cosinus de l'inclinaison du rhumb, ainsi AB+BC+CD, &c. c'est-à-dire, la longueur entière du chemin parcouru AE, est au changement

(1) *Trans. Philos.* ann. 1686, ou n°. 217.

de latitude E*e*; et comme AB est à B*b*, ou comme le sinus total au sinus du même angle, ainsi AB+BC, &c. ou la longueur de la route à la somme des petits côtés B*b*, C*c*, D*d*, &c. C'est de l'invention de cette somme, et de chacun de ces petits côtés que dépend dans cette théorie la détermination de la longitude; car les ayant trouvés chacun en particulier, il faut trouver les côtés AG, GH, HI, &c. sur l'équateur; c'est ce qui a fait donner à cette somme le nom de côté *Mécodynamique*, comme qui diroit, *qui contient la longitude en puissance.*

On ne peut dissimuler qu'en suivant cette méthode, la solution de tous les problêmes où la longitude entre de quelque manière, est extrêmement laborieuse. C'est pourquoi les mathématiciens ont cherché à la faciliter, en prenant sur eux la peine de tous les calculs. Dans cette vue on a construit des tables qu'on nomme *loxodromiques*, dont voici une idée. On a calculé pour chaque rhumb de vent partant de l'équateur, la longueur du chemin parcouru, et le changement de longitude, en supposant un changement de latitude de dix en dix minutes. On a ensuite disposé ces nombres dans plusieurs colonnes, vis-à-vis les latitudes correspondantes, de telle sorte qu'une différence de latitude étant donnée, on puisse voir facilement quelle différence de longitude lui répond sous chaque rhumb, et quelle est la longueur du chemin parcouru. On résoud par ce moyen tous les problêmes de navigation avec assez de facilité, et tout au plus par le moyen d'un petit tâtonnement, mais incomparablement moins embarrassant que le calcul direct. On trouve des tables loxodromiques et l'explication de leur usage, dans divers auteurs, entr'autres dans Wright, Stevin, Snellius, Herigone, Deschalles, &c. Mais depuis l'invention des cartes réduites, ces tables sont plus curieuses qu'utiles, et il est sans comparaison plus facile de résoudre tous les problêmes de navigation par le moyen de ces cartes, que par celui des tables loxodromiques.

Les premiers traits de la théorie des loxodromies, sont dus à Pierre Nonius ou Nugnez. Ce géomètre Portugais considérant les défauts des cartes plates qui étoient en usage de son temps, chercha à les rectifier, et dans cette vue il examina les lignes dont nous parlons, et il proposa la construction d'une table loxodromique (1). Nonius apperçut quelques-unes des propriétés des loxodromies : mais il se trompa en quelques points, par exemple, en celui-ci. Il se persuada sur une démonstration fort spécieuse, que les sinus des distances au pole, comme PA, PB, PC, étoient en proportion continue, lorsque les angles formés par les méridiens étoient égaux. Nous avons vu plus haut que ce sont

(1) *De Regul. et Instrum. Nonii opera. Basil.* 1567.

seulement les tangentes des demi-complémens de latitude qui croissent suivant cette loi. Stevin s'apperçut de l'erreur de Nonius ; il la corrigea dans son *Traité de Navigation*, et il y donna une théorie plus exacte de ces lignes. Huez, dans la première édition de son *Traité des Globes*, nous apprend que Harriot avoit écrit sur ce sujet un traité fort savant, qui n'a pas vu le jour. Wright en a aussi traité dans son livre que nous avons cité plus haut, de même que Snellius dans son *Typhis Batavus*. Une foule d'autres auteurs ont exposé cette théorie au long, et avec une clarté suffisante : c'est pourquoi il est facile de s'en instruire dans leurs écrits, et nous y renvoyons.

Il manquoit à la théorie des loxodromies une perfection qu'elle a reçue de la géométrie moderne. On a trouvé que la longitude croissoit comme le logarithme de la tangente du demi-complément de la latitude, celui du sinus total étant o. On a fait connoître plus haut la démonstration ingénieuse qu'en donne M. Hallei. C'est encore une suite naturelle de ce qu'on a dit sur l'accroissement des parties du méridien dans la projection de Wright, ou les cartes réduites. M. Leibnitz a trouvé (2) que l'unité étant le sinus total, et e le sinus de la latitude, l'accroissement de la longitude est comme le logarithme de $\frac{1+e}{1-e}$. Cette belle propriété de la loxodromie facilite beaucoup, et met presque à la portée des navigateurs les plus ordinaires, la solution directe de la plupart des problêmes de la navigation, où la longitude entre au nom des choses données ou cherchées.

Nous pourrions, si nous n'étions pas forcés d'abréger, dire encore ici bien des choses sur divers moyens ou méthodes dont les navigateurs font usage, soit pour se diriger dans leur route, soit pour la mesurer. Mais ce sont des objets qui trouveront ailleurs leur place. Nous nous bornerons à faire connoître ici quelques-uns des principaux auteurs, qui, avant le commencement de ce siècle, ont traité de la navigation.

Le premier de tous est Nonius ou Nugnez, qui donna en 1537 son traité *De arte atque ratione navigandi* (Conimb. 4), qu'il publia de nouveau, peu d'années après, en espagnol, langue qu'il préféra à la sienne, qui étoit la portugaise, pour le rendre d'un usage plus universel. Ce traité, quoique à bien des égards imparfait, a cependant le mérite de contenir des choses qui font honneur à Nonius, entr'autres les premiers principes de la théorie des loxodromies, et nombre d'observations tendantes à détruire de fausses idées sur quelques points de la navigation.

(1) *Acta Lips.* ann. 1691.

Pierre

Pierre Medina, Espagnol, et un des premiers pilotes du roi d'Espagne, donna quelques années après, savoir vers 1550 un traité de la navigation, intitulé : *El arte de navegar* (Venezia, *in*-4°.) traduit depuis en plusieurs langues. Mais ce Pierre de Médine étoit un homme qui avoit plus de pratique que de théorie, il étoit même fort ignorant sur des points essentiels de la navigation ; car il nie la déclinaison de l'aiguille aimantée, et rien de plus grossier que la plupart de ses pratiques. Ce sont-là cependant les gens qui ont fait tant de découvertes sur la surface de la terre. Mais nous ne savons pas combien ont péri ; car la mer, comme la terre des cimetières, couvre bien des fautes et des bévues. Je pourrois citer encore ici plusieurs auteurs Espagnols ou Portugais, comme le chevalier Jacob de Saa, Portugais ; Martin Cortez ; Rodrigo Zamorano ; Andrez Poça ; don Pedro de Syria ; Garcia de Cespedez ; Francisco de Sexas y Llovera ; Antonio de Najera ; Manuel de Figueredo, &c. Je me borne à leurs noms, car les titres et le jugement de leurs ouvrages me mèneroient trop loin.

Parmi les Hollandois ou Flamands, je trouve d'abord Michel Coignet, d'Anvers, auteur d'une *Instruction des points les plus excellens et nécessaires touchant l'art de naviger*, &c. (Anvers, 1581, *in*-12), ouvrage bon pour le temps, et dans lequel il annonçoit d'ailleurs, comme de son invention, un moyen facile et sûr pour naviger est et ouest, c'est-à-dire, pour déterminer la longitude. C'étoit par le mouvement de la lune ; mais en cela il étoit, comme tant d'autres, loin de son compte. Peu après lui, c'est-à-dire, en 1586, Simon Stevin donna en hollandois un bon traité de navigation, qui fut plusieurs années après traduit en latin par le célèbre Grotius, sous le titre de *Limen heuretice seu portuum investigandorum ratio*. (Lugd. Bat. 1624, *in*-4°.) et qui se trouve aussi traduit en françois dans le recueil des Œuvres de Stevin. (Leyde, 1634, *in-folio*). Snellius publia en 1624 son *Typhis Batavus seu hystio-dromice de cursu navium et re navali*. (Lugd. Bat. *in* 4°.) ouvrage en général plus savant et plus mathématique que pratique. Je me bornerai aux noms de quelques autres qui écrivirent en hollandois ; tels que Van-zoon, en 1623 ; Corneille Jansen, qui n'a pas fait autant de bruit que le fameux Evêque de ce nom, en 1624 ; Abraham de Graaf, en 1659 ; Nic.-Henri Gietermaker, en 1660-1678 ; Christ. Martini, en 1659 ; Joost van Breen, en 1665 ; Henri Doncker, en 1664, auteur aussi d'un atlas marin ; Simon Pietersz, en 1664 ; Rembrantz Van-Nierop, en 1679.

L'Angleterre, dont la prospérité repose presque uniquement sur le commerce et la navigation, ne pouvoit manquer de fournir à cet article un grand nombre de noms. J'ai déjà parlé

de Wright à l'occasion de son invention des cartes à latitudes croissantes. Richard Norwood donna en 1637, sous le titre de *Seaman's Companion*, &c. un traité de navigation, qui a été fréquemment reimprimé, ainsi que l'*Epitome of navigation*, de H. Gellivrand, le même que l'auteur des grandes tables de logarithmes. Robert Dudley, duc de Northumberland, publia vers le même temps son *Arcano del Mare*, (Flor. 1646, *in-fol.* It. 1661). William Leybourn; Jean Collins, l'ancien secrétaire de la Société royale de Londres; Henri Philip; Samuel Sturmy; Henri Bound; Nathanael Colson; Jean Seller, furent aussi auteurs de divers traités de navigation, qui paroissent contenir des pratiques fondées sur une bonne théorie mathématique. Wakely publia vers 1670, sous le titre de *Mariner's compass rectified*, des tables horaires et azymuthales, servant à la navigation, et calculées pour toutes les latitudes depuis 1° jusqu'à 60°. J'en ai vu une vingtième ou trentième édition; ce qui prouve l'usage qu'en fait la navigation angloise. Mais je termine ici cette récension pour passer à la nation Françoise.

La France eut ses navigateurs et ses maîtres de navigation dès le seizième siècle. Tels furent Toussaint-Bessard d'Auge, auteur en 1560 d'un *Dialogue sur la longitude est et ouest*, &c. Jean de Seville, dit Soucy, médecin et mathématicien; Jean-Alphonse Saintongeois, dit l'Adventureux; Olivier Bisselin, donnèrent des préceptes sur la navigation, mais plus pratiques que savans. Le P. Fournier, jésuite, publia en 1643, son vaste ouvrage, intitulé: *Hydrographie, contenant la théorie et la pratique de toutes parties de la navigation*, &c. (Paris, 1643, *in-folio*). Toutes les parties de cet art y sont en effet traitées avec une grande diffusion; c'est enfin une sorte d'histoire de la navigation, tant ancienne, que moderne. Les amateurs de la précision et de la clarté, ont dû préférer dans le temps l'ouvrage du P. Dechales, intitulé: *L'Art de naviger, démontré par principes*, &c. (Paris, 1677, *in-4°*.) On a encore du même temps environ, divers traités de navigation, par Guillaume Denis, pilote et hydrographe royal; Sébastien Cordier; Boissage du Bocage; Henri Cauvette; N. Bouguer; Dassier, tous ou la plupart professeurs royaux d'hydrographie, dans les ports de l'ouest.

Ces divers ouvrages ont dû faire des pilotes intelligens: mais un d'entre eux, qu'il ne faut pas oublier ici, est celui de M. Bouguer, hydrographe du roi au Havre, (c'étoit le père du célèbre Bouguer, de l'Académie royale des Sciences), qui fut imprimé pour la première fois en 1698, *in-4°*., et réimprimé en 1706. C'est un ouvrage aussi bon que le comportoit l'état de la navigation à cette époque. Je ne sais si je dois parler ici du

P. Hoste, jésuite, auteur de deux ouvrages *in-fol.*, l'un sur les évolutions navales, l'autre sur la construction des vaisseaux. Il pourra en être question dans la suite. Nous terminerons ici ce que nous avons à dire sur la navigation et sur ses progrès, jusques à la fin du dix-septième siècle. Nous nous réservons de traiter ce sujet sous tous les aspects qu'il comporte, et avec l'étendue convenable dans la suite de cette histoire, et d'y faire connoître nombre d'ouvrages plus récens que ceux dont on vient de faire l'énumération, et qui, d'après les progrès continus de l'esprit humain, doivent avoir un degré de mérite supérieur.

Fin du Supplément et du Tome second.

N O T E

RELATIVE AU SUPPLÉMENT

CONTENANT L'HISTOIRE DE LA NAVIGATION

JUSQU'AU COMMENCEMENT DU DIX-HUITIÈME SIÈCLE.

Sur la construction des cartes par latitudes croissantes.

C'EST le hasard qui a d'abord appris que ces sommes de sécantes (*Voyez* page 6) suivent le même rapport que les logarithmes des tangentes des demi-complémens de latitude. Henri Bound en fit le premier la remarque vers 1650, dans une addition à la navigation de Norwood ; mais il ne pouvoit en donner la démonstration, qu'il étoit cependant important d'avoir. Cet Henri Bound étoit un navigateur ou auteur de navigation, qui prétendit, vers 1670, avoir résolu le problême des longitudes en mer ; il y employoit la latitude, et l'inclinaison de l'aiguille aimantée ; mais il fut réfuté par son compatriote Blackborrow.

Quoiqu'il en soit de la manière dont Henri Bound avoit découvert cette curieuse propriété des logarithmes appliquée à la navigation, cela engagea le géomètre Mercator à en proposer aux géomètres la démonstration, comme objet de recherche ; il offroit de son côté de donner cette démonstration sous certaines conditions, apparemment pécunaires ; mais n'ayant trouvé personne qui voulût échanger de l'argent contre une vérité géométrique, quoique utile à la navigation (le bureau des longitudes n'existoit pas encore encore en Angleterre), il garda son secret, et mourut avec lui.

La première démonstration de cette propriété remarquable de la latitude croissante, qui ait vu le jour, est celle que Jacques Grégori en donna en 1668, dans ses *Exercitationes mathematicae*. Barrow en a aussi donné une dans ses *Lectiones geometricae* (*Lect.* XIII). Il y fait voir que si r est le sinus total, e celui de la latitude du lieu, la somme des sécantes en question est analogue au logarithme de $\frac{r+e}{r-e}$, ce qui est la même chose que le rapport en question. Halley déduit ingénieusement cette vérité des propriétés de la spirale logarithmique, comme nous l'avons remarqué, en mettant sur la voie de sa démonstration (page 654). On en trouve encore une démonstration, donnée comme de M. Campbell, dans les tables Loxodromiques de Murdoch (1) ; en voici une, telle que la fournit le calcul intégral.

Pour se représenter plus distinctement cette somme de sécantes, soit (*fig.* 1) le quart de cercle AB étendu en une ligne droite CE ; que BD . un arc quelconque, auquel CG soit prise égale, et ainsi de tout les a[illegible] points du quart de cercle. Que BL et CL soient les tangente et sécan[illegible] de l'arc BD. Si l'on suppose maintenant que sur le point G soient élevé[illegible] un côté la perpendiculaire GM = CL, et de l'autre GN égale au [illegible]yon, et que pareille chose soit faite sur tous les points du quart de cercl[illegible]tendu en ligne droite CE, il en résultera d'une part la figure infiniment [illegible]due d'un côté CaMOE,

(1) *Nouvelles Tables Loxodromiques*, &c. [illegible] anglois. *Londres*, 1748, *in*-8°. En françois, *Paris*, 1748, *in*-8°.

qui sera la somme de toutes les sécantes ; et de l'autre le rectangle ACEF, qui sera celle de tous les rayons ; ainsi la somme de toutes les sécantes élevées sur l'arc BD, sera à celle de tous les rayons élevés sur le même arc, comme l'aire CaMG au rectangle CANG. Il s'agit donc de trouver l'aire CaMG.

Pour cela, que la tangente BL soit $= x$ et le rayon $= 1$. On sait que la différentielle de l'arc, ou Dd, ou Gg, est exprimée par $\frac{dx}{1+xx}$. En la multipliant par la sécante qui est $\sqrt{(1+xx)}$, on a l'élément Gm de l'aire CGM$a = \frac{dx}{\sqrt{(1+xx)}}$. Or l'intégrale de cette différentielle est le logarithme de $x+\sqrt{(1+xx)}$. Mais x étant la tangente d'un arc, celle de son demi-complément est $\frac{1}{x+\sqrt{(1+xx)}}$, dont le logarithme est le même que celui du précédent, mais seulement pris négativement. Ainsi le logarithme de la tangente du demi-complément d'un arc BD (celui du sinus total étant o) ; ou ce qui est la même chose, le logarithme de cette tangente, pris dans les tables ordinaires et diminué de celui du sinus total, le reste étant considéré comme positif, donnera l'aire de la figure des sécantes CGMa, élevées sur les points correspondans de l'arc BD.

Si donc on prend successivement BD égal à 1°, 2°, 3°, &c. on aura successivement dans la carte, les distances à l'équateur du premier, du second, du troisième parallèle, &c. en prenant les logarithmes des tangentes de 44 $\frac{1}{2}$, 44, 43 $\frac{1}{2}$, &c. et les diminuant de celui du sinus total.

Si nous avions nommé x le sinus de la latitude BD, on trouveroit pour la différentielle de l'aire ci-dessus $\frac{dx}{1-xx}$ (car la sécante se trouve $= \frac{1}{\sqrt{1-xx}}$, et la différentielle de l'arc est $\frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$). Or l'intégrale de $\frac{dx}{1-xx}$ est le logarithme de $\frac{1+x}{1-x}$: c'est le rapport donné par le docteur Barrow, et énoncé ci-dessus. On trouvera donc les distances de chaque parallèle de la carte à l'équateur, en prenant le logarithme de $1+x$ moins celui de $1-x$.

Wallis (*Trans. phil. ann.* 1685, ou *Op.* t. II.) réduisoit ce rapport à une série infinie ; mais le procédé ci-dessus est préférable. Je remarquerai enfin que M. Jean Percks a montré (*Trans. phil. ann.* 1715) comment la construction des cartes réduites se rapporte à celle de la chainette.

Comme il est aujourd'hui reconnu que la figure de la terre n'est pas exactement sphérique, mais celle d'un sphéroïde applati par les pôles et renflé sous l'équateur, il se présente ici une question, savoir s'il ne faut pas une correction à la théorie ci-dessus ; car le méridien n'est plus un cercle, mais une e[illegible]se dont le grand axe est dans le plan de l'équateur, et le petit axe celui de la [illegible] ; mais c'est une question que nous examinerons dans la suite de cet ouvrage. [illegible] nous bornerons à indiquer ici celui de M. Murdoch, cité plus haut, et [illegible] le principal objet est l'application de la véritable théorie de la figure de la terre [illegible] construction des cartes réduites.

Fin [illegible] la Note.

TABLE

DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CES DEUX PREMIERS VOLUMES.

Le chiffre romain indique le tome, et le chiffre arabe la page.
Lorsque ce dernier n'est pas précédé du chiffre romain, il se rapporte au plus voisin avant lui.

A.

Anderson

B.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

I.

J.

K.

L.

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

X.

Y.

Z.

SUPPLÉMENT.

Fin de la Table des matières.

ADDITIONS ET CORRECTIONS

DES DEUX PREMIERS VOLUMES.

En relisant avec attention cet Ouvrage, je me suis apperçu de quelques inexactitudes et omissions. Le hasard, et la suite de mes recherches m'ont d'ailleurs procuré la connoissance de divers faits curieux, que j'aurois mis en œuvre s'ils m'eussent été connus plutôt. C'est l'objet de cette espèce de supplément à ces deux volumes. Je me flatte que mes lecteurs m'en sauront gré, et qu'il paroîtra contenir des choses trop intéressantes pour être omises.

TOME I.

Page 94. Je me suis trompé dans ce que j'ai dit de Dédale; car cet artiste étoit antérieur à Thésée et à Égée, puisqu'il fut l'architecte du labyrinthe où Thésée alla combattre le minotaure. Il vivoit sous Pandion, roi d'Athènes. Ainsi il pourroit y avoir quelque fondement à l'explication que l'on donne à la fable de sa fuite de l'île de Crète, au moyen d'ailes artificielles. Il est cependant difficile que l'invention de la voile ne lui soit pas antérieure. Car les Phéniciens, grands navigateurs, et plus anciens que les peuplades Grecques, doivent la leur avoir communiquée.

Page 101. *Sur l'éclipse de soleil prédite par Thalès.*

Cette éclipse est avec raison célèbre, puisqu'à son aspect deux armées prêtes à en venir aux mains, ou déjà occupées à s'entredétruire, déposèrent leurs armes, et que les rois qui les commandoient firent la paix. Ainsi l'ignorance, presque toujours si funeste, produisit en cette occasion un grand bien. Mais les chronologistes sont fort embarrassés à en fixer la date, et varient à cet égard d'opinion.

Suivant Pline, qui suit en cela Eratosthène, dont le témoignage doit être d'assez grand poids, elle arriva un jour qui, dans le calendrier Julien, seroit le 28 mai, de l'année 585 avant J.-C., et Neuton lui-même a adopté cette détermination, ainsi que Riccioli dans sa *Chronologia reformata*. Elle ne sauroit cependant convenir à cet événement. A la vérité il y eut le jour indiqué ci-dessus, suivant le calcul de Riccioli, une éclipse de soleil; mais ni l'ombre de la lune, ni même sa pénombre ne traversa le pays où se livra ce célèbre combat. Elle suivit la direction de la mer Méditerranée, et n'arriva aux côtes de l'Asie mineure que vers le coucher du soleil; ainsi elle ne put être vue dans le pays dont il est ici question.

Scaliger a cru avoir trouvé la véritable éclipse prédite par Thalès. C'est suivant lui, celle qui atriva l'année 583 avant J.-C., la 4131[e] de la période Julienne, le premier octobre. Mais cette éclipse convient encore moins à l'événement cité que la précédente; car elle arriva à une heure où le pays dont il s'agit avoit déjà pleine nuit. Elle a d'ailleurs l'inconvénient de tomber sous le règne d'Astyages, tandis qu'Hérodote dit formellement que les deux armées étoient commandées, l'une par Cyaxare, roi des Mèdes, et l'autre par Alyate, roi des Lydiens.

Le célèbre chronologiste Usher, s'est également trompé en prenant pour cette fameuse éclipse celle qui arriva l'an 4113 de la période Julienne, le 19 septembre; car l'ombre de la lune passa beaucoup au nord du Pont-Euxin, ensorte qu'elle n'effleura même pas les pays où les deux armées étoient aux prises.

Il y eut encore, suivant le calcul de Calvisius, l'an 4107 de la période Julienne, ou 607 avant J.-C., deux éclipses de soleil, l'une le 2 février, l'autre le 30 juillet; mais ni l'une ni l'autre ne conviennent à notre objet, car la première arriva pendant qu'il étoit pleine nuit dans l'Asie mineure; dans l'autre, l'ombre

l'ombre de la lune traversa le disque de la terre dans le voisinage et dans la direction de l'équateur.

Nous avons enfin à examiner l'éclipse donnée pour celle que nous cherchons, par le P. Petau (1), suivi en cela par le P. Hardouin dans son commentaire sur les soixante-dix semaines de Daniel. Ce seroit suivant eux, celle du 9 Juillet de l'an 597 avant J.-C., et de toutes les éclipses mentionnées ci-dessus c'est effectivement celle qui approche le plus de convenir à l'objet présent. Cependant, calcul fait, elle n'y convient point encore. L'ombre de la lune passa au nord du Pont-Euxin à travers la Scythie et les Palus-Mæotides,

Quelle est donc cette éclipse si célèbre, et parce qu'elle fut la première prédite chez les Grecs, et parce qu'elle fit tomber les armes des mains de deux armées acharnées à se détruire. M. Bayer, un des premiers membres l'académie de Pétersbourg, nous l'apprend dans un des mémoires de cette académie, intitulé, *Chronologia Scythica* (2). Ne trouvant point dans l'éclipse de l'an 585 avant J.-C. les caractères qu'il désiroit, il consulta son confrère, M. Frédéric Christian Mayer, qui prit volontiers la peine de calculer toutes les éclipses arrivées depuis l'an 608 avant J.-C., jusqu'à l'an 556 avant la même ère; avec la marche de l'ombre de la lune sur le disque de la terre. Or, de toutes ces éclipses, la seule qui puisse être admise pour celle de Thalès, est une qui arriva l'an 603 avant J.-C. le 17 mai. L'ombre de la lune entra au lever du soleil sur le disque de la terre près de l'équateur vers le premier degré d'élévation du pole sous une longitude de 23°, comptée de l'île-de-fer. Elle continua sa marche vers les bouches du Nil, ensuite traversant la Méditerranée, elle couvrit la Cilicie et la Capadoce jusqu'à Trébizonde, sous une largeur de 46 milles germaniques, parce que la lune étoit alors périgée et le soleil apogée Dans tous ces pays l'éclipse fut totale et *cum mora*; et l'ombre traversa les pays ci-dessus vers les 9 heures et demi du matin. Toutes ces circonstances conviennent si bien à l'éclipse de Thalès, qu'on ne peut douter que ce ne soit la véritable, et il faut en conclure que la sixième et dernière année de la guerre entre Cyaxare et Alyathe, époque qui en fixe plusieurs autres de de l'histoire de ces temps anciens, fut l'an 603 avant J.-C.. Thalès avoit alors 37 ans, et conséquemment sa naissance est voisine de l'an 640 avant la même ère.

On lit sur ce sujet deux mémoires dans les transactions philosophiques de l'année 1754, l'un de M. Costard, l'autre de M. Stukely. Le premier dit qu'avant de connoitre le calcul de M. Mayer, il était parvenu aux mêmes résultats, et il publie dans ce mémoire son calcul propre, qui, à quelques minutes près, est concordant avec celui de Mayer. M. Stukely fait plus dans son écrit, il donne sur une carte la marche de l'ombre de la lune, par laquelle on voit que son milieu traversa l'Asie mineure en passant au sud du Pont-Euxin, près du fleuve Halis, vers les bords duquel se livra la bataille. Toutes ces circonstances me font penser qu'on ne peut se refuser à reconnoitre l'éclipse de l'an 603 avant J.-C., comme la seule qu'on puisse admettre pour celle qui fut prédite par Thalès.

Page 366. *Addition sur Ibn-Ionis* ou *Ibn-Iounos*, *et Thebith*.

Le manuscrit d'Ibn-Ionis, dont Delisle s'étoit procuré une copie, s'étant retrouvé, vient d'être traduit par le citoyen Caussin, professeur de langues orientales au collège de France, et fort versé dans les mathématiques. C'est un morceau singulièrement précieux, tant par les lumières qu'il jette sur l'astronomie arabe, que parce qu'il contient un grand nombre d'observations, tant d'Ibn-Ionis lui-même, que de divers astronomes ses prédécesseurs. Ces observations sont fort utiles pour renouer le fil entre l'astronomie grecque et la moderne. Cette traduction, qui paroîtra bientôt, sera précédée d'un morceau historique très-in-

(1) *Rationarium temporum.*
(2) *Comment. acad. imper. Petropolitanæ.* tom. III.

téressant sur l'histoire de l'astronomie arabe, depuis Almamoun, jusqu'au dixième siècle de notre ère. Il fera connoître plusieurs habiles astronomes Arabes dont le nom même n'avoit pas encore frappé nos oreilles.

Parmi les choses curieuses contenues dans cet ouvrage, on y verra encore la justification du célèbre Thébith ben Corrah, contre l'imputation généralement admise d'avoir été l'auteur de cette hypothèse, appellée la *trépidation des fixes* (ou leur marche alternativement directe et rétrograde). Une lettre de Thébith, insérée dans cet ouvrage, fait voir que loin d'être l'auteur de cette hyppothèse, il la regardoit comme une imagination dénuée de fondement, et l'ouvrage de quelques astronomes ses contemporains.

Page 443. *Addition à l'article de la géométrie des Indiens.*

Il paroitroit qu'il y a eu, comme parmi nous, chez ce peuple des gens qui ont cherché la quadrature du cercle : car suivant une instruction politique, morale et philosophique, dressée par ordre de l'empereur Mogol Akbar, et intitulée par cette raison *Ayen-Akbery*, etc. les Indiens font le rapport du diamètre du cercle à la circonférence égal à celui de 1250 à 3937. Mais ce rapport est il donné comme rigoureusement vrai, ou seulement comme une approximation plus exacte que celle d'Archimède; c'est ce que j'ignore. On ne pouvoit au surplus dans ce dernier cas, en donner une plus exacte en aussi peu de chiffres : car ce rapport revient à celui de 1 à 3.14160. Or, on sait qu'exprimé encore plus exactement, il est de 1 à 3.141592, etc.

Page 460. *Addition sur les constellations chinoises.*

En parlant des constellations chinoises, nous avons omis de faire mention d'un mémoire du citoyen de Guignes fils, envoyé de Chine à l'académie des sciences, et inséré parmi ceux présentés à cette compagnie par des savans étrangers, t. X. Il a été aussi publié à part en 1782. On y trouve le catalogue de toutes les constestellations chinoises, rapportées sur deux planisphères, en sorte qu'on y voit la correspondance de ces constellations, ou plutôt leurs positions respectives à l'égard des nôtres. A la suite de ce catalogue est une notice de toutes les comètes vues à la Chine depuis l'an 613 avant J.-C., jusqu'à l'an 1222 de l'ère chrétienne, extraite des livres chinois. Quoique en général cette notice présente plutôt des annotations que des observations de comètes, il en est cependant quelques-unes qui pourroient être utiles, et dont on pourroit suivre le cours et la durée au moyen de ces planisphères.

Page 497. *Sur le passage prétendu de Mercure au-devant du soleil de l'an* 807 *ou* 808.

Ce que je dis à cette occasion n'est pas exact. Kepler n'a jamais eu l'idée de corriger les mots *octo-dies* en *octories* pour faire dire en latin barbare pendant huit heures, mais il lui substituoit *octotiss* pour la huitième fois; ce qui n'étoit pas moins forcé. Au surplus il reconnut depuis que ce qu'on avoit observé sur le soleil pendant huit jours, n'étoit qu'une tache assez grande pour être apperçue à la vue simple; ce qui a pu arriver souvent.

Page 536 et suiv. *Sur Léonard de Pise et Lucas del Borgo.*

Je dois avouer ici que je me suis trompé en plusieurs points sur ces deux analystes. J'ai en effet fixé l'époque de Léonard de Pise vers la fin du quatorzième siècle; mais un manuscrit de cet algébriste, découvert dans une bibliothèque d'Italie par M. Targioni Tozzeti, a mis M. Cossali, chanoine régulier de Parme, en état de prouver que Léonard étoit antérieur d'environ deux siècles à cette époque, ensorte qu'il paroit que c'est à lui que l'Italie doit ses premières connoissances de l'algèbre (1).

(1) *Origine, trasporto in Italia è primi progressi in essa dell' algebra, &c. Di Pietro Cossali. C. R.* vol. I. Parma, 1797, *in-4°.*

M. Cossali saisit cette occasion de m'attaquer d'une manière peu honnête, en qualifiant de *grosso errore* ma méprise sur Léonard de Pise, et se servant par fois de termes qui signifieroient en françois que j'avois apparemment la berlue en écrivant cette partie de l'histoire de l'algèbre. C'est en effet une grossière bévue à moi, que de n'avoir pas su que dans quelques bibliothèques d'Italie, existoit un manuscrit de ce Léonard, propre à fixer le temps où il vivoit, et de m'être appuyé pour déterminer son âge de l'autorité de deux auteurs Italiens qui l'ont fait vivre vers le temps où je l'ai placé. L'un est le P. Blancanus, dans sa *Chronologia mathematicorum*; l'autre, le savant Bernardino Baldi, dans sa *Chronica de'i mathematici*, etc. Ne dois-je pas mourir de honte, moi François, à 300 lieues des sources où il étoit possible de puiser, de n'en avoir pas su à cet égard plus que ces deux écrivains, dont le dernier même avoit écrit une *Histoire des mathématiciens*, en deux volumes *in-folio*, qui n'a jamais vu le jour.

M. Cossali convient cependant que j'ai été plus juste envers ses compatriotes, que divers auteurs François ou autres, comme d'Alembert, le savant abbé Andrez, etc. (1). En effet, qui étoit entré avant moi dans autant de détails sur les découvertes en ce genre, faites par des Italiens? Avec un peu de bienveillance, je dirai même de justice envers le premier auteur d'une véritable histoire des mathématiques, il auroit pu sans doute excuser des méprises inévitables à celui qui ouvre une carrière nouvelle. Mais tout cela n'a pu me faire trouver grace auprès de l'impitoyable M. Cossali. Il me poursuit à chaque page, à chaque ligne, avec une sorte d'animosité qui ne seroit pas plus grande, quand je serois coupable de quelque crime de lèze-nation Italienne, ou que je l'aurois blessé personnellement, mais en voilà assez sur ce sujet. Je reviens à Léonard de Pise.

Il vivoit d'après les documens fournis par le manuscrit en question au commencement du treizième siècle, et son nom propre étoit Bonacci. Négociant dans les échelles d'Afrique et du Levant, ce qui étoit alors familier aux Pisans et aux Florentins et fut la source des richesses qui élevèrent si haut les Médicis, il eut la noble ambition de s'instruire dans les sciences qui fleurissoient chez les Arabes, et en particulier dans l'algèbre, qu'à son retour il transplanta dans sa patrie. Il publia dans cette vue, en 1202, une arithmétique qu'il fit paroître de nouveau en 1228, fort augmentée. Il est à propos de remarquer ici que dans ce temps l'algèbre n'étoit qu'une partie de l'arithmétique. C'en étoit la partie sublime; ce qui lui fit donner le nom d'*arte magna*, *arte maggiore*.

Il paroît au surplus, par ce que M. Cossali rapporte de ce manuscrit, que Léonard de Pise avoit pénétré beaucoup plus profondément dans les secrets de l'analyse algébrique qu'on ne le pourroit croire aujourd'hui. Il étoit particulièrement versé dans l'analyse des problèmes du genre de ceux de Diophante. M. Cossali présente sur cela des détails curieux, ainsi que sur la résolution des équations dérivées du second degré, ou de cette forme $x^4 \pm px^2 \pm q$; $x^6 \pm px^3 \pm q$, etc. qui se résolvent comme celles du second degré, mais qui conduisent à un binôme de cette forme $A \pm \sqrt{C}$ dont il faut encore extraire la racine quarrée, ou cubique, etc. pour avoir l'expression la plus simple de l'inconnue. Léonard y parvient par une méthode différente de celle employée par les analystes modernes, et qui a même des avantages sur elle. Léonard de Pise avoit aussi écrit un traité intitulé *De' numeri quadrati*, qui ne se trouve plus, mais que M. Cossali restitue d'après les divers fragmens qui s'en trouvent dans Lucas del Borgo. Il ne manque pas à ce sujet de me faire, ainsi qu'au citoyen Bossut un reproche de n'avoir pas au le voir dans le *Cineracio*, c'est-à-dire le cendrier, ou le fouillis de cet algébriste. Ajoutons ici une chose que M. Cossali, malgré ses connoissances en antiquités mathématiques, paroît avoir ignoré. C'étoit pourtant un fleuron de plus à ajouter à la couronne de Léonard de Pise; c'est qu'il étoit auteur d'un ouvrage de géo-

(1) *Origine è progressi d'ogni sorte di litteratura*, &c.

métrie, assez bon, au jugement de Commandin, pour qu'il eût le dessein de le publier par la voie de l'impression, ce que sa mort empêcha. Il existoit, suivant le témoignage positif de Bernardin Baldi, dans la bibliothèque des ducs d'Urbin.

M. Cossali nous fait aussi connoître quelques hommes qui, dans les quatorzième et quinzième siècles cultivèrent l'algèbre, tels que Rafaello Canacci, Florentin, auteur d'un *Ragionamento d'algebra*; Guillaume de Lunis, traducteur de l'algèbre de Mohammed ben Musa, et divers autres réputés par leur habileté dans ce genre, mais dont les travaux n'ont pas vu le jour, parce qu'ils vécurent avant l'invention de l'imprimerie. Mais comment lui a-t-il échappé de parler du traité *de Algorithmo* de Prosdocimo Belmando di Padua, imprimé dès 1483 (car il porte cette date dans un catalogue des livres de M. Matran). Il lui étoit sans doute plus facile de le trouver dans quelques bibliothèques d'Italie, qu'à moi de soupçonner seulement l'existence du manuscrit de Léonard de Pise.

Au surplus on ne doit pas confondre Léonard de Pise avec un autre nommé Camille Léonard, et qui étoit de Pesaro, s'il est vrai que son livre, intitulé *Liber desideratus canonum æquatorii motuum celestium sine calculo*, etc. (Pisauri 1496. *in*-4°., porte en tête, *Camilli Leonardi Pisauriensis liber*, etc. Je ne cite, au surplus ce titre que d'après le P. Deschales, dont l'autorité n'est pas irréfragable. Je dois sans doute me féliciter de m'être apperçu à temps de ma méprise, car elle eut sans doute été pour M. Cossali l'objet d'une critique animée dans la suite de son ouvrage.

Page 651. *Notice sur Léonard de Vinci.*

Jusqu'à ce moment Mæstlin a joui de l'honneur exclusif d'avoir le premier donné une explication juste de la lumière cendrée de la lune; mais des manuscrits de Léonard de Vinci, découverts il y a peu d'années, nous apprennent que ce célèbre artiste n'étoit pas moins habile physicien et mécanicien qu'excellent peintre, et, que c'est à lui qu'est dûe primitivement cette explication heureuse. Vinci étoit en effet fort antérieur à Mæstlin, puisqu'il mourut en 1519, tandis que le dernier vivoit encore plus d'un siècle après. Mais Mæstlin le tenoit-il de Vinci? c'est ce à quoi il n'y a nulle apparence, les manuscrits du célèbre artiste Italien n'ayant point encore vu le jour. Ainsi l'honneur de l'astronome Allemand ne reçoit de cette concurrence de Vinci avec lui aucune atteinte.

A cette occasion je crois pouvoir dire un mot de l'opinion insensée du célèbre Fortunio Liceti, qui prétendit que la lune n'avoit cette lumière obscure que parce qu'elle étoit une grosse pierre de Bologne (1). En vain Gassendi, qui étoit en correspondance avec lui, tâcha de le ramener dans la bonne voie. Il défendit opiniâtrement son opinion par toutes les mauvaises raisons possibles, et alla jusqu'à nier la réfraction des rayons solaires dans l'athmosphère de la terre. Je reviens à Léonard de Vinci.

Ce trait de sagacité et de génie n'est pas le seul qui l'auroit illustré dans les sciences comme il l'a été dans les arts, si ses idées n'eussent pas resté, pendant des siècles, enfouies dans ses manuscrits. On voit par l'extrait qu'en a donné M. Venturi, professeur de physique à l'université de Modène, qu'en mécanique il raisonna, d'après les vrais principes, sur les rapports des forces et des poids appliqués obliquement aux bras d'un lévier; sur les plans inclinés; sur le mouvement du pendule; etc. Il reconnut aussi quelques-uns des principes de la théorie du mouvement des eaux; en optique, il décrivit et expliqua la chambre obscure avant J.-B. Porta, et en déduisit la formation des images renversées des objets sur la tunique qu'il nomme albuginée (qui est apparemment la retine), il prévint Maurolicus dans la solution du problême d'Aristote concernant la forme de l'image solaire reçue dans une chambre obscure par un trou triangulaire. Il eut encore sur la

(1) *De lunæ sub obscurâ luce propè conjunctiones*, &c. *Utinæ*, 1641, *in*-4°.

physique élèvera des idées fort supérieures à celles de son siècle, et assez analogues à celles de nos philosophes modernes. On trouve enfin dans ses manuscrits la description d'un compas de proportion, non semblable à celui de Galilée, mais à celui que décrit Juste Byrge; des ébauches de thermomètre et d'hygromètre, etc. Nous ne disons rien ici de ses inventions et de ses talens dans d'autres genres, et nous renvoyons au curieux *Essai sur les ouvrages physico-mathématiques* de Léonard de Vinci, publié par M. Venturi (Paris an V ou 1797, *in*-4°. chez Duprat).

TOME II.

Pag 8. *Addition concernant Albert Girard.*

Voici encore une invention ingénieuse de ce géomètre. Elle consiste en une manière de représenter de plus en plus exactement en nombres rationaux les quantités radicales et irrationnelles. Il en donne une idée dans son commentaire sur les Œuvres de Stevin (Leyde 1634, *in*-fol.) p. 169 et 170. Pour représenter, par exemple, de cette manière et de plus en plus exactement les deux segmens d'une ligne divisée en moyenne et extrême raison; prenez, dit-il, cette série indéfiniment continuée 1. 1. 2. 3. 5. 8. 13. 21 34, etc., dont chaque terme est la somme des deux précédens. Alors si vous prenez à quelque distance du commencement trois termes consécutifs, comme 13, 21, 34, vous aurez le petit, le grand segment et la toute : car prenant trois termes successifs quelconques, le produit des extrêmes est toujours, à l'unité près, égal au quarré du moyen, alternativement par excès et par défaut. L'erreur ira donc toujours en décroissant, à mesure que ce quarré et ce produit seront plus grands.

Il est à remarquer que cette série est une de celles qu'on nomme aujourd'hui *récurrentes*, et dont les géomètres ont depuis fait un objet particulier de considération.

Albert Girard étoit à plus forte raison en possession d'une méthode pour former de semblables séries de fractions, représentant de plus en plus exactement des radicaux simples, comme $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$; $\sqrt{11}$, etc. Il en donne des exemples.

Robert Simson n'a pas jugé hors de propos de rechercher et de démontrer la méthode qui avoit conduit A. Girard, et c'est l'objet d'un mémoire qu'on lit dans le second volume des *Trans. Philos.* de 1754.

Page 316. *Sur la mesure de la terre, par Fernel.*

Voici une remarque qui rehausse de beaucoup la singularité que présente cette mesure du degré terrestre par Fernel, savoir que sa méthode lui ait donné une mesure aussi approchante de la véritable. C'est qu'au temps de Fernel la toise étoit plus longue de cinq lignes qu'elle n'est aujourd'hui, et qu'elle n'étoit au temps de la mesure de M. Picard; car elle fut raccourcie en 1668 de ces cinq lignes (1). Fernel dût donc trouver dans le degré quelques centaines de toises de moins, et effectivement en ayant égard à cette différence, il en résulte que s'il eut employé la nouvelle toise, son opération lui eût donné 57074 toises. Cet accord entre le résultat du moyen qu'il employa et celui de la méthode de Snellius et de Picard, est véritablement un phénomène.

(1) *Anciens Mémoires de l'Académie des sciences.* tom. IV.

Fin du Tome second.



ERRATA

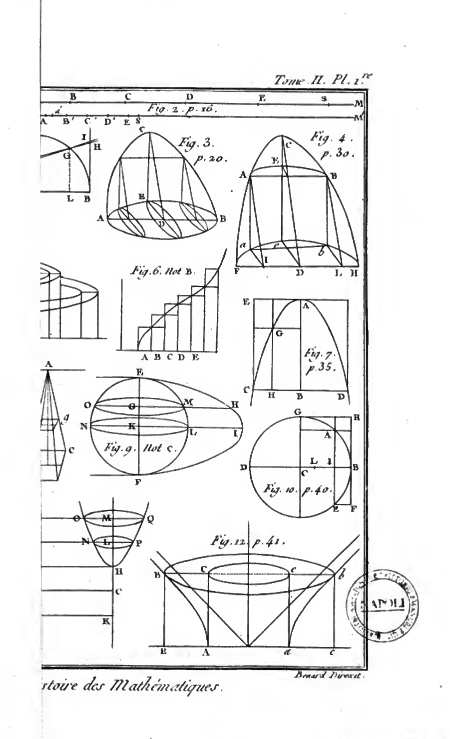
DES DEUX PREMIERS VOLUMES.

TOME PREMIER.

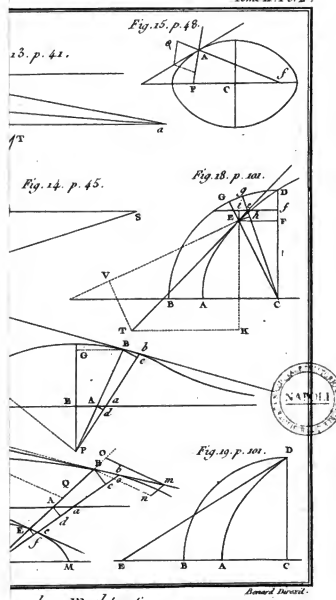
Page 2, ligne 25, *Platon*, lisez *Philon*.
Page 36, note 2, Aufurlich, *l.* Auffurlich.
Page 50, ligne 9, ; celles, *l.* . Celles.
Page 58, ligne 38, une 24^h, *l.* une de 24^h.
Page 65, ligne 5, *Petoris*, lisez *Petosiris*.
Page 73, ligne 20, *Senck-Nuphis*, lisez *Senc-Knuphis*.
Page 78, ligne 10, Εχυματα, lisez Σχηματα.
Page 85, ligne 32, voyoit, *l.* voyoit point.
Page 125, ligne 2, en, *effacez* en.
Page 131, ligne 19, Thymothée, *l.* Timothée.
Page 159, ligne 20, sans ; *l.* sens.
Page, 212, ligne 24, ce écrivains, *l.* ces écrivains.
Page 219, ligne 30, note E, *l.* note C.
Page 240, ligne 2, note F, *l.* note D.
Page 248, ligne 34, *Porelli*, lisez *Borelli*.
Page 232, ligne 28, 1675, *l.* 1679.
Page 253, ligne 35, note G, *l.* note F et G.
Page 278, ligne 32, DE, *l.* DF.
Page 280, lig. 4, Braiken-Ridge, *l.* Braikenridge.
Page 339, ligne 20, 77, *l.* 77 *bis*.
Page 342, ligne 9, Didyme, *l.* Diodote.
Page 363, note 1, hest, *l.* hist.
Page 379, ligne 27, 7373, *l.* 73.
Page 380, ligne 4, 50,000. *l.* 30,000.
Page 406, ligne 16, COHBEDDIN, *lisez* COTBEDDIN.
Page 409, ligne 31, GOGGIA, *l.* COGGIA.
Page 411, lig. 11, ZEMEDIN, *l.* ZINNEDDIN.
Page 419, ligne 19, ANTOLI, *l.* ARNTOLI.
Page 426, ligne 16, une, *l.* un.
Page 435, ligne 40, 13(24), *l.* jour.
Ibid, ligne 42, 23, *l.* 24.
Page 440, ligne 13, J-C., *l.* J-C, 50.
page 444, ligne 40, l'gard, *l.* l'égard.
Page 449, ligne 37, 38, borne, *l.* bornée.
Page 479, ligne 37, *expensas*, l. *expansas*.
Page 93, ligne 12, Dyonisienne, *l* Dionysienne.
Page 513, note 2, *prol, ordo*, l. *Prof. ord.*
Page 515, note 5, *of. opt.*, lisez *of optic*.
Page 521, ligne, 10, Απυτερεσας, lisez Αποτερεσας.
Page 564, note 2, *libri* 10, lisez *lib.* 10us,
Page 567, ligne 29, 39, *lisez* de qui il feignit de vouloir apprendre.
Page 580, ligne 41, Werner, *l.* Verner.
Page 583, lig. 8, Prosthapherese, *l.* Prostapherese.
Page 613, ligne 32, Josselin, *l.* Gosselin.
Page 634, ligne 34, (*fig.* 8.), lisez (*fig.* 88.)
Page 636, ligne 15, (*fig.* 88), lisez (*fig.* 88 *bis*).
Page 683, ligne 27, Clément VII, *lisez* Clément VIII.
Page 686, ligne avant-dern. 7, lisez *lib.* 6.
Page 694, ligne 19, il est, *l.* c'est.
Page 698, ligne 2, *crocus*, lisez *croceus*.
Page 699, ligne avant-dern. division, *l.* vision.
Page 714, ligne 6, do, *l.* des.
Page 720, ligne 12, Aracuhné, *l.* Arachné.
Ibid, ligne *ibid*, Pliuthe, *l.* Plinthe.
Ibid, ligne 13, Parmeniou, *l.* Parmenion.
Page 731, ligne 43, observations, *l.* opérations.

TOME SECOND.

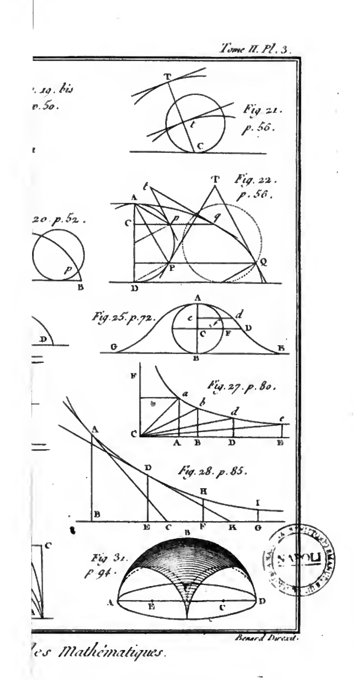
Page 9, ligne 23, tradution, *lisez* traduction.
Page 13, ligne 34, Hehenbourg, *l.* Hohenburg.
Page 15, ligne 8, Rhaldologie, *l.* Rabdologie.
Page 28, ligne 12, *in*-8°. *l.* *in*-8°. en 1670.
Page 30, ligne 42, FGH, *l.* FCH.
Page 37, ligne 10, Hyeronimites, *l.* Hieronymites.
Page 50, ligne 30, BA, *l.* Ba.
Ibid. ligne 36, alors elle, *l.* alors la courbe.
Page 75, ligne 35, des celle, *l.* celle des.
Page 98, ligne 32, 0.43429994, *l.* 0.4342294 à 1.
Page 153, ligne 4, van Hurast, *l.* van Heuraet.
Ibid. ligne 29, FEH, *l.* FE.
Page 161, ligne 1, CS, *l.* CO
Ibid. Bartholni, *l.* Bartholin.
Ibid. ligne 16; *Philosophie*, lisez *Philosophia*.
Page 170, ligne 21, Castilhon, *l.* Castillon.
Page 171, note 2, *analytiche*, lisez *analitiche*.
Page 172, ligne 20, *Ep*, *l.* FΔ.
Page 173, ligne 26, ces, *l.* ses.
Page 174, ligne 19, CD, *ajoutez* quand B et *b* coincident.
Page 175, note E. ligne 5, *pu*, lisez *du*.
Page 176; note F. ligne 6, axe, *l.* arc.
Ibid. ligne 22, CDEF, *l.* CDE*f*.
Page 177, ligne 15, décrivoit, *l.* décriroit.
Page 194, note 3, *genubr.*, lisez *genua*.
Page 196, note 1, *genus*, lisez *genua*.
Page 196, note 2, *se nuovo*, lisez *nuove scienze*.
Page 218, ligne 42, APQ, *l.* APR.
Page 238, ligne 18, n'avoir aucune, *l.* n'avoir eu aucune.
Page 244, ligne 28, l'a, *l.* la.
Page 248, ligne 14, CRB+ *l.* CRB.
Page 266, ligne 23, B dans l'air, *l.* A dans l'air.
Page 282, ligne 28, 1626, *l.* 1627.
Page 287, ligne 20, qu'une, *l.* qu'aucune.
Page 293, ligne 7, donne, *l.* donnés.
Page 297, ligne 17, sous, *l.* sur.
Page 304, lign. 37 et 38, *impacens*, lisez *impactas*.
Page 318, ligne 16, *Prismalibus*, l. *Parismaticus*.
Page 339, ligne 17, Street, *l.* Streets.
Page 355, ligne 2, la dénomination, *l.* le dénominateur.
Page 398, ligne 7, 1791, *l.* 1691.
Page 459, ligne 29, [illegible]
Page 470, ligne 2, ECF, *l.* ECS.
Page 485, ligne 34, pomptueux, *l.* pompeux.
Page 499, ligne 22, inclination, *l.* inclinaison.
Page 531, ligne 29, aisé, *l.* aisé à concevoir.
Page 552, ligne 3, découvrir encore, *l.* découvrir.
Page 553, ligne 15, *astrocopia*, lisez *astroscopia*.
Page 563, ligne 24, *fig.* 136, lisez *fig.* 146.
Page 618, ligne 23, destination, *l.* détermination.
P. 620, l. 7 et 8, sur la terre, *l.* sur la terre et la lune.
Page 646, ligne 41, semblent, *l.* semble.
Page 656, ligne 25, nom, *l.* nombre.



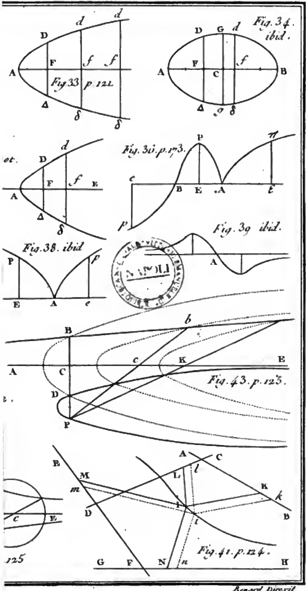
istoire des Mathématiques.



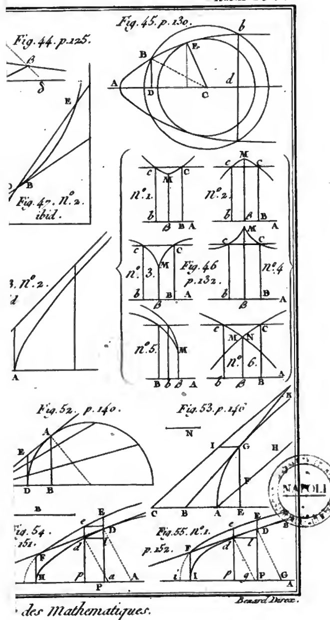
...re des Mathématiques.



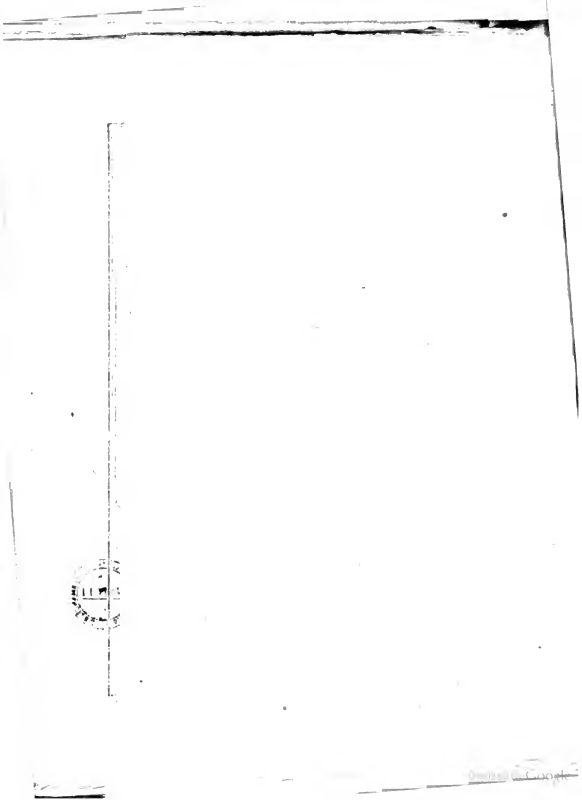
…les Mathématiques.

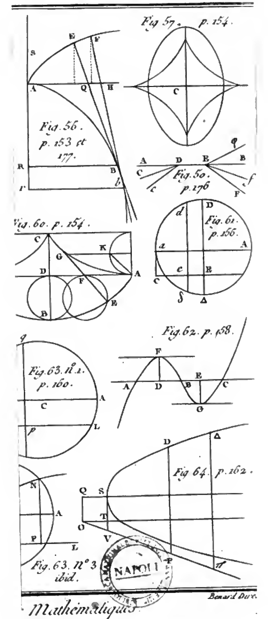


ire des Mathématiques.

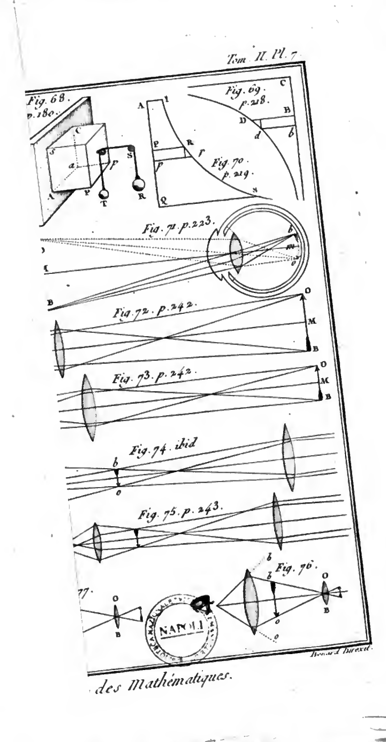


des Mathematiques.

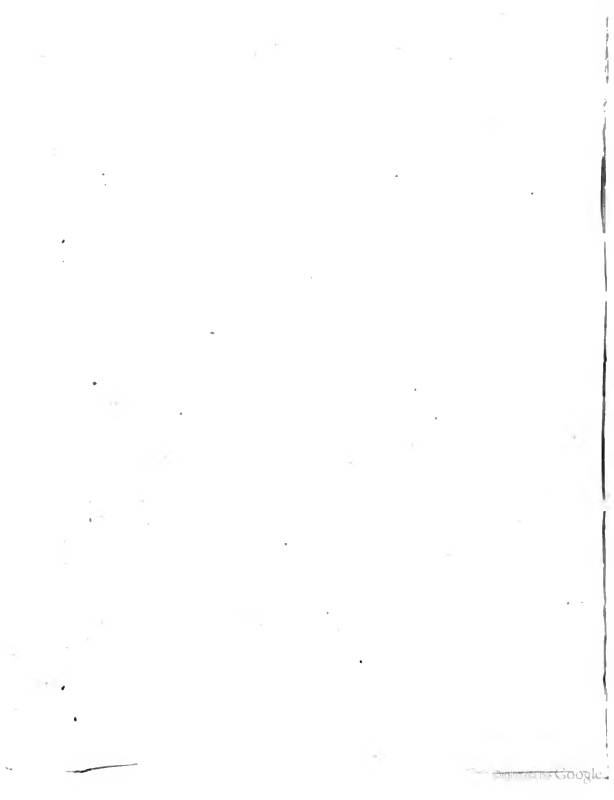


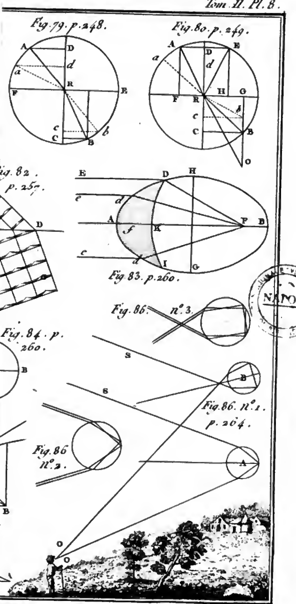


Mathématiques.

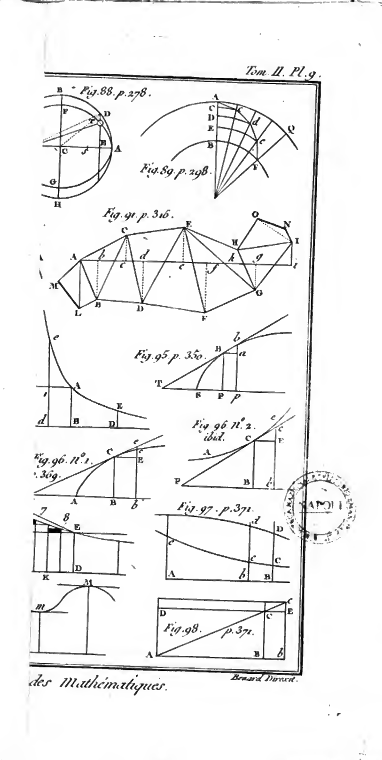


des Mathématiques.

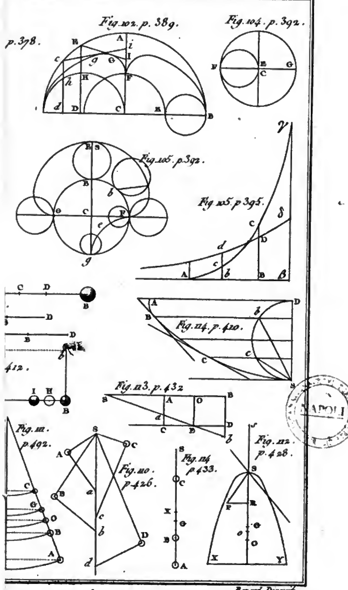




des Mathématiques.

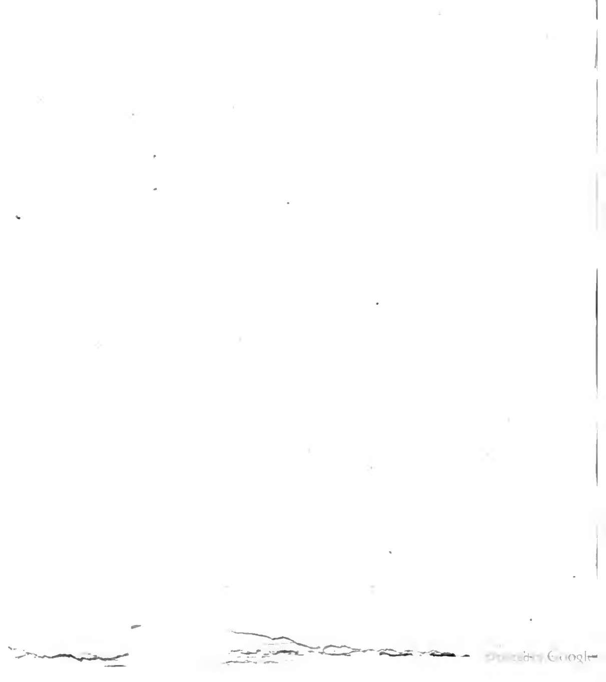


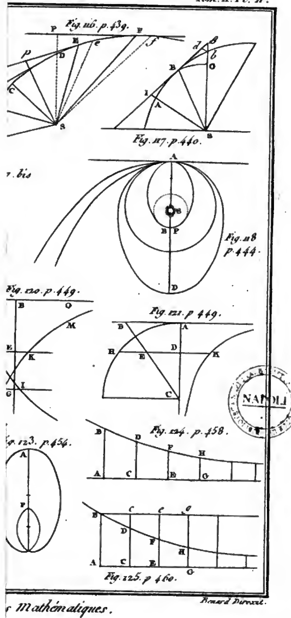
des Mathématiques.



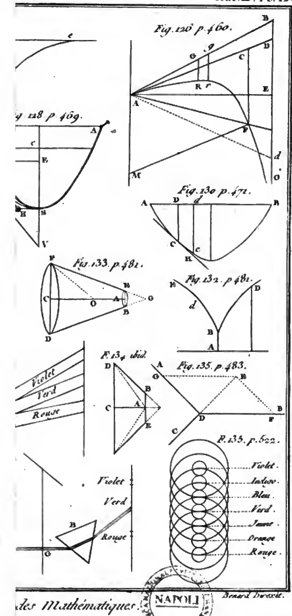
…ire des Mathématiques.

Benard Direxit.





s Mathématiques.



des Mathématiques.

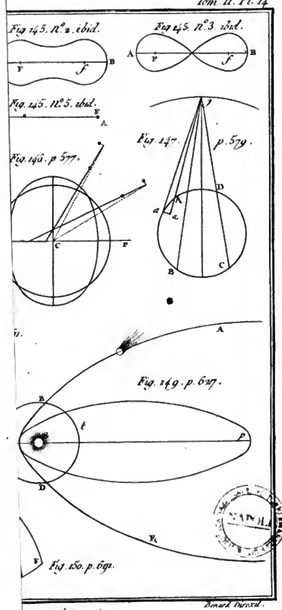
Fig. 140. p. 530.

Fig. 141. p.

Fig. 144. p. 543.

Benard Direxit

Mathématiques.



Mathématiques.

